X

ATTI

DELLA

26-27

ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

ANNO CCCLVI

1959

SERIE OTTAVA

RENDICONTI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

VOLUME XXVI

(1° semestre 1959)

ROMA

ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

1959

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Seduta del 10 gennaio 1959

Presiede il Socio G. CASSINIS

NOTE DI SOCI

Geometria algebrica. — *Nuove relazioni fra il genere aritmetico d'una ipersuperficie generale* A *tracciata sopra una varietà algebrica e i generi aritmetici delle varietà caratteristiche di* A. Nota (*) del Socio FRANCESCO SEVERI.

Qui esporrò soltanto i concetti a cui s'ispira la ricerca, riservando ad altra occasione lo sviluppo dettagliato e il quadro completo delle relazioni cui si allude.

1. È noto che, se A è un'ipersuperficie ordinaria, topologicamente generale (1), tracciata sopra una varietà algebrica M_r, irriducibile, non singolare, dell'ordinario corpo complesso (cioè dell'ambiente in cui svolgesi la geometria algebrica classica), il sistema aggiunto $|A'|$ aggiunto ad $|A|$ è *regolare* ed ha la dimensione:

$$R = P_a^{r-1} - 1 + P_a^r, \tag{1}$$

ove P_a^r, P_a^{r-1} sono i generi aritmetici rispettivi di M_r, A (2).

(*) Presentata nella seduta del 10 gennaio 1959.

(1) Ved. il III volume della mia opera sotto citata: *Geometria dei sistemi algebrici*, pp. 293–294.

(2) Op. cit., vol. III, p. 277.

La (1) trovasi dimostrata, come conseguenza di un'espressione data da Kodaira (ved. alla p. 277 del vol. III di una mia recente opera [3]); ma già in precedenza essa era sostanzialmente contenuta nella mia prima Memoria sui fondamenti per la geometria sulle varietà [4].

Invero, la formula (15) di p. 14 della citata Memoria fornisce la dimensione ρ_h del sistema $|(hA)'|$ aggiunto al multiplo secondo h del sistema $|A|$ delle sezioni iperpiane della varietà M_r; e cioè:

$$\rho_h = p_a^{(h)} - 1 + P_a^r;$$

e siccome il secondo membro dipende da h soltanto pel tramite di $p_a^{(h)}$, genere aritmetico di hA e tale genere rimane immutato, cangiando A od h, così per l'aggiunto $|(hA)'|$, vale la (1); donde si deduce, usufruendo della formula che dà il genere aritmetico della somma di due ipersuperficie, che la (1) vale quando A è una qualsiasi ipersuperficie ordinaria, topologicamente generale, di M_r.

D'altro canto la regolarità d'un sistema lineare completo tracciato su M_r è espressa, per definizione, dal fatto che la dimensione effettiva del sistema uguaglia la dimensione virtuale [5]; ossia,

$$R = \delta(A'), \tag{2}$$

essendo appunto $\delta(A')$ la dimensione virtuale di $|A'|$.

Posto, per maggior maneggiabilità di notazioni, B in luogo di A', è:

$$\delta(B) = \delta(A') = r + (-1)^r P_a^r + \sum_{\alpha=1}^{\alpha=r} (-1)^{r-\alpha} P_a^{r-\alpha}(B^\alpha),$$

essendo $P_a^{r-\alpha}$ il genere aritmetico di B^α, ossia di $B^{\alpha-1} + A''$.

Pertanto dal confronto con la (1) si trae:

$$P_a^r + P_a^{r-1} - 1 = r + (-1)^r P_a^r + \sum_{\alpha=1}^{\alpha=r} (-1)^{r-\alpha} P_a^{r-\alpha}(B^\alpha);$$

ossia:

$$[1 + (-1)^{r-1}] P_a^r + P_a^{r-1} - r - 1 = \sum_{\alpha=1}^{\alpha=r} (-1)^{r-\alpha} P_a^{r-\alpha}(B^\alpha), \tag{3}$$

che è un'ampia estensione di una nota relazione inerente alle superficie [6]. La (3) è una delle nuove relazioni, che volevamo esporre qui. Da essa se ne

(3) *Geometria dei sistemi algebrici sopra una superficie e sopra una varietà algebrica* (Roma, Ed. Cremonese, 1959). Il vol. II dell'opera stessa, presso l'Editore medesimo, è del 1958. Il vol. I porta un titolo diverso, e cioè: *Serie, sistemi d'equivalenza e corrispondenze algebriche sulle varietà algebriche* (Roma, Cremonese, 1942).

(4) *Fondamenti per la geometria sulle varietà algebriche* (« Rendiconti del Circolo matematico di Palermo », 1909. Memoria citata spesso come *Fondamenti I*); p. 14.

(5) Op. cit., vol. III, p. 204. Originariamente i concetti di dimensione virtuale e di *sistema regolare* trovansi nella mia Memoria *Fondamenti per la geometria sulle varietà algebriche* (Fondamenti I, n. 31); (Fondamenti II, « Annali di Matematica », 1951, n. 19); oppure a p. 369 del vol. I sopracitato del 1942.

(6) *Serie d'equivalenza*, ecc., p. 257.

possono ricavare altre analoghe, applicando la (3) alle varietà caratteristiche $A^2, A^3, \cdots, A^{r-1}$ del sistema $|A|$.

Qualora il sistema $|A'|$ non fosse regolare, cioè, se fosse

$$R = P_a^{r-1} - 1 + P_a^r + \sigma,$$

con σ sovrabbondanza del sistema, la σ uguaglierebbe [7] *il numero delle forme differenziali di 1ª specie, non identicamente nulle sulla varietà ambiente* M_r, *ma nulle sopra* A. Varrebbe insomma la:

$$\sigma = R - \delta(A').$$

2. S'intravvede qui una via algebrico-geometrica, di cui diamo soltanto ora qualche preventiva indicazione, per pervenire alla relazione di Severi-Kodaira [8] alla quale giunsi induttivamente nel 1909 e che fu dimostrata nel 1954 dal geniale geometra giapponese Kodaira, coi sussidi dei più elevati strumenti analitici sviluppatisi attorno alla geometria algebrica, nel mezzo secolo trascorso.

Anzitutto ricordiamo [9] che la deficienza del sistema canonico tagliato sopra una superficie ordinaria, topologicamente generale, A, dal proprio sistema aggiunto $|A'|$, è uguale alla somma $q_r + q_{r-1}$, ove q_r e q_{r-1} sono le irregolarità rispettive r-dimensionale ed $(r-1)$-dimensionale di M_r e di A, e poiché [10] $q_r + q_{r-1} = i_r$, così *la deficienza del sistema predetto uguaglia il numero* i_r *delle forme differenziali di 1ª specie appartenenti ad* M_r.

Questo risultato è però così ottenuto usufruendo della relazione

$$i_r = q_r + q_{r-1},$$

la quale alla sua volta, fu dedotta applicando la relazione di Severi-Kodaira [11]; perciò, se si vuol dedurre dal precedente teorema la relazione in parola, occorre dare di esso una dimostrazione autonoma, la quale si ottiene estendendo opportunamente alle varietà ad r dimensioni i numeri 20, 22 e 25 della Memoria del 1909 *Fondamenti I* [12].

Non so se (alla mia età e nelle mie condizioni di salute) mi sarà possibile di dare esecuzione a questo programma. Comunque spero che in seguito altri lo faccia, perché l'argomento è di straordinario interesse.

(7) Vol. III, p. 294.
(8) Vol. III, p. 274.
(9) Op. cit. in (1), vol. III, p. 294.
(10) Vol. III, p. 278.
(11) Vol. III, p. 274.
(12) L'estensione del n. 25 è quasi ovvia.

Meccanica. — *Verifica sperimentale di presunti rapporti tra deformazioni elastiche e deformazioni plastiche.* Nota IV (*) del Socio GUSTAVO COLONNETTI.

In una recente mia Nota intitolata: *Nuovi punti di vista sui problemi dell'equilibrio elasto–plastico nel tempo* (1) ho accennato al buon accordo tra la mia impostazione teorica del problema ed i risultati di certe esperienze che avevo personalmente eseguite più di quarant'anni or sono (2).

Ho ora voluto riprendere quelle esperienze valendomi delle più moderne attrezzature di cui dispone l'Istituto Dinamometrico Italiano, ed in particolare di un nuovissimo estensimetro registratore ad induzione, costruito dalla Peters di Washington, il quale permette di ottenere (ingrandita mille volte) una nitidissima immagine del diagramma sforzi–deformazioni.

La descrizione dell'attrezzatura e la documentazione dei risultati verranno pubblicate in altra sede a cura del prof. ing. A. Bray che a queste ricerche sta dedicandosi con non comune perizia.

Qui mi limiterò a riferire quel tanto che può valere a chiarimento e giustificazione della impostazione teorica a cui ho testè accennato, insistendo piuttosto sul problema della scelta dello « stato di riferimento » a partire dal quale si debbono intendere misurate le deformazioni.

È ovvio che tale « stato di riferimento » del materiale deve essere *ben definito*, *sufficientemente stabile* e *facilmente riproducibile*.

Con quest'ultima condizione si viene senz'altro ad escludere l'idea, che potrebbe presentarsi spontanea, di assumere come stato di riferimento lo stato a partire dal quale hanno inizio le nostre esperienze.

Tale stato iniziale dipende infatti da tutti i trattamenti sia termici che meccanici che il materiale ha subiti prima di giungere nelle nostre mani; trattamenti che ci sono generalmente sconosciuti, e che in ogni caso potremmo ben difficilmente riprodurre.

V'è bensì modo di cancellare ogni traccia di quei trattamenti sottoponendo il materiale ad una prolungata ricottura e ad un successivo raffreddamento lento ed uniforme.

Ma, a parte l'arbitrarietà inerente alla scelta della temperatura di ricottura e delle modalità del raffreddamento, lo stato che così si viene a creare è sempre molto lontano da quegli stati, più o meno incruditi, in cui il materiale viene in pratica impiegato; e sembra quindi poco idoneo a servire da « stato di riferimento » nello studio dei fenomeni che caratterizzano l'equilibrio elasto–plastico delle strutture.

(*) Presentata nella seduta del 13 dicembre 1958.

(1) « Rend. Lincei », s. 8ª, vol. XXV (1958).

(2) « Rend. Lincei », s. 5ª, vol. XXIV (1915).

A questa funzione di « stato di riferimento » sembra pertanto più adatto uno stato in cui, per effetto di deformazioni del tipo ed intensità di quelle che il materiale dovrà sopportare in seguito, si sia realizzato l'accomodamento, e la conseguente stabilizzazione, dei cicli; e in cui la storia di tali deformazioni sia poi stata cancellata col noto processo delle alternazioni decrescenti del carico.

Questo processo – già impiegato sistematicamente dal Cantone nelle sue prove a torsione sui fili [3], e poi introdotto nella tecnica delle prove a trazione e compressione [4] – è perfettamente idoneo a determinare la formazione di uno stato del materiale rispondente alle tre esigenze fondamentali che ho testè indicate; stato che si può chiamare *neutro* in quanto, a partire da esso, il materiale presenta, sotto l'azione di sollecitazioni eguali e di segno contrario, deformazioni alla lor volta eguali e di segno contrario.

Ecco intanto – scelto tra le numerose esperienze del Bray – un diagramma sforzi–deformazioni relativo ad una provetta cilindrica di rame (diametro 16 mm; lunghezza mm 50) assoggettata a sollecitazioni assiali varianti linearmente col tempo (in ragione di 10 kg al secondo) da zero a + 560 kg e poi da + 560 a — 560.

Le deformazioni – riferite allo stato neutro preventivamente creato nel modo dianzi definito – sono rappresentate in figura dalle due curve a tratto pieno.

Con linee a tratto e punto si sono nella figura tracciate (con quella approssimazione che l'esperienza consente) le due tangenti iniziali alle due curve [5].

Al solito si sono indicate con ε ed ε' le deformazioni elastiche, e con $\bar{\varepsilon}$ ed $\bar{\varepsilon}'$ le deformazioni plastiche; $\bar{\varepsilon}_0$ denota in figura la frazione della deformazione plastica $\bar{\varepsilon}$ residua a provetta scarica.

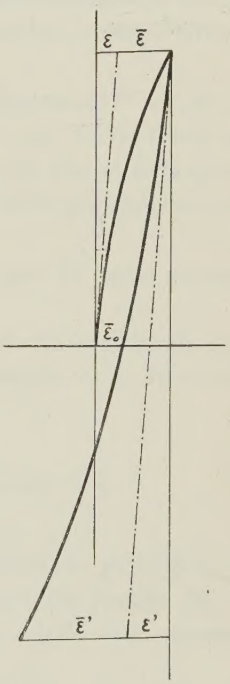


Fig. 1.

Le relazioni fra deformazioni elastiche e deformazioni plastiche (e tra i valori di k e di k') che, nella Nota citata da principio [1], io ho dedotte dalla teoria di Volterra sui fenomeni ereditarii, trovano in queste esperienze una nuova e pienamente soddisfacente conferma.

Ciò è quanto dire che quelle relazioni possono venire assunte a rappresentazione del fenomeno fisico di cui si tratta, sempre che siano rispettate le condizioni di fatto e di riferimento che ho esplicitamente postulate.

(3) « Rend. Lincei », s. 5ª, vol. II (1893).

(4) « Rend. Lincei », s. 5ª, vol. XXIII (1914).

(5) In realtà l'identificazione della inclinazione della tangente iniziale nel diagramma tracciato da un estensimetro registratore riesce sempre assai incerta; ma essa può sempre dedursi con ben maggiore esattezza da una esperienza a parte, per esempio deducendo il valore iniziale del modulo elastico del materiale dalla frequenza di moti oscillatorii di piccola ampiezza.

Una precisa riserva va invece espressa a proposito della forma della funzione k e, in modo particolare, della sua dipendenza dalla velocità c di variazione della sollecitazione.

L'esperienza dimostra infatti che k decresce bensì col crescere di c, ma non in ragione di proporzione inversa come vorrebbe la formola (6) della Nota più volte citata [1].

La discordanza si può però giustificare se si tien conto che quella formola è stata stabilita nella dichiarata ipotesi della invariabilità del coefficiente di plasticità f: ipotesi che, nel caso concreto, non è necessariamente verificata.

Geodesia. — *Sul calcolo delle quote ortometriche normali e convenzionali.* Nota (*) del Socio GIOVANNI BOAGA.

In una Nota precedente (1) sono state considerate, per le livellazioni di precisione di grandi estensioni, le *quote geopotenziali*, le *quote dinamiche* e quelle *ortometriche*, utilizzando in merito, per le loro determinazioni numeriche, i valori delle gravità osservate nei singoli caposaldi; furono altresì istituiti opportuni confronti.

Successivamente sono state considerate le *quote dinamiche* (2) e per la linea di livellazione n. 1 dell'Istituto Geografico Militare, nel tratto Genova–Tortona, è stato fatto un confronto fra i valori delle quote che si ottengono utilizzando sia i valori delle *gravità osservate*, sia quelli della *gravità normale* (teorica).

Ci proponiamo ora di effettuare analogo confronto per le *quote ortometriche*.

Da quanto detto nella prima Nota, tenendo conto delle formule (4), (6) e (8) allora richiamate, le *quote ortometriche* dei singoli c. s. risultano espresse dalla

$$(1) \qquad H_j = \{ g_j + (0{,}1543 - 0{,}02092 \cdot \vartheta) \cdot Z_j \}^{-1} \cdot \sum_{1}^{j-1}{}_i \, g_{m/i} \cdot \Delta z_i$$

con $1 < j \leq P$ essendo 1 e P c. s. estremi della linea livellata, g_j la gravità in corrispondenza del caposaldo j–esimo, ecc., $g_{m/i}$ la gravità media fra le gravità osservate in due caposaldi consecutivi i ed $i + 1$. Gli altri simboli hanno significato noto (3).

Tenendo conto delle formule (3), (4) e (5) della seconda Nota e della (1) precedente, sostituendo a tutte le gravità osservate le loro corrispondenti in funzione delle gravità normali e delle correzioni per l'altezza, di Faye e di Bouguer, *a meno quindi delle anomalie gravimetriche*, si perviene senza difficoltà e con le consuete approssimazioni numeriche alla:

$$(2) \qquad H_j = \sum_{1}^{j-1}{}_i \, \Delta z_i - 2\, b \sum_{1}^{j-1}{}_i \, Z_{m/i} \operatorname{sen} 2\, \varphi_{m/i} \cdot \Delta \varphi_i$$

(*) Presentata nella seduta del 10 gennaio 1959.

(1) Cfr. G. BOAGA, *Confronti fra i vari tipi di livellazione geometrica di precisione ottenuti con i valori delle gravità osservate nei singoli caposaldi*, s. 8ª, vol. XXV, 2° semestre 1958, pp. 254–259; nel seguito questa Nota verrà contraddistinta con la dizione « prima Nota ».

(2) Cfr. G. BOAGA, *Sulle livellazioni dinamiche*, Ibidem, fasc. 6, pp. 395–400; nel seguito questa Nota verrà contraddistinta con la dizione « seconda Nota ».

(3) Cfr. prima Nota.

con

$$\Delta\varphi_i = \varphi_{i+1} - \varphi_i$$

$$\varphi_{m|i} = \frac{1}{2}(\varphi_i + \varphi_{i+1})$$

$$Z_{m|i} = \frac{1}{2}(Z_i + Z_{i+1}) .$$

Ciò posto, si può osservare che il secondo termine della (2) si può scrivere anche sotto la forma

$$(2') \qquad b \cdot \operatorname{sen}(\varphi_1 + \varphi_P) \operatorname{arc} 1'' \sum_1^{j-1}{}_i (Z_i + Z_{i+1})(\varphi_{i+1} - \varphi_i)''$$

con φ_1 e φ_P latitudini dei caposaldi estremi della linea livellata; esso rappresenta la *correzione ortometrica di latitudine* da attribuire ai valori di campagna $Z_j = \sum_1^{j-1}{}_i \Delta z_i$ per ottenere la quota ortometrica nel punto j–esimo.

La (2) è la *formula fondamentale per il calcolo delle quote ortometriche in funzione della gravità normale*, ossia nel campo gravitazionale ellissoidico o campo di Somigliana.

Nella prima Nota sono stati effettuati i calcoli con la (1) precedente; ora si ritiene opportuno ripeterli, facendo ricorso alla formula (2). I valori ricavati in precedenza, H' [4], e quelli H ora ottenuti, sono riportati nella Tabella, insieme anche alle loro differenze H' – H. Tali differenze, è ovvio, sono imputabili alla presenza delle anomalie gravimetriche (Faye–Bouguer) lungo la linea di livellazione.

Poiché le quote geopotenziali risultano di circa il 2 °/₀ inferiori alle *quote ortometriche*, così per i lavori di carattere pratico è consigliabile l'impiego di queste ultime; però quest'ultime definite dalla (1) precedente, presentano talvolta delle incertezze nella scelta del valore da attribuire alla densità terrestre superficiale.

Il Comitato nazionale francese per la geodesia e la geofisica ha stabilito di attribuire alla gravità g_j (cioè alla gravità media lungo la verticale passante per il c. s. j–esimo da esso al geoide) un valore *convenzionale locale* onde poter moltiplicare la quota geopotenziale per un fattore variabile da caposaldo a caposaldo e perciò funzione della latitudine, ed inoltre scelto in modo da far intervenire la metà della correzione di Faye per l'altezza [5], escludendo quella di Bouguer.

(4) Gli elementi che occorrono per il calcolo delle quote H in base alle (2) e (2') si trovano nella prima e nella seconda Nota.

(5) Cfr. «Comptes rendus du C.N.F. de Géodesie et Géophisique», 1957; L. I. CAHIERRE, *Nouvelle definition de l'altitude d'un point en tenant compte des variations du champ de pesanteur*, da p. 21 a p. 30.

TABELLA.

c. s. n.	Quote	Differenze H′ — H / H — H̄	Differenze H′ — H̄	c. s. n.	Quote	Differenze H′ — H / H — H̄	Differenze H — H̄
	m	mm	mm		m	mm	mm
	0,000.00				288,845.24		
		0.00				+ 19.89	
1	,000.00		0.00	6	,825.35		+ 18.64
		0.00				— 1.25	
	,000.00				,826.60		
	51,097.61				231,953.35		
		+ 0.19				+ 22.27	
2	,097.42		+ 0.26	7	,931.08		+ 17.68
		+ 0.07				— 4.59	
	,097.35				,935.67		
	220,686.31				181,800.73		
		+ 2.83				+ 29.50	
3	,683.48		+ 3.67	8	,771.23		+ 20.66
		+ 0.84				— 8.84	
	,682.64				,780.07		
	412,807.20				150,014.34		
		+ 6.09				+ 31.45	
4	,801.11		+ 7.38	9	149,982.89		+ 19.01
		+ 1.29				— 12.44	
	,799.82				,995.33		
	324,749.88				121,216.33		
		+13.26				+ 31.52	
5	,736.62		+ 13.46	10	,184.81		+ 15.61
		+ 0.20				— 15.91	
	,736.42				,200.72		

Tale coefficiente di riduzione risulta della forma

$$\Gamma_j = (\gamma_\varphi - 0{,}154\, Z_j)^{-1} \cdot 10^{-6} \tag{3}$$

dove γ_φ, rappresentata dalla (3) della seconda Nota, va espressa in milligal e Z_j in metri.

Alla quota $\bar{H}_j$ definita analiticamente dalla

$$\bar{H}_j = \Gamma_j \cdot \sum_{i}^{j-1} g_{m|i} \cdot \Delta z_i \tag{4}$$

il «Comitato francese di geodesia e geofisica» ha attribuito il nome di *quota ortometrica rettificata*; noi invece riteniamo più appropriata la dizione *quota ortometrica convenzionale*.

Nella Tabella sono riportati anche i valori delle quote ortometriche convenzionali e le loro differenze dalle H′ e dalle H corrispondenti.

Nell'esame fatto si sono considerati dunque tre metodi per la determinazione numerica delle quote ortometriche e precisamente:

a) impiego soltanto delle *gravità osservate* nei singoli caposaldi (quote H′);

b) impiego soltanto della *gravità normale* (quote H);

c) utilizzazione sia delle *gravità osservate*, sia delle *gravità teoriche* (normali) ma corrette per l'altezza (quote $\bar{H}$).

Dalla Tabella ove sono riportate le differenze $H' - H$, $H' - \bar{H}$ e $H - \bar{H}$ ricaviamo – per la linea di livellazione dello I.G.M. in precedenza considerata – che le quote H′ risultano sempre maggiori sia delle quote H sia di quelle $\bar{H}$. Invece le differenze $H - \bar{H}$ risultano in parte negative ed in parte positive.

Le somme algebriche delle varie differenze risultano dei seguenti importi:

$$\Sigma_i (H'_i - H_i) = + \ 157.00 \text{ mm}$$

$$\Sigma_i (H'_i - \bar{H}_i) = + \ 116.37 \text{ mm}$$

$$\Sigma_i (H_i - \bar{H}_i) = - \ 40.63 \text{ mm}$$

dai quali si trae che mediamente le quote ortometriche convenzionali risultano lievemente maggiori di quelle ottenute con le gravità normali, e queste ultime si scostano dalle quote ortometriche del tipo *a*) precedente, di più quelle del tipo *c*).

Le differenze $H' - H$ e $H' - \bar{H}$ per un qualunque caposaldo si possono riguardare come *errori delle ipotesi* che hanno condotto alle formule (2), (3) e (4) precedenti. In particolare le differenze $H' - \bar{H}$ fra le quote ortometriche di cui al metodo *a*) e quelle di cui al metodo *c*), introdotte dal «Comitato francese di geodesia e geofisica», con riferimento ad un qualsiasi caposaldo, si possono esprimere per mezzo delle anomalie gravimetriche di Bouguer ($\Delta g''_o$) con la formula

$$H'_j - \bar{H}_j = \frac{\Delta g''_{o|j} + 0.02092\, \vartheta\, Z_j}{\gamma_{\varphi|j} - 0.1543\, Z_j} \cdot H'_j. \tag{5}$$

Tenuto conto dei valori $\Delta g''_{o|j}$ riportati nella prima Nota si ottengono per $H' - \bar{H}$ i seguenti valori

c. s.	$H' - \bar{H}$	c. s.	$H' - H$
1	0.00 mm	6	+ 18.63 mm
2	+ 0.24 »	7	+ 17.64 »
3	+ 3.62 »	8	+ 20.63 »
4	+ 7.32 »	9	+ 18.96 »
5	+ 13.41 »	10	+ 15.47 »

praticamente uguali a quelli omonimi riportati nella Tabella ed ottenuti direttamente. Alla (5) si può sostituire nella generalità dei casi la formula approssimata:

$$H'_j - \bar{H}_j = \frac{\Delta g''_{o|j}}{\gamma_{\varphi|j}} \cdot H'_j . \tag{6}$$

Difatti, per le altezze fino a 200 m sul livello marino e per anomalie gravimetriche non superiori a 100 milligal, alla latitudine 45°, la differenza fra le correzioni calcolate con la formula (5) e con la formula approssimata (6) non superano 8/100 di millimetro.

Si può pertanto concludere che, per i lavori che si eseguono attualmente in molti Stati aderenti alla Unione Geodetica e Geofisica Internazionale onde mettere in luce, lungo grandi itinerari, le oscillazioni diurne stagionali del suolo, i movimenti diurni della verticale, nonché quelli secolari o bruschi, se si vogliono utilizzare le quote ortometriche, queste debbono essere valutate esclusivamente con i valori gravimetrici osservati, anche se, come è stato fatto cenno, si presentano talvolta incertezze o perplessità per quanto concerne la scelta della densità media terrestre (in superficie). Con questo metodo vengono eliminate le influenze di eventuali forti *anomalie gravimetriche* i cui contributi si possono valutare con la (5).

Del resto poiché sono note le gravità nei singoli caposaldi necessarie per il calcolo delle quote geopotenziali espresse dalle $\Sigma_i g_{m|i} \cdot \Delta z_i$, non risulta del tutto giustificato il fatto di ricorrere alla applicazione della (4) anziché della (1), teoricamente più aderente alla realtà.

Per quanto concerne poi la (2), i valori molto sensibili delle differenze $H' - H$ e $H' - \bar{H}$ (v. Tabella) ci suggeriscono di non utilizzare il metodo *b*), per il calcolo delle quote ortometriche, fondate esclusivamente sui valori gravimetrici normali relativi all'ipotetico campo ellissoidico di Somigliana.

Si osservi da ultimo che sperimentalmente non si possono determinare le vere altitudini ortometriche, ma con l'impiego del procedimento *a*) dianzi detto si trovano risultati assai prossimi alla realtà.

Chimica. — *Modificazione mesomorfa smettica del polipropilene isotattico* (*). Nota di GIULIO NATTA, MARIO PERALDO e PAOLO CORRADINI, presentata (**) dal Socio G. NATTA.

In una precedente comunicazione a questa Accademia si era brevemente riferito sulla struttura cristallina del polipropilene isotattico, preparato coi metodi di polimerizzazione stereospecifica scoperti nel nostro Istituto (1).

In questa Nota desideriamo mettere in evidenza che è possibile ottenere una forma solida metastabile del polipropilene isotattico, che per brevità chiameremo nel corso del lavoro modificazione II, differente per alcune proprietà fisiche dalla modificazione stabile cristallina (modificazione I), già descritta nei nostri precedenti lavori. Essa può essere ottenuta facilmente raffreddando bruscamente in acqua fredda lamine di polimero, di pochi decimi di millimetro di spessore, previamente riscaldate al di sopra della loro temperatura di fusione (176° C).

La modificazione II può essere trasformata nella modificazione I, in modo rapido e completo, per riscaldamento a temperature vicine a quelle in cui si inizia la fusione (140–150° C). Riscaldando a temperature inferiori a 140° C, la trasformazione, pur avvenendo ancora rapidamente, raggiunge dei valori limite via via decrescenti, tanto che al disotto dei 70° C non è più apprezzabile alcun cambiamento dei campioni. Per questo motivo per ottenere la modificazione II esente dalla modificazione I conviene effettuare un rapido raffreddamento del polimero fuso operando su lamine sottili.

Analogie e differenze di struttura tra le modificazioni I e II sono state da noi dedotte attraverso un esame ai Raggi X e all'infrarosso di campioni di polipropilene isotattico che hanno subìto trattamenti termici diversi.

Nella fig. 1 sono confrontati gli spettri di assorbimento nell'infrarosso, tra 7 e 13 μ, di un campione di polipropilene isotattico ottenuto raffreddando bruscamente il polimero fuso (modificazione II), dello stesso campione dopo 5 minuti di riscaldamento a 140° C (modificazione I), e allo stato fuso.

Nella fig. 2 sono confrontati gli spettri di diffrazione ai raggi X (CuK α), registrati con un contatore di Geiger nella regione angolare tra $2\vartheta = 5°$ e $2\vartheta = 30°$ di un campione di polimero isotattico nelle modificazioni I e II e di un campione di polimero atattico amorfo.

È interessante osservare che la densità del campione contenente la modificazione II (0,88) è molto minore di quella dello stesso campione ricotto contenente la modificazione I (0,92) ed è invece maggiore della densità del

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica Industriale del Politecnico di Milano con il contributo della Società Montecatini.

(**) Nella seduta del 10 gennaio 1959.

(1) G. NATTA, P. CORRADINI, « Atti Acc. Naz. Lincei », Memorie, *4*, 73 (1955); G. NATTA, P. CORRADINI, M. CESARI, « Rend. Acc. Lincei », *21*, 365 (1956).

polipropilene atattico amorfo (0,85). Come risulta dalle figure, anche gli spettri ai raggi X sono notevolmente differenti.

Gli spettri IR delle due modificazioni sono invece molto simili tra di loro e mostrano solo piccole differenze di frequenza e maggiori di intensità. Era stato osservato [2] che lo spettro infrarosso della modificazione I del polipropilene isotattico è determinato essenzialmente dalla conformazione ad elica

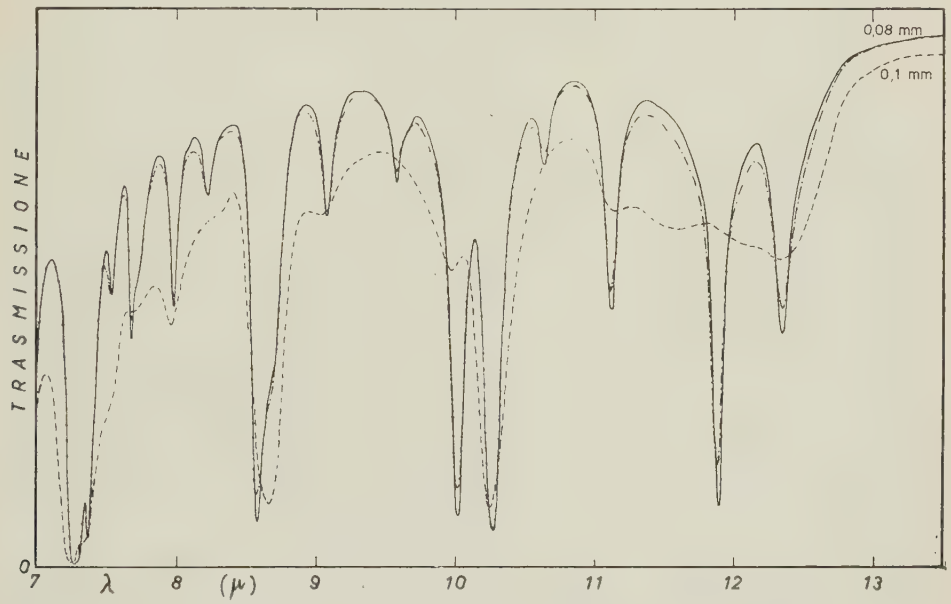


Fig. 1. – Spettri di assorbimento infrarosso di un campione di polipropilene isotattico.

——————— modificazione I
–·–·–·–·–·–·– modificazione II
– – – – – – – – – – fuso

trigira delle macromolecole, mentre non erano stati osservati effetti dovuti ad interazioni tra macromolecole vicine nel cristallo. La notevole somiglianza degli spettri IR delle due modificazioni dimostra che anche nella modificazione II le catene, per una frazione notevole della loro lunghezza, sono avvolte ad elica trigira. Le differenze osservate nella densità e negli spettri X devono perciò essere attribuite ad un differente impacchettamento laterale delle macromolecole, che, come abbiamo visto, ha scarso effetto sullo spettro infrarosso.

Infatti, i primi tre picchi dello spettro ai raggi X della modificazione I, che sono diffratti da piani cristallografici paralleli agli assi delle catene, si riducono, nello spettro ai raggi X della modificazione II, ad un unico alone molto largo, che non riteniamo però possa attribuirsi alla sovrapposizione delle diffrazioni slargate di tali picchi. Si ritrova invece slargato ed in posizione apparentemente non modificata il 4° picco della modificazione I, che è

(2) M. Peraldo, lavoro presentato all'VIII Congresso di Chimica – Torino, maggio–giugno 1958 (in corso di stampa sulla « Gazz. Chim. It. »).

assente nello spettro del polimero atattico, che corrisponde ad un piano non parallelo all'asse della catena. Questo indica una mancanza di regolarità nell'impacchettarsi delle macromolecole tra loro, ma non necessariamente una mancanza di parallelismo, che è peraltro condizione necessaria per ottenere un'associazione sufficientemente densa.

Fig. 2. – Spettri di diffrazione ai raggi X (CuKα) di un campione di polipropilene isotattico e di un campione di polipropilene atattico amorfo.

——— modificazione I
-·-·-·-·-·-·- modificazione II
– – – – – – – – – atattico amorfo

In effetti la modificazione II del polipropilene isotattico può venire orientata perfettamente sotto stiro ed in tale stato fornisce uno spettro di fibra ai raggi X, in cui il largo alone con massimo a 5,85 Å si orienta sull'equatore del film, confermando che è causato dall'interferenza di onde diffratte perpendicolarmente all'asse della fibra, come i primi tre picchi della modificazione I. Il periodo di identità misurabile sullo spettro di fibra è di 6,5 Å, ossia lo stesso della modificazione I. Tale periodo risulta nettamente definito, in contrasto con lo slargamento dei punti del reticolo reciproco nelle direzioni ad esso perpendicolari.

Il corrispondente spettro all'infrarosso presenta un ottimo grado di orientamento e sostanzialmente è lo stesso spettro che viene fornito da campioni stirati della modificazione I.

Dall'insieme dei risultati sperimentali ottenuti, riteniamo si possano trarre le seguenti conclusioni:

1° La modificazione II contiene tratti di macromolecole di polipropilene isotattico aventi una conformazione ad elica trigira, associati in fasci paralleli.

2° L'impacchettamento laterale delle catene polimeriche, che corrisponde ad una distanza media tra le catene di circa 6,4 Å, è meno denso e manca della regolarità di quello della modificazione I da noi precedentemente descritta.

Riteniamo che la struttura della modificazione II possa essere convenientemente descritta, supponendo che, in essa, a differenza di quanto risulta per la modificazione I, tratti di catene rispettivamente a conformazione di elica ternaria destra e sinistra, pur disponendosi paralleli tra di loro, si distribuiscono in modo disordinato nelle direzioni perpendicolari agli assi delle catene stesse. Le macromolecole sarebbero insomma associate in tanti piccoli

fasci, e tali piccoli fasci sarebbero capaci di parallelizzarsi nei campioni orientati per stiro.

I risultati di questo studio, oltre a permettere una definizione strutturale di una modificazione paracristallina smettica [3] del polipropilene, ci consentono alcune osservazioni critiche sulla validità e confrontabilità dei metodi che possono venire usati per determinare la cristallinità del polipropilene. Tali osservazioni verosimilmente non si devono ritenere limitate al caso specifico dei polimeri qui esaminati, ma possono assumere un significato di carattere generale.

La determinazione della cristallinità attraverso misure di densità ha un significato soltanto quando è possibile la coesistenza di non più di due modificazioni, una amorfa ed una cristallina, ossia quando non possono coesistere, sia pure in stato metastabile, due modificazioni diversamente ordinate.

La misura dell'intensità delle bande infrarosse, che sono assenti nello stesso polimero allo stato amorfo, non può essere considerata sempre come un criterio sufficiente per determinare il grado di cristallinità di un polimero, inteso come misura del grado di regolarità tridimensionale del polimero stesso.

Infatti tali bande possono essere dovute, come nel caso del polipropilene, all'esistenza di catene regolarmente spiralizzate ed appaiono pressoché indipendenti dal tipo di ordine laterale da esse realizzato. La regolarità nella conformazione della catena può essere causata dalla tendenza delle catene a parallelizzarsi tra loro, anche senza che, per ragioni cinetiche, si riesca a realizzare un reticolo tridimensionalmente ordinato. Infatti nella forma di polipropilene ottenuta per tempera, in cui è assente la modificazione cristallina I, si osserva all'infrarosso un'apparente cristallinità non molto inferiore a quella misurata sugli stessi campioni dopo ricottura, che presentano invece alta cristallinità anche ai raggi X [4].

Nel caso del polipropilene, il metodo infrarosso fornisce la concentrazione di catene a spiralizzazione ternaria (modificazione I + modificazione II), mentre il metodo roentgenografico risulta più adatto per determinare la concentrazione della fase termodinamicamente più stabile (modificazione I).

Mentre i metodi di misura della cristallinità coi raggi X appaiono più idonei per determinare la regolarità dell'impacchettamento laterale delle catene, l'associazione dei tre metodi (raggi X, infrarosso e densità) può consentire una migliore e più completa interpretazione dei diversi tipi di regolarità coesistenti.

I risultati di questo lavoro confermano come nei polimeri aventi struttura ordinata di tipo isotattico (nel nostro caso polipropilene) possono esistere modificazioni metastabili smettiche a grado intermedio di ordine tra stato cristallino tridimensionalmente ordinato e stato amorfo completamente disordinato.

(3) H. A. Stuart, *Die Physik der Hochpolymeren–*, vol. III, p. 18, Springer–Verlag (1955).

(4) G. Natta, P. Corradini, M. Cesari, « Rend. Acc. Lincei », *22*, 615 (1957).

Elettrochimica. — *Elettrodo di riferimento per misure in bagni a base di floruri fusi.* Nota (*) del Corrisp. Roberto Piontelli (**).

La principale difficoltà, finora riscontrata nelle determinazioni di tensione elettrodica in bagni a base di floruri fusi (in particolare, in quelli, a base di criolite, usati per la produzione di alluminio, ma anche in quelli di sempre più vasto uso nella tecnologia dei metalli rari e di interesse per le industrie nucleari) è stata quella di trovare elettrodi di riferimento: definiti e riproducibili, dato il fortissimo potere aggressivo dei bagni e la necessità di operare a temperature anche superiori a 1000° C.

Tra i tipi di elettrodo, finora proposti e utilizzati (con risultati attendibili) ricorderemo:

1° quelli formati da alluminio fuso, a contatto diretto con il bagno in istudio;

2° quelli di grafite, ad atmosfera gassosa controllata.

Il primo tipo è stato ripetutamente impiegato nelle nostre determinazioni di sovratensione su elettrodi di alluminio (1); mentre il secondo, studiato specialmente da Autori russi (2), è stato anche da noi utilizzato per misure di sovratensione su anodi in grafite (3).

Poiché le determinazioni citate hanno permesso di dimostrare che quando si assicuri la costanza di composizione del bagno adiacente, la sovratensione è nulla per gli elettrodi di alluminio; mentre i fenomeni di sovratensione su elettrodi a grafite appaiono cospicui ed irregolari; abbiamo ritenuto opportuno di cercare di perfezionare l'elettrodo ad Al. Dopo una serie di tentativi, siamo pervenuti a trovare per l'elettrodo ad alluminio una forma di realizzazione che, eliminandone i difetti principali, lo rende nettamente preferibile ai tipi precedenti.

In un recipiente R (ved. fig. 1) (ad esempio, un sottile cilindro con fondo emisferico) di corindone sinterizzato (esternamente rivestito da una camicia S di grafite), si dispone, al fondo, alluminio (Al) ricoperto da un bagno B (ad esempio di criolite), soprassaturo in allumina.

Un sottilissimo foro F, praticato nelle pareti di corindone e di grafite, stabilisce il collegamento con il bagno B; nel quale si immerge l'elettrodo di riferimento.

(*) Presentata nella seduta del 10 gennaio 1959.

(**) Ved. al riguardo, il gruppo di memorie dedicate agli elettrodi di riferimento in bagni di sali fusi in: *Colloque international n. 73 du Centre National de la Recherche Scientifique (Paris, 1956)*, Editions C.N.R.S. Paris 1957, p. 217 a 266.

(1) R. Piontelli, G. Montanelli, «Alluminio», *22*, 672 (1953); ibid., *25*, 79 (1956).

(2) Ved. ad esempio S. I. Rempell, L. P. Khodak, «Zhur. Proklad. Khim.», *26*, 857 (1953); Antipin-Kulyotov, «C. R. Acad. U.R.S.S.», *100*, 95 (1955); S. I. Rempell, ibid., *76*, 411 (1951); S. I. Rempell, L. P. Khodak, ibid., *75*, 833 (1950).

(3) Note varie di prossima pubblicazione.

La connessione con gli apparati di misura è effettuata mediante un contatto W in tungsteno, immerso nell'alluminio, e superiormente rivestito da un tubicino K in corindone sinterizzato.

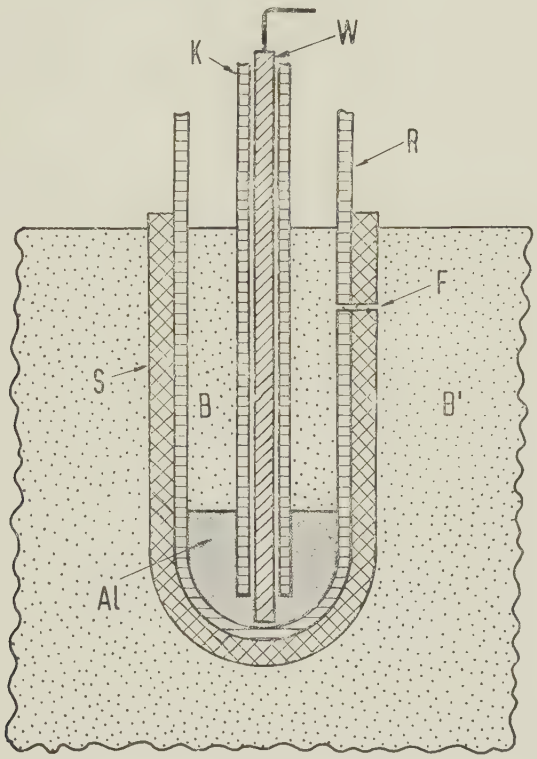


Fig. 1.

L'uso di un bagno (come B), soprassaturo in allumina [4], implica i vantaggi seguenti:

1° L'elettrodo possiede una costituzione chimica: ben definita (ad esempio: $Al/AlF_3 \cdot 3\,NaF$, sat in Al_2O_3), riproducibile e costante, ed ha comportamento praticamente reversibile [5], anche sotto corrente di densità relativamente elevata. La presenza dell'allumina in eccesso non solo evita le reazioni tra metallo e bagno (che sono la causa precipua di instabilità degli elettrodi ad Al), ma deprime fortemente gli effetti di polarizzazione di concentrazione dovuti ad erogazione di corrente.

(4) Conviene che questa sia dei tipi ad alta purezza e solubilità. Al posto della criolite, nel caso di misure su bagni di natura diversa, si possono usare i bagni stessi, sempre però soprassaturi in allumina. Al posto dell'alluminio, conservando le stesse caratteristiche, si possono usare anche altri metalli, conservando le altre caratteristiche costruttive dell'elettrodo, ma con perdita di parte dei suoi vantaggi.

(5) Sulle possibilità d'influenza dell'eventuale funzionamento elettrodico della protezione in grafite sarà detto in una successiva Nota.

2° L'attacco sulle pareti interne del recipiente in corindone (le cui pareti esterne sono protette dall'involucro in grafite [6] è ridotto al minimo, e, per misure di durata non eccessiva, le variazioni di composizione del bagno esterno sono trascurabili.

3° L'identità delle composizioni base dei bagni: B interno e B′ esterno (che differiscono solo per il loro contenuto in allumina) rende minime le « tensioni interliquido », la cui presenza ostacolerebbe l'impiego dell'elettrodo per molti fini.

Per quanto concerne il piazzamento dell'elettrodo nelle misure di sovratensione [7], si deve seguire il criterio di disporre l'elettrodo di riferimento ad una distanza dagli elettrodi sotto misura, sufficiente per evitare perturbazioni: 1° della distribuzione di corrente sugli elettrodi stessi; 2° della cinetica di apporto di sostanze alla loro superficie.

Con questo, le sovratensioni apparenti misurate includono una caduta ohmica (spesso determinabile separatamente mediante rilievi oscillografici) e una « polarizzazione di concentrazione » della quale, interessa, in generale, determinare separatamente il valore. Questo risultato può essere conseguito solo con ricerche sistematiche di confronto, ad esempio mediante apposite « pile di concentrazione » [8], o ricorrendo a coppie di elettrodi di riferimento, ciascuno in comunicazione con una delle regioni di bagno, tra le quali si vuol determinare la tensione di polarizzazione di concentrazione [9]. Sono lieto di ringraziare i dott. G. Bonomelli e P. Gorla che hanno validamente collaborato alla parte sperimentale di questo studio.

(6) L'introduzione di diaframmi porosi, che, data l'aggressività dei bagni, implicherebbe gravi problemi di materiale, non è risultata necessaria.

(7) Per quelle di f. e. m. in assenza di corrente, non sorgono ovviamente problemi al riguardo.

(8) Ved. nota (1).

(9) Per dettagliate discussioni al riguardo, ved. R. PIONTELLI, « Rend. Istituto Lombardo », Scienze lett. (A) *92*, 367 (1958); *88*, 51 (1955); « Z. f. Elektrochem. », *59*, 778 (1955): *Colloque international d'électrolyse*, Paris 1956, p. 251.

Fisiologia. — *Effetti della stimolazione della via ottica primaria sull'attività elettrica del* brachium pontis *e del* brachium conjunctivum *di Gatto* (*). Nota di Ettore Fadiga, Gian Pietro von Berger e Giulio Cesare Pupilli, presentata (**) dal Socio G. C. Pupilli.

A fine di completare una serie di ricerche [Fadiga, Pupilli e von Berger (1)] concernenti i potenziali evocati nella corteccia cerebellare di Gatto dalla stimolazione elettrica del N. ottico ovvero da quella fotica, abbiamo preso in esame la odologia degli impulsi che provocano il fenomeno, studiando in particolare le vie seguite dagli impulsi stessi nel propagarsi dalle stazioni ottiche mesencefaliche al cervelletto.

Snider e Stowell (2), che per primi delimitarono nel Gatto un'area corticocerebellare di proiezione visiva, hanno prospettato innanzi tutto la ipotesi di una trasmissione degli impulsi mediante fibre tetto-cerebellari. Questa spiegazione tuttavia non poggia finora su dati morfologici: mentre sono state descritte connessioni del tetto ottico col cervelletto in Rettili [cfr. la letteratura in Ariëns Kappers, Huber e Crosby (3)], Uccelli [Münzer e Wiener (4), Whitlock (5)] e Mammiferi meno perfezionati [Hines (6), Voris e Hoerr (7), Larsell (8), Tsai (9)], nei Mammiferi di organizzazione più complessa i dati dell'anatomia sono a questo proposito assai più scarsi e contrastanti [Ogawa e Mitomo (10), Larsell (11), cfr. Balduzzi (12)]; proprio nel Gatto, il fascio tetto-cerebellare non è stato mai descritto [cfr. Tasiro (13)].

Gli stessi Snider e Stowell (2) prendono in considerazione anche la possibilità della esistenza di collegamenti indiretti, stabiliti mediante *relais* intermedi, e menzionano la via tetto-ponto-cerebellare [cfr. anche Jansen e

(*) Lavoro eseguito, col sussidio del Consiglio Nazionale delle Ricerche, nell'Istituto di Fisiologia umana della Università di Bologna.

(**) Nella seduta del 10 gennaio 1959.

(1) E. Fadiga, G. C. Pupilli e G. P. von Berger, « Arch. Sci. biol. », XL, 541 (1956).

(2) R. S. Snider a. A. Stowell, « J. Neurophysiol. », VII, 331 (1944).

(3) C. U. Ariëns Kappers, G. C. Huber a. E. C. Crosby, *The comparative anatomy of the nervous system of Vertebrates, including man.* Vol. I, p. 755 e *passim.* New York, MacMillan (1936).

(4) E. Münzer u. H. Wiener, « Mschr. Psychiat. Neurol. », III, 378 (1898).

(5) D. G. Whitlock, « J. comp. Neurol. », XCVII, 567 (1952).

(6) M. Hines, « Anat. Rec. », XXIX, 217 (1924–25); « Phil. Trans. roy. Soc. London B) », CCXVII, 155 (1929).

(7) H. C. Voris a. N. Hoerr, « J. comp. Neurol. », LIV, 277 (1932).

(8) O. Larsell, « J. comp. Neurol. », LXIII, 251 (1935–36) e LXIV, 275 (1936).

(9) C. Tsai, « J. comp. Neurol. », XXXIX, 217 (1925).

(10) T. Ogawa u. S. Mitomo, « Jap. J. med. Sci. », Trans. I. Anat., VII, 77 (1938).

(11) O. Larsell, « J. comp. Neurol. », LXXXVII, 85 (1947).

(12) O. Balduzzi, « Riv. Patol. nerv. ment. », XXXI, 513 (1926).

(13) S. Tasiro, « Zschr. mikr.-anat. Forsch. », XLV, 321 (1939) e XLVII, 1 (1940).

Brodal [14]] che è interamente documentata nel Gatto con dati precisi. La prima componente di tale via è rappresentata dalle fibre del fascio tetto–pontino [Rasmussen [15]], che partono dal *colliculus anterior* e terminano nelle regioni laterali del grigio pontino, in corrispondenza dei nuclei *dorsolateralis* e *lateralis*; le fibre ponto–cerebellari [Brodal e Jansen [16]], che hanno origine negli addensamenti nucleari del grigio medesimo, rappresentano la seconda componente. Queste fibre giungono al cervelletto per il peduncolo medio e terminano nella corteccia del *paleocerebellum* come del *neocerebellum*; il che potrebbe spiegare assai bene la distribuzione topografica delle risposte corticocerebellari agli impulsi trasmessi per le vie ottiche, distribuzione che in diverse condizioni sperimentali [1] è diffusa al verme e agli emisferi.

Con le presenti ricerche abbiamo voluto esaminare come la stimolazione della via ottica primaria modifichi l'attività elettrica del *brachium pontis* e del *brachium conjunctivum*, ossia delle formazioni anatomiche nelle quali, come si è detto, decorrono le due vie ora specificate. Le differenze che di regola si rilevano tra la risposta corticocerebellare dell'animale non narcotizzato e quella dell'animale trattato con cloralosio [1], ci hanno indotti a effettuare le indagini in entrambe le condizioni di esperimento.

Sono stati impiegati complessivamente 42 Gatti, di peso variabile tra 1,5 e 3 kg. L'intervento chirurgico, eseguito in narcosi eterica, è stato descritto nel nostro precedente lavoro [1] e consisteva essenzialmente nella intubazione della trachea e nell'apertura di una breccia ossea in corrispondenza della superficie dorsale del cervelletto. Le osservazioni sperimentali avevano inizio almeno 2 h dopo la somministrazione dell'etere e si effettuavano nell'animale immobilizzato con Sincurarina (5 mg/kg per via intravenosa) e soccorso con la respirazione artificiale (pompa Beaudouin); la corteccia cerebellare messa allo scoperto era mantenuta sotto uno strato di olio di vaselina, riscaldato alla temperatura di 37°–38° C mediante una lampada a raggi infrarossi.

Per la stimolazione abbiamo impiegato sia *flashes* di luce bianca, prodotti da un fotostimolatore Kaiser (la cui lampada era posta a 30 cm dall'occhio in midriasi atropinica), sia singoli impulsi elettrici rettangolari forniti da un apparecchio Grass mod. S4B e applicati direttamente sulla papilla del N. ottico mediante un elettrodo infisso sotto controllo oftalmoscopico: in entrambi i casi, la stimolazione era unilaterale; le caratteristiche fisiche degli stimoli sono indicate nel lavoro più volte citato [1].

La derivazione dell'attività provocata peduncolare avveniva usando come elettrodo critico [17] un ago di acciaio (di resistenza pari a 8000–10000 Ω)

(14) J. Jansen a. A. Brodal, *Aspects of cerebellar anatomy*. Oslo, Johan Grundt Tanum (1954).

(15) A. T. Rasmussen, « J. comp. Neurol. », LXIII, 501 (1936).

(16) A. Brodal a. J. Jansen, « J. comp. Neurol. », LXXXIV, 31 (1946).

(17) Abbiamo impiegato il metodo unipolare: l'elettrodo indifferente era costituito da una vite infissa nell'osso frontale.

assottigliato mediante elettrolisi [Grundfest, Sengstaken, Oettinger e Gurry [18]] e isolato fuorché in punta, dove il diametro era di 30–50 μ; tale elettrodo, montato sul micromanipolatore dell'apparecchio stereotassico (mod. Dell), veniva approfondato fino al peduncolo superiore o medio secondo una direzione parallela al piano del tentorio, ed era orientato conforme alle tavole di Horsley–Clarke, nei piani frontali $P_7 — P_9$. Nel calcolo delle coordinate si teneva conto della inclinazione dell'elettrodo rispetto all'asse verticale; la posizione raggiunta era poi controllata nei preparati microscopici.

Abbiamo usato un preamplificatore Grass mod. P 4 a resistenza–capacità, un oscillografo Du Mont mod. 322 A a due pennelli catodici e un fotochimografo Grass mod. C–4 C. La linea isopotenziale era stabilizzata da un condensatore della capacità di 330 pF, posto in serie all'ingresso dell'oscillografo; tra gli elettrodi e il preamplificatore era inserito un ripetitore catodico (*cathode follower*).

Nella maggioranza delle prove abbiamo registrato contemporaneamente i fenomeni provocati da un unico stimolo nel peduncolo cerebellare medio e in quello superiore ovvero in uno dei due peduncoli e nella corteccia vermiana. Nel primo caso utilizzavamo due aghi–elettrodi del tipo ora descritto; nel secondo, gli elettrodi e il circuito usati per la derivazione dei potenziali evocati corticali erano identici a quelli indicati in precedenza [1]. In 11 animali, l'attività peduncolare è stata studiata anche dopo l'ablazione acuta del cervelletto, alla quale si procedeva aspirando l'organo mediante una pipetta di vetro collegata con una pompa a vuoto: s'iniziavano le registrazioni dopo la scomparsa dello *shock* operatorio, lasciando passare 30–40 min dall'intervento.

Le risposte che per stimolazione della via ottica primaria si derivano dai peduncoli esplorati, sotto l'aspetto descrittivo generico sono costituite essenzialmente da oscillazioni rapide di potenziale della durata di circa 1–1,5 msec e dell'ampiezza di 40–200 μV, negative o raramente difasiche, (fig. 1, A, B e C: tracciati inferiori). Tali *spikes* hanno una frequenza di solito compresa tra 300 e 500/sec e sono raggruppati in scariche [19]: i valori

(18) H. Grundfest, R. W. Sengstaken, W. H. Oettinger a. R. W. Gurry, « Rev. sci. Instrum. », XXI, 360 (1950).

(19) Negli esperimenti in cui erano impiegati stimoli elettrici di elevato voltaggio o elettrodi di derivazione di diametro relativamente grande (40–50 μ alla punta), specie nell'animale cloralosato, la scarica registrata dai peduncoli è talora inscritta in un potenziale più lento (20–40 msec), negativo o difasico, che può prolungarsi per qualche millisecondo dopo la scomparsa degli *spikes* e al contrario di questi non è completamente abolito dalla elettrocoagulazione del tessuto effettuata attorno alla punta esplorante. Le caratteristiche di questa oscillazione e le particolari condizioni che ne favoriscono la comparsa, inducono a ritenere l'oscillazione stessa, almeno in parte, un effetto di diffusione e ad attribuirne la genesi all'attività di elementi lontani dall'elettrodo di derivazione: gli elettrodi usati da noi, avendo dimensioni che non consentono di annoverarli propriamente nel gruppo dei microelettrodi, raccolgono non solo l'attività delle fibre a loro più prossime ma anche i

di latenza delle scariche stesse sono compresi in bande che nelle condizioni dei nostri esperimenti corrispondono a 4–25 e 25–55 msec, secondo che si utilizzi la stimolazione elettrica del N. ottico o rispettivamente quella fotica. Il procedimento di stimolazione non influisce sostanzialmente sui rapporti

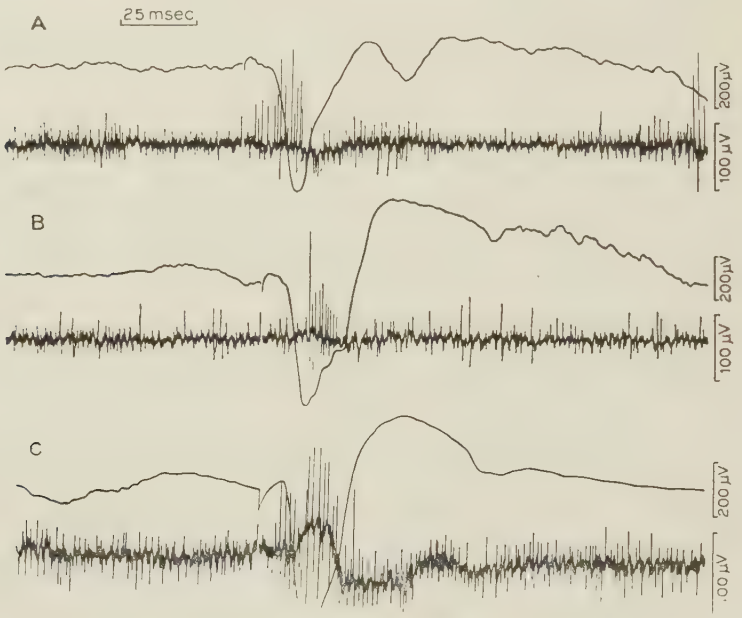


Fig. 1. – Attività elettrica destata dalla stimolazione del N. ottico nel peduncolo cerebellare medio e in quello superiore (porzione mediale) di Gatto e registrata contemporaneamente alla risposta della corteccia vermiana.

I grafici riprodotti in A e in B sono stati ottenuti in mancanza di narcosi; C si riferisce a un altro animale, trattato con cloralosio (70 mg/kg, i. p.). L'elettrogramma superiore di ogni registrazione è derivato dalla superficie del *folium vermis*; quello inferiore è derivato in A dal *brachium pontis* di sinistra, in B e C dalla porzione mediale del *brachium conjunctivum* dello stesso lato. Si notino i rapporti cronologici esistenti tra le scariche peduncolari e la risposta vermiana, e si confrontino tra loro le risposte ottenute dalla porzione mediale del *brachium conjunctivum* rispettivamente in B e in C. In questa figura e in tutte le successive, la polarità negativa è espressa dalla deflessione verso l'alto e il tempo di applicazione dello stimolo è indicato dall'artefatto.

cronologici tra le risposte derivabili dai due peduncoli esplorati, né su quelli che esistono tra dette risposte e i potenziali evocati dalla corteccia del cervelletto.

Nel Gatto non narcotizzato, la scarica di *spikes* derivabile dal *brachium pontis* si protrae per 7–18 msec e ha una latenza che corrisponde a 4–8 msec negli esperimenti di stimolazione elettrica del N. ottico (fig. 1, A, elettro-

fenomeni dovuti all'attivazione massiva di più vasti territori. Nelle condizioni sperimentali delle nostre osservazioni, la breve costante di tempo del circuito di amplificazione importa nel grafico la distorsione dei fenomeni lenti; nella esposizione dei risultati, considereremo quindi le sole manifestazioni rapide.

gramma inferiore), a 25–35 msec nelle prove di stimolazione fotica; nel *brachium conjunctivum* (fig. 1, B, elettrogramma inferiore), gli effetti degli stimoli da noi impiegati si traducono in una salva d'impulsi di andamento simile a quello ora descritto, ma di latenza sempre più lunga e maggiormente variabile nei diversi preparati (12–25 ovvero 35–55 msec, rispettivamente nel caso della stimolazione diretta del nervo e in quello della stimolazione luminosa). Dallo studio dei grafici ottenuti in mancanza di narcosi, registrando contemporaneamente la risposta del *brachium pontis* e quella provocata dallo stesso stimolo nella corteccia vermiana, risulta come la scarica peduncolare s'inizi sempre prima che si manifesti l'onda superficie–positiva della reazione corticale e abbia termine in coincidenza con la fine della fase discendente di detta onda ovvero con l'inizio della sua fase ascendente (figura 1, A); nei casi in cui la componente superficie–positiva è preceduta da una piccola deflessione di segno opposto, effetto della diffusione fisica dei potenziali delle vie afferenti profonde [1], la salva d'impulsi registrata dal peduncolo medio e la detta oscillazione negativa derivabile dalla corteccia cerebellare s'iniziano nello stesso tempo. Esaminando invece gli elettrogrammi registrati simultaneamente, sempre nel Gatto non narcotizzato, dalla corteccia del verme e dal *brachium conjunctivum*, si osserva (fig. 1, B) come l'attività provocata s'inizi nel peduncolo di solito in coincidenza con la fase ascendente dell'onda superficie–positiva della risposta vermiana; inoltre, come la scarica peduncolare abbia fine al termine di detta fase o nel corso della fase ascendente dell'onda superficie–negativa.

Dopo la somministrazione di cloralosio (70 mg/kg per via intraperitoneale), le salve d'impulsi provocate nel peduncolo cerebellare medio dalla stimolazione della via ottica primaria hanno una durata maggiore di quella rilevata prima del trattamento, sono costituite da *spikes* spesso più ampi e frequenti e si derivano anche da preparati che in mancanza di narcosi non risultano attivabili dagli stimoli da noi saggiati o lo sono in misura assai scarsa; l'inizio dell'attività provocata nel peduncolo precede quello della reazione corticale, come si osserva nell'animale non narcotizzato. Gli effetti che la somministrazione del farmaco provoca nella risposta del *brachium conjunctivum*, qualora le derivazioni avvengano dalle sue porzioni laterale e intermedia, sono paragonabili a quelli ora descritti e consistono essenzialmente in un aumento tanto della frequenza e dell'ampiezza degli *spikes* quanto della durata della scarica: in questo caso, il confronto tra la latenza dell'attività peduncolare e quella della risposta cerebellare di superficie porta alle stesse conclusioni esposte a proposito degli esperimenti eseguiti prima del trattamento.

Quando invece l'attività elettrica si derivi dalla porzione mediale del *brachium conjunctivum* del Gatto cloralosato, gli elettrogrammi mostrano fenomeni che si differenziano da quelli registrabili dalle altre porzioni del peduncolo: la scarica derivata da tale sede (fig. 1, C) ha infatti un tempo di latenza assai più breve di quello misurabile nei grafici ottenuti avanti il trattamento dell'animale con cloralosio, la scarica stessa iniziandosi prima

della reazione corticocerebellare [20]. Nelle sue fasi ulteriori, la salva d'impulsi derivata dalla porzione mediale del peduncolo superiore presenta, nell'animale narcotizzato, un andamento uguale a quello dei fenomeni evocati nelle rimanenti porzioni; contemporaneamente a tali fenomeni, termina dopo la scarica del *brachium pontis*.

Per l'ablazione acuta del cervelletto, sia nell'animale non narcotizzato (figg. 2, A e 3, A: elettrogrammi superiori) sia in quello trattato con cloralosio (figg. 2, B e 3, B: elettrogrammi superiori), la risposta del *brachium*

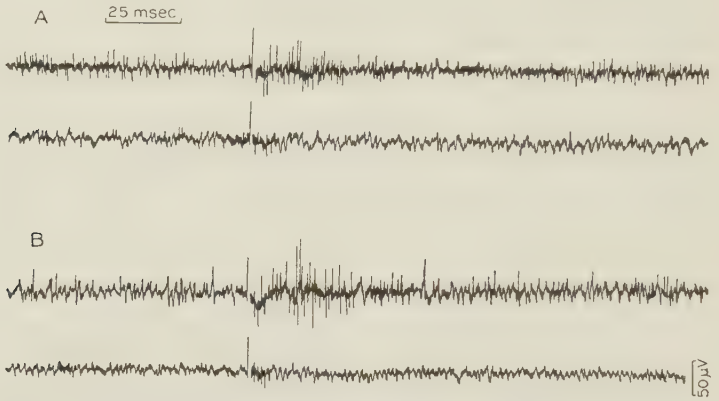


Fig. 2. – Registrazioni contemporanee eseguite dal peduncolo cerebellare medio e da quello superiore (porzione laterale) di un Gatto decerebellato.

Tanto in A quanto in B, l'elettrogramma superiore è derivato dal *brachium pontis* di sinistra e quello inferiore dal *brachium conjunctivum* (porzione laterale) dello stesso lato; in A, elettrogrammi ottenuti in mancanza di narcosi; in B, elettrogrammi ottenuti dopo il trattamento con cloralosio (70 mg/kg, i. p.). Si rilevi come in entrambe le registrazioni l'effetto della stimolazione elettrica del N. ottico (indicata dall'artefatto) sia osservabile solo nel grafico dell'attività del *brachium pontis*. La calibrazione riportata in B vale per tutti gli elettrogrammi.

pontis non è modificata rispetto a quella ottenuta prima dell'intervento. Quanto agli effetti che la decerebellazione provoca nella scarica derivabile dal *brachium conjunctivum*, occorre tenere tra loro distinte le osservazioni eseguite in mancanza di narcosi e quelle effettuate nell'animale cloralosato: nel primo caso, dopo l'ablazione dell'organo non si ottiene nessuna risposta dal peduncolo, qualunque sia la porzione esplorata (figg. 2, A e 3, A: elettrogrammi inferiori); durante la narcosi cloralosica, una salva d'impulsi è invece rilevabile nei grafici, purché la derivazione sia effettuata dalla porzione mediale (fig. 3, B, elettrogramma inferiore). Raffrontando questa scarica con quella che si ottiene dalla stessa sede prima dell'intervento, si rileva che i valori di latenza sono uguali, ma che la durata è più breve nel preparato decerebellato: dopo l'intervento, la risposta derivabile dalla porzione me-

(20) Il tempo di latenza di tale risposta è poco più lungo di quello della scarica che si registra dal peduncolo medio: la differenza non supera 2 msec e appare chiaramente solo nelle registrazioni eseguite a grande velocità. Il significato di tale differenza sarà discusso nel lavoro *in extenso*.

diale del *brachium conjunctivum* cessa infatti contemporaneamente a quella del *brachium pontis* (fig. 3, B).

I dati ottenuti sono rappresentati schematicamente nella fig. 4. La scarica derivata dal peduncolo cerebellare medio del Gatto tanto non narcotizzato (fig. 4, I, BP) quanto trattato con cloralosio (fig. 4, II, BP) deve senz'altro dirsi cerebellipeta, perché permane immodificata dopo l'asportazione del cervelletto (fig. 4, III e IV, BP): negli elettrogrammi registrati

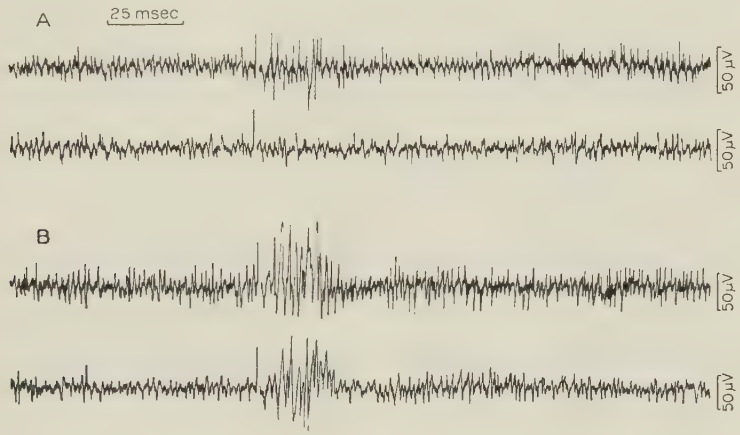


Fig. 3. – Registrazioni contemporanee eseguite dal peduncolo cerebellare medio e da quello superiore (porzione mediale) di un Gatto decerebellato.

Tanto in A quanto in B, l'elettrogramma superiore è derivato dal *brachium pontis* di destra e quello inferiore dal *brachium conjunctivum* (porzione mediale) dello stesso lato. In A, elettrogrammi ottenuti in mancanza di narcosi: l'effetto della stimolazione diretta del N. ottico (indicata dall'artefatto) si osserva solo nel tracciato registrato dal *brachium pontis*. In B, elettrogrammi ottenuti dopo il trattamento con cloralosio (70 mg/kg, i. p.): l'effetto di uno stimolo uguale al precedente si osserva in entrambi i grafici.

dall'animale con nevrasse integro, come si è visto, il suo inizio precede quello della risposta cerebellare. In senso cerebellifugo si propagano invece quelle scariche del *brachium conjunctivum* che hanno una latenza più lunga rispetto alla risposta registrata dalla superficie del cervelletto (fig. 4, I, BC_1 e BC_2; II, BC_2): non si ottengono infatti dopo la decerebellazione (fig. 4, III, BC_1 e BC_2; IV, BC_2) e non possono quindi attribuirsi a fibre di origine mesencefalica, dotate di velocità di conduzione minore di quella degli elementi del peduncolo medio. Tali sono le scariche che si registrano: *a*) in mancanza di narcosi da tutte e tre le porzioni del peduncolo; *b*) durante la narcosi cloralosica, solo dalle sue porzioni laterale e intermedia.

La salva di *spikes* che si registra dalla porzione mediale del *brachium conjunctivum* del Gatto cloralosato e col nevrasse integro (fig. 4, II, BC_1), partecipa delle caratteristiche di entrambe le risposte peduncolari dianzi ricordate: rispetto alla reazione corticocerebellare è precoce come la risposta del peduncolo medio, ma in confronto di quest'ultima ha una durata più lunga, avendo fine contemporaneamente alle scariche derivate dalle altre

porzioni del peduncolo superiore. Gli effetti della cerebellectomia mettono in chiaro il significato della risposta in esame e inducono a credere che essa sia la manifestazione elettrografica di fenomeni che si svolgono in fibre di diversa origine, e cioè in parte afferenti e in parte efferenti rispetto al cervelletto:

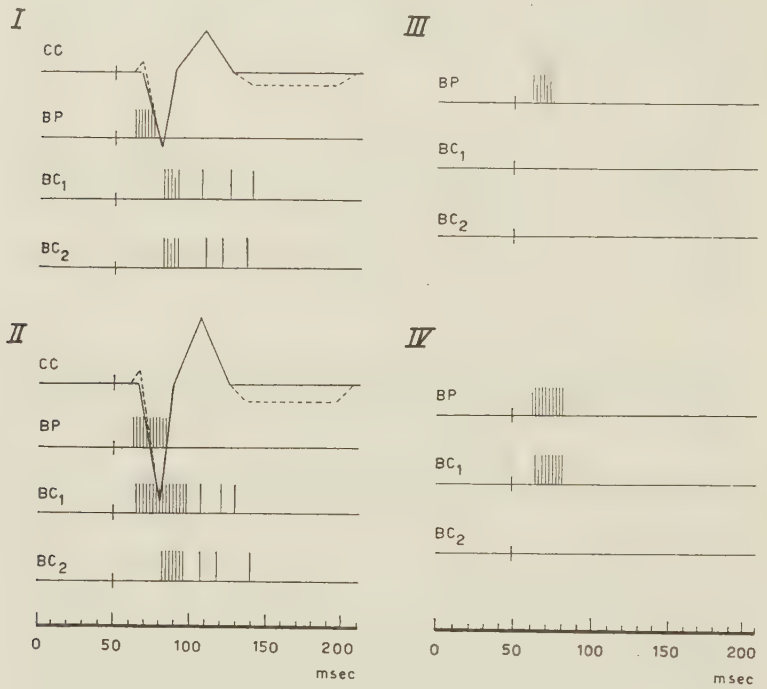


Fig. 4. – Rappresentazione schematica: *a*) dei rapporti cronologici tra la risposta evocata dalla stimolazione della via ottica primaria nella corteccia del verme (CC) e quelle destate nel *brachium pontis* (BP) e nel *brachium conjunctivum* (porzione mediale, BC_1; porzioni intermedia e laterale, BC_2); *b*) degli effetti provocati sulle risposte peduncolari dall'ablazione del cervelletto.

I quattro diagrammi sintetizzano i risultati degli esperimenti eseguiti nell'animale non narcotizzato (I e III) ovvero cloralosato (II e IV), in entrambi i casi prima (I e II) e dopo (III e IV) la decerebellazione; in CC le linee tratteggiate indicano fenomeni meno costanti. La rappresentazione della frequenza degli *spikes* peduncolari è arbitraria.

dopo l'ablazione dell'organo, dalla porzione mediale del *brachium conjunctivum* del Gatto cloralosato si registra infatti una scarica provocata (fig. 4, IV, BC_1), che ha una durata nettamente più breve rispetto a quella ottenuta dalla stessa sede nell'animale col nevrasse integro (fig. 4, II, BC_1) e cessa contemporaneamente alla risposta derivata dal *brachium pontis*. Ci sembra quindi giustificato ammettere che nella parte anzidetta del peduncolo superiore, frammiste alle fibre cerebellifughe si trovino fibre cerebellipete attivabili mediante la stimolazione della via ottica primaria; inoltre, poiché una scarica riferibile a questa via afferente manca negli elettrogrammi otte-

nuti dall'animale non trattato con cloralosio (fig. 4, I, BC_1), si può concludere che l'attivazione di fibre cerebellipete nella porzione mediale del *brachium conjunctivum* sia la conseguenza dei noti effetti facilitanti esercitati dal farmaco [cfr. la letteratura in Fadiga, von Berger e Carutti [21]].

Le considerazioni morfologiche che possono svolgersi sul fondamento di questi dati funzionali, saranno esposte nel lavoro *in extenso*.

(21) E. Fadiga, G. P. von Berger e M. B. Carutti, « Arch. Sci. biol. », XLIII, in corso di stampa.

Biologia. — *Alleloparassitismo. Una forma reversibile di parassitismo protelico* (*). Nota (**) del Socio Guido Grandi.

È noto che il « parassitismo » costituisce una forma di simbiosi antagonistica, così chiamata perché uno dei simbionti ritrae (dalla simbiosi) un vantaggio, il quale sovente consiste nel consumare integralmente, o quasi, l'altro simbionte.

Il fenomeno del parassitismo, inteso in senso largo, comprende innumeri modalità di azione e di reazione, che non è il caso, per ragioni intuitive, di esporre qui, neppur succintamente, né, tanto meno, di discutere. Ci limiteremo a ricordare che, seguendo M. Caullery (1922), si usa denominare « parassiti protelici » quei parassiti, i quali resultano tali solo da giovani, e conseguentemente, nello sterminato mondo degli Insetti olometabolici, solo allo stato di larva.

Al fine di discriminare, secondo i criteri della nostra mentalità, i diversi comportamenti degli Insetti parassiti protelici, abbiamo stabilito un certo numero di categorie biologiche che li riguardano, e parliamo, ad esempio, di « multiparassitismo » quando più specie di parassiti attaccano un individuo della vittima, di « superparassitismo » allorché un individuo della vittima viene invece assalito da più individui del medesimo parassita; di « iperparassitismo » riferendoci ai parassiti che eleggono come vittime entomati alla lor volta parassiti; di « autoparassitismo » a proposito di quegli Insetti che si evolvono a spese di altri individui della loro specie; di « parassitismo sincrono » od « asincrono » allorché il ciclo del parassita si adegua, o no, a quello dell'ospite; di « cleptoparassitismo » infine quando abbiamo a che fare con parassiti, i quali, invece di andare a cercar vittime per i propri figli, approfittano di quelle già catturate ed ammassate da un altro insetto per proprio uso e consumo, impossessandosene, direttamente od indirettamente, con arti talora sopraffine. Perciò si sono meritati da noi, il che vale a dire secondo l'etica umana, il nome di « ladri ».

Ben si comprende come, nonostante l'artificiosità dei loro limiti, e della loro stessa essenza, queste categorie ci facilitino la comprensione del fenomeno, ci aiutino a penetrare nelle sue manifestazioni e ci chiariscano la sua complessità.

Ciò premesso in funzione propedeutica, dirò che, nel corso dei miei studi sulla biologia degli Imenotteri superiori, io sono venuto gradualmente scoprendo una forma di parassitismo protelico piuttosto singolare, in quanto esso è sostenuto dalle medesime specie, ma in due simbiosi (patentemente antagonistiche) diverse, che vedono agire, rispettivamente, da parassita e da vittima, l'uno o l'altro simbionte. Si tratta, perciò, di un parassitismo protelico reversibile, o reciproco che dir si voglia.

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Entomologia dell'Università di Bologna.

(**) Presentata nella seduta del 10 gennaio 1959.

Esponiamo ora i fatti a cominciare da quelli accertati senza possibilità di equivoci, e che non richiedono adunque ipotesi di sorta per essere interpretati.

Il gruppo delle Oxibeline rientra nella grande famiglia degli Imenotteri Sfecidi, pleiade di eletti fra gli Insetti più intelligenti, e racchiude due soli generi italiani: *Belomicrus* Costa (la cui unica specie nostrana, il *B. italicus* Costa, ci è etologicamente sconosciuta) ed *Oxybelus* Latr. (con poco meno di una ventina di specie reperibili nel nostro Paese).

Gli *Oxybelus* sono piccoli Sfecidi morfologicamente caratteristici per i due vistosi processi laminari laterali che ne ornano il postscutello mesotoracico e per il mucrone mediale di cui è fornito il loro propodeo. Essi nidificano nel sottosuolo e scavano gallerie che perforano la terra, sfociando in celle ove viene allevata la prole, fornita anticipatamente del cibo necessario (da qui il nome loro conferito di « celle pedotrofiche »). Nutrono le proprie larve con Ditteri Brachiceri adulti, portati cumulativamente al covo, paralizzati a dovere mediante iniezioni del secreto delle glandole annesse all'apparecchio genitale e, spesso, curiosamente impalati nell'aculeo, l'arma stessa con la quale li hanno punti.

Io ho potuto mettere in luce la eto–ecologia di una mezza dozzina di specie, ma quella a cui mi riferisco è l'*O. victor* Lepel. *melancholicus* Chevr., forma rientrante probabilmente nel campo di variabilità della specie tipica. Le vittime disseppellite dai pochi suoi nidi che sono riuscito ad individuare e ad esplorare appartengono a quattro famiglie (Muscidi, Calliforidi, Sarcofagidi e Larvevoridi) e a 10 generi (*Musca* L., *Stomoxys* Geoffr., *Lucilia* Rob. Desv., *Sarcophaga* Meig., *Metopia* Meig., *Macronychia* Rond., *Cylindromyiopsis* Bezzi, *Tachina* Meig., *Stomatomyia* Br. et Berg. e *Tryphera* Meig.) di Ciclorafi, aventi comportamenti e cicli vitali svariatissimi, nonché (da larve) un regime dietetico altrettanto svariato (zoo–e fito–necrofago, zoo–e fito–saprofago, coprofago, sarcofago, zoofago, ecc.). Comprendono perciò anche entità parassite, come i Larvevoridi, vari Calliforidi e Sarcofagidi. Fra questi ultimi è compreso il Metopiino *Metopia Staegeri* Rond., appartenente ad un genere interessante, che include entità cleptoparassite, almeno in riguardo al sottogenere *Metopia* Meig. sensu stricto [1], di Eumenidi e Sfecidi nidificanti nel terreno [2], nei cui covi esse depongono (viviparamente) le loro larvette (una o più), le quali, dopo avere distrutto, o no, il germe del legit-

(1) Cfr. la recente revisione del gen. *Metopia* Meig. fatta da Venturi (F. VENTURI, *Notulae dipterologicae.* – V. *Revisione sistematica del gen.* Metopia *Meig. in Italia*, « Boll. Istit. Entom. Univ. Bologna », XIX, pp. 147–170, 20 figg. (1952).

(2) Se, come osserva Venturi (loc. cit.), col nome di *Metopia leucocephala* Rossi, non sono state determinate specie diverse, io ho, ad esempio, trovato questa *Metopia* evolversi a spese dei seguenti Eumenidi e Vespidi, tutti nidificanti sotto terra: *Hoplopus poecilus* Sauss., cacciatore di larve di Coleotteri Curculionidi Hyperini; *Mellinus arvensis* L., cacciatore di Ditteri; *Bembix integra* Panz., pure cacciatrice di Ditteri; *Philanthus triangulum* F., cacciatore di operaie dell'Ape domestica; *Cerceris rubida* Jur., cacciatrice di Microcoleotteri (Falacridi, Nitidulidi, Crisomelidi, Bruchidi, Curculionidi); *Oxybelus argentatus* Curt., cacciatore di Ditteri Terevidi.

timo proprietario, consumano le provviste da esso immagazzinate e, se la larva dell'imenottero è riuscita eventualmente a sgusciare dall'uovo, la lasciano morire d'inedia.

Fin qui, tuttavia, i reperti scaturiti dalle mie ricerche, pur resultando suggestivi in riguardo alla possibilità di reversione dell'azione parassitica, non autorizzano nessuna affermazione obiettiva.

Nella simbiosi antagonistica *Oxybelus–Metopia* sopra esposta il Dittero rappresenta il simbionte sacrificato (la vittima diretta) e lo Sfecide quello parassita (sensu stricto). Niente altro.

Il 23 luglio 1926 però avvenne il fatto nuovo. Mentre ero intento a seguire da vicino, a Monte Stanco di Grizzana (Vergato) in provincia di Bologna, le manovre di una femmina nidificante di *Oxybelus victor melancholicus* Chevr., sorpresi una femmina di *Metopia Staegeri* Rondani nell'atto di introdursi, durante l'assenza della madre Sfecide, entro il covo di questa. Levava la terra che ne ostruiva l'entrata con le zampe anteriori (*canis instar*) e si apriva, senza esitazione, una via di accesso alla roccaforte da conquistare, sia pure subdolamente, per la vita dei propri figli [3].

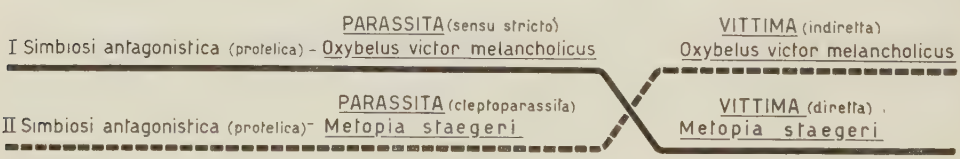
La scoperta inverte, drasticamente, la situazione precedente.

Nella seconda simbiosi antagonistica *Oxybelus–Metopia* è infatti lo Sfecide che rappresenta il simbionte sacrificato (la vittima indiretta) e il Dittero quello parassita (cleptoparassita).

Noi ci troviamo pertanto innanzi a due Insetti potenzialmente parassiti l'uno dell'altro.

A tale forma di «parassitismo protelico reversibile» o «reciproco», per brevità e precisione di linguaggio scientifico, do il nome di «alleloparassitismo».

Esso può venire così schematicamente rappresentato.



È molto probabile che l'«alleloparassitismo» si verifichi anche fra altri Insetti. Ad esempio fra altri *Oxybelus* e lo stesso od altri Metopiini, nonché, nell'ambito della sottofamiglia delle Crabronine, nelle specie che cacciano Ditteri Brachiceri e sono suscettibili di venire parassitizzate da Ditteri Sarcofagini. Lasciamo da parte ciò che può accadere fra predatori e predatori e fra predatori e parassiti, perché esulerebbe, in caso, dai comportamenti considerati in questa Nota.

(3) L'osservazione porta una vecchia data, ma la determinazione specifica della *Metopia* è stata fatta solo recentemente.

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Analisi funzionale. — *Remarque sur un théorème d'approximation de H. Yamabe.* Nota di IVAN SINGER, presentata(*) dal Socio M. PICONE.

H. Yamabe a démontré [3] le théorème suivant (v. aussi [2], p. 87):

Soient M *un ensemble convexe partout dense dans un espace vectoriel normé réel* E, *et* $f_1, \cdots, f_m$ *m fonctionnelles linéaires continues sur* E. *Alors pour tout élément* $x \in E$ *et tout nombre* $\varepsilon > 0$ *il existe un élément* $p \in M$ *tel que*

$$\| x - p \| < \varepsilon ,$$

$$f_i(p) = f_i(x) , \qquad i = 1, \cdots, m .$$

La démonstration de ce théorème, donnée par H. Yamabe [3], est assez lourde. Dans cette Note nous nous proposons de donner une démonstration tout à fait élémentaire du théorème suivant (un peu plus général que le théorème de Yamabe):

THÉORÈME. – *Soient* M *un ensemble convexe partout dense dans un espace vectoriel topologique réel* E, *et* $f_1, \cdots, f_m$ *m fonctionnelles linéaires continues sur* E. *Alors pour tout élément* $x \in E$ *et tout voisinage* $V(x)$ *de* x *il existe un élément* $p \in M$ *tel que*

$$p \in V(x) ,$$

$$f_i(p) = f_i(x) , \qquad i = 1, \cdots, m .$$

Démonstration. – Il est évident, à cause d'une translation, qu'il suffit de démontrer le théorème pour $x = \theta$, l'élément nul de E.

Comme θ appartient à l'ensemble

$$G = \{ y \in E \mid f_i(y) = 0 \ , \ i = 1, \cdots, m \} ,$$

il suffit de démontrer que l'ensemble $G \cap M$ est partout dense dans G.

On peut supposer, sans restreindre la généralité, que $f_1, \cdots, f_m$ sont linéairement indépendantes. Les ensembles

$$G_k = \{ y \in E \mid f_i(y) = 0 \ , \ i = 1, \cdots, k \} , \qquad k = 1, \cdots, m$$

sont alors sous-espaces vectoriels fermés de E tels que

$$E = G_0 \supset G_1 \supset \cdots \supset G_m = G ,$$

et G_k est un hyperplan fermé dans G_{k-1} $(k = 1, \cdots, m)$.

(*) Nella seduta del 10 gennaio 1959.

Comme par hypothèse M est convexe et partout dense dans $E = G_0$, et comme chaque $G_k \cap M$ ($k = 1, \cdots, m$) est convexe (étant l'intersection de deux ensembles convexes), en appliquant successivement m fois le résultat d'un exercice élémentaire de N. Bourbaki ([1], chap. II, § 1, p. 55, exerc. 18 [1]), on trouve que $G_1 \cap M$ est partout dense dans G_1, que $G_2 \cap M = G_2 \cap (G_1 \cap M)$ est partout dense dans G_2, et enfin que $G_m \cap M = G_m \cap (G_{m-1} \cap M)$ est partout dense dans G_m, c'est-à-dire que $G \cap M$ est partout dense dans G, ce qui achève la démonstration.

Bibliographie.

[1] N. Bourbaki, *Espaces vectoriels topologiques*, ch. I–II, « Act. sci. et ind. », 1189, Paris, 1953.

[2] N. Dunford et J. Schwartz, *Linear operators*. – I. *General theory*, Intersc. publ. 7, New York, 1958

[3] H. Yamabe, *On an extension of the Helly's theorem*, « Osaka Math. Journ. », vol. 2, no. 1, 1950, pp. 15–17.

(1) Rappelons que cet exercice établit le suivant résultat élémentaire: Si M est un ensemble convexe partout dense dans un espace vectoriel topologique réeel E et si H est un hyperplan fermé dans E, $H \cap M$ est partout dense dans H.

Geometria. — *Sulle k–calotte contenute in una quadrica rigata di* $S_{3,q}$. Nota di FRANCESCO MAISANO, presentata (*) dal Socio B. SEGRE.

1. Chiameremo, con B. Segre, $S_{3,q}$ uno spazio a tre dimensioni sopra un campo di Galois, γ_q, con q elementi (1); k–calotta di $S_{3,q}$ un insieme di k punti di questo spazio di cui mai tre risultino allineati.

Poggiando su precedenti risultati di B. Segre, A. Barlotti e G. F. Panella (2) hanno dimostrato, tra l'altro, che ogni quadrica ellittica di $S_{3,q}$, è una $q^2 + 1$ calotta e che viceversa, quando q è dispari, ogni $q^2 + 1$ calotta è una quadrica ellittica.

Una quadrica contenente rette non è, naturalmente, una calotta: essa è però (3) un luogo di $(q + 1)^2$ punti tale che, se tre punti di una retta appartengono ad esso, l'intera retta vi appartiene.

B. Segre, nel corso sulle « Geometrie di Galois » da lui tenuto nel Convegno di Geometria algebrica di Taormina (28 ottobre–2 novembre 1958), ha esposto numerosi suoi risultati sui k–archi e sulle k–calotte di un $S_{r,q}$ (4) ed ha sollevato anche vari problemi ad essi collegati. In particolare, premesso che i punti di una calotta appartenente ad una quadrica rigata di un $S_{3,q}$ non possono essere più di $2q + 2$, ed affermata l'esistenza di $(2q + 2)$–calotte su una quadrica rigata Q di $S_{3,q}$ (calotte massime) di Q, B. Segre ha proposto, come esercizio, la classificazione di tutte le possibili configurazioni K di punti costituenti una calotta su una quadrica rigata Q non singolare di $S_{3,q}$. Nella presente Nota si dà risposta a tale questione, il che potrà costituire lo spunto per ulteriori ricerche nell'indirizzo segnalato da B. Segre.

Più precisamente, si determinano tutte le calotte su di una quadrica rigata Q complete in Q, non contenute cioè in una calotta di Q dotata di un numero maggiore di punti (5). Si dimostra che esistono k–calotte di Q complete in Q solo per $k = 2q + 2$, $k = 2q + 1$, e se ne determinano tutti i possibili tipi. Si parlerà di « tipo » di una calotta nel seguente senso: dette $[r]$ ed $[s]$ le due schiere di rette della quadrica rigata non degenere Q, e r_i $(i = 1, 2, \cdots, q + 1)$ le rette della schiera $[r]$, s_j $(j = 1, 2, \cdots, q + 1)$ le rette della schiera $[s]$, due k–calotte – ossia insiemi di punti intersezioni ciascuno di una r_i con una s_j – si diranno dello stesso tipo se possono essere

(*) Nella seduta del 10 gennaio 1959.

(1) Cfr. B. SEGRE, *Lezioni di geometria moderna*, vol. I, Bologna, Zanichelli 1948.

(2) A. BARLOTTI, *Un'estensione del teorema di Segre–Kustaanheimo*, « Boll. U.M.I. » (3), *10*, 4, pp. 498–506 (1955); G. F. PANELLA, *Caratterizzazione delle quadriche di uno spazio (tridimensionale) lineare sopra un corpo finito*, ibidem, pp. 507–513.

(3) Cfr. G. TALLINI, *Sulle k–calotte di uno spazio lineare finito*, « Annali mat. pura ed appl. » (4), *42*, pp. 119–164 (1956).

(4) Tali risultati compariranno nella memoria: *Le geometrie di Galois*, in corso di stampa negli « Annali di Matematica ».

(5) Le rimanenti calotte di Q sono allora sub–calotte di dette calotte complete.

ottenute l'una dall'altra mediante una permutazione delle r_i ed una permutazione delle s_j.

2. Classificazione delle k–calotte massime di Q ($k = 2q + 2$). – Poiché, per definizione di k–calotta, questa non può contenere più di due punti su ogni retta, per ottenere una k–calotta di Q si potranno prendere al più due punti su ciascuna retta r della schiera $[r]$ (ed al più due punti su ciascuna retta s del sistema $[s]$).

Tenuto conto allora che una calotta massima possiede $2q + 2$ punti (cfr. n. 1), su ogni retta r_i di $[r]$ vi saranno esattamente due punti di una siffatta calotta (ed esattamente due punti su ogni retta s_j di $[s]$).

Usando la termologia della topologia unidimensionale, si ha allora che una $(2q + 2)$–calotta K di Q può pensarsi come un 1–complesso (*ingl.* «*graph*») formato da $2q + 2$ vertici (i punti di K) e da $2q + 2$ lati (i «segmenti astratti» definiti da una retta r_i della schiera $[r]$ o da una retta s_j della schiera $[s]$), tale che per ogni vertice passano esattamente due lati e su ogni lato giacciono esattamente due vertici.

Potremo identificare la calotta K con tale 1–complesso, chiamando lati della calotta K i lati dell'1–complesso ad essa associato. È allora chiaro che il suddetto 1–complesso consta di un numero finito di cicli disgiunti, cioè privi a due a due di vertici e di lati comuni, e che il numero dei vertici (e dei lati) di ogni ciclo risulta pari, dovendo lati adiacenti appartenere a schiere opposte. Dunque l'1–complesso consisterà di n_2 (≥ 0) cicli C_2 di 4 lati, n_3 (≥ 0) cicli C_3 di 6 lati, $\cdots$, n_{q+1} (≥ 0) cicli C_{q+1} di $2q + 2$ lati, e si avrà:

$$(*) \qquad \sum_{i=2}^{q+1} n_i \cdot i = q + 1 \text{ (6)}.$$

Viceversa ad ogni soluzione in numeri n_i interi non negativi della (*) rimane associato un insieme K di $2q + 2$ punti, vertici di un 1–complesso costituito da n_2 cicli C_2, n_3 cicli C_3, $\cdots$, n_{q+1} cicli C_{q+1} tra loro disgiunti, il quale fornisce una calotta massima di Q.

Tenuto conto di quanto si è detto al n. 1, discende che le calotte massime di tipo diverso contenute in una quadrica rigata non degenere Q di $S_{3,q}$ sono tante quante le soluzioni in numeri interi non negativi dell'equazione (*), ogni soluzione caratterizzando la struttura delle corrispondenti calotte.

3. Classificazione delle calotte di Q non massime complete in Q. – Dimostriamo innanzi tutto il seguente teorema:

Una k–calotta K *su una quadrica rigata* Q *non singolare di* $S_{3,q}$ (*q dispari*), *con* $k < 2q + 1$, *non è mai completa in* Q.

Osserviamo all'uopo che non tutte le rette della schiera $[r]$ possono contenere due punti di K. Pertanto, o esisterà almeno una retta di $[r]$ non

(6) È superfluo osservare che qualcuno dei numeri n_h dev'essere nullo, sicché allora la calotta K non contiene cicli C_h, il che ha sempre necessariamente luogo per $h = q$.

contenente alcun punto di K o, se ciò non accade, esisteranno almeno due rette di $[r]$ contenenti ciascuna un solo punto di K. Analoghe considerazioni possono farsi nei riguardi delle rette della schiera $[s]$.

Supponiamo dapprima che esista una retta di $[r]$, e sia la r', non contenente alcun punto di K e denotiamo con s' una retta della schiera $[s]$ contenente al più un punto di K. Detto A il punto di intersezione di r' con s' (certamente distinto dall'eventuale punto di K appartenente alla s'), la configurazione ottenuta aggregando ai punti di K il punto A è una calotta di Q contenente propriamente K [7].

Supponiamo ora che non esistano rette né di $[r]$ né di $[s]$ che non contengano punti di K; siano r', r'' due rette di $[r]$ e s', s'' due rette di $[s]$ contenenti ciascuna un solo punto di K'. Consideriamo la retta r', e sia A il punto di K che appartiene ad essa.

Delle due rette s' ed s'' una almeno, e sia s'', non contiene A; detto B il punto di intersezione di r' con s'', la configurazione ottenuta aggregando ai punti di K il punto B è una calotta di Q contenente propriamente K.

L'asserto è così provato.

Le considerazioni ora svolte mostrano che, se esistono calotte non massime di Q complete in Q, ciascuna di esse deve essere costituita da $2q + 1$ punti.

Noi ora proveremo che, effettivamente, esistono $(2q + 1)$–calotte di Q complete in Q, e di esse daremo una classificazione strutturale analoga a quella ottenuta nel n. 2 relativamente alle calotte massime.

Osserviamo intanto che, se esiste una $(2q + 1)$–calotta K di Q completa in Q, su ogni retta di $[r]$ devono essere contenuti punti di K; anzi tutte le rette di $[r]$ contengono due punti di K salvo una, e sia la r_{q+1}, la quale contiene solamente un punto A di K. Lo stesso può dirsi con riferimento alle rette della schiera $[s]$. Anzi, l'unica retta della schiera $[s]$, e sia la s_{q+1}, che contiene un solo punto di K deve essere la retta di $[s]$ passante per A; perché, in caso contrario, associando ai punti di K il punto intersezione B di r_{q+1} ed s_{q+1} otterremmo una calotta massima di Q contenente propriamente K, e K non sarebbe completa in Q.

Togliendo dalle due schiere $[r]$ ed $[s]$ le due rette r_{q+1} ed s_{q+1} otteniamo i due sistemi parziali di rette, $[r]'$ ed $[s]'$, ciascuno dei quali contiene q rette di Q: $r_1, r_2, \cdots, r_q$ ed $s_1, s_2, \cdots, s_q$. Su ognuna delle rette di $[r]'$ e di $[s]'$ saranno contenuti due punti dell'insieme K' ottenuto da K sopprimendo il punto A. Argomentando su tale insieme K' come nel n. 2, si troverà che K' può decomporsi in n_2 (≥ 0) cicli C_2 di 4 lati, n_3 (≥ 0) cicli C_3 di 6 lati, $\cdots$, n_q (≥ 0) cicli C_q di $2q$ lati, tra loro disgiunti, e si avrà,

$$(**) \qquad \sum_{i=2}^{q} n_i \cdot i = q .$$

(7) Analogo ragionamento potrebbe svolgersi nell'ipotesi che esistesse una retta della schiera $[s]$ non contenente alcun punto di K.

Viceversa, fissate due rette una, la r_{q+1}, della schiera $[r]$ e una, la s_{q+1}, della schiera $[s]$, e presi in considerazione i due sistemi di rette $[r]'$ ed $[s]'$ formati rispettivamente con le rimanenti rette $r_1, r_2, \cdots, r_q$ ed $s_1, s_2, \cdots, s_q$, ad ogni soluzione in numeri interi non negativi della (**) rimane associato un insieme K' di $2q$ punti vertici di un 1–complesso costituito da n_2 cicli C_2, n_3 cicli $C_q, \cdots, n_q$ cicli C_q tra loro disgiunti. Aggregando ai punti di K' il punto A intersezione delle due rette r_{q+1} ed s_{q+1}, si otterrà una $(2q+1)$–calotta di Q completa in Q.

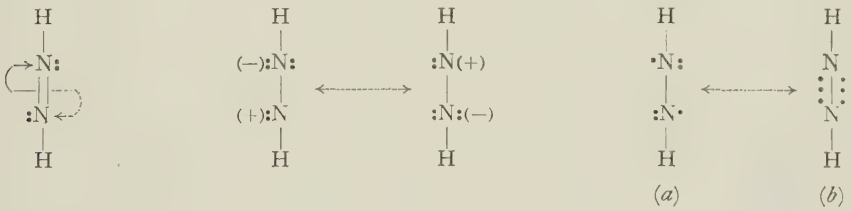
Tenuto conto di quello che si è detto al n. 1, discende che le calotte non massime ma complete di tipo diverso contenute in una quadrica rigata non degenere Q di $S_{3,q}$ sono tante quante le soluzioni distinte in numeri interi non negativi dell'equazione (**), ogni soluzione caratterizzando la struttura delle corrispondenti calotte.

Chimica organica. — *Arilazione dell'N-ossido di piridina con i sali di diazonio* (*). Nota di MARTINO COLONNA, presentata (**) dal Socio A. QUILICO.

Particolare interesse possono presentare alcuni termini simmetrici non saturi, semplici e coniugati, che per la possibilità in essi di una doppia polarizzazione mostrano una certa tendenza alla « radicalizzazione ». Alcuni termini semplici esistono infatti, nelle normali condizioni o a basse temperature, già come radicali liberi. L'ossigeno molecolare (I) – ad esempio – mostra carattere di radicale libero, dimostrato attraverso il suo paramagnetismo (1); in esso, data la simmetria della molecola, sono possibili le due forme polari equivalenti (II), il cui « ibrido » corrisponde alla forma biradicalica neutra (III *a*):

(I) (II) (III)

Questa specie di « tira e molla » elettronico conferisce all'ossigeno molecolare il carattere di radicale libero. Lo stesso avviene per la diimide semplice (IV), paramagnetica e stabile a bassa temperatura (2):



(IV) (V) (VI)

Questi fatti stanno ad indicare che nelle molecole dell'ossigeno e della diimide sono presenti particolari legami costituiti da elettroni non accoppiati

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica degli Intermedi dell'Università di Bologna.

(**) Nella seduta del 13 dicembre 1958.

(1) L. PAULING, « Jour. Am. Chem. Soc. », *53*, 3233 (1931).

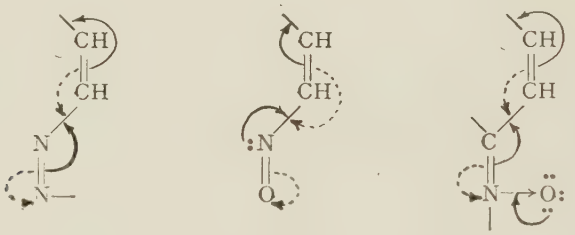
(2) Per decomposizione termica dell'acido azotidrico (« Jour. Am. Chem. Soc. », *73*, 5529 (1951)) ovvero per azione delle scariche elettriche (« Jour. Am. Chem. Soc. », *75*, 548 (1953)); F. O. Rice e M. Freamo hanno ottenuto il radicale libero :Ṅ—H, il quale refrigerato con azoto liquido dimerizza a diimide (F. O. RICE e C. GRELECKI, « Jour. Am. Chem. Soc. », *79*, 1880 (1957)). Il radicale libero :Ṅ—H, in idrogeno liquido, è stato proposto come combustibile per razzi (G. SEMERANO, Conf. Classi Riun., VIII Congr. Naz. Chim., Torino, 1958; G. GIACOMETTI, « La Ricerca Scientifica », *28*, 1591 (1958)).

che Pauling preferisce rappresentare con un legame semplice e due legami trielettronici (III *a*–VI *b*).

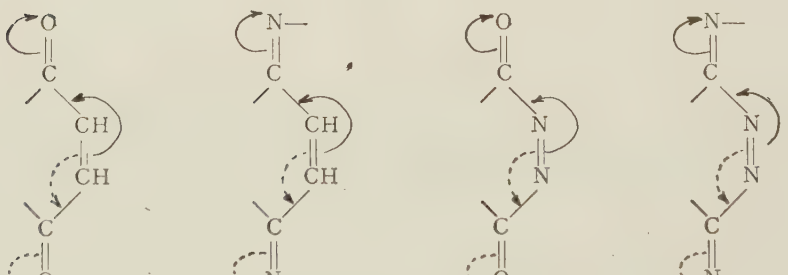
Anche molecole semplici non simmetriche possono presentare caratteri di radicali liberi, come ad esempio l'ossido di azoto [3] – paramagnetico – il quale secondo Pauling [1] si può rappresentare con un doppio legame ed un legame trielettronico (VII *d*):

(VII)

Numerose altre sostanze più complesse che si possono considerare come sistemi coniugati dei precedenti termini semplici, presentano la possibilità di una doppia polarizzazione [4], come ad esempio gli azocomposti simmetrici (azobenzolo (VIII) 2–2′–azopiridina (XIV) ed azoici carbonilici simm. (XIII)) le *p*–chinondiimidi (XII), i *p*–chinoni, gli esteri maleici e le maleinimidi (XI), il nitrosobenzolo (IX) e gli N–ossidi aromatici (X), i quali peraltro sono diamagnetici [5]:



(VIII) (IX) (X)



(XI) (XII) (XIII) (XIV)

(3) Per la bibliografia sulla reattività radicalica dell'ossido di azoto vedi G. P. Chiusoli e F. Minisci, « Gazz. chim. ital. », *88*, 261 (1958).

(4) M. Colonna e S. Fatutta, « Gazz. chimica ital. », *83*, 622 (1953); M. Colonna e L. Pentimalli, Comunicaz. VII Congr. Naz. Chim., Torino, 1958.

(5) G. B. Wilson, « Jour. Am. Chem. Soc. », *56*, 747 (1934).

Si poteva pensare tuttavia che anche sostanze di questo genere, a causa della possibile doppia polarizzazione, mostrassero una più spiccata tendenza alla « radicalizzazione ». Questo concetto è stato espresso recentemente da Sir Robert Robinson [6], il quale ha posto per il nitrosobenzolo e per l'N–ossido di piridina la possibilità di una radicalizzazione in C_4 [7].

La reazione dell'azobenzolo [8], degli azoici carbonilici simmetrici [9], dei *p*–chinoni [10] e degli esteri maleici [11] con le aldeidi, sono da considerare tutte reazioni del tipo radicalico. Questo non esclude però che reazioni di composti di questo genere di svolgano anche attraverso un meccanismo ionico: il tipo di reazione potrà dipendere dal potere legante o meno del reattivo o parte di esso [12] e dalla presenza di attivatori ionici o radicalici, così come avviene nella polimerizzazione.

Gli alogenuri di arildiazonio, come hanno dimostrato Meerwein e coll. [13] arilano i sistemi coniugati non saturi, in acetone ad un dato pH ed in presenza di cloruro rameico [14]. Tale reazione è stata applicata a numerosi composti non saturi: etileni semplici [15], etileni aromatici [16], composti carbonilici α–β non saturi [13] compresi la cumarina [13] ed i calconi [17], *p*–chi-

(6) R. ROBINSON, « Tetrahedron », *1*, 170 (1957).

(7) Il carattere radicaloide del nitrosobenzolo era stato intravisto da molto tempo e a tale proposito vedi N. V. SIDGWICK, *The Organic Chemistry of Nitrogen*, Clarendon Press, Oxford, 1942, p. 213 sgg. Una prima manifestazione « radicaloide » dell'N–ossido di piridina è stata osservata recentemente da FOFFANI e MAZZUCATO (« La Ricerca Scientifica », *26*, 2164 (1956)) nella fotolisi dell'N–ossido irradiato con lampada a vapori di Hg. Il fatto notevole inoltre è che in mezzo acido non si osserva fotolisi.

(8) D. BIGIAVI, « Gazz. chim. ital. », *57*, 160 (1927); M. S. KHARASCH e coll., « J. Org. Chem. », *18*, 1045 (1954).

(9) R. STOLLÉ, « Ber. », *40*, 275 (1912); K. ADLER e T. NOBLE, « Ber. », *76*, 54 (1943); L. HORNER, « A. », *587*, 86 (1954).

(10) Per la bibliografia vedi G. BARGELLINI e L. MONTI, « Gazz. chim. ital. », *60*, 474, (1930); A. SCHOENBERG e A. MUSTAFÀ, « Chem. Revs. », *40*, 188 (1947).

(11) T. M. PATRICK, « J. Org. Chem. », *17*, 1009 (1952).

(12) M. COLONNA e L. PENTIMALLI (comunicaz. VIII Congr. Naz. Chim., Torino, 1958) ammettono che la reazione della 2–2'–azo–piridina con acidi alogenidrici, che procede in modo diverso da quella della 2–fenil–azo–piridina con gli stessi reattivi (M. COLONNA e A. RISALITI, « Gazz. chim. ital. », *86*, 288 (1956), è una reazione radicalica; mentre la reazione con il reattivo di Grignard, analogamente a quella della 2–fenil–azo–piridina, è una reazione ionica. Il diverso meccanismo elettronico di reazione, a parere degli Autori, è dipendente dal diverso potere legante del reattivo o parte di esso.

D'altra parte QUILICO e MUSANTE (« Gazz. chim. ital. », *74*, 26 (1944)) hanno osservato che la reazione dell'acido Kojco con i sali di diazonio, a seconda del mezzo, conduce agli azoici veri e propri ed agli aril–derivati in posizione 2–. È da ritenere che nel primo caso la reazione è ionica, mentre nel caso dell'arilazione la reazione è radicalica.

(13) H. MEERWEIN, E. BUCHNER e K. VAN EMSTER, « Jour. Chem. », *152*, 237 (1939).

(14) Il cloruro rameico viene ridotto dall'acetone a cloruro rameoso, il quale agisce da catalizzatore radicalico (J. K. KOCHI, « Jour. Am. Chem. Soc. », *77*, 5090 (1955)).

(15) S. CRISTOL e W. NORRIS, « Jour. Am. Chem. Soc. », *76*, 3005 (1954).

(16) W. DALE e C. ISE, « Jour. Am. Chem. Soc. », *76*, 2259 (1954).

(17) P. L'ECUYER e G. OLIVIER, « Can. J. Research », *27*, 689 (1949).

noni [18], maleinimidi [19], acido Kojco [20], acidi acrilici [21], acrilonitrili [22], 2–vinil–piridina [23], acetileni e dieni coniugati [24]. Il meccanismo di questa interessante reazione è stato oggetto di numerose ricerche: secondo Meerwein [13] ed altri Autori [25] la reazione è del tipo ionico, secondo vari altri Autori [26] la reazione è invece del tipo radicalico. Le ultime ricerche, basate essenzialmente su misure cinetiche, sono in accordo con un meccanismo radicalico, analogamente alla reazione di Sandmeyer [27].

In base alle considerazioni sopra esposte mi è sembrato di grande interesse lo studio delle reazioni radicaliche su tali sistemi e qui riferisco la reazione di Meerwein sull'N–ossido di piridina. In effetto la reazione dell'N–ossido di piridina con il cloruro di fenil–diazonio e *p*–clorofenil–diazonio, nelle condizioni suggerite da Meerwein, conduce ai corrispondenti N–ossidi di aril–piridine, anche se le rese non sono troppo elevate (si verifica contemporaneamente la reazione di Sandmeyer sul sale di diazonio). Contrariamente all'attesa ho isolato soltanto i C_2 aril–derivati. La struttura dei 2–aril–piridin–N–ossidi è stata stabilita mediante il confronto, dei p.f. misti e degli spettri di assorbimento U.V., con i prodotti autentici ottenuti per ossidazione con acido peracetico dei corrispondenti 2–aril–piridin–derivati [28].

(18) Per la bibliografia vedi G. B. Marini Bettolo e C. Rossi, « Gazz. chim. ital. », *72*, 208 (1942); K. Schimmelschmidt, « A. », *566*, 184 (1951).

(19) C. S. Rondestvedt e O. Vogl, « Jour. Am. Chem. Soc. », *77*, 2313 (1955).

(20) A. Quilico e C. Musante, « Gazz. chim. ital. », *74*, 26 (1944).

(21) R. Fusco e S. Rossi, « Gazz. chim. ital. », *78*, 524 (1948).

(22) C. Koelsch e Boekeleid, « Jour. Am. Chem. Soc. », *66*, 412 (1944).

(23) W. Dale e C. Ise, « Jour. Am. Chem. Soc. », *76*, 2259 (1954).

(24) E. Braude e J. Fawcett, « J. Chem. Soc. », 3113 (1951).

(25) W. Freund, « J. Chem. Soc. », 2889 (1953).

(26) S. C. Diekerman e K. Weiss, « Jour. Am. Chem. Soc. », *80*, 1904 (1958).

(27) Sul meccanismo della reazione di Sandmeyer: W. A. Waters, *Chemistry of Free Radicals* (1948), Clarendon Press, Oxford.

(28) J. W. Haworth, J. M. Heiebron e D. H. Hey, « J. Chem. Soc. », 352 (1940).

Geologia. — *Sulla presenza del Cretaceo e dell'Eocene nella serie degli « scisti policromi » affiorante nella parte meridionale dei Monti del Chianti* (*). Nota di MARISA NOCCHI, presentata (**) dal Socio G. MERLA.

INTRODUZIONE. – La successione litologica e stratigrafica della struttura chiantigiana è oggi ben nota in seguito ai lavori di Valduga nel Chianti centrale e settentrionale e ad alcune campagne di rilevamento condotte recentemente nel Chianti meridionale.

Gli affioramenti dell'autoctono, fatta eccezione per la parte settentrionale, sono limitati alle formazioni più alte nella serie stratigrafica della Toscana: « scisti policromi » con intercalazioni di calcari detritici risedimentati, almeno in parte, e « macigno ». La datazione della prima formazione, stratigraficamente più bassa, e di conseguenza della base del « macigno », è fondata su reperti fossiliferi piuttosto scarsi, provenienti da varie zone della Toscana. Da essi è risultata approssimativamente una età cretaceo – eocenica per la parte inferiore degli « scisti policromi » e una età eocenica – oligocenica per i livelli a calcari detritici e brecciole sovrastanti, ricchi di macroforaminiferi rimaneggiati.

Il complesso di tali materiali detritici, più o meno grossolani, intercalati a materiali pelitici nella parte alta degli « scisti policromi », assume spesso in varie località della Toscana e dell'Umbria uno spessore piuttosto notevole, tanto che è valso l'uso di indicarlo con il termine di formazione del « nummulitico » per l'abbondanza di macroforaminiferi eocenici.

Un esempio tipico di tale formazione si ha nel Chianti settentrionale dove Gandolfi ha iniziato lo studio dei microforaminiferi indicando la presenza dell'Eocene superiore per il « nummulitico » e quella dell'Eocene per gli « scisti policromi ».

Alquanto diversa si presenta invece la situazione stratigrafica nella zona chiantigiana esaminata nel presente lavoro. La facies a brecciole assume qui uno spessore eccezionale (300–400 m) se confrontato con quello del « nummulitico » della serie locale di Lucolena nel Chianti settentrionale (circa 70 m).

In base alle sole differenze di spessore esistenti entro la facies detritica fra le varie zone del Chianti, è ragionevole supporre che nel Chianti meridionale la parte inferiore appartenga al Cretaceo superiore. Entro la formazione degli « scisti policromi, le brecciole e i calcari detritici verrebbero così a sostituirsi lateralmente ai prodotti più fini della sedimentazione diretta.

(*) Lavoro eseguito con il contributo del Consiglio Nazionale delle Ricerche nell'Istituto di Geologia e Paleontologia dell'Università di Modena, sotto la guida della prof. E. Montanaro Gallitelli e con l'aiuto della dott. M. L. Tacoli Lucchi a cui rivolgo i miei ringraziamenti.

(**) Nella seduta del 10 gennaio 1959.

Tale ipotesi è già stata avanzata da Valduga per la parte centrale dove l'autore ha constatato che lo spessore totale della formazione del « nummulitico » della serie locale di Badiaccia di Montemuro (200 m circa) è probabilmente superiore a quello del complesso scaglia–nummulitico del Chianti settentrionale.

L'esame micropaleontologico di alcuni campioni, successivo alle osservazioni sul terreno, ha dato risultati concordanti con l'ipotesi sopraccennata.

Composizione litologica ed età dei livelli in cui è possibile suddividere la formazione degli « scisti policromi » nel Chianti meridionale. – Nei dintorni di Castel di Brolio, località situata alle pendici sud–occidentali della catena montuosa del Chianti meridionale, la serie degli « scisti policromi » offre una buona esposizione dai livelli inferiori fino al contatto stratigrafico con il « macigno » soprastante.

Gli strati hanno una potenza complessiva variabile fra i 350–450 m e presentano dal basso verso l'alto la seguente successione cronologica e litologica:

a) Livello ad argilloscisti silicei, scisti diasprini manganesiferi, calcari detritici grigio–scuri e calcari verdastri più o meno compatti, dello spessore di circa 60–80 m.

Nei calcari si sono rinvenuti microforaminiferi appartenenti al Cretaceo medio. Un calcare compatto, leggermente marnoso, presenta in sezione sottile, una associazione quasi esclusiva di *Anomaline* tipiche dell'Albiano.

Inoltre un calcare verde, prelevato 20 m circa sotto la base della facies calcareo–detritica del livello *b*), contiene una microfauna prevalentemente a *Rotalipora appenninica* e a *Planulina buxtorphi*. Tale microfauna indica la probabile presenza del Cenomaniano nel livello in esame.

b) Banchi di calcari detritici e brecciole grigio–chiare, che presentano spesso i caratteri della risedimentazione, con rarissime intercalazioni marnose: potenza variabile fra gli 80–200 m.

L'età sopracretacea di questo livello è confermata dalla presenza di marne a microfaune turoniane (nella parte più bassa), di marne contenenti *Gumbelina* e *Globotruncana* – prevalentemente del gruppo della *Linnei* – intercalate a brecciole con macroforaminiferi esclusivamente del Cretaceo superiore (*Orbitoides sensu stricto*, *Lepidorbitoides*, *Siderolites calcitrapoides*).

c) Strati di calcari detritici intercalati a marne rosate e giallastre, calcari marnosi ed argilloscisti rossi. Tali alternanze raggiungono uno spessore variabile fra i 200–250 m.

A circa 70 m sotto la base del « macigno » si hanno marne calcaree tenere disgregabili, da cui si è potuto isolare una microfauna rappresentata quasi esclusivamente da *Globigerine* e *Globorotalie*. La determinazione di alcune di esse – fra cui la *Globorotalia aragonensis* – ha dato un Eocene medio.

È stato inoltre possibile esaminare una marna rosata, non disgregabile, fossilifera, prelevata da straterelli marnosi intercalati alle prime arenarie della formazione del « macigno ». La microfauna è simile a quella delle marne

sottostanti sopradescritte essendo data prevalentemente da *Globorotalie* eoceniche e *Globigerine*.

Però la presenza dei calcari detritici sta ad attestare che l'ambiente di deposizione delle marne studiate è caratterizzato dal fenomeno della risedimentazione. Di conseguenza, prima di ritenere valida la datazione di tali marne, si deve poter escludere la possibilità dell'alloctonia e del rimaneggiamento per le microfaune in esse contenute.

Infatti i microforaminiferi, isolati dalle marne tenere disgregabili, sono quasi tutti conservati allo stato di modelli interni della stessa natura della roccia inglobante.

Le marne, intercalate alle prime arenarie del « macigno », sono piuttosto compatte e si prestano solo all'esame in sezione sottile. In ogni modo risultano evidenti le caratteristiche della loro origine da sedimentazione diretta, così riassumibili:

1° Assenza di microfaune di età diverse e di ambienti non concordanti con quello di sedimentazione della roccia.

2° Assenza di zone microdetritiche presenti in genere quando si hanno microfaune di età diverse.

3° Il riempimento delle camere delle *Globigerine* e delle *Globorotalie* è identico alla natura del sedimento, se non è di calcite secondaria.

4° Nelle sezioni, rispettivamente parallele e trasversali al piano di stratificazione, le microfaune presentano una disposizione regolare dovuta alla loro diretta sedimentazione sul fondo marino.

CONCLUSIONI. – La facies calcareo–detritica, che caratterizza spesso la parte alta degli « scisti policromi », si può estendere in Toscana fino al Cretaceo. Infatti, nella zona esaminata, quella che in base ai caratteri litologici poteva essere ritenuta la formazione del « nummulitico », è risultata una formazione comprendente il Cretaceo superiore e l'Eocene.

Si è riscontrata una età francamente eocenica anche al di sopra dei primi strati della formazione del « macigno ».

Però reperti di *Lepidocycline* (Migliorini C. 1945), al tetto della formazione del « nummulitico » indicano una età post–eocenica della base del « macigno » in alcune località della Toscana (Appennino lucchese). Si può quindi affacciare l'ipotesi che la deposizione del « macigno » inizi in età diverse nelle varie parti del bacino di sedimentazione della Toscana.

BIBLIOGRAFIA.

ANNOSCIA E. e MANTOVANI M. P., *Fossili Maestrichtiani nel Flysh della valle del Sinni*, « Boll. Soc. Geol. It. », vol. LXXVI, fasc. 1 (1957).

ASCOLI P., *Microfaune della serie eocenica di Rio Regresso*, « Riv. It. Pal. e Strat. », vol. 62, n. 2 (1956).

CITA M. B., *Ricerche stratigrafiche e micropaleontologiche sul Cretaceo e sull'Eocene di Tignale (Lago di Garda)*, « Riv. It. Pal. e Strat. », vol. LIV, n. 2 (1948).

Cuviller J., *Correlations stratigraphiques par Microfacies en Aquitania Occidentale–Leiden* (1951).

Ferasin F., *Studio di una serie cretacea nella bassa valle del Piave*, « Boll. Serv. Geol. It. », vol. 78 (1956).

Gandolfi R., *Ricerche micropaleontologiche e stratigrafiche sulla scaglia dei dintorni di Balerna (Canton Ticino)*, « Riv. It. Pal. », A. XLVIII, Mem. IV (1942).

Merla G., *Geologia dell'Appennino Settentrionale*, « Boll. Soc. Geol. It. », vol. LXX (1951).

Migliorini C., *Età del Macigno dell'Appennino Lucchese*, « Boll. Soc. Geol. It. », vol. LXIV (1945).

Id., *Sedimentazione delle brecciole calcaree e del macigno*, « Atti Soc. Tosc. Sc. Nat. », Mem. vol. LVI A (1949).

Renz O., *Ricerche stratigrafiche e micropaleontologiche sulla Scaglia dell'Appennino Centrale*, « Boll. Serv. Geol. It. », vol. XXIX (1951).

Valduga A., *Osservazioni geologiche sulla parte settentrionale dei Monti del Chianti*, « Boll. Soc. Geol. It. », vol. LXIX (1948).

Id., *Cenni sulla stratigrafia ed osservazioni sulla tettonica della parte centrale dei Monti del Chianti*, « Boll. Soc. Geol. It. », vol. LXX (1952).

Villa G., *Gli affioramenti terziari a sud del Lago di Varese*, « Riv. It. Pal. e Strat.», vol. LXI, n. 2 (1955).

Id., *Studi stratigrafici sul terziario subalpino lombardo*, « Riv. It. Pal. e Strat. », vol. LXII, n. 2 (1956).

Zoologia. — *Studio delle fenilfosfatasi nello sviluppo di* Artemia salina *Leach*. Nota (*) di LORETA BELLINI, presentata (**) dal Socio G. COTRONEI.

INTRODUZIONE. – In precedenti ricerche è stato analizzato il comportamento di alcune idrolasi durante lo sviluppo embrionale e l'inizio della vita larvale del Fillopode *Artemia salina*; sono state così studiate proteasi, amilasi, lipasi e ribonucleasi (Bellini, 1957 *a*, 1957 *b*; Bellini e Scollo Lavizzari, 1958; Urbani e Bellini, 1958). Nell'intento di estendere queste osservazioni di enzimologia embrionale e allo scopo di ottenere nuovi dati per una comparazione tra attività metaboliche di Vertebrati e Invertebrati, nel quadro delle ricerche di Urbani e coll. (1955, 1957), è stato preso in esame sullo stesso materiale il comportamento delle fosfatasi.

Questi enzimi liberano da substrati diversi acido ortofosforico e furono per la prima volta messi in evidenza nel 1907 da Suzuki, Yoshimura e Takahaski su materiale vegetale. Subito dopo si dimostrò la loro presenza anche nei tessuti animali e si conoscono attualmente fosfomonoesterasi, fosfodiesterasi, pirofosfatasi, metafosfatasi, fosfoamidasi, ATPasi, ecc. (Folley e Kay, 1936): la nomenclatura indica chiaramente il substrato idrolizzato da questi fermenti. Le fosfomonoesterasi isodiname, che cioè agiscono sullo stesso substrato ma in differenti condizioni, sono almeno quattro e vengono contrassegnate con numeri romani (Roche, 1946; Moog, 1946; Sumner e Somers, 1953).

La fosfatasi I ha un optimum a pH 9,2–9,6 ed è chiamata fosfatasi alcalina, le fosfatasi II, III e IV agiscono rispettivamente a pH 4,6 : 3,4–4,2 : 4,2–6,2 e sono chiamate fosfatasi acide. Substrati adatti per tutti questi enzimi sono: α e β glicerofosfato, diidrossiacetonfosfato, adenindinucleotide e fenilfosfato. Erdtman (1928) mise in evidenza l'effetto di attivazione dei Mg^{++} sulla fosfatasi alcalina, la fosfatasi II non è attivata dagli ioni magnesio, la fosfatasi III è inibita dagli ioni magnesio, la fosfatasi IV è fortemente attivata dagli ioni magnesio e manganese.

A proposito di questi fenomeni di attivazione bisogna sottolineare che tali effetti possono essere discriminativi per il riconoscimento di una delle fosfatasi solo se si opera su preparazioni altamente purificate: nei lavori su omogenati totali (come nel nostro caso) l'effetto degli attivatori può portare soltanto a riconoscere l'esistenza di differenti fosfatasi senza consentire di stabilire con esattezza l'identificazione di una determinata fosfatasi. Inoltre la mancanza di attivazione, che talvolta si può incontrare lavorando con

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Zoologia ed Anatomia comparata della Università di Camerino, con il contributo del C.N.R. e della Rockefeller Foundation.

(**) Nella seduta del 10 gennaio 1959.

omogenati totali di tessuti, non può essere considerata come una prova definitiva e sicura della insensibilità dell'enzima all'azione dei Mg^{++}.

Gli studi biologici sulle fosfatasi, e soprattutto su l'alcalina, hanno avuto largo sviluppo a seguito della tecnica di localizzazione istochimica di Gomori che indubbiamente ha il grande merito di consentirci la visualizzazione topografica della attività enzimatica a livello cellulare ma che, come tutte le tecniche istochimiche, presenta dei margini di errore che variano di entità da materiale a materiale.

In questa Nota si fa cenno soltanto ad alcuni di quei lavori di embriologia sperimentale eseguiti con tecniche chimiche di dosaggio quantitativo dei prodotti di idrolisi del substrato (glicerofosfato o fenilfosfato) messo a reagire ad opportuni pH e temperatura con un omogenato embrionale. Naturalmente questi metodi non consentono una localizzazione delle fosfatasi a livello citologico ma in compenso non lasciano incertezze sulla presenza e sulla entità della attività enzimatica.

Così Moog (1946) sull'embrione di pollo, Krugelis (1950), Krugelis, Nicholas e Vosgian (1952), Raunich (1952), Løvtrup (1955) lavorando su embrioni di varie specie di Anuri ed Urodeli hanno visto che i processi di organogenesi ed accrescimento sono accompagnati da un forte incremento delle attività fosfatasiche. Si rinvia al lavoro di De Cesaris Coromaldi (1955) per una analisi dettagliata del comportamento delle fosfatasi acide ed alcaline nell'embrione di Anfibi. Questo autore ha messo in evidenza l'esistenza di almeno quattro differenti enzimi che idrolizzano il glicerofosfato e il fenilfosfato e che nei vari stadi di sviluppo embrionale e larvale del *Bufo vulgaris* giuocano un differente ruolo come è dimostrato dal loro diverso comportamento. Questi dati sono stati recentemente confermati da Løvtrup (1958) su altre specie di Anfibi e così la conclusione che più di una fosfatasi entra in opera durante i processi di morfogenesi ed accrescimento embrionali.

Oltre questi lavori sui Vertebrati analoghe ricerche sono state condotte sullo sviluppo di taluni Invertebrati e le conclusioni che possono trarsi anche da questi studi si vedrà che sono interessanti ed in accordo con quanto si è fin qui detto.

Materiale e metodo.

Come nelle precedenti ricerche sono stati utilizzati germi incistati di *Artemia salina* provenienti dalla California ed in vita latente da circa due anni: essi sono stati posti in acqua salata (30 g NaCl/litro) e lasciati sviluppare alla temperatura del laboratorio (16°–20° C). Trecento esemplari, scelti a stadi significativi di sviluppo, sono stati lavati in acqua distillata e quindi omogenati in 69 µl di acqua distillata e l'omogenato totale utilizzato per le determinazioni di attività fosfatasica. Il tampone veronal a pH 9,6 è stato preparato secondo Michaelis, il tampone acido a pH 4,6 nella seguente maniera: 5 ml veronal sodico M/7 ed acetato sodico M/7 sono stati aggiunti a 10 ml HCl N/10 e a 12 ml di acqua distillata. 23 µl di omogenato totale (cor-

rispondente perciò a 100 esemplari) sono stati uniti a 23 µl di tampone alcalino e a 23 µl di fenilfosfato (Merck) 1 %. La stessa cosa è stata fatta per la determinazione della fosfatasi acida usando in luogo del tampone alcalino quello a pH 4,6. Dopo cinque ore di incubazione a 39° C la reazione enzimatica è stata bloccata con l'aggiunta di 88 µl di acqua + 180 µl di acido tricloroacetico 0,3 M. Dopo permanenza in frigidaire per una nottata il liquido è stato centrifugato a 3.000 giri per 3 minuti e 193 µl del supernatante sono stati addizionati a 394 µl NaOH 0,5 N e quindi aggiunti 86 µl di reattivo di Folin Ciocalteau diluito 1/1 con acqua al momento dell'uso: il reattivo stesso è stato preparato nella maniera indicata da Urbani e De Cesaris Coromaldi (1954). Il colore bleu che si sviluppa è stato fotometrato al microcolorimetro

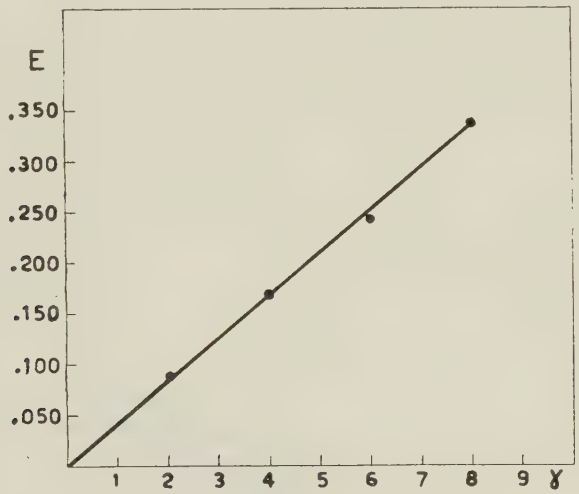


Fig. 1. – Curva di taratura del metodo.

In ascisse le quantità di fenolo, espresse in γ, in 673 µl, in ordinate le estinzioni lette al microcolorimetro. Spessore della cuvetta: 2,4 mm.

a cellula fotoelettrica a 650 mµ circa (Urbani, 1952) contro le prove in bianco eseguite al *tempo zero*. Per le determinazioni di attività fosfatasica, con Mg^{++} per attivatore, si è proceduto in maniera identica ma con fenilfosfato contenente solfato di magnesio in quantità di mg 2,5/ml. Le estinzioni lette al microcolorimetro sono state tradotte in *gamma* di fenolo su curva di taratura costruita con quantità note di questo composto contenute in 193 µl di acqua distillata + 394 µl NaOH 0,5 N + 86 µl di reattivo di Folin (fig. 1).

I risultati ottenuti sono riportati nei grafici dove ogni punto rappresenta la media di due determinazioni, i valori si riferiscono alla attività enzimatica di cento animali ai vari stadi di sviluppo [1] rappresentati schema-

(1) I valori riportati nei grafici sono stati ottenuti moltiplicando per 1,74 le quantità di fenolo trovate sperimentalmente: infatti la colorimetria è stata eseguita su 193 µl dei 337 totali (23 + 23 + 23 + 88 + 180 = 337).

ticamente in ascisse e cioè: *uovo in vita latente* (in realtà *gastrula in vita latente*), *guscio embrionale fessurato*, *embrione che sta fuoriuscendo dal guscio*, *nauplio*, *metanauplio*. Gli animali cominciano ad alimentarsi spontaneamente tra lo stadio di nauplio e quello di metanauplio: ciò è indice che in questo momento o è terminato o sta per terminare il riassorbimento delle scorte vitelline e questo stadio ha perciò un valore metabolico e funzionale corrispondente a quello di « fine vitello » studiato e illustrato da Cotronei (1922, 1930, 1932) negli Anfibi.

Risultati e conclusioni.

I risultati ottenuti con le tecniche sopradescritte sono chiaramente illustrati nelle figg. 2 e 3. La fig. 2 mostra il comportamento delle fenilfosfatasi acida ed alcalina senza Mg^{++} quale attivatore. Già nei germi inci-

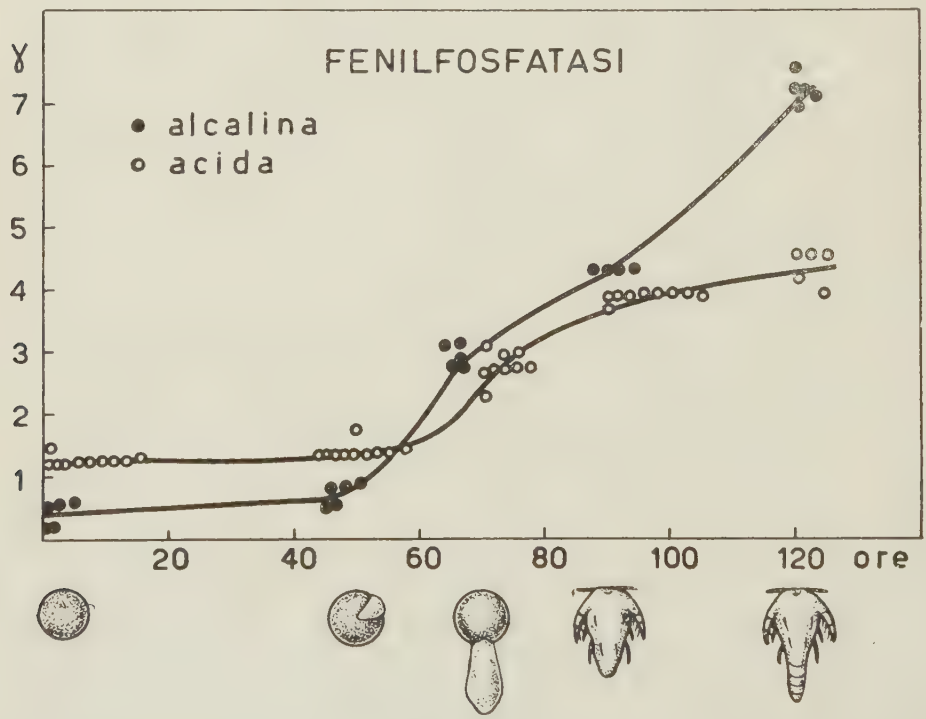


Fig. 2. – Attività fenilfosfatasica acida ed alcalina espressa in γ di fenolo liberato da un omogenato corrispondente a 100 animali.

In ascisse sono riportate le ore di sviluppo ed indicati in maniera schematica gli stadi di sviluppo di *Artemia salina* sui quali sono stati eseguiti i dosaggi.

stati in vita latente è dimostrabile una attività fosfatasica non appena questi vengano omogenati: questo risultato conferma perciò quanto già visto da Urbani e Urbani Mistruzzi (1953) sullo stesso materiale. A parità di condi-

zioni la *f. alcalina* presenta valori minori della *f. acida* e ciò fino a circa 50 ore di sviluppo, cioè quando il guscio si fessura e l'embrione comincia ad uscire. Da questo stadio in poi la *f. alcalina* subisce un rapido aumento che invece è meno sensibile nella *f. acida* e questa differenza tra i due enzimi si accentua

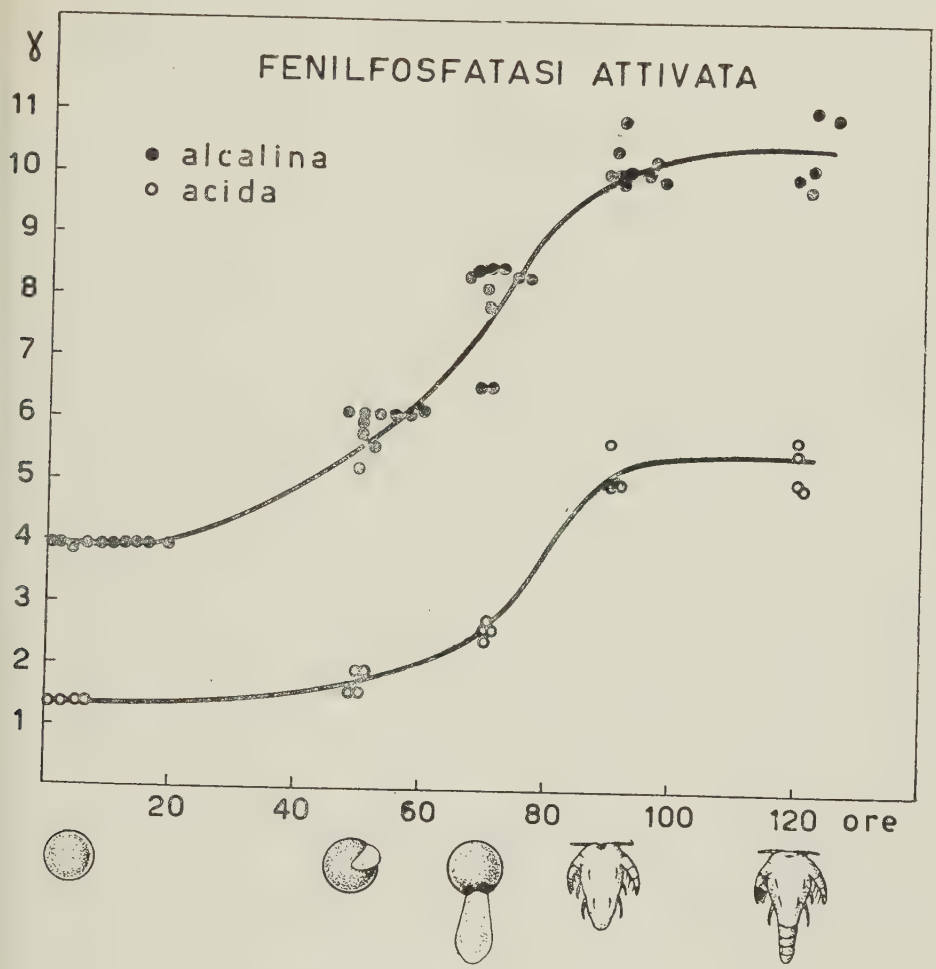


Fig. 3. – Attività fenilfosfatasica acida ed alcalina dopo attivazione con Mg^{++}.

Simboli, indicazioni e riferimenti come nella fig. 2.

con il proseguire dello sviluppo fino allo stadio di metanauplio dove la *f. alcalina* raggiunge valori sensibilmente più elevati della *f. acida*. È da notarsi che anche nello sviluppo degli Anfibi (*Bufo vulgaris*) i primi stadi sono caratterizzati da un basso tenore enzimatico e la *f. alcalina* presenta valori inferiori a quelli della *f. acida*: dallo stadio di neurula–bottone caudale in poi ambedue gli enzimi aumentano ma l'andamento delle due curve si mantiene parallelo (De Cesaris Coromaldi, 1955) e queste non vengono ad incrociarsi come avviene in *Artemia salina*.

Nella fig. 3 è illustrato l'andamento delle due fosfatasi attivate con Mg^{++} ed è interessante notare come la *f. alcalina* venga fortemente attivata fin dall'inizio dello sviluppo mentre la *f. acida* mostra una evidente attivazione solo dopo 60–80 ore di sviluppo e cioè un pò prima che l'animale abbia raggiunto lo stadio di nauplio.

Queste osservazioni dimostrano chiaramente che le fenilfosfatasi studiate sono due differenti enzimi che negli stessi stadi morfologici di sviluppo svolgono un differente ruolo.

Come si è precedentemente accennato anche altri lavori sullo sviluppo embrionale di Invertebrati mostrano che alcune fosfatasi subiscono una sintesi o un aumento di attività con la morfogenesi e l'accrescimento. Mazia, Blumenthal e Benson (1948) in *Arbacia punctulata* hanno visto, usando come substrato il glicerofosfato, che nell'uovo vergine la *f. acida* supera per attività di 3–5 volte la *f. alcalina*. Con lo sviluppo dell'embrione la *f. acida* rimane costante mentre la *f. alcalina* raggiunge valori circa dieci volte superiori quelli iniziali.

I lavori di Gustafson e Hasselberg (1950, 1951) sull'embrione di *Psammechinus* dimostrano che la fenilfosfatasi acida (non attivata) mantiene un livello costante nelle prime quaranta ore di sviluppo (giovane pluteo) mentre la *f. alcalina* aumenta dallo stadio di blastula in poi di circa 6–7 volte il valore che inizialmente era più basso di quello della *f. acida*; anche su questi materiali si possono mettere in evidenza perciò differenti fosfatasi.

Oltre questi dati su Invertebrati marini che più da vicino riguardano i risultati ottenuti su *Artemia salina*, merita di essere ricordato il lavoro di Fitzgerald (1949) su *Melanoplus differentialis* dove si incontra un forte aumento della fenilfosfatasi alcalina dal termine della diapausa alla schiusura, ossia quando riprendono e si completano i processi embriogenetici.

Lo spazio limitato non consente qui un esame critico dei dati in relazione alla funzione biologica delle fosfatasi nello sviluppo embrionale. È attendibile che questi enzimi giuochino un importante ruolo nel metabolismo del fosforo che dalle riserve vitelline viene incorporato nel protoplasma principalmente nei composti nucleoprotidici e fosfolipidici che si edificano durante lo sviluppo embrionale. Mentre infatti nelle uova cleidoiche il livello del fosforo totale rimane costante durante lo sviluppo, il fosforo acido solubile mostra una continua diminuzione ed aumentano al contrario il fosforo nucleico e il fosforo lipidico (Chino, 1956).

Questa funzione delle fosfatasi nel metabolismo vitellino dell'embrione bene si accorda sia con i risultati di De Cesaris Coromaldi (1955) e di Løvtrup (1955, 1958) sugli Anfibi che con i presenti su *Artemia salina*. Sia in quel caso che in questo la fine del riassorbimento delle scorte vitelline, che segna secondo gli studi di Cotronei (1922, 1930, 1932) sugli Anfibi il termine della vita embrionale, è accompagnato da uno smorzamento delle attività fosfatasiche, come risulta soprattutto evidente per l'*Artemia salina* dalla fig. 3 riportata in questo lavoro.

BIBLIOGRAFIA.

[1] BELLINI L., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *22*, 340 (1957).
[2] BELLINI L., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *23*, 303 (1957).
[3] BELLINI L. e SCOLLO LAVIZZARI G., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *24*, 92 (1958).
[4] CHINO H., « Embryologia », *3*, 167 (1956).
[5] COTRONEI G., « Arch. Zool. Ital. », *10*, 85 (1922).
[6] COTRONEI G., « Mon. Zool. Ital. », *41*, 8 (1930).
[7] COTRONEI G., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *15*, 236 (1932).
[8] DE CESARIS COROMALDI L., « Ric. Sci. », *25*, 2323 (1955).
[9] ERDTMAN H., « Zeit. Physiol. Chem. », *177*, 211 (1928).
[10] FITZGERALD L., « J. Exp. Zool. », *110*, 461 (1949).
[11] FOLLEY S. I. e KAY H. D., « Ergebn. d. Enzymforsch. », *5*, 129 (1936).
[12] GUSTAFSON T. e HASSELBERG I., « Exp. Cell. Res. », *1*, 371 (1950).
[13] GUSTAFSON T. e HASSELBERG I., « Exp. Cell. Res. », *2*, 642 (1951).
[14] KRUGELIS E. J., « C. R. Lab. Carlsberg, Sér. Chim. », *27*, 273 (1950).
[15] KRUGELIS E. J., NICHOLAS J. S. e VOSGIAN M. E., « J. Exp. Zool. », *121*, 489 (1952).
[16] LØVTRUP S., « C. R. Lab. Carlsberg, Sér. Chim. », *29*, 261 (1955).
[17] LØVTRUP S., « Acta Embryol. Morph. Exp. », *2*, 54 (1958).
[18] MAZIA D., BLUMENTHAL G. e BENSON E., « Biol. Bull. », *95*, 250 (1948).
[19] MOOG F., « J. Cell. Comp. Physiol. », *28*, 197 (1946 *a*).
[20] MOOG F., « Biol. Rev. », *21*, 41 (1946 *b*).
[21] RAUNICH L., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *13*, 276 (1952).
[22] ROCHE J., « Helv. Chim. Acta », *29*, 1253 (1946).
[23] SUMNER J. B. e SOMERS G. F., *Chemistry and Methods of Enzymes*. Acad. Press Inc. New York (1953).
[24] SUZUKI U., YOSHIMURA K. e TAKAHASKI M., « Tokyo Imp. Univ. Coll. Agr. Bull. », *7*, 503 (1907).
[25] URBANI E., « Ric. Sci. », *22*, 2174 (1952).
[26] URBANI E., « Ric. Sci. », *25*, 2258 (1955).
[27] URBANI E., « Istituto Lombardo, Rend. Sc. », B, *92*, 69 (1957).
[28] URBANI E. e BELLINI L., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *25*, 198 (1958).
[29] URBANI E. e DE CESARIS COROMALDI L., « Ric. Sci. », *24*, 2364 (1954).
[30] URBANI E. e URBANI MISTRUZZI L., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *15*, 126 (1953).

Zoologia. — *Osservazioni sulle dipeptidasi nello sviluppo embrionale (post-diapausa) del* Bombyx mori (*). Nota di Enrico Urbani e Marcella Rossi, presentata (**) dal Socio G. Cotronei.

Lo studio degli enzimi proteolitici endocellulari nello sviluppo embrionale, larvale e nella metamorfosi degli Anfibi condotto ormai da alcuni anni da Urbani e coll. ha portato ad interessanti conclusioni nei riguardi della funzione che le proteasi esplicano durante i processi di morfogenesi, accrescimento e differenziamento. I risultati ottenuti mostrano che dipeptidasi e proteinasi non possono essere ascritte alla categoria delle *catepsine*, con compito unicamente postmortale di autolisi del protoplasma, ma la loro attività è strettamente connessa ai fenomeni di sintesi proteica che si realizzano nella cellula vivente (Baldisserotto e Ugurgieri, 1958; De Cesaris Coromaldi, 1954; Gaeta, 1957; Urbani, 1954, 1955, 1957; Urbani e De Cesaris Coromaldi, 1954 *a*, 1954 *b*; Urbani, De Cesaris Coromaldi e Scollo Lavizzari, 1957).

Si sono potuti mettere in luce inoltre alcuni fatti che mostrano delle relazioni tra comportamento enzimatico nella embriogenesi e la posizione sistematica delle forme zoologiche (Urbani, 1956; Urbani Mistruzzi, 1957) e allo scopo di approfondire questo tema di studio si è passati alla analisi enzimatica dello sviluppo di altri animali onde vedere le somiglianze e le differenze di comportamento che non soltanto gli enzimi proteolitici ma anche altre idrolasi presentano nello sviluppo embrionale di Vertebrati e Invertebrati.

Di questo piano di ricerche, attualmente in svolgimento nel nostro Istituto, fanno parte i risultati già pubblicati di Bellini (1957 *a*, 1957 *b*), Bellini e Scollo Lavizzari (1958), Urbani e Bellini (1958) sulla *Artemia salina*; questa Nota si riferisce all'analisi da noi condotta sul comportamento della alanilglicina dipeptidasi nello sviluppo embrionale del *Bombyx mori*.

Come è noto l'uovo di baco da seta, fecondato in estate, inizia appena deposto il suo sviluppo con la formazione del blastoderma, quindi l'embrione entra in diapausa che è un periodo di vita rallentata che dura tutto l'inverno fino a che nella primavera successiva lo sviluppo riprende per concludersi con la nascita della giovane larva (bacolino) che prosegue nell'accrescimento alimentandosi con la foglia del gelso. Questo nelle razze univoltine che cioè hanno una generazione annuale perché nelle razze bivoltine e polivoltine si possono avere due o più generazioni all'anno.

La diapausa che nelle razze univoltine ha in media una durata di nove mesi può essere interrotta trattando l'uovo quiescente con agenti chimici o

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Zoologia ed Anatomia comparata della Università di Camerino, con il contributo del C.N.R. e della Rockfeller Foundation.

(**) Nella seduta del 10 gennaio 1959.

fisici in modo da avere, fornendo opportune condizioni di temperatura, e di umidità, la nascita anticipata della larva.

Le ricerche da noi condotte si limitano, per il momento, allo sviluppo dopo la diapausa di una razza univoltina e si è iniziato, come si dirà appresso, anche uno studio del comportamento enzimatico di embrioni la diapausa dei quali è stata interrotta con trattamento chimico.

Le uova di *Bombyx mori* impiegate nelle presenti ricerche, effettuate nei mesi di maggio–luglio 1958 appartengono alla razza *giallo–cinturato TG* [1]: erano state deposte nel giugno 1957 e conservate secondo gli usi correnti fino al momento nel quale sono state utilizzate. Per interrompere la diapausa sono state poste in termostato alla temperatura di 21°–23° C dove dopo circa 6 giorni hanno dato origine alle piccole larve. I bacolini sono stati tenuti a digiuno per alcuni giorni e solo una parte è stata alimentata con foglia di gelso fresca per vedere le differenze di attività enzimatica tra le larve nutrite e quelle in inanizione.

Abbiamo effettuato anche determinazioni su uova deposte nel giugno 1958 e trattate, subito dopo la deposizione, con una soluzione acida (HCl conc. 2 pp., H_2O 1 p.) a 30° C per 10 minuti. Questo trattamento fa si che le uova non attraversino il periodo di diapausa e poste a 21°–23° C proseguano nello sviluppo embrionale e larvale. Non abbiamo riscontrato differenze significative di attività dipeptidasica tra gli embrioni con diapausa e quelli senza diapausa ma è questo un argomento che esige una analisi molto accurata che per il momento non abbiamo condotto e che indubbiamente merita di essere approfondito.

L'attività dipeptidasica è stata determinata con il metodo di Linderstrøm–Lang e Holter (1931) usato in tutti i nostri precedenti lavori sull'argomento e adattato al materiale nella seguente maniera.

Cinquanta uova ancora in diapausa e dopo vari giorni di incubazione sono state omogenate in 1 ml di acqua distillata; l'omogenato è stato centrifugato a 3.000 giri per 3 minuti, soprattutto per eliminare qualche detrito dei gusci che sono molto resistenti alla omogenazione, ed il supernatante impiegato per i dosaggi. 8 µl di supernatante sono stati uniti a 7,2 µl di alanilglicina (Roche) 0,2 M sciolta in NaOH 0,036 M per ottenere un pH 7,4: dopo 10 minuti di incubazione a 39° C la reazione enzimatica è stata bloccata con 30 µl HCl alcoolico 0,06 N e quindi sono stati aggiunti 140 µl di acetone, contenente rosso naftile quale indicatore, e si è proceduto alla titolazione degli aminogruppi liberati dall'enzima con HCl alcoolico 0,06 N. Le prove in bianco sono state eseguite al tempo zero, i punti riportati nel grafico sono ciascuno la media di tre determinazioni e i differenti simboli indicano uova di un unico lotto in diapausa poste a sviluppare in termostato in giorni diversi.

(1) Ringraziamo vivamente la prof.ssa L. Lombardi della Stazione Sperimentale di Gelsicoltura e Bachicoltura di Ascoli Piceno che gentilmente ci ha fornito il materiale per questi studi e il dott. Buonocore, della stessa Stazione, per i cortesi consigli di allevamento.

Come risulta dal grafico si sono incontrati valori di dosaggio a volte sensibilmente diversi per embrioni della stessa età di incubazione e questo può dipendere oltre che da una variabilità individuale del tenore in enzima (volume dell'uovo, uova non provenienti dalla stessa madre, qualche uovo non più vitale ecc.) anche dal fatto che uova messe ad incubare contemporaneamente non schiudono tutte nello stesso tempo: vi è perciò in esemplari dello stesso lotto di *seme bachi* una differente velocità di sviluppo. Le determinazioni eseguite sulle larve, delle quali si conosce esattamente invece la data di schiusura, hanno dato in generale valori più omogenei.

I risultati ottenuti con il nostro studio sono illustrati nella figura riportata nel presente lavoro dalla quale risulta che l'attività dipeptidasica rive-

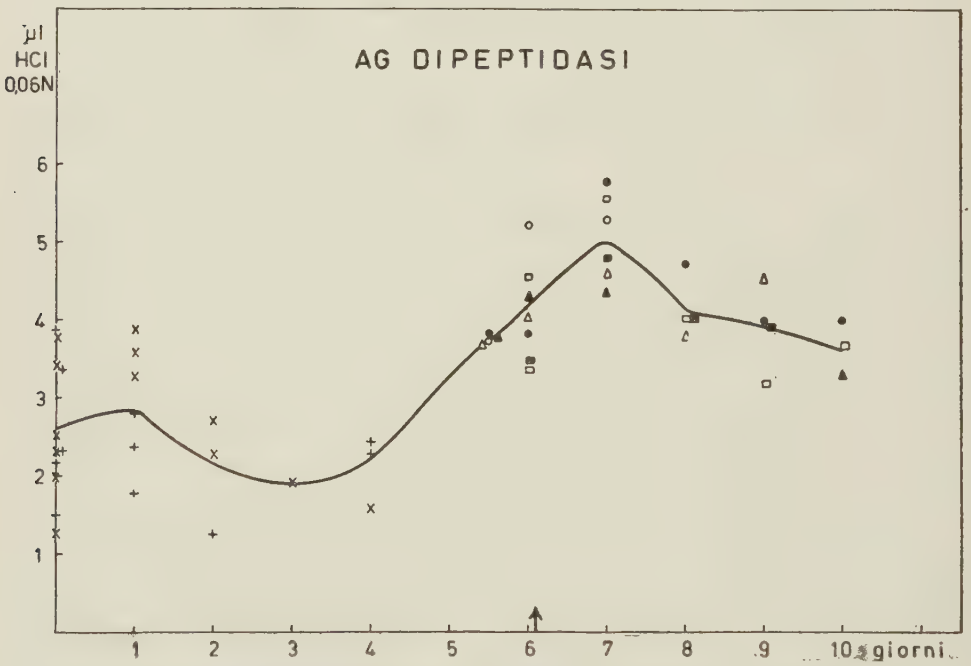


Fig. 1. – Attività dipeptidasica nello sviluppo embrionale del *Bombyx mori*.

In ordinate la attività enzimatica espressa in µl HCl 0,06 N, in ascisse il tempo di sviluppo espresso in giorni, la freccia indica la schiusura delle larve (spiegazioni nel testo).

labile nelle uova al termine della diapausa (giorno zero) subisce forse un lieve aumento dopo ventiquattro ore di incubazione per tornare a diminuire fino al 3°–4° giorno. Quindi si assiste ad un deciso aumento di attività che prosegue nelle larve appena schiuse e raggiunge il massimo al 7° giorno; le larve tenute a digiuno mostrano una progressiva diminuzione del tenore in enzima fino a che non muoiono per mancanza di alimento intorno al 10° giorno. Nei bacolini alimentati i valori di attività dipeptidasica sono, progressivamente nel tempo, gradatamente più elevati.

Il comportamento della alanilglicina-dipeptidasi in *Bombyx mori* è rappresentabile con una curva strettamente somigliante a quella ottenuta nello sviluppo embrionale degli Anfibi Anuri (De Cesaris Coromaldi, 1954; Urbani e De Cesaris Coromaldi, 1954) ed Urodeli (Løvtrup, 1953, 1955) e a quella riportata da Bellini (1957 *a*) nel suo lavoro su *Artemia salina*. Lo stesso enzima studiato da Collier (1957) in *Ilyanassa obsoleta* mostra anche qui, nei primi stadi di sviluppo dell'embrione, una debole attività che aumenta con il progredire dello sviluppo fino allo stadio di larva dove l'aumento si arresta e il tenore in dipeptidasi mantiene valori costanti o in diminuzione.

È molto interessante sottolineare che sia negli Anfibi, che nel crostaceo *Artemia salina*, che nel mollusco *Ilyanassa obsoleta*, che nell'insetto *Bombyx mori* il comportamento delle dipeptidasi è concordante nel mostrare una diminuzione di attività quando l'embrione ha esaurito le scorte vitelline: l'inizio della vita larvale è sempre accompagnato, se gli animali non vengono alimentati, da una caduta del tenore in enzima.

Questo fatto fu per la prima volta messo in evidenza nello sviluppo degli Anfibi e correlato con gli studi di Cotronei (1922, 1930, 1932) che identificavano il passaggio dalla vita embrionale a quella larvale con il momento nel quale aveva termine il riassorbimento del vitello. Lo stesso autore interpretò questo stadio di sviluppo degli Anfibi come significativo non solo dal punto di vista morfologico ma soprattutto ai fini delle modificazioni metaboliche che si verificano nell'organismo. Gli studi di enzimologia dell'embrione da noi riferiti hanno dato una convalida precisa a queste osservazioni in quanto hanno mostrato che in tutte le forme prese in esame la fine del riassorbimento del tuorlo, e perciò il passaggio dalla vita embrionale a quella larvale, è accompagnato da un preciso comportamento enzimatico in generale e, per i casi qui illustrati, delle dipeptidasi in particolare.

Il fatto che questi enzimi siano in forte attività in quegli stadi di sviluppo nei quali sono intensi i processi di morfogenesi ed accrescimento e mostrino una caduta quando vengono a mancare i materiali per l'edificazione del nuovo protoplasma mostra come verosimilmente essi debbano essere impegnati nei processi di sintesi cellulare.

BIBLIOGRAFIA.

[1] BALDISSEROTTO A. e UGURGIERI B., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *25*, 81 (1958).
[2] BELLINI L., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *22*, 340 (1957 *a*).
[3] BELLINI L., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *23*, 303 (1957 *b*).
[4] BELLINI L. e SCOLLO LAVIZZARI G., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *24*, 92 (1958).
[5] COLLIER J. R., « Embryologia », *3*, 243 (1957).
[6] COTRONEI G., « Arch. Zool. Ital. », *10*, 85 (1922).
[7] COTRONEI G., « Mon. Zool. Ital. », *41*, 8 (1930).
[8] COTRONEI G., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *15*, 236 (1932).
[9] DE CESARIS COROMALDI L., « Ric. Sci. », *24*, 319 (1954).
[10] GAETA I., « Boll. Soc. Eustachiana », *50*, 95 (1957).

[11] Linderstrøm-Lang K. U. e Holter H., «C. R. Lab. Carlsberg Sér. Chim.», *19*, 1 (1931).
[12] Løvtrup S., «C. R. Lab. Carlsberg Sér. Chim.», *28*, 426 (1953).
[13] Løvtrup S., «C. R. Lab. Carlsberg Sér. Chim.», *29*, 262 (1955).
[14] Urbani E., «Rend. Acc. Naz. Lincei», *16*, 556 (1954).
[15] Urbani E., «Experientia», *11*, 209 (1955).
[16] Urbani E., «Rend. Acc. Naz. Lincei», *21*, 498 (1956).
[17] Urbani E., «Ist. Lombardo (Rend. Sci.)» B, *92*, 69 (1957).
[18] Urbani E. e Bellini L., «Rend. Acc. Naz. Lincei», *25*, 198 (1958).
[19] Urbani E. e De Cesaris Coromaldi L., «Ric. Sci.», *24*, 1275 (1954 *a*).
[20] Urbani E. e De Cesaris Coromaldi L., «Ric. Sci.», *24*, 2364 (1954 *b*).
[21] Urbani E., De Cesaris Coromaldi L. e Scollo Lavizzari G., «Rend. Acc. Naz. Lincei», *23*, 82 (1957).
[22] Urbani E. e Urbani Mistruzzi L., «Ric. Sci.», *27*, 2786 (1957).

Embriologia. — *Sviluppo e differenziamento delle gonadi in* Lacerta sicula campestris (*Betta*) (*). Nota di Guglielmo Marin e Armando Sabbadin, presentata (**) dal Corrisp. U. D'Ancona.

I risultati di uno studio morfologico sulla gonadogenesi e il differenziamento sessuale negli embrioni di *Lacerta sicula campestris* vengono esposti in questa Nota in forma preliminare.

Individui adulti, catturati in primavera nella zona del Lido di Venezia e mantenuti in terrario, hanno fornito numerose uova che venivano raccolte giornalmente e poste ad incubare in termostato ad una temperatura oscillante intorno ai 28°, in ambiente saturo di umidità, secondo le indicazioni di Kramer (1). La percentuale di uova non fecondate e la mortalità embrionale furono quasi nulle. La durata dello sviluppo embrionale fino alla schiusa risultò di circa 40 giorni.

Sono stati studiati complessivamente circa 70 embrioni, a stadi diversi di sviluppo, a partire da un giorno di incubazione fino alla nascita.

Negli embrioni di un giorno d'età sono chiaramente riconoscibili le creste genitali, sotto forma di un ispessimento locale dell'epitelio celomatico ai lati della radice del mesenterio dorsale. In questo epitelio germinativo sono già in parte migrati i gonociti primordiali, mentre molti di essi sono ancora localizzati nel mesenterio dorsale, nel quale in numero variabile persistono almeno fino al decimo giorno d'incubazione.

La migrazione dei gonociti dalla sede di origine per via sanguigna è stata recentemente descritta in altri Lacertili da Pasteels (2). I gonociti sono ben riconoscibili dagli elementi somatici per le maggiori dimensioni, il nucleo vescicoloso di forma spesso irregolare, provvisto di un grosso nucleolo e il citoplasma carico di globuli di tuorlo che si riassorbono assai lentamente.

Le creste genitali si estendono al livello del mesonefro, già ben differenziato nella parte craniale, mentre posteriormente è in forma di gemme contigue al dotto di Wolff.

Dalla parete celomatica, al bordo laterale delle creste genitali, si spingono in direzione dorsale, medialmente alle gemme mesonefriche e a contatto delle pareti laterali dei vasi sottocardinali, dei cordoni cellulari che rappresentano il blastema comune da cui si origineranno la parte corticale del surrene e la medulla gonadica. Nei giorni successivi infatti i cordoni entrano

(*) Lavoro eseguito con un contributo del Consiglio Nazionale delle Ricerche, nell'Istituto di Zoologia e Anatomia comparata dell'Università di Padova.

(**) Nella seduta del 10 gennaio 1959.

(1) G. Kramer, *Angaben zur Fortpflanzung und Entwicklung von Mauer-Eidechsen*, « Senckenbergiana », *20*, 66–80 (1938).

(2) J. Pasteels, *Origine et migration des gonocytes chez deux Sauriens: Mabuia et Chamaeleo*, « C. R. Ass. Anat. », *79*, 354–357 (1954).

in intimo contatto con le creste genitali, ora sporgenti nella cavità celomatica, fornendo gli elementi somatici che vanno a costituire la regione centrale, medullare, della giovane gonade. L'epitelio germinativo delle creste genitali ne forma la regione corticale.

Questa fase di organizzazione della gonade dura fino in prossimità del decimo giorno di incubazione. Le due regioni, corticale e medullare, appaiono fin dall'inizio ben distinte, in più punti separate da sottile fessura. Contrariamente a quanto osservato da Risley [3] nel chelone *Sternotherus odoratus* e a quanto si verifica in altri Amnioti, sembra mancare del tutto la *proliferazione corticale* destinata a fornire elementi somatici e germinali alla regione midollare. In questa specie i gonociti primordiali, dalla loro posizione estragonadica raggiungono direttamente e popolano indifferentemente l'una e l'altra regione.

Completata l'organizzazione della gonade sessualmente indifferenziata, si interrompe la continuità fra questa e i cordoni cellulari posti dorsolateralmente ad essa, ormai destinati a dare solo l'interrenale. Alla stessa epoca, gli ammassi cellulari del simpatico, prima presenti solo in regioni più craniali, si sono estesi anche al livello delle gonadi. Da essi una colata di cellule scende lungo le pareti dell'aorta, spingendosi in prossimità dei cordoni interrenali. Queste cellule vanno a costituire gli abbozzi della parte medullare del surrene che si differenzieranno nel caratteristico tessuto cromaffine solo più tardi. A sviluppo completo, parte corticale e parte midollare del surrene sono fra loro contigue ma non commiste, e chiaramente riconoscibili per i differenti caratteri istologici e citologici.

In tutti gli embrioni verso il decimo giorno di incubazione compaiono i dotti di Müller. Essi prendono origine da un ispessimento dell'epitelio celomatico ai bordi laterali della parte craniale dei mesonefri. L'epitelio si solleva in due pieghe anteriormente congiunte a doccia aperta nella cavità celomatica, abbozzo dell'ostio della tuba, e che più caudalmente si saldano a tubo. Questo si spinge a livelli progressivamente posteriori, fino a raggiungere più tardi la parete della cloaca nelle femmine, mentre nei maschi presenta solo una breve estensione e presto regredisce. Tracce di esso sono riconoscibili fin verso il ventesimo giorno di incubazione.

Il primo accenno di differenziamento sessuale delle gonadi si riscontra negli embrioni verso il tredicesimo giorno di incubazione.

Negli individui geneticamente femminili un rapido aumento del numero di gonociti porta ad un forte ispessimento bilaterale della regione corticale, che si assottiglia invece al margine distale. Contemporaneamente un distinto stroma connettivale si organizza a spese della medulla, che si scava all'ilo in lacune ad andamento irregolare. Le cellule germinali inizialmente comprese nella medulla scompaiono. Al ventesimo giorno d'incubazione molti gonociti

(3) P. L. Risley, *Contributions on the development of the reproductive system in* Sternotherus odoratus (*Latreille*). – II. *Gonadogenesis and sex differentiation*, « Z. Zellf. u. mikr. Anat. », *18*, 493–543 (1933).

hanno iniziato la profase della prima divisione maturativa. Pochi mutamenti intervengono nel corso dell'ulteriore sviluppo embrionale. All'epoca della schiusa un numero assai limitato di cellule germinali iniziano il secondo periodo di accrescimento, isolandosi entro un distinto involucro follicolare a più strati di cellule.

Il differenziamento femminile è dunque caratterizzato da un rapido aumento numerico dei gonociti che, esaurita l'attività mitotica, iniziano la prima divisione maturativa, e dalla regressione della medulla.

Il differenziamento maschile è caratterizzato da una precoce organizzazione della regione midollare in cordoni, che presto si scavano a tubuli, e in tessuto interstiziale. Già al venticinquesimo giorno d'età una distinta unione urogenitale si è edificata ad opera di cordoni cellulari che dall'ilo del testicolo raggiungono i mesonefri. Essa è di breve estensione e conserva caratteri immutati fino alla schiusa. In seno alla medulla le cellule germinali restano sempre fino alla schiusa in numero assai scarso, localizzate sulle pareti dei tubuli seminiferi o nel tessuto interstiziale. La regione corticale, dopo l'espulsione nella cavità celomatica dei gonociti prima in essa racchiusi, finisce con il ridursi ad un sottile epitelio di rivestimento. Tuttavia resti discontinui di cortex, con pochi gonociti, persistono per un tempo relativamente lungo.

Nessuna asimmetria è stata notata nello sviluppo delle gonadi dei due lati.

Alla schiusa sembra non siano ancora comparse differenze nello sviluppo dell'apparato renale dei maschi e delle femmine. Il mesonefro, la cui parte craniale si presenta in degenerazione già al quindicesimo giorno d'età, a livello delle gonadi e caudalmente ad esse appare ancora normale e funzionante, nonostante il preponderante sviluppo del metanefro.

In conclusione, in *Lacerta sicula* il differenziamento verso l'uno o l'altro sesso avviene direttamente a partire dalla gonade indifferenziata per il prevalente sviluppo che fin dall'inizio assume l'una o l'altra regione gonadica, e non si osservano i fatti di ermafroditismo iniziale riscontrati da Risley in *Sternotherus odoratus*. Tuttavia la persistenza relativamente lunga di resti di cortex nei giovani testicoli sembra poter costituire per un certo tempo un substrato sufficiente per una parziale inversione sperimentale del sesso, del tipo di quella ottenuta in diversi Rettili da vari Autori [4], a partire appunto da simili resti di cortex.

Rispetto a *Sternotherus odoratus* e ad altri Amnioti è inoltre da sottolineare la maggiore autonomia di sviluppo che in *Lacerta sicula* presentano

(4) V. Dantschakoff, *Über chemische Werkzeuge bei der Realisation normal bestimmter embryonaler geschlechlicher Histogenese bei Reptilien*, « Arch. Entw.-Mech. », *138*, 465–521 (1938); T. R. Forbes, *Studies on the reproductive system of the alligator.* – II. *The effects of prolonged injections of oestrone in the immature alligator*, « J. exp. Zool. », *78*, 335–367 (1938); P. L. Risley, *A comparison of effects of gonadotropic and sex hormones on the urogenital systems of juvenile terrapins*, « J. exp. Zool. », *87*, 477–508 (1941).

regione corticale e regione midollare della gonade. In questa specie la medulla sembra edificarsi del tutto indipendentemente da quelle proliferazioni corticali che nei succitati animali contribuiscono all'edificazione del territorio medullare. In particolare, il meccanismo della *prima proliferazione corticale* che ad esempio nel pollo porta alla diffusione nella medulla di cellule germinali all'inizio relegate solo nell'epitelio corticale, creando così i presupposti di una bipotenzialità sessuale della gonade [5], qui appare sostituita dalla migrazione non preferenziale dei gonociti dall'area estragonadica nell'una o nell'altra regione gonadica.

(5) G. Marin, *Osservazioni sulla gonadogenesi e sul differenziamento sessuale nell'embrione di pollo*, « Arch. It. Anat. Embr. », *61*, 106–127 (1956).

Fisiologia vegetale. — *Ricerche sulla fisiologia della crescita della radice.* – II. *Caratteristiche della radice di pisello* (*). Nota di Federica Trezzi, Luisa Pegoraro e Edvige Vaccari, presentata (**) dal Socio S. Tonzig.

La presente Nota, che pure è la seconda della serie, ha ancora carattere introduttivo. Il suo scopo è di precisare le caratteristiche del nostro materiale di lavoro (radici di pisello, *Pisum sativum* v. Alaska); caratteristiche, di tipo anatomico come funzionale, la cui conoscenza è indispensabile sia per un buon apprezzamento critico dei risultati sperimentali, sia per una appropriata scelta della zona di radice su cui sperimentare.

È evidente che lo studio dell'accrescimento della radice non può essere fatto che sulle sue regioni apicali nelle quali, appunto, la crescita è in atto. Ma è altresì evidente che un tal materiale è caratterizzato da una grande eterogeneità, ciò che implica l'intervento di numerose cause d'errore che soltanto se ben conosciute possono essere attenuate, possibilmente evitate o, quanto meno, correttamente apprezzate.

Non abbiamo certo bisogno di dire molte cose, per spiegare queste affermazioni. Basti solo ricordare che una regione apicale è costituita, nella sua parte più distale, da tessuti meristematici; che, spostandoci verso regioni progressivamente più prossimali, ai tessuti meristematici seguono tessuti in fase di sempre più avanzata differenziazione e nei quali, peraltro con intensità via via differente, dapprima in senso positivo successivamente sempre più ridotta, è in atto la crescita per distensione; e che, infine, ai tessuti in corso di differenziazione seguono altri che hanno caratteristiche morfologiche oramai fissate e nei quali anche i caratteri funzionali stanno diventando quelli propri dei diversi tipi di tessuti somatici, incapaci di ulteriore crescita. Ciò conferisce ai vari territori della radice una loro propria fisionomia fisiologica; le differenze sono, ovviamente, generali ma, fra esse, ci preme ricordare, come più pertinenti al nostro studio, quelle che si riferiscono alla genesi o alla carica, comunque ottenuta, di sostanze in qualsiasi modo capaci di influire sulla crescita (sostanze stimolanti o sostanze inibenti, in forma di precursori o di sostanze attive); quelle relative alla capacità di percezione o di reazione agli stimoli; quelle che riguardano il corredo enzimatico che varia col tipo e col grado di funzionalità; quelle, infine, che derivano dall'insieme di influenze correlative alle quali ogni zona è esposta e che pure variano col variare della personalità, se così possiamo dire, sia dei tessuti influenzanti che di quelli influenzati.

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto Botanico dell'Università di Milano, Centro di studi per le ossido-riduzioni nei vegetali del C.N.R.

(**) Nella seduta del 13 dicembre 1958.

Deriva da tutto ciò come le esperienze eseguite su un materiale tanto eterogeneo siano di assai difficile interpretazione, espongano a valutazioni viziate da non trascurabili errori e nulla più rappresentino se non la media delle differenti reazioni che i singoli stimoli inducono nelle varie regioni dell'organo. Né va dimenticato che, se lo spettro – per dire così – delle differenze di struttura e di funzione è sempre lo stesso, esso va tuttavia spostandosi col crescere della radice e lo spostarsi in avanti dell'apice radicale, cosicché il materiale che all'inizio dell'esperienza aveva determinate caratteristiche, va continuamente mutandole nel corso di questa sino ad assumere, se l'esperienza si prolunga, fisionomie in modo molto sensibile diverse.

Tali considerazioni abbiamo fatto per precisare e per giustificare il metodo generale delle nostre ricerche che, allo scopo non diciamo di annullare ma almeno di ridurre le cause d'errore e di poter più correttamente interpretare i risultati sperimentali, sono state fatte su segmenti isolati della regione apicale della radice. Il metodo, ovviamente, non può essere considerato ideale; anche perché, se elimina alcune grossolane cause d'errore, altre ne introduce per proprio conto: basti pensare al complesso di nuove reazioni che vengono indotte sulle superfici di taglio ed alla non naturale condizione nella quale vengono a trovarsi i singoli segmenti che, nello stesso momento in cui vengono isolati, vengono anche sottratti alle influenze umorali delle regioni più o meno immediatamente adiacenti.

Come verrà precisato nel corso delle successive Note, noi abbiamo cercato di ridurre, o almeno di valutare, queste nuove cause d'errore. Ci è comunque sembrato che il metodo di sperimentare su segmenti isolati sia quello preferibile come l'unico che consente di lavorare su materiale con caratteri di sufficiente omogeneità e, proprio perché isolato, operante in condizioni note e sperimentalmente variabili.

« Topografia » della porzione apicale della radice di pisello.

Abbiamo detto, poco sopra, come sia eterogenea la porzione apicale della radice; qui di seguito preciseremo, in maniera brevemente schematica, come vi siano distribuite le principali fasi della crescita e della differenziazione. Ma, ancora prima, sarà opportuno precisare il metodo col quale, durante le nostre ricerche, abbiamo preparato le radici.

I semi secchi di pisello venivano anzitutto fatti rigonfiare in acqua per 3–4 ore, indi posti a germinare, ammucchiati in vaschette di vetro, per 48 ore a 25° C, in termostato, in ambiente buio e saturo d'umidità. Iniziata così la germinazione, i semi venivano trasferiti in germinatoi di porcellana e disposti in modo che la loro radice potesse crescere diritta verso il basso. Trascorse altre 24 ore, nelle medesime condizioni di temperatura, luce ed umidità, le radici erano pronte per l'uso, previa accurata eliminazione di tutte quelle non ben diritte o non ben omogenee per lunghezza e grossezza.

È ovvio che, la crescita e la differenziazione essendo fenomeni graduali, graduali sono anche, di strato in strato di cellule, le variazioni delle loro caratteristiche. Gli evidenti motivi pratici che ci costringevano ad usare segmenti d'una ragionevole lunghezza, ci hanno altresì obbligate a cercar di dividere la radice in un certo numero di zone in ciascuna delle quali fosse assolutamente preponderante una certa caratteristica anche se, com'è naturale, tale caratteristica non era perfettamente omogenea in ogni zona né mutava improvvisamente dall'una all'altra zona. L'esame microscopico ci ha comunque dimostrato che, nelle nostre radici, le fasi salienti della crescita e della differenziazione erano così distribuite. I 2 mm dell'estremo apice sono essenzialmente costituiti da tessuti meristematici le cui cellule sono in corso di attiva divisione; l'adiacente segmento subapicale, esso pure di 2 mm, è quello più importante ai fini del nostro studio come quello nel quale prevale l'accrescimento per distensione delle cellule; tale processo va poi gradualmente attenuandosi, più prossimalmente, mentre va facendo rapidi progressi la differenziazione cellulare; già a 5–6 mm dall'apice cominciano a divenir riconoscibili i tessuti conduttori e a 7–8 mm la differenziazione dei tessuti adulti primari è del tutto completa.

Distribuzione della crescita per distensione nella radice.

Per precisare come vari l'entità dell'accrescimento per distensione lungo la porzione apicale della radice, mediante apposita taglierina a cinque lame distanti 2 mm l'una dall'altra abbiamo suddiviso in 5 segmenti, lunghi appunto 2 mm, la porzione apicale di 50 radici di pisello. Dopo essere stati lavati e misurati al microscopio con obbiettivo a piccolo ingrandimento e oculare micrometrico, i successivi segmenti, a gruppi di 50, sono stati posti in scatole Petri su carta da filtro coperta da un sottile strato di soluzione tampone ai fosfati 0,02 M, a pH 5,5. Messi in termostato a 25° C al buio, i gruppi di segmenti sono stati rimisurati dopo 4, 16 e 24 ore. I risultati, calcolati come percento di crescita rispetto alla lunghezza iniziale, sono graficamente espressi nella fig. 1.

Appare chiaro che il massimo valore della crescita per distensione è nel secondo segmento, quello immediatamente subapicale. Anche quello apicale si allunga notevolmente, fino ad un valore del 45 % al termine di 24 ore; ma è importante tener presente che si tratta del risultato di crescite per divisione ed embrionale, dunque di tipo diverso da quello dei pezzi successivi. Modesto è il valore della crescita nel terzo segmento che, d'altronde, raggiunge quasi la lunghezza finale già nelle prime 4 ore e più non partecipa all'ulteriore allungamento complessivo della radice quale avviene nelle ore successive. Minimo, e pressoché trascurabile, è, da ultimo, l'accrescimento del quarto e del quinto pezzo nei quali la differenziazione è già così progredita da rendere praticamente non più distensibili le cellule.

Questi risultati non costituiscono certo una novità; tuttavia, oltre a precisare le caratteristiche del nostro materiale, essi valgono ancora una volta a dimostrare con quanta cautela vadano accolti i dati ottenuti sull'intera porzione apicale di radici.

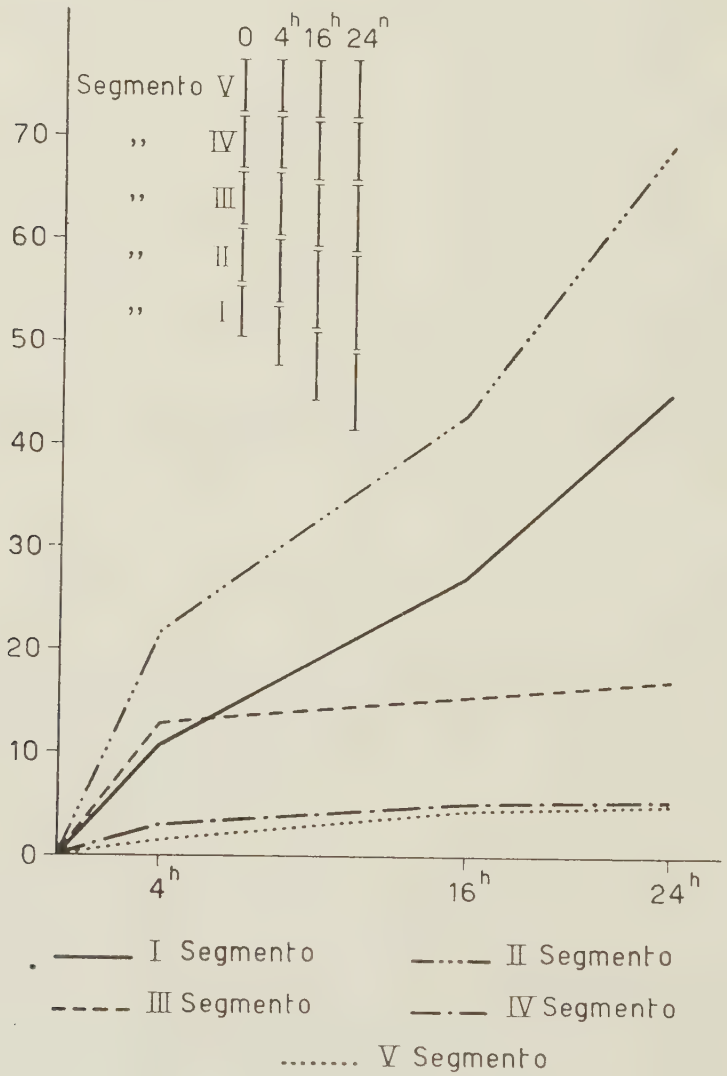


Fig. 1.

Distribuzione della carica auxinica nella porzione apicale della radice di pisello.

La ricerca, che aveva lo scopo di stabilire come vari la carica auxinica nelle successive zone della porzione apicale della radice, è stata fatta con la seguente tecnica. Preparati circa 20 gr di ciascuno dei cinque segmenti terminali di radice (ognuno, come è stato spiegato, lungo 2 mm), ne abbiamo

fatto separatamente gli estratti con etere etilico reso puro da perossidi; gli estratti sono stati frazionati per cromatografia discendente in alcool isopropilico, acqua e ammoniaca nelle proporzioni di 10 : 1 : 1 per 15–18 ore; le striscie di carta con i cromatogrammi sono state tagliate trasversalmente in segmenti di 2 cm e questi eluiti per un'ora in scatole Petri di piccole dimensioni con 3 cc di soluzione tampone ai fosfati 0,02 M, pH 5,5. Nelle soluzioni così ottenute venivano allora introdotti – in numero di 20 per ogni prova – dei segmenti subapicali (dunque decapitati) di coleottili di Avena (*A. sativa* v. Victory) lunghi 5 mm, privi della fogliolina interna ed infilati su sottilissime bacchettine di vetro. Dopo essere rimasti 4 ore al buio a 22–23° C negli eluati continuamente e dolcemente agitati, i testi cilindri di coleottile d'Avena venivano rimisurati ed il loro accrescimento espresso in percento di quello di identici segmenti di coleottile fatti crescere nelle medesime condizioni in eluato di semplice carta per cromatografia.

Una serie parallela di testi, saggiata con eluati di cromatogrammi di soluzioni di una nota quantità di AIA (ac. indolacetico), aveva lo scopo di riconoscere, nel cromatogramma, la posizione dell'AIA e di permettere la valutazione, per confronto, della quantità di AIA estratta dai singoli segmenti di radici.

Occorre precisare che i risultati di queste esperienze hanno dimostrato come, in posizioni diverse, si possano riconoscere negli istogrammi più tipi di sostanze stimolanti la crescita dei testi coleottile di Avena, inoltre qualche tipo di sostanze inibenti la crescita. In questa nota, tuttavia, noi prendiamo in esame il solo AIA identificabile, negli istogrammi, sia per la posizione (tra Rf 0,30 e 0,40) che per le reazioni colorate di Salkowski e di Ehrlich. La relativa macchia veniva separata, durante il taglio degli istogrammi, in due segmenti successivi il cui contenuto in AIA è espresso, nella Tabella I, sia come azione di stimolo sulla crescita dei testi cilindri di coleottile, sia come valutazione quantitativa.

Va detto, per spiegare la doppia indicazione della percentuale di crescita in più dei controlli, provocata sui testi coleottile dagli estratti di segmenti di radice, che al peso di circa 20 gr di materiale corrispondono quantità molto diverse dei successivi segmenti per effetto del loro progressivo aumento di peso. Il peso di 20 gr, infatti, è stato raggiunto con 16.050 primi segmenti, 11.494 secondi segmenti, 10.835 terzi segmenti, 8.068 quarti segmenti e 8.060 quinti segmenti. Oltre che indicare l'effetto stimolante degli estratti di pesi eguali (per comodità di valutazione trasformati in 10 gr invece dei 20 su cui, di fatto, abbiamo operato) ci è sembrato pertanto opportuno correggere i valori trovati rapportandoli a egual numero di segmenti. Abbiamo ottenuto così una indicazione senza dubbio più giusta e dalla quale risulta che il contenuto in AIA, già molto elevato nel segmento meristematico, va ulteriormente aumentando nel segmento in distensione e, pur cominciando a diminuire, rimane ancora nel 3° segmento più alto che nel 1°. Non è facile stabilire quale sia il riferimento più corretto per un più esatto apprezzamento delle variazioni del contenuto in

AIA (o di altre sostanze); vale comunque la pena di osservare che se tale contenuto dovesse essere riferito ad egual numero di cellule, dal momento che, distendendosi e differenziandosi, le cellule si allungano, i successivi segmenti di 2 mm contengono un numero di cellule che va sensibilmente diminuendo da quello meristematico verso quelli più distesi e più differenziati. Se dunque il contenuto in AIA fosse calcolato per egual numero di cellule, si troverebbe che le variazioni in più nei segmenti subapicali sarebbero ancora maggiori e che, in particolare, ancora maggiore risulterebbe il contenuto d'AIA nel secondo segmento in confronto del primo.

TABELLA I.

*Percentuale di crescita in più del controllo determinata su testi «cilindri di coleottili di Avena» dall'*AIA *separato per cromatografia da estratti di successivi segmenti di radice di pisello. Le percentuali sono calcolate per 10.000 segmenti o per 10 gr di peso fresco di materiale. È stato anche calcolato, nei diversi segmenti, il contenuto in* AIA.

	I Segmento		II Segmento		III Segmento		IV Segmento		V Segmento		AIA 25 γ
	% di crescita	AIA in γ	% di crescita	AIA in γ	% di crescita	AIA in γ	% di crescita	AIA in γ	% di crescita	AIA in γ	% di crescita
Estratto di 10.000 segmenti . . .	+120	8,5	+140	10	+130	9,2	+ 90	6,4	+ 80	5,7	+350
Estratto di gr 10 peso fresco . .	+ 96	6,8	+ 81	5,7	+ 71	5,0	+ 36	2,5	+ 32	2,2	

Le stesse osservazioni, ovviamente, valgono anche nei riguardi della valutazione del contenuto in AIA espresso in γ.

DISTRIBUZIONE DEL SISTEMA DELL'ACIDO ASCORBICO NELLA PORZIONE APICALE DELLA RADICE DI PISELLO.

I dosamenti dell'AA (acido ascorbico) e del DHA (acido deidroascorbico) sono stati fatti applicando il metodo di Tillman modificato da Hughes [1] titolando l'AA direttamente con diclorofenolindofenolo e il DHA per differenza dal totale dopo riduzione con omocisteina. Tutte le titolazioni sono state fatte con colorimetro di Lange. Le operazioni di analisi sono state fatte separatamente su circa 0,5 gr di ciascuno dei primi cinque segmenti (di 2 mm ognuno) della porzione apicale della radice. I risultati raccolti nella Tabella II sono la media di più analisi. Essi indicano come la quantità totale

del sistema dell'ascorbico decresca rapidamente dall'apice verso le zone progressivamente più prossimali. Tale diminuzione è dovuta prevalentemente (o, nel 2° e 3° segmento, addirittura esclusivamente) alla rapida caduta dell'AA; quanto al DHA, il suo contenuto decresce molto meno rapidamente, segna anzi, nei primi segmenti subapicali, un sensibile aumento e soltanto nel 4° segmento si abbassa al disotto del valore riscontrato nel segmento apicale. Ne viene che il rapporto AA/DHA va rapidamente contraendosi col passaggio dalla zona meristematica a quella dove i tessuti hanno completato la loro differenziazione.

Tabella II.

Contenuto in AA *e* DHA *espresso in* γ/gr *di peso fresco nei successivi segmenti di radice di pisello.*

Pezzo	AA γ/gr	DHA γ/gr	AA + DHA γ/gr	AA/DHA
1°	796	51	847	15,6
2°	412	86,2	498,2	9,2
3°	224	60,9	284,9	5,8
4°	162	43,7	205,7	3,7
5°	139	14,2	153,2	2,9

Se, invece che a eguali pesi, il contenuto in AA e in DHA fosse riferito a egual numero di segmenti o a egual numero di cellule, i valori subirebbero evidentemente le stesse variazioni di cui s'è detto a proposito dell'AIA. Poiché, tuttavia, più che i valori assoluti a noi interessano quelli del rapporto AA/DHA, riteniamo superflue le correzioni.

Distribuzione del sistema del glutatione nella porzione apicale della radice di pisello.

Come nel caso precedente, la ricerca è stata fatta su circa 0,5 gr di ciascuno dei primi cinque segmenti di radice, ognuno di 2 mm. Il dosamento del glutatione ridotto è stato fatto con la tecnica di misura dei gruppi —SH di Kolthoff e Stricks [2] utilizzando un amperometro Multiflex a portate plurime e sistema di proiezione incorporato, della sensibilità di 4×10^{-9} Ä per millimetro di scala. Il glutatione ossidato è stato calcolato per differenza dal totale dopo riduzione elettrolitica. Le medie dei risultati di più analisi, espresse in μM/gr di peso fresco, sono raccolte nella Tabella III. Esse dimostrano una forte caduta del contenuto in glutatione totale dal 1° al 2° segmento ed una successiva, peraltro più moderata diminuzione, fino al 5° seg-

mento. La diminuzione relativa è esclusivamente a carico del glutatione ridotto mentre quello ossidato, che nel 1° segmento è presente in quantità minore del ridotto, tende a divenir preponderante sino a farsi più che doppio. Il rapporto GSH/GS–SG, di conseguenza, va diminuendo e, ancora superiore ad 1 nel 2° segmento, va assumendo successivamente valori sempre più piccoli di 1.

Per lo stesso motivo spiegato già a proposito del contenuto in AA e DHA, riteniamo inutile correggere i valori quantitativi ottenuti riferendoli, anziché a egual peso di materiale, a egual numero di segmenti o a egual numero di cellule.

Tabella III.

Contenuto in GSH *ed in* GS–SG *espresso in* μM *per grammo di peso fresco, dei successivi segmenti di radice di pisello.*

	GSH	GS–SG	GSH+GS–SG	GSH/GS–SG
I segmento . .	8,93	5,5	14,83	1,4
II segmento . .	3,63	3,36	6,99	1,1
III segmento . .	2,33	4,03	6,36	0,63
IV segmento . .	1,7	3,7	5,4	0,41
V segmento . .	1,03	2,6	3,63	0,38

Distribuzione dell'intensità di respirazione.

È stata studiata, in apparecchio di Warburg, come consumo di ossigeno. I segmenti di radice, appena prelevati, venivano lavati in acqua, pesati in gruppi di 40–50 e trasferiti nelle vaschette del respirometro contenenti 3 cc di soluzione tampone ai fosfati 0,02 M, pH 5,5. Tali vaschette, assieme ad altre funzionanti da termobarometro e contenenti la sola soluzione tampone, erano tenute in bagno termostatico a 25° C, agitate al ritmo di 90 oscillazioni al minuto primo e lasciate ambientare per 10 min. pr. Chiusi i manometri, il consumo di ossigeno veniva seguito mediante letture ripetute ogni 15 minuti e per la durata di 5 ore. I risultati, come medie di 5 prove, sono riuniti nel grafico fig. 2. In accordo con quanto già da altri segnalato, risulta come il processo di crescita per distensione implichi un'intensità particolarmente elevata di respirazione: ne viene che il suo valore è alto soprattutto nel 2° segmento e più basso nel 1° (l'esperienza è stata limitata ai primi tre). Quanto al progressivo incremento del consumo di ossigeno, tro-

vato tra la 1° e la 5° ora, esso è di secondario interesse essendo probabilmente riconducibile a più fattori fra i quali l'effetto dei sali assorbiti dal liquido ambiente, l'effetto dei tagli operati nella separazione dei segmenti, l'effetto dell'agitazione delle vaschette, ecc.

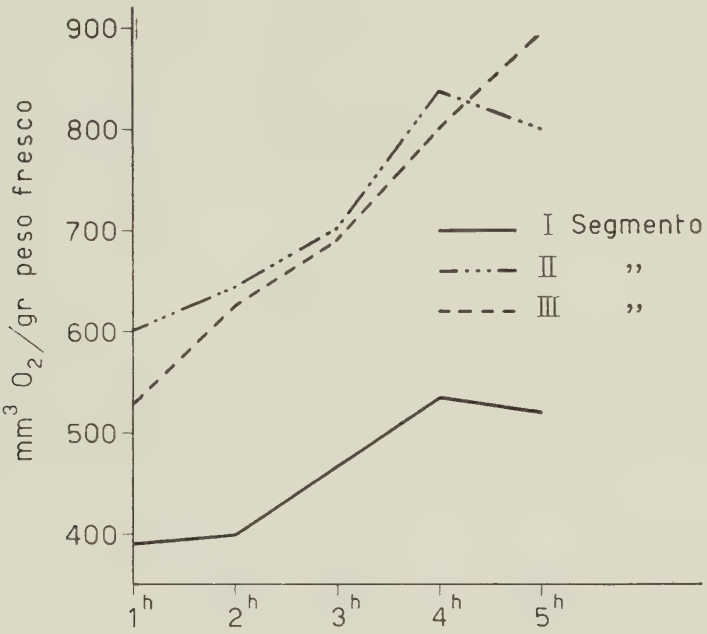


Fig. 2.

Conclusioni e riassunto.

Allo scopo di precisare le caratteristiche del nostro materiale di studio, ne abbiamo rilevato la distribuzione della crescita, del contenuto in AIA, in AA e DHA, in glutatione ridotto e ossidato e dell'intensità di respirazione come consumo di ossigeno.

I risultati appaiono dai grafici o dalle tabelle. Si rileva da essi come il contenuto in AIA, assai elevato nella zona meristematica, sia peraltro anche maggiore nei tessuti in fase di crescita per distensione (apprezzamento che si ottiene quando il contenuto in AIA sia riferito a egual numero di segmenti); come sia il sistema dell'ascorbico che del glutatione siano invece più abbondanti nella zona meristematica, meno abbondanti nella zona in distensione e diminuiscano ulteriormente col procedere della differenziazione; infine, come la respirazione sia alta soprattutto dov'è in atto la crescita per distensione.

Noi non discuteremo qui il significato di questi dati di fatto, riservandoci di farlo nelle note successive in cui vedremo com'essi variano parallelamente alle variazioni, sperimentalmente indotte, della velocità di crescita. Sempre come dato di fatto, ci sembra invece utile un sommario paragone

con analoghe caratteristiche del fusto. A tale scopo abbiamo riunito nella Tabella IV i risultati di talune indagini che noi abbiamo effettuato sul fusticino di plantule eziolate di pisello. Occorre chiarire, per meglio valutare il raffronto, che la situazione anatomica del fusto, intendiamo dire la distribuzione della crescita e della differenziazione, è assai diversa di quella della radice; e che una situazione abbastanza equivalente a quella dei primi tre successivi segmenti di radice noi abbiamo creduto di trovare, rispettivamente, nella parte apicale di 3–4 mm del fusto, gemma compresa; nel primo centimetro distale del 3° internodio; e nel primo centimetro distale del 2° internodio: sono appunto questi i segmenti che, nella nostra tabella, poniamo a raffronto con i tre primi segmenti della radice.

TABELLA IV.

(Spiegazione nel testo).

	Fusto			*Radice*		
	I segmento	II segmento	III segmento	I segmento	II segmento	III segmento
AIA γ/gr . . .	0,62	0,07	0,07	0,67	0,57	0,50
AA γ/gr	1214	319	165	796	412	224
DHA γ/gr . . .	86	89	63	51	86	61
$\frac{\text{DHA}}{\text{AIA}}$	138	1270	900	76,1	151	122
% crescita dopo 4 ore	27,5	29,2	22	11	22	13

Osserviamo, anzitutto, che nel fusto la zona in corso di accrescimento è molto più estesa cosicché ancora nel segmento distale del 2° internodio (quando già è avanzata la distensione del 3° internodio) la crescita ha lo stesso valore che, nella radice, troviamo nel 2° segmento (quindi tra 2 e 4 mm dall'apice). Più che per la sua velocità, i cui valori, specialmente nel 2° segmento, non sono affatto clamorosamente superiori a quelli della radice, la crescita del fusto appare caratterizzata dal suo più lungo protrarsi mentre appare in certo modo precocemente arrestata la crescita della radice.

Il contenuto in AIA, espresso nella tabella con riferimento ad egual peso, appare caratteristicamente elevato nel 2° e nel 3° segmento di radice in confronto di quelli qui considerati del fusto: la non arbitrarietà del paragone dovrebbe emergere, lo diciamo una volta ancora, dai valori della crescita che, nei segmenti di fusto, sono tuttora superiori a quelli ritenuti corrispondenti della radice.

La situazione del sistema dell'ascorbico non è molto diversa nei due organi se non per il molto suo elevato contenuto totale nel 1° segmento di fusto in confronto del 1° segmento di radice. Ciò che invece distingue nettamente i due organi è l'enorme differenza del rapporto DHA/AIA in ciascuno dei tre segmenti studiati e specialmente dove si svolge la crescita per distensione. Il senso dello studio di tale rapporto deriva dall'azione antagonista delle due sostanze: ne viene che il significato della carica auxinica, già in senso assoluto tanto maggiore nei segmenti in distensione della radice in confronto di quelli del fusto, viene ulteriormente e molto fortemente esaltato dalla contemporanea deficienza di DHA. Quale valore debba essere assegnato a questa osservazione verrà peraltro discusso, su base sperimentale, nelle prossime note.

Bibliografia.

[1] R. F. Hughes, « Bioch. J. », vol. 64, p. 203 (1956).
[2] W. Stricks e I. M. Kolthoff, « Anal. Chem. », vol. 21, p. 1050 (1953).

Fisiologia vegetale. — *Sull'esistenza di un gradiente citofisiologico nelle colonie di* Oscillatoria irrigua *Kütz., messo in evidenza dall'accumulo protoplasmatico «in vivo», del fluorocromo uranina* (*). Nota di Edmondo Honsell, presentata (**) dal Corrisp. R. Savelli.

Le ricerche di Schumacher (1933, 1936, 1937) Döring (1935), Strugger (1938) e il recente riesame del problema dell'accumulo dell'uranina (fluoresceina potassica) nelle cellule vegetali fatto da Höfler, Ziegler e Luhan (1956), hanno permesso di stabilire che questo fenomeno avviene esclusivamente nelle cellule vive. La natura del legame fra colorante e citoplasma, a cui è dovuto l'accumulo, non è stata ancora chiarita e nessuno dei tentativi di spiegarla ha sufficienti basi sperimentali o, comunque, regge ad una critica obbiettiva (Höfler e coll., 1956). Ricordo l'interpretazione di Ellinger e Hirt (1929), secondo la quale l'accumulo sarebbe dovuto all'azione di potenziali elettrostatici e la tesi di Strugger (1938), che lo attribuisce invece ad un fenomeno di elettroadsorbimento degli anioni colorati. Quest'ultimo autore ha però il merito di aver definito alcune importanti caratteristiche del fenomeno, quali l'influenza del pH del mezzo esterno e il fatto che, nei protoplasti delle cellule meristematiche di giovani foglie di *Elodea* l'accumulo avviene con maggiore intensità che non in quelli delle cellule adulte e anche quando la soluzione colorante è leggermente alcalina o neutra. La labilità del legame è stata messa in evidenza da Döring (1935), il quale ha osservato come l'uranina accumulata dal citoplasma passi in un secondo tempo nei vacuoli e lo stesso citoplasma sia in grado di assumere, un'altra volta, altra uranina dall'esterno, deducendo quindi, che la presenza di essa nel citoplasma, anche ad una concentrazione relativamente elevata, non determini alcuna variazione plasmatica permanente, sia di carattere strutturale che chimico–fisico.

Il fenomeno, finora, è stato studiato su un numero piuttosto piccolo di piante, tuttavia le specie esaminate (diverse Angiosperme, come *Allium*, *Elodea*, ecc.; qualche fungo; alcune alghe di acqua dolce, come *Closterium*, *Spirogyra*, *Mougeotia*, ecc.) hanno dato una risposta uniforme, ad eccezione delle Rodoficee marine, che, nei casi esaminati, non si colorano con l'uranina (Höfler e coll., 1956).

Durante la mia permanenza nell'Istituto di Fisiologia dell'Università di Vienna, diretto dal prof. K. Höfler, ho avuta l'opportunità di fare alcune osservazioni sull'accumulo vitale dell'uranina in alcune Cianoficee: tale gruppo di alghe non era stato ancora studiato sotto questo punto di vista e perciò ho creduto interessante riprendere ed estendere le osservazioni già iniziate.

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto Botanico di Portici diretto dalla prof.ssa Valeria Mezzetti Bambacioni.

(**) Nella seduta del 10 gennaio 1959.

In questa Nota preventiva mi limiterò a descrivere soltanto un interessante fenomeno relativo all'esistenza di un gradiente cellulare nell'intensità della fluorescenza secondaria prodotta dall'accumulo dell'uranina nelle colonie filamentose di *Oscillatoria irrigua* Kütz., facendo tuttavia presente che ho riscontrato un comportamento analogo in tutte le altre specie di *Oscillatoria* da me finora esaminate, ad eccezione di quelle marine, le quali, invece, mai hanno presentato fluorescenza secondaria in seguito al trattamento di colorazione con questo fluorocromo.

Una prima ricerca sul comportamento generale della colorazione con l'uranina in diverse specie di Cianoficee, appartenenti ai generi *Chroococcus*, *Nostoc*, *Cylindrospermum*, *Oscillatoria*, mi ha permesso di constatare che, in tutte queste piante, si osservano le stesse caratteristiche fondamentali della colorazione e dell'accumulo riscontrate dai diversi Autori negli altri gruppi di vegetali fino ad oggi esaminati. In particolare ho potuto constatare il carattere essenzialmente vitale della colorazione: essa, cioè, avviene soltanto in cellule vive. Infatti, uccidendo le cellule anche durante l'osservazione al microscopio a fluorescenza, con alcool a concentrazioni diverse o con formalina, immediatamente il legame fra citoplasma e colorante viene distrutto e quest'ultimo passa nella soluzione circostante. Il passaggio del colorante all'esterno è rapidissimo e lo si può constatare per la comparsa di una brillante fluorescenza verde nella soluzione che contiene il materiale, in precedenza completamente oscura e per il viraggio della fluorescenza delle cellule che dal verde (fluorescenza secondaria dovuta all'accumulo dell'uranina) passa al rosso (fluorescenza primaria dovuta alla clorofilla e ficocianina): la fluorescenza primaria rossa, preesistente, viene, nel caso della colorazione, completamente coperta da quella verde e questo effetto è particolarmente intenso, essendo i due colori complementari, e per il fatto che, probabilmente, la localizzazione dell'uranina nel citoplasma è esterna a quella dei pigmenti cellulari.

Un altro fenomeno perfettamente concordante con quanto osservato in altri gruppi di piante è il comportamento della colorazione in rapporto al pH dell'ambiente esterno. Nel caso dell'uranina, colorante acido, soltanto al di sotto di pH 7 sono presenti le molecole indissociate, che, per la loro liposolubilità, sono in grado di penetrare nel citoplasma attraversando il plasmalemma: pertanto solo in queste condizioni può aver luogo la colorazione. Infatti, in alcune prove ho potuto constatare che, mentre a pH 4,8 (tampone fosfatico M/150), indipendentemente dalla concentrazione della soluzione colorante (da 1/2500 a 1/10000), aveva luogo un'accumulo ottimale, a pH 7,2 ottenevo risultati analoghi soltanto alla concentrazione più elevata, mentre, infine, a pH 8,4 e con la massima concentrazione, era possibile riscontrare una fluorescenza verde molto limitata, che non riusciva a coprire del tutto la fluorescenza primaria rossa.

Oltre ai fenomeni indicati, nel genere *Oscillatoria* si osserva un comportamento particolare relativo all'intensità della fluorescenza, che non è eguale in ogni cellula della colonia, ma varia gradatamente, passando dai valori

minimi delle cellule terminali (le quali spesso presentano esclusivamente la caratteristica fluorescenza primaria rossa) a valori massimi dopo un certo numero di cellule, per poi decrescere gradatamente fino ad annullarsi in prossimità delle cellule limiti: pertanto, quando in una colonia sono presenti più cellule limiti, ci saranno più zone del filamento stesso che presentano detti valori massimi di fluorescenza secondaria.

La fig. 1 rappresenta graficamente l'andamento di questo fenomeno in un filamento, che, per necessità di tecnica sperimentale, è stato scelto breve (28 cellule), ma che ripete fedelmente quanto si può osservare in colonie più sviluppate. Le misure di intensità di fluorescenza (valori relativi

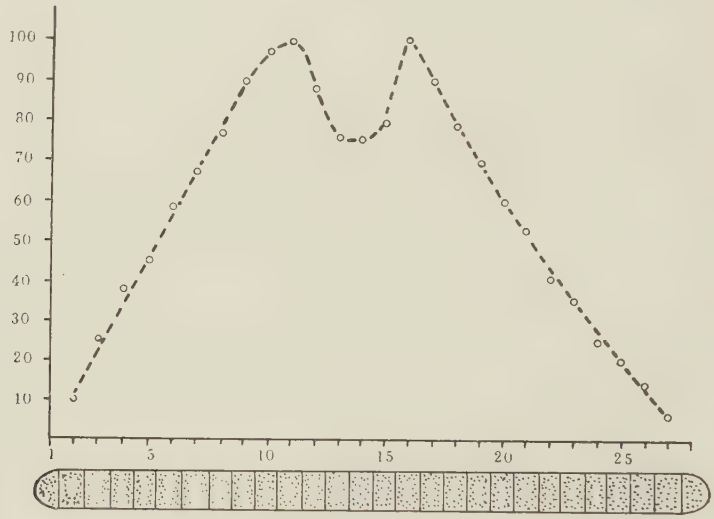


Fig. 1. – Distribuzione percentuale dell'intensità della fluorescenza secondaria nelle cellule di una colonia di *Oscillatoria irrigua* Kütz. colorata con uranina.

In ascissa sono indicate in ordine progressivo le singole cellule della colonia, in ordinata le intensità percentuali della fluorescenza riferite alla fluorescenza massima misurata.

alla fluorescenza massima misurata) sono state eseguite per mezzo di un metodo da me recentemente proposto (Honsell, 1957) basato sulla misura densitometrica del negativo di una microfotografia del preparato in esame. Allo scopo di eliminare le radiazioni dovute alla fluorescenza primaria rossa, la microfotografia è stata eseguita impiegando un filtro ad interferenza col massimo di trasmissione a 540 nm e una larghezza media di banda di circa 15 nm.

Dall'esame del grafico si possono trarre le seguenti considerazioni:

a) le due cellule terminali non presentano fluorescenza. Lo stesso fatto si riscontra sempre, anche in filamenti più lunghi, con cellule limiti: queste sono sempre prive di fluorescenza e ciò vale, generalmente, anche per le cellule adiacenti, dall'uno e dall'altro lato. Talora il numero delle cellule adiacenti prive di fluorescenza può essere maggiore, ma, in genere, si

tratta al massimo di due a quattro cellule. Fluorescenze molto deboli possono essere rilevate visualmente con difficoltà e, quindi, non è da escludere che anche queste cellule ne presentino, sia pure in minima quantità;

b) l'intensità della fluorescenza secondaria aumenta linearmente man mano che ci si allontana dai due estremi della colonia. La linearità delle due porzioni ascendenti della curva è molto spiccata e dimostra come aumenti gradualmente, senza scosse, l'affinità delle singole cellule del filamento per il colorante. Altre misure, da me eseguite su porzioni di filamenti molto più lunghi, mi hanno dato risultati perfettamente concordanti;

c) la presenza dei due massimi, separati da poche cellule a fluorescenza leggermente ridotta, potrebbe far pensare che sia in atto l'inizio della suddivisione della colonia per la formazione di una cellula limite. Questa ipotesi è avvalorata da numerose osservazioni fatte sullo stesso materiale: infatti, se le colonie sono sufficientemente lunghe, la distribuzione della fluorescenza può presentare aspetti diversi e, in particolare, possono essere notate tutte le fasi intermedie fra questo stadio iniziale e quello in cui, fra i due massimi, esiste una cellula limite ben definita. Nei casi intermedi, spesso si osserva una cellula decisamente priva di fluorescenza, ma che non ha ancora assunto l'aspetto caratteristico delle cellule limiti, a sua volta fiancheggiata da due altre cellule a fluorescenza debolissima. Talora, fra i due massimi può esserci un gruppo numeroso di cellule a bassa fluorescenza, ma anche in questo caso è sempre possibile notare una gradualità ben definita nell'intensità della fluorescenza secondaria. I fenomeni sopra descritti si notano generalmente nei periodi favorevoli all'accrescimento e allo sviluppo di queste Cianoficee: osservazioni fatte nel tardo autunno in giornate particolarmente fredde, o in inverno, dànno un quadro del tutto diverso. I filamenti, di solito, non assumono il colorante o, comunque, non dànno alcuna fluorescenza secondaria, anche impiegando soluzioni concentrate e tamponate a bassi valori di pH. Talora si riscontra una debole fluorescenza secondaria, uniforme in tutte le cellule dei filamenti, che non riesce del tutto a coprire quella primaria caratteristica, che, invece, non subisce variazioni stagionali.

L'interpretazione di questi fatti non è semplice, tanto più che, come hanno rilevato Höfler e coll. (1956), le attuali conoscenze sulla colorazione con l'uranina non permettono di trarre alcuna deduzione sul meccanismo chimico o chimico-fisico in base al quale essa avviene. Indubbiamente, in *Oscillatoria*, la capacità delle singole cellule di accumulare l'uranina è in rapporto con un particolare stato costituzionale del citoplasma che, a sua volta, dipende dall'attività vitale delle cellule stesse. Infatti, quando detta attività è ridotta al minimo, per determinate condizioni ambientali sfavorevoli, o non avviene alcuna colorazione, o si ha una colorazione molto lieve che interessa nello stesso grado tutte le cellule; quando, invece, le colonie sono in fase di accrescimento o di sviluppo, una parte delle loro cellule, probabilmente quelle in cui dette manifestazioni avvengono più intensamente, acquistano una grande capacità di assumere il colorante. Questo fatto può essere paragonato a quanto avviene nelle giovani foglie di *Elodea*

(Strugger, 1938), dove le cellule meristematiche accumulano il colorante, non solo in maggiore quantità, ma anche se la soluzione esterna è leggermente alcalina. Considerando la questione sotto questo punto di vista, sarebbe facile dedurre che nelle colonie di queste alghe esistano determinate regioni, che potremmo definire a carattere meristematico, in quanto le cellule presenti in esse avrebbero un'intensa attività riproduttiva, attività che andrebbe man mano diminuendo nelle cellule poste all'estremità della colonia stessa o in vicinanza delle cellule limiti.

Questa interpretazione non contrasta con quanto è stato constatato per la prima volta da Döring (1935) e riconfermato ampiamente da Höfler e coll. (1956) e cioè, che sempre il plasma imbibito accumula maggiormente questo colorante, anche se l'imbibizione è stata indotta sperimentalmente, per esempio in seguito alla contrazione vacuolare provocata da coloranti basici. Esiste certamente in queste cellule un rapporto fra attività metabolica, attività riproduttiva e imbibizione citoplasmatica.

Concludendo, dalle considerazioni sopra esposte, il gradiente cellulare relativo all'intensità della fluorescenza secondaria, indotta dalla colorazione con l'uranina, in *Oscillatoria*, sarebbe da riferire ad una diversa attività vitale, vegetativa e riproduttiva, nelle diverse cellule di ogni singola colonia. L'attività vitale, così considerata, varierebbe gradualmente da cellula a cellula, passando da valori minimi o, talora, nulli per le cellule terminali, a valori massimi nelle porzioni intermedie della colonia.

Bibliografia.

Döring H., *Versuche ueber die Aufnahme fluoreszierender Stoffe in lebende Pflanzenzellen*, « Ber. dtsch. bot. Ges. », *53*, 415 (1935).

Ellinger P. e Hirt A., *Eine Methode zur Beobachtung lebender Organe mit stärksten Vergrösserungen im Fluoreszenzlicht (Intravitalmikroskopie)*, « Handb. d. biol. Arbeitsmethoden », Abt. V, Teil 2 (2. Hälfte), H. 13 (1929).

Geitler L., *Cyanophyceae*. Leipzig (1932).

Höfler K., Ziegler A. e Luhan M., *Fluorochromierungsstudien mit Uranin*. « Protoplasma », *46*, 322 (1956).

Honsell E., *Un semplice metodo per l'analisi quantitativa della fluorescenza secondaria di cellule vegetali « in vivo »*, « Ann. di Bot. », *25* (3), (1957).

Schumacher W., *Untersuchungen über die Wanderung des Fluoreszeins in den Siebröhren*, « Jb. wiss. Bot. », *77*, 685 (1933).

— *Untersuchungen über die Wanderung des Fluoreszeins in den Haaren von* Cucurbita pepo, « Jb. wiss. Bot. », *82*, 507 (1936).

— *Weitere Untersuchungen über die Wanderung von Farbstoffen in den Siebröhren*, « Jb. wiss. Bot. », *85*, 422 (1937).

Strugger S., *Fluoreszenzmikroskopische Untersuchungen über die Speicherung und Wanderung des Fluoreszeinkaliums in pflanzlichen Geweben*, « Flora », *132*, 253 (1938).

Fisiologia. — *Determinazione della soglia delle risposte rotatorie cerebellari dal flocculo–nodulo del gatto curarizzato* (*). Nota (**) di Torquato Gualtierotti e Dino Passerini, presentata dal Socio R. Margaria.

Le risposte rotatorie della corteccia del flocculo–nodulo nel gatto curarizzato con d–tubocurarina o succinilcolina sono state provocate e registrate con la tecnica già descritta in una precedente Nota (1).

Scopo della presente ricerca è quello di stabilire la soglia di risposta del flocculo–nodulo alle accelerazioni centripete.

La registrazione dei potenziali cerebellari aveva luogo soltanto dalla regione del flocculo–nodulo, contemporaneamente all'elettromiogramma dei muscoli dorsali. Venivano registrate anche le accelerazioni centripeta e tangenziale dovute al moto rotatorio. Questo veniva ottenuto fissando l'animale su una apposita centrifuga, la cui velocità di rotazione veniva lentamente e progressivamente accresciuta da zero fino alla comparsa di una risposta cerebellare evidente.

Negli animali trattati con d–tubocurarina (10 u pro Kg) la paralisi muscolare era quasi completa (fig. 1). Nel gatto curarizzato con succinilcolina (fig. 2) invece, scariche muscolari, sia pure di modica ampiezza erano tuttora registrabili durante la rotazione.

La preparazione chirurgica avveniva in narcosi da etere e protossido d'azoto, e il flocculo–nodulo era esposto mediante una finestra aperta nel cranio. Sono sempre stati usati elettrodi a spillo (1), allo scopo di limitare la regione di registrazione. Prima di iniziare l'esperimento si attendeva che la narcosi fosse completamente scomparsa. Misure di pressione arteriosa erano eseguite ogni volta e si attendeva che i valori raggiungessero un livello di poco inferiore a quello normale.

Una risposta rotatoria cerebellare si manifestava già a valori di qualche millesimo di g con un aumento dell'ampiezza dell'elettrocerebellogramma: questo era « grosso modo » proporzionale all'accelerazione centripeta. A tali valori di accelerazione centripeta è importante tener conto della componente dovuta alla gravitazione terrestre poiché è difficile che il piano di rotazione sia assolutamente orizzontale. Infatti (fig. 1) ai valori più bassi di accelerazione centripeta la risposta cerebellare costituita da scariche di ampiezza superiore a quella normale varia anche in rapporto alla componente gravitazionale che è denunciata dall'accelerometro centripeto sotto forma di una

(*) Dal Laboratorio di Fisiologia Umana dell'Università di Milano.

Questa ricerca è stata finanziata dall'Ufficio di Ricerca Scientifica dell'Air Research and Development Command, United States Air Force, tramite il suo Ufficio Europeo, secondo il Contratto AF 61(052)–23.

(**) Pervenuta all'Accademia il 2 agosto 1958.

(1) T. Gualtierotti e D. Passerini, questi « Rendiconti ».

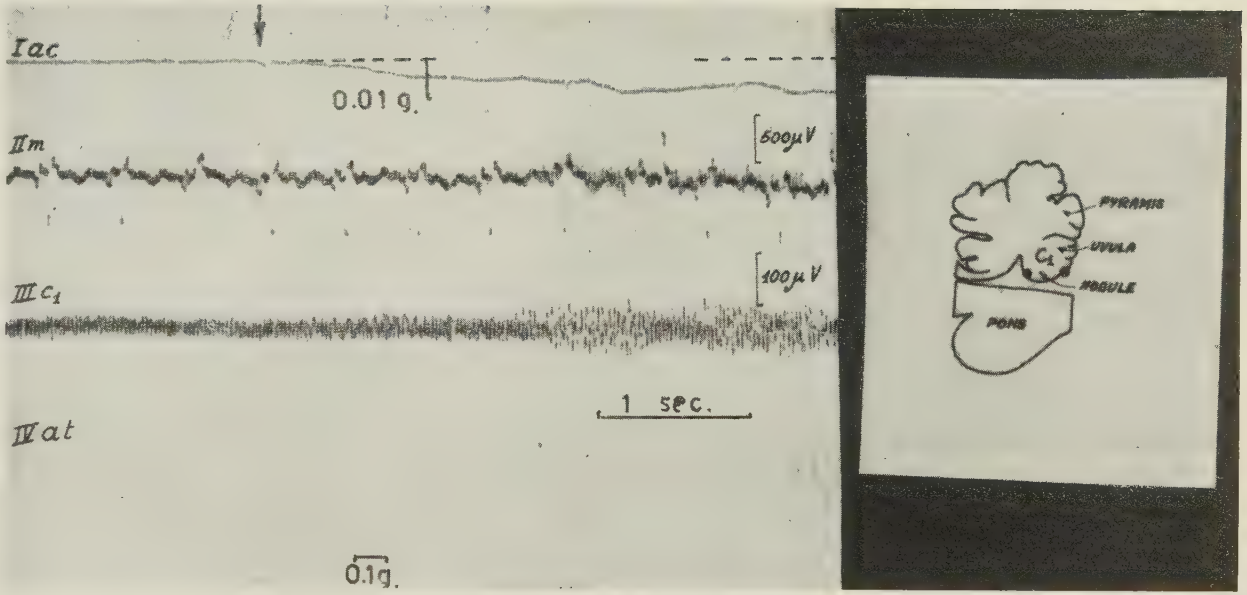


Fig. 1. – Gatto curarizzato con d–tubocurarina. Rotazione orizzontale.

I *ac*: accelerazione centripeta che comincia alla freccia e lentamente cresce fino a 0,009 g.
II *m*: elettromiogramma dei muscoli dorsali. È visibile anche la componente R dell'e.c.g.
III c_1: elettrocerebellogramma registrato dal flocculo–nodulo.
IV *at*: accelerazione tangenziale registrata trasversalmente, asse dei tempi = 100 msec.
L'attività cerebellare cresce di ampiezza a 0,002–0,003 g di accelerazione centripeta.
Segnatempo 1/4 sec. Taratura degli accelerometri e amplificazione indicate nella figura.

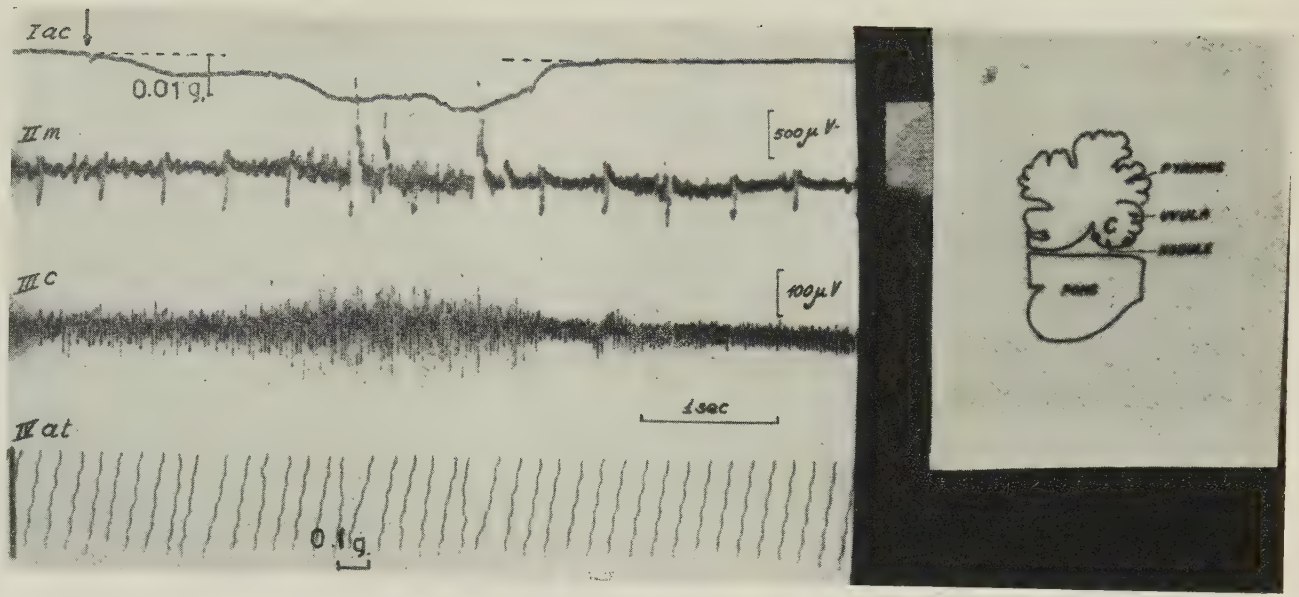


Fig. 2. – Gatto curarizzato con succinilcolina. Rotazione orizzontale.

I *ac*: accelerazione centripeta (valore massimo 0,014 g).
II *m*: elettromiogramma dei muscoli dorsali. È visibile anche la componente R dell'e.c.g.
III *c*: elettrocerebellogramma registrato dal flocculo–nodulo.
IV *at*: accelerazione tangenziale registrata trasversalmente, asse dei tempi = 100 msec.
I potenziali cerebellari crescono progressivamente di ampiezza con l'aumentare della accelerazione centripeta.
Durante la rotazione si nota anche una piccola scarica muscolare dato che la curarizzazione era incompleta.
Tempo, taratura degli accelerometri e amplificazione indicati nella figura.

oscillazione sinusoidale sincrona con la rotazione. Imperfezioni meccaniche della centrifuga inoltre inducono accelerazioni aggiunte, che sono però piccole in rapporto alle grandezze sperimentate; tuttavia tali accelerazioni aggiunte, che sono ben visibili sul tracciato accelerometrico, possono costituire uno stimolo aggiuntivo e quindi interferire con la misura esatta della soglia.

Altri due elementi rendono difficile un apprezzamento sicuro della soglia di stimolo per le risposte acceleratorie del flocculo–nodulo. Il primo è costituito dal fatto che la risposta cerebellare dipende non soltanto dall'intensità, ma anche dalla durata dell'accelerazione centripeta cui è sottoposto l'animale. Il secondo è il fenomeno della sommazione temporale, per cui se la sollecitazione rotatoria è applicata all'animale in coincidenza con una scarica postuma prodotta da una precedente stimolazione, la risposta cerebellare è assai maggiore.

Nonostante questi limiti alla determinazione di una soglia assoluta, si è visto che nelle condizioni sperimentali suesposte nell'animale curarizzato e non narcotizzato si ottengono risposte rotatorie elettriche dal flocculo–nodulo anche a valori di soli 0,002–0,003 g.

La soglia è stata riscontrata uguale sia in animali curarizzati con farmaci iperpolarizzanti (d–tubocurarina) (fig. 1) che depolarizzanti (succinilcolina) (fig. 2).

Non è possibile giungere a determinazioni così basse di soglia nell'animale non curarizzato e senza narcosi, perché, nonostante il blocco della testa e del corpo dell'animale al tavolino di contenzione, i movimenti spontanei producono accelerazioni più alte di quelle provocate con la centrifuga. D'altra parte una narcosi anche lieve ha l'effetto di diminuire fortemente la sensibilità cerebellare alle accelerazioni. Qualsiasi traumatismo, quale quello dovuto a sezioni nell'asse dell'encefalo o nel midollo spinale, diminuisce notevolmente la sensibilità cerebellare alle accelerazioni, e la soglia sale a qualche decimo di g.

La curarizzazione, d'altra parte, può avere un'azione facilitatrice nei riguardi delle risposte cerebellari alle accelerazioni: tale facilitazione è stata riscontrata sperimentalmente nei riflessi spinali [2] e anche in manifestazioni riguardanti centri più elevati [3].

Concludendo, risulta confermata l'alta sensibilità del flocculo–nodulo del cervelletto agli stimoli provenieneti dal vestibolo in seguito alle sollecitazioni rotatorie. Data questa sensibilità è probabile che la corteccia cerebellare sia sottoposta a continue sollecitazioni, di origine labirintica, in rapporto ai movimenti spontanei della vita di relazione. Ciò presumibilmente provoca una modulazione continua dell'ampiezza dell'attività cerebellare e può costituire un importante fattore nei rapporti che l'individuo contrae con l'ambiente durante i suoi movimenti sia attivi che passivi, come, ad esempio, nel mantenere la posizione eretta.

(2) D. Spinelli, T. Gualtierotti e C. Morpurgo, Relazione al Congresso di Anestesiologia, Venezia, settembre 1958.

(3) W. Feldberg, Relazione al XX Congr. int. Fisiologia, Bruxelles, p. 25 (1956); Samson Wright, « J. Physiol. », *130*, 35P (1955).

Fisiologia. — *Variabilità di alcuni caratteri funzionali elementari del sistema nervoso centrale rilevati nell'uomo* (*). Nota di Livia Gallitelli e Torquato Gualtierotti, presentata (**) dal Socio R. Margaria.

Le determinazioni oggetto della presente Nota sono state eseguite allo scopo di stabilire quale sia la variabilità normale delle velocità di conduzione delle fibre sensitive, di quelle motorie, del tempo spinale, del ritardo di placca, e dell'inibizione antidromica dei motoneuroni, determinate nell'uomo con il metodo già descritto in precedenza (Margaria, Gualtierotti e Spinelli, 1957).

Gli esperimenti sono stati eseguiti su 5 volontari tra i 20 e i 25 anni di età: in ogni singolo individuo sono stati fatti gruppi di dieci determinazioni, tanto in giorni successivi che in uno stesso giorno. Si sono usati due tipi di stimoli elettrici di forma rettangolare, negativi, di intensità sottomassimale e di durata rispettivamente di 1 msec e 0,1 msec. Tali stimoli venivano applicati per mezzo di elettrodi a placca sul decorso del nervo sciatico a livello della piega poplitea e, alternativamente, subito sotto la piega glutea.

Per lo studio dell'inibizione antidromica si sono usati due stimoli successivi con le stesse caratteristiche descritte precedentemente, ad intervallo variabile tra 5 e 800 msec. In tutti i casi veniva registrata la risposta elettrica dal muscolo tricipite della sura per mezzo di elettrodi a placca.

I valori ottenuti furono gli stessi, sia che le determinazioni fossero state eseguite nello stesso giorno, o in giorni diversi. I valori assoluti dei tempi calcolati col metodo descritto possono essere soggetti ad errore costante per la imprecisione nella determinazione della lunghezza delle fibre nervose: ha valore assoluto invece, la variabilità del dato rilevato, quale è espressa dalla deviazione standard, ed è solo questa variabilità l'oggetto della presente Nota.

I risultati ai quali si è pervenuti sono i seguenti:

1° la deviazione standard per le velocità dell'impulso nelle vie sensitive (75 msec) o motorie (64 msec), per stimoli aventi una durata sia di 0,1 msec, sia di 1 msec, è di $\pm$ 0,01 msec, dello stesso valore di grandezza dell'errore strumentale di misura;

2° il tempo spinale, per uno stimolo elettrico avente una durata di 1 msec è di 4,1 $\pm$ 0,45 msec; se la durata dello stimolo è di 0,1 msec il tempo è di 4,2 $\pm$ 0,1 msec: la deviazione standard è cioè molto maggiore nel primo caso. La stimolazione del nervo veniva provocata con stimoli che

(*) Dal Laboratorio di Fisiologia dell'Università di Milano.

(**) Nella seduta del 10 gennaio 1959.

variavano dal valore minimo, appena capace di provocare una risposta riflessa, e non la risposta diretta dovuta a stimolazione delle fibre motrici, ad un valore massimo col quale si otteneva solo la risposta diretta e non quella riflessa, per il blocco da inibizione antidromica dei motoneuroni;

3° il ritardo di placca è 2,45 ± 0,2 msec, uguale per impulsi di durata di 1msec e di 0,1 msec;

4° per quanto riguarda l'inibizione antidromica si è osservato che per uno stimolo di bassa intensità, che dà una risposta diretta di limitatissima ampiezza in quanto stimola prevalentemente fibre sensitive, il periodo

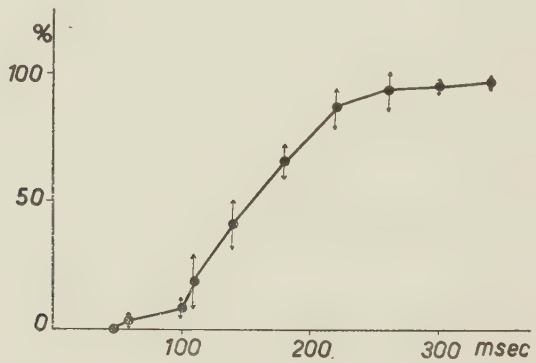


Fig. 1. – Curva media di dieci determinazioni dell'inibizione antidromica di Renshaw nello stesso individuo.

Sull'ordinata l'ampiezza della seconda risposta riflessa considerata percentualmente rispetto all'ampiezza della prima; sull'ascissa l'intervallo tra i due stimoli in msec.
La deviazione standard inscritta nel grafico appare maggiore nel tratto più inclinato della curva che all'inizio e alla fine.

di inibizione è ridotto a 25–30 msec. Tale periodo sale a 40–60 msec quando lo stimolo ha un'intensità tale da provocare una risposta riflessa pressoché uguale a quella diretta;

5° l'inibizione antidromica di Renshaw è stata studiata variando l'intervallo tra i due stimoli tra 5 e 800 msec; ponendo sull'ascissa i valori in millisecondi dei successivi intervalli tra i due stimoli, e sull'ordinata l'ampiezza della seconda risposta riflessa, espressa in percentuale rispetto alla prima, si ottiene una curva ad S, che esprime il fenomeno dell'inibizione. La deviazione standard assume i valori più alti nel tratto più ripido della curva, che è l'espressione del ritorno alle condizioni di riposo di un maggior numero di neuroni (fig. 1);

6° tutte le curve che esprimono il fenomeno dell'inibizione, hanno lo stesso andamento generale; varia soltanto la durata della inibizione completa o la inclinazione della curva in rapporto a vari fattori quali l'intensità dello stimolo, il tempo intercorso dallo stimolo precedente, ed altri.

Dall'insieme delle determinazioni eseguite si può dedurre che:

1° i valori osservati per le deviazioni standard delle velocità di conduzione sono ai limiti dell'errore strumentale: perciò ogni variazione riscontrata sperimentalmente, che superi questi valori, è significativa;

2° per quanto riguarda il tempo spinale è assai importante tener conto della durata dello stimolo. Infatti, uno stimolo raggiungerà il valore necessario a porre il tessuto in eccitamento in un tempo tanto minore quanto maggiore è l'intensità dello stimolo stesso: la variabilità del tempo in valore assoluto della risposta riflessa sarà quindi corrispondentemente ridotta. La elevata variabilità del tempo riflesso totale rilevata con stimoli di lunga durata non è quindi di natura fisiologica ma puramente tecnica;

3° il ritardo di placca è risultato avere sempre lo stesso valore indipendentemente dalla durata dello stimolo; in questa determinazione sono stati usati stimoli molto intensi, la determinazione essendo stata fatta sulle risposte muscolari all'eccitamento delle fibre motorie;

4° l'osservazione descritta nel 4° risultato, e cioè che a due stimoli di bassa intensità corrisponde un periodo di inibizione totale 25–30 msec minore di quello che si osserva per stimoli di alta intensità, può essere interpretata considerando che nel primo caso, dato il bassissimo numero di fibre motorie stimolate, l'inibizione antidromica di Renshaw è minore, consistendo questa quasi unicamente nella scarica riflessa del motoneurone: con stimoli intensi, invece, che coinvolgono anche numerose fibre motorie, il circuito riverberante di Renshaw viene sollecitato direttamente ad opera di impulsi antidromici. La curva ad S della fig. 1 rappresentante il ritorno alla norma della eccitabilità del centro riflesso non esprime il comportamento di un singolo motoneurone, ma quello di una popolazione: altri esperimenti in corso depongono per un ritorno molto rapido di ogni singolo motoneurone dalla condizione di inibizione totale a quella di eccitabilità normale: la curva ad S da noi costruita avrà una inclinazione che sarà funzione del numero maggiore o minore dei motoneuroni la cui inibizione cessa al valore di tempo considerato. E poiché nel caso della fig. 1 l'inclinazione della curva è massima a circa 150 msec, si deduce che la maggior parte dei motoneuroni ritorna a condizioni normali di eccitabilità intorno a questo valore temporale: è ovvio che trattandosi di un numero elevato di elementi la variabilità sia corrispondentemente elevata.

Risulta da quanto è sopra esposto che i parametri del riflesso monosinaptico, determinato col metodo descritto, presentano nell'individuo normale una costanza molto significativa; perciò il rilievo di questi parametri, e specialmente del tempo sinaptico spinale, può costituire un importante oggetto di studio ai fini di mettere in evidenza modificazioni funzionali elementari dei centri spinali, indotte sperimentalmente o dovute ad alterazioni patologiche. Le caratteristiche dell'inibizione antidromica, qui messe in evidenza nell'individuo normale, confermano l'importanza di questo meccanismo come elemento fondamentale dell'organizzazione funzionale del S.N.C., un aspetto della quale è quella regolazione del ritmo di attività

dei motoneuroni efferenti che è stata studiata e trattata precedentemente (Gualtierotti, Spinelli e Fiorentini, 1958).

Questa ricerca è stata finanziata dall'Ufficio di Ricerca Scientifica dell'Air Research and Development Command, United States Air Force, tramite il suo Ufficio Europeo, secondo il contratto AF 61(052)–23.

Bibliografia.

Margaria R., Gualtierotti T. e Spinelli D., 1957, « Rend. Acc. Naz. Lincei », vol. XXIII, p. 203.

Gualtierotti T., Spinelli D. e Fiorentini A., 1958, « Rend. Acc. Naz. Lincei », vol. XXIV, p. 744.

Anatomia. — *Nuovi particolari sulle connessioni nervose dei nuclei marginali maggiori del midollo spinale degli Uccelli* (*). Nota di VALERIO MONESI, presentata (**) dal Socio A. PENSA.

La conoscenza in parte indecisa dei così detti nuclei marginali del midollo spinale degli Uccelli mi ha indotto a rivedere quanto risulta nella bibliografia sopra tutto per opera di Gaskell (1885), Lachi (1889), Lenhossék (1894–1895), Kölliker (1902), Streeter (1904), Terni (1926), Huber (1936) e altri e ad effettuare ricerche personali valendomi specialmente dei metodi tecnici per la dimostrazione degli elementi nervosi che entrano nella composizione di quei nuclei e delle loro connessioni. In questa Nota esporrò soltanto i reperti ottenuti nei nuclei marginali maggiori che sono collegati per mezzo di un peduncolo al midollo lombo–sacrale degli Uccelli, in numero vario da sette a dieci paia, a seconda della specie, con disposizione metamerica. Riferirò in altra occasione quanto riguarda i nuclei marginali minori. Le mie osservazioni furono eseguite specialmente nel piccione e nell'oca.

Lo stroma nel quale stanno gli elementi nervosi del nucleo è costituito da cellule vescicolose consimili a quelle del corpo vescicoloso (o a cellule bollose) contenuto nel seno romboidale dello stesso midollo lombosacrale degli uccelli. Differiscono da queste soltanto per le dimensioni che sono un po' minori. Con l'applicazione del metodo di Hotchkiss–McManus e pretrattamento con saliva a 37°C, ho potuto assicurarmi che, come le cellule del corpo del seno romboidale, hanno un notevole contenuto di glicogeno. In considerazione di quanto ho notato per la morfogenesi del corpo del seno romboidale, ho potuto arguire che le cellule vescicolose dello stroma del nucleo marginale hanno la stessa origine e precisamente che sono cellule di nevroglia che hanno assunto funzione glicogenica.

Le cellule nervose contenute nei nuclei marginali sono pluripolari, nel senso che sono provvedute, oltre che del neurite, anche di dentriti, per quanto poco numerosi; hanno caratteri che le distinguono dalle cellule nervose che si trovano nel midollo spinale, come emerge dal confronto che risulta facile nelle sezioni che comprendono nucleo marginale e midollo. Per lo più appaiono come capsulate.

Importante sopra tutto è il comportamento del neurite di queste cellule. Il neurite della maggior parte di esse si continua nel peduncolo del nucleo ed entra a far parte della composizione di due fascetti, uno cefalico e l'altro caudale, che, essendo ben circoscritti ed avendo le loro fibre caratteristiche

(*) Ricerca eseguita nel Centro di studio dell'Anatomia del sistema nervoso diretto da A. Pensa.

(**) Nella seduta del 13 dicembre 1958.

particolari, sono ben riconoscibili e si vedono raggiungere, percorrendo il peduncolo, la zona marginale del cordone laterale, al limite col cordone anteriore, e continuarsi per buon tratto l'uno verso l'alto e l'altro verso il basso (fig. 1).

Nella composizione di questi fascetti non entrano però soltanto i neuriti di queste cellule, ma certamente vi sono comprese anche fibre afferenti al nucleo e di provenienza incerta. Ritengo probabile però che la maggior parte almeno di queste siano fibre di associazione fra i vari nuclei marginali (maggiori e minori) metamericamente disposti.

Un numero minore di questi neuriti e, in senso più generale, delle fibre nervose del nucleo decorrono trasversalmente verso il midollo e possono essere seguite in mezzo alle fibre del cordone antero–laterale od anche nel feltro nervoso del corno anteriore del midollo.

Particolari maggiori sopra la struttura dei nuclei marginali e dati bibliografici relativi sono esposti in una mia precedente Nota pubblicata nel periodico « Biologica Latina », vol. XI, 1958, Milano.

A complemento dei particolari strutturali sopra descritti e più estesamente esposti nella mia Nota pubblicata in « Biologica Latina », ho constatato, specialmente in nuclei marginali maggiori del midollo sacrale di neonati di piccione trattati col metodo all'argento ridotto di Cajal, che, oltre ai neuriti delle cellule nervose che vi hanno sede e alle fibre che passano a comporre i fascetti nervosi che si uniscono al cordone antero–laterale del midollo coi particolari caratteri che li distinguono (grossolanità, tortuosità, varicosità), decorrono nello stroma del nucleo anche fibre assai più fini, alcune anzi finissime (fig. 1). Di alcune di queste mi fu possibile verificare qualche ramificazione e in alcuni punti disposizioni ad intreccio. In qualche caso mi fu possibile riconoscere la loro derivazione, come collaterali, da fibre di calibro maggiore decorrenti nel nucleo e destinate a comporre i fascetti che sono destinati ad unirsi al cordone antero–laterale. È rimasto tuttavia per me insoluto il problema se qualcuna di quelle fibrille fosse collaterale di qualche neurite delle cellule nervose appartenenti al nucleo stesso.

Interessante sopra tutto mi parve il reperto, anche se non frequente, degli intimi rapporti che alcune di tali fibrille assumono con le cellule nervose. Fibrille tra le più fini e delicate, anzi talvolta di estrema finezza, raggiungono il corpo cellulare e vi compongono attorno una trama reticolare delicatissima che, di regola, è limitata ad una parte soltanto del corpo cellulare stesso e non interessa i dendriti. Per lo più due o tre fibrille destinate ad una cellula sono riunite in un fascetto; oppure più fibrille giungono alla cellula da provenienze diverse. Si tratta quindi di sinapsi neurosomatiche (fig. 2). È da considerarsi però che tanto nel caso che le fibrille che costituiscono le sinapsi siano funzionalmente afferenti rispetto alla cellula, sia nel caso che siano invece collaterali che partono dalla espansione pericellulare (e quindi efferenti) per partecipare alla formazione dell'intreccio extracellulare, ne deriva una condizione tale da fare escludere conduzione isolata e polarizzazione dinamica.

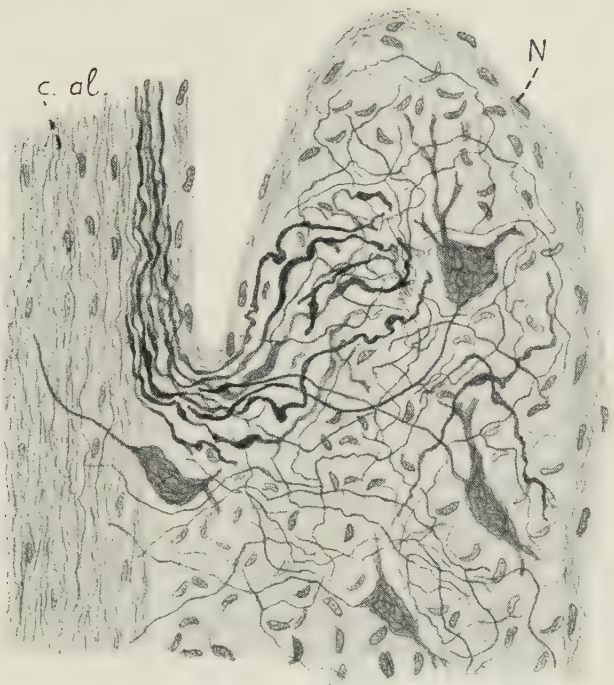


Fig. 1

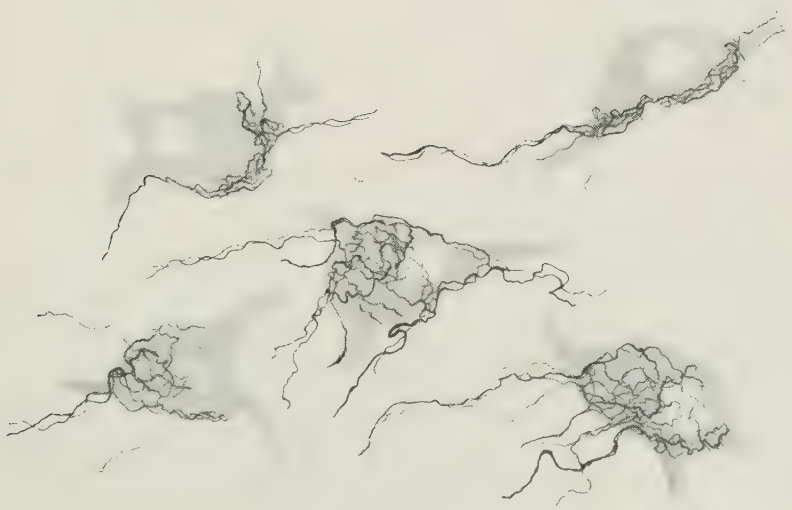


Fig. 2

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA I

Fig. 1. – Disegno rappresentante in sezione verticale un frammento di nucleo marginale maggiore di pulcino di oca trattato col metodo di riduzione argentica di Cajal e sua connessione col midollo spinale.

Nel tessuto fondamentale di cellule vescicolose glicogeniche sono visibili, specificamente impregnate, alcune cellule nervose e il comportamento del loro neurite. N, nucleo marginale maggiore; c. al., cordone antero-laterale. È rappresentato anche il sistema delle fibrille più fini, alcune delle quali si comportano come nella fig. 2.

Fig. 2. – Rapporti sinaptici di fibre finissime coi pirenofori delle cellule nervose del nucleo marginale.

Anatomia. — *La morfologia di colonie cellulari originate da cellule isolate del rene fetale umano* (*). Nota di MARCO FRACCARO, presentata (**) dal Socio A. PENSA.

Cellule della porzione corticale del rene di un feto umano di 3 mesi furono disperse con tripsina (Difco 1 : 250) 0,5 % in soluzione di Hank. L'azione della tripsina venne interrotta dopo 15 minuti aggiungendo una eguale quantità di medio, composto di 20 % siero umano, 5 % estratto di embrione di pollo e 75 % soluzione di Hank.

Le cellule furono centrifugate a 4°C per 5 minuti a 500 RPM e risospese nell'ammontare richiesto di medio. I frammenti di tessuto visibili furono scartati, con l'eccezione di un frammento piuttosto grande che fu volutamente mantenuto nella sospensione.

Un ml. della sospensione venne deposto sul fondo di una scatola di Petri di 60 mm. in 10 inoculi di 0,1 ml. ciascuno, irregolarmente spaziati. Dopo circa 20 minuti a temperatura ambiente venne aggiunto un altro ml. di medio e le scatole di Petri mantenute a 37°C in un sistema di scatole di plastica intercambiabili, chiuse e continuamente gassate con una miscela di 5 % CO_2 in aria. Il medio venne cambiato ogni terzo giorno per 9 giorni. In seguito la intensa attività cellulare richiese il rinnovo quotidiano del medio fino a quando le culture vennero fissate *in situ* e colorate, al quindicesimo giorno di coltivazione. Lo stesso comportamento fu osservato in culture di altri tessuti (polmone, fegato e ovario) che venivano coltivate contemporaneamente.

Colonie del diametro variante da 1 a 5 mm. originarono dai gruppi di cellule isolate. Tali colonie erano chiaramente visibili a occhio nudo. (La fig. 1 dimostra l'aspetto di una colonia). Esse consistono di cellule epitelio–simili (nella terminologia delle culture *in vitro*) in un compatto strato monocellulare e saldamente attaccate al vetro. L'attività mitotica è intensa (fig. 2). In molti punti le cellule sono ordinate e disposte in formazioni anulari come dimostra la fig. 3. L'orientamento di queste cellule può essere l'espressione della tendenza a formare strutture organizzate. Il frammento di tessuto inoculato assieme alle cellule disperse diede origine ad una crescita radiale di cellule fibroblàsto–simili.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA I

Fig. 1. – Una tipica colonia originata da cellule disperse, 15 giorni dopo la semina.
Fig. 2. – Dettaglio della colonia della fig. 1.
Fig. 3. – Una delle formazioni anulari frequentemente osservate nelle colonie cellulari.

(*) Lavoro eseguito in «Statens Rasbiologiska Institut», Upsala.
(**) Nella seduta del 13 dicembre 1958.

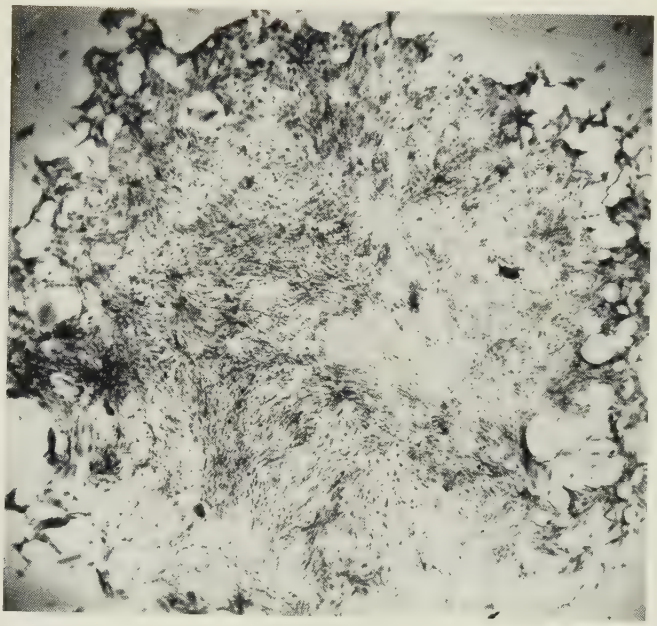


Fig. 1

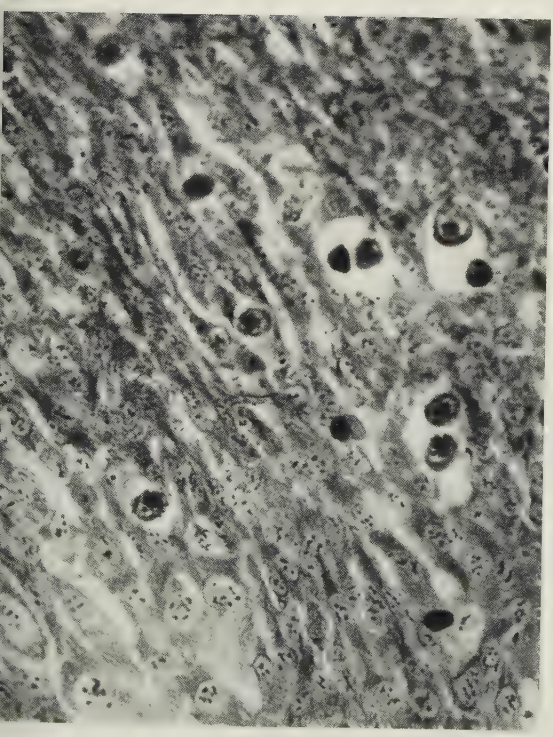


Fig. 2

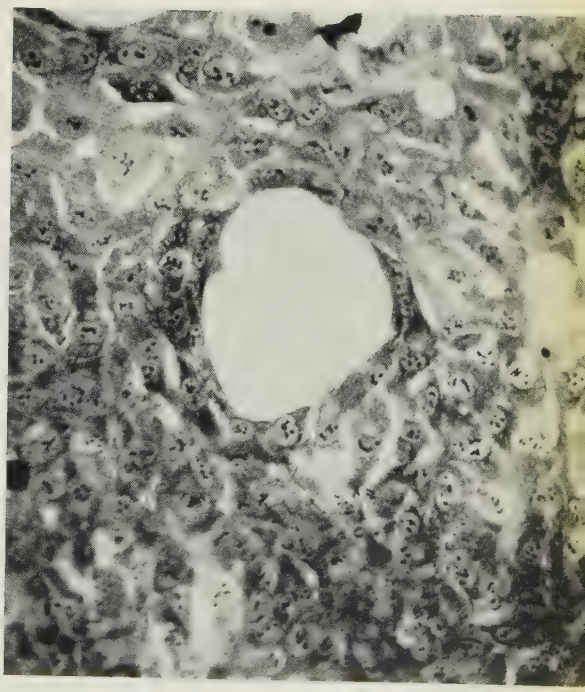


Fig. 3

Patologia. — *Sulla presenza di granuli caratteristici nelle cellule del tessuto specifico di conduzione a livello del tronco comune del fascio di His nel ratto.* Nota di GIAN DOMENICO BOMPIANI (*), presentata (**) dal Socio G. BOMPIANI.

Con la tecnica delle sezioni ultra sottili per il microscopio elettronico è possibile distinguere nel sarcoplasma basale delle cellule miocardiche che compongono la parete dei ventricoli, le unità strutturali seguenti:

I sarcosomi [3–4].

Formazioni in rapporto con il condrioma (citosomi degli Autori tedeschi [5–8]) che potrebbero avere una funzione di immagazzinamento, dando luogo a raccolte di granuli di grasso e di pigmento.

Il reticolo sarcoplasmatico [7–10–14].

L'apparato di Golgi [9].

I grani di Palade [6].

Questa breve Nota si propone di presentare alcune osservazioni sulla presenza nelle cellule del tronco comune del fascio di His del ratto, di microgranuli che per le loro caratteristiche strutturali si differenziano dalle formazioni descritte nella letteratura e menzionate più sopra.

MATERIALE E METODO.

Le osservazioni sono state eseguite su 10 ratti albini del peso medio di 200 gr. Il materiale per queste indagini e stato prelevato dai primi strati sottoendocardici a livello della pars membranacea del setto interventricolare, sul versante sinistro. I frammenti sono stati fissati in acido osmico al 2 % (pH 7,4–7,6) disidratati in alcool etilico ed inclusi in metacrilato di butile. Le sezioni sono state allestite mediante un microtomo Porter–Blum (Servall Inc.), usando lame di vetro. L'osservazione e stata condotta con un microscopio R.C.A. Emu 3 b ad un ingrandimento originale di 1700× fino a 27.000× (1).

ANALISI DEI RISULTATI.

Variamente distribuiti su tutta l'estensione della cellula muscolare del tessuto specifico di conduzione, a livello del tronco comune del fascio di His, nel sarcoplasma basale, si osservano numerosi granuli citoplasmatici

(*) Assistente volontario dell'Istituto di Clinica Medica Generale e Terapia Medica dell'Università di Roma.

(**) Nella seduta del 13 dicembre 1958.

(1) La ricerca è stata condotta dall'autore presso il Laboratorio di Medicina Sperimentale del Collegio di Francia a Parigi. Si esprimono al Direttore prof. Ch. Oberling ed al dott. Ch. Rouiller i sensi della più viva riconoscenza.

che noi definiamo con il termine di « corpi densi ». Osmiofili, tondeggianti o più spesso ovali, essi si trovano scaglionati lungo il decorso delle miofibrille, sono più numerosi nelle regioni subsarcolemmatiche e raggiungono un numero sorprendentemente alto nel sarcoplasma perinucleare (Tav. I).

In quest'ultima zona i corpi densi sono raccolti di preferenza nella regione del campo di Golgi, ma tuttavia non pare abbiano chiari rapporti con quest'ultimo.

I « corpi densi » in questione si distinguono nettamente dai sarcosomi per il loro diametro, per la mancanza di una doppia membrana esterna e della caratteristiva struttura interna a creste. (Tav. II). La loro fine struttura non è uniforme (Tav. III); gli uni, più numerosi, hanno un diametro medio di maggiori dimensioni (0,4–0,6 μ), sono meno opachi al fascio elettronico e costituiti da finissimi granuli uniformemente distribuiti su tutta la superficie del corpuscolo. Essi non lasciano riconoscere una netta membrana limitante, alcuni tuttavia presentano lungo il margine un anello discontinuo più intensamente osmiofilo. Gli altri sono relativamente più piccoli (0,2–0,4 μ), più intensamente osmiofili, e presentano nel contesto della matrice alcuni granuli di maggior diametro e più densi.

Discussione.

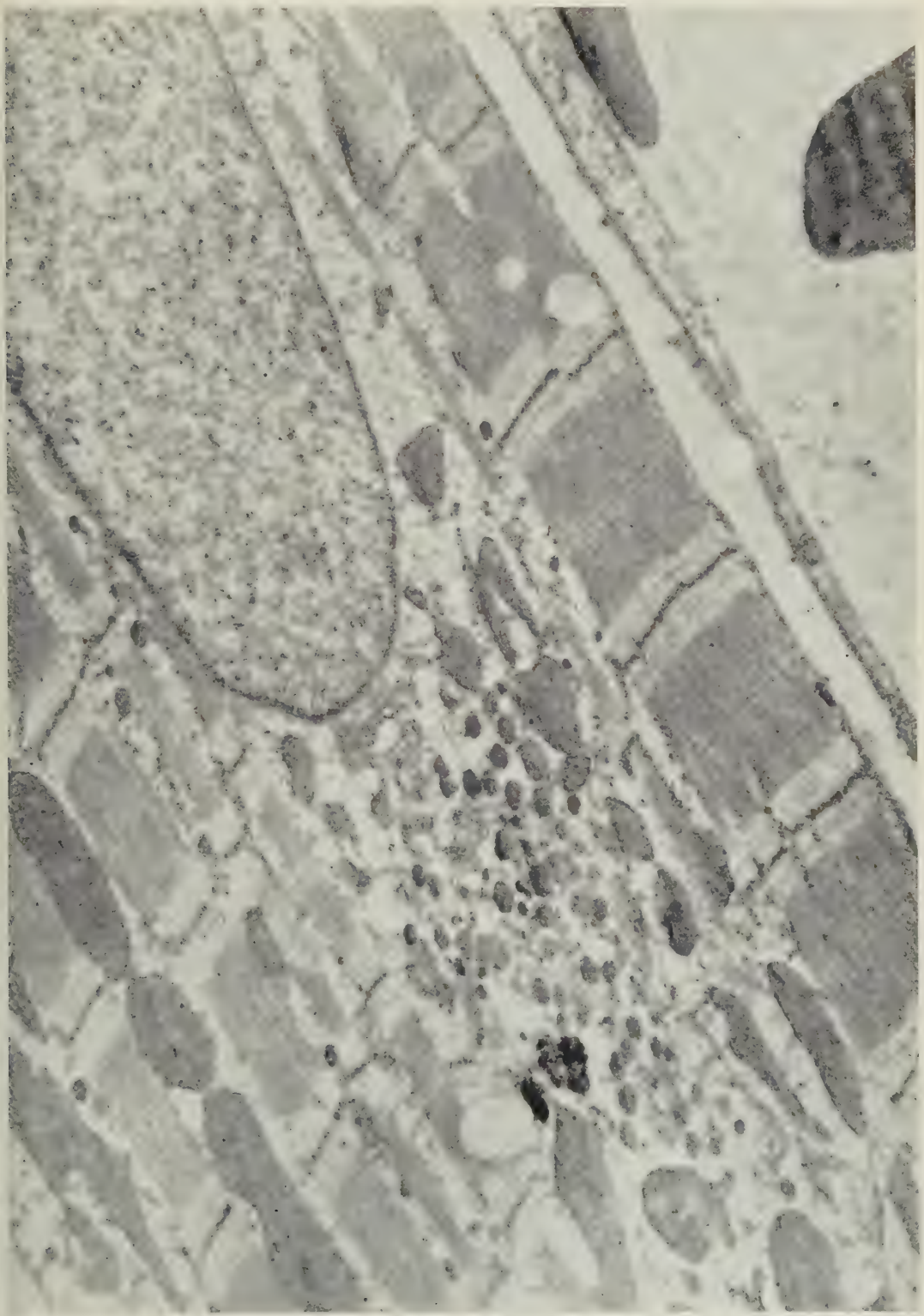
L'aspetto dei « corpi densi » ricorda in maniera suggestiva i caratteri dei microbodies descritti da Rhodin [11] nelle cellule dei tubuli contorti del rene di topo. Successivamente alle osservazioni di Rhodin, la presenza di microcorpuscoli con caratteri non dissimili è stata segnalata nelle cellule del tessuto epatico di ratti trattati sperimentalmente con fosforo [12]; ed inoltre nelle cellule della corteccia surrenale [1] e nei macrofagi della parete dell'alveolo polmonare [13]. Tuttavia i « corpi densi » si distinguono dalle formazioni più sopra menzionate – i « microbodies » – per i seguenti peculiari caratteri:

a) La sostanza fondamentale è finemente granulosa e uniformemente distribuita, talché non è dato osservare un alone periferico meno opaco (caratteristico dei microbodies del rene), né un nucleo centrale denso, omogeneo (particolarmente evidente nei microbodies delle cellule epatiche).

b) È costantemente assente una chiara membrana limitante esterna, caratteristica dei microbodies.

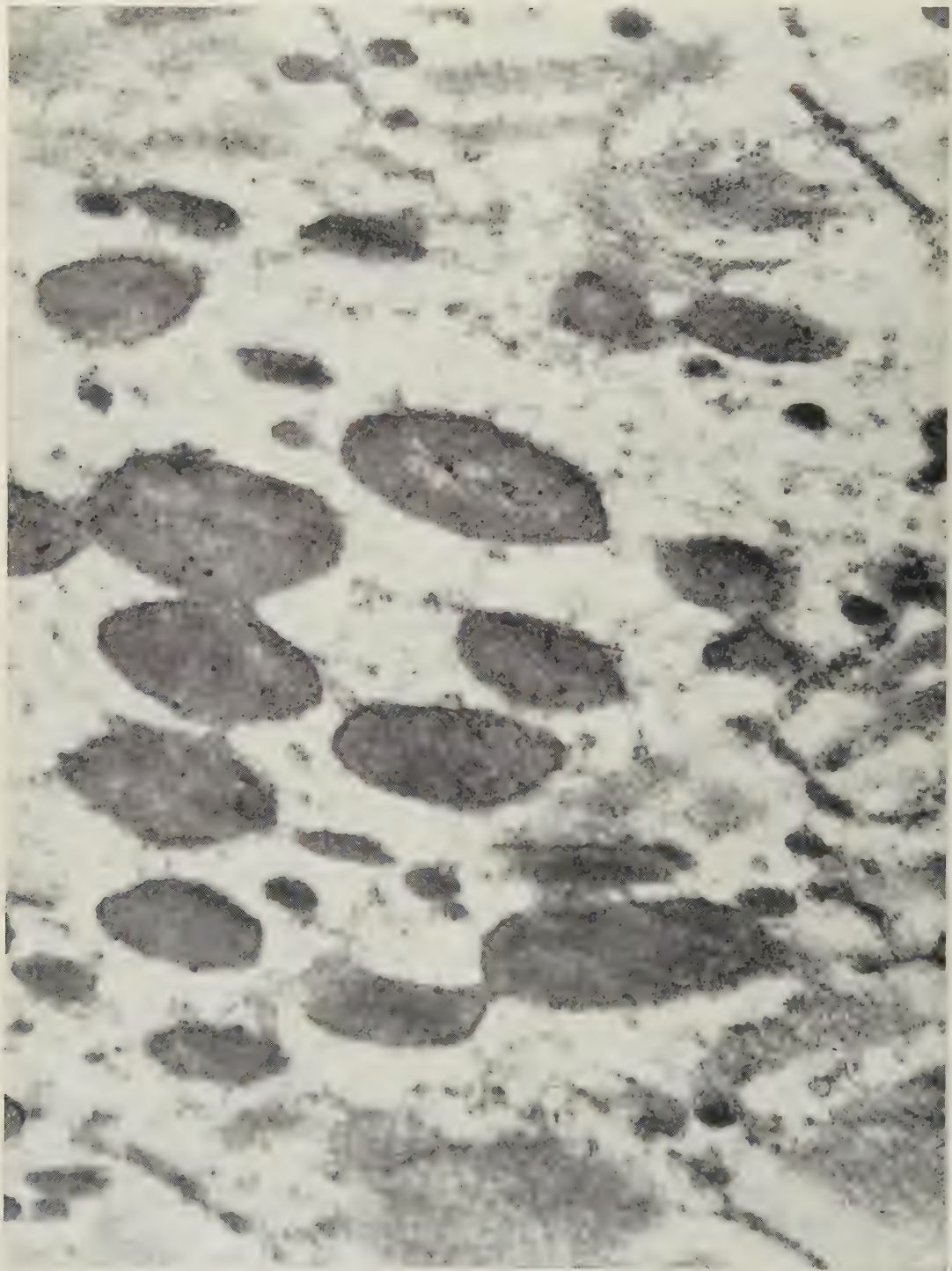
c) I « corpi densi » sono presenti nelle cellule del tronco comune del fascio di His in quantità tale, quale non è mai stata descritta per i microbodies in altri tessuti.

Alcune osservazioni, infine, ci fanno ritenere poco probabile che i « corpi densi » possano essere considerati come i precursori dei sarcosomi, in conformità all'ipotesi di Rouiller e Bernhard, i quali ritengono molto probabile che i microbodies possano dar luogo, attraverso forme di passaggio, ai mitocondri. Esse sono:

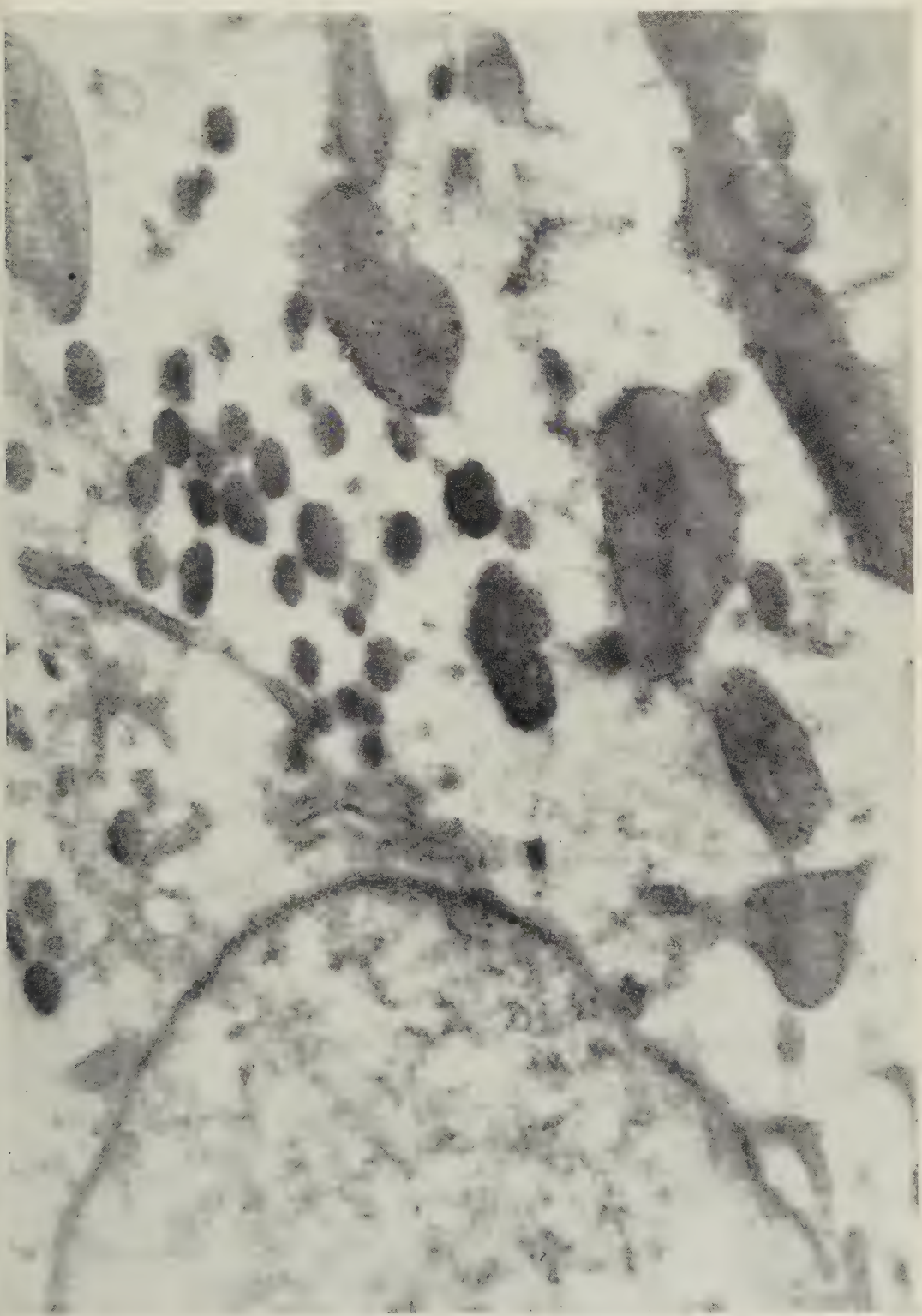


Ratto N. 3. – Tessuto di conduzione a livello del tronco comune del fascio di His. Sezione longitudinale di una cellula.

Si noti la quantità di « corpi densi » raccolti nel sarcoplasma perinucleare. Ing. 18.000 ×.



Ratto N. 6. – Tessuto di conduzione a livello del tronco comune del fascio di His. Si osservi comparativamente il diametro dei « corpi densi » e dei sarcosomi. Ingr. 40.000 ×.



Ratto N. 7. - Tessuto di conduzione a livello del tronco comune del fascio di His. Si noti come non tutti i « corpi densi » presentino lo stesso diametro, ed una uniforme osmiofilia. Ingr. 45.000 ×.

l'assenza di « corpi densi » nelle cellule del miocardio delle pareti dei ventricoli, nelle quali, così come in tutto il tessuto muscolare cardiaco, la quantità dei sarcosomi è altissima;

la mancanza di forme intermedie con orientamento verso i sarcosomi nelle cellule da noi studiate;

l'osservazione di Muir, nelle cellule cardiache di animali neonati, di sarcosomi che egli ritiene neoformati e che presentano un diametro maggiore ed una matrice meno densa che non i sarcosomi maturi. (Cit. da Dempsey, 1956).

I « corpi densi » da noi osservati nelle cellule del tessuto specifico di conduzione a livello del tronco comune del fascio di His, non presentano quindi la caratteristica fondamentale delle formazioni che si è soliti chiamare « microbobies », intendendo con questo termine definire dei piccoli corpi granulari citoplasmatici interessati nel processo di rigenerazione del condrioma. Pertanto i « corpi densi » non sono a nostro avviso omologabili ai microbodies.

Vogliamo infine sottolineare, pur astenendoci da una qualsiasi ipotesi, come esista un rapporto suggestivo fra la peculiare distribuzione topografica dei « corpi densi » e le differenti funzioni svolte da ciascuna sezione della muscolatura cardiaca.

Abbiamo potuto infatti osservare la presenza di « corpi densi », oltreché nelle cellule del tessuto specifico, nelle fibrocellule del miocardio dell'auricola – sia pure in numero non altrettanto elevato – mentre il miocardio ventricolare ne è affatto privo. Sembra pertanto verosimile ammettere che alcune caratteristiche elettro–fisiologiche rispettivamente delle fibre Hisiane e della muscolatura atriale e ventricolare (differente comportamento della cronassia, del batmo– e del dromotropismo) abbiamo a livello ultrastrutturale una contropartita morfologica nei « corpi densi ».

BIBLIOGRAFIA.

[1] BELT W. D., « J. Biophys. Biochem. Cytol. », *4*, 337 (1958).
[2] DEMPSEY E. W., « J. Biophys. Biochem. Cytol. », *2* (4), Suppl. 305 (1956).
[3] KISCH B., « J. Biophys. Biochem. Cytol. », *2* (4), Suppl. 361 (1956).
[4] KISCH B e BARDET J. M., « Exp. Med. Surg. », *9*, 1 (1951).
[5] LINDNER E., « Z. Zellforsch. », *45*, 702 (1957).
[6] PALADE G. E., « J. Biophys. Biochem. Cytol. », *2* (4), Suppl. 85 (1956).
[7] PALADE G. E., « J. Biophys. Biochem. Cytol. », *1*, 59 (1955).
[8] POCHE R., « Virchows Archiv. », *331*, 165 (1958).
[9] POLLISTER A. W. e POLLISTER P. F., « Internat. Rev. Cytol. U.S.A. », *6*, 85 (1957).
[10] PORTER K. e PALADE G. E., « J. Biophys. Biochem. Cytol. », *3*, 269 (1957).
[11] RHODIN J., *Correlation of ultrastructural organization and function in normal and experimental changed proximal convoluted tubule cells of the mouse kidney*, Stockolm (1954).
[12] ROUILLER Ch. BERNHARD W., « J. Biophys. Biochem. Cytol. », *2* (4), Suppl. 335 (1956).
[13] SCHULZ H., « Beitr. Pathol. Anat. », *119*, 71 (1958).
[14] WEINSTEIN H. J., « Exp. Cell. Research », *7*, 130 (1954).

Biologia. — *Variazioni del contenuto della fosfatasi alcalina nell'intestino di* Rana esculenta *durante la metamorfosi* (*). Nota di Giovanni Chieffi e Mario Carfagna, presentata (**) dal Corrisp. G. Montalenti.

Recentemente Moog [1,2], ha messo in evidenza interessanti variazioni del contenuto della fosfatasi alcalina nell'intestino di Uccelli (pollo) e Mammiferi (topo) durante l'embriogenesi. Inoltre Moog [3] e Moog e coll. [4,5,6] hanno potuto stabilire che tali variazioni sono controllate dal sistema ipofisi–surrenalico.

Nel presente lavoro sono state studiate le variazioni del contenuto della fosfatasi alcalina nell'intestino di *Rana esculenta* durante la metamorfosi.

Gli Anfibi anuri presentano, com'è noto, profondi cambiamenti durante la metamorfosi e fra questi uno dei più evidenti è l'accorciamento dell'intestino a circa 1/8 della sua lunghezza allo stadio larvale.

Nel corso della presente ricerca abbiamo potuto stabilire che a questi profondi rimaneggiamenti morfogenetici dell'intestino si accompagnano modificazioni istochimiche relative al contenuto della fosfatasi alcalina.

Ricerche quantitative sulla fosfatasi alcalina nelle sviluppo degli Anfibi sono state eseguite da varii Autori, e in particolare in *Bufo* da De Cesaris Coromaldi [7], che, seguendo l'indirizzo di E. Urbani [8], ha messo in rapporto le variazioni quantitative di questo e di altri enzimi con il passaggio dalla vita embrionale a quella larvale. Gli Autori precedenti hanno eseguito le indagini su omogenati di embrioni e dei primi stadi larvali.

Materiale e metodo.

Le uova di *Rana esclulenta*, raccolte nei dintorni di Napoli nei mesi di maggio e giugno, sono state allevate in laboratorio alla temperatura di 22–24°C. I girini alla schiusa sono stati alimentati con lattuga bollita. Dopo la metamorfosi i giovani sono stati nutriti con drosofile.

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Genetica dell'Università di Napoli, con il contributo parziale della Rockefeller Foundation.

(**) Nella seduta del 13 dicembre 1958.

(1) F. Moog, « J. Exp. Zool. », *115*, 109–130 (1950).

(2) F. Moog, « J. Exp. Zool. », *118*, 187–207 (1951).

(3) F. Moog, « J. Exp. Zool. », *124*, 329–346 (1953).

(4) F. Moog, V. Nehari, « Science », *119*, 809–810 (1954).

(5) F. Moog, C. Jackson Bennet, E. R. Thomas, « Anat. Rec. », *120*, 777 (1954).

(6) F. Moog, M. H. Kirsch, « Nature », *175*, 722–723 (1955).

(7) De Cesaris Coromaldi, « Ric. Scient. », *25*, 2323–2333 (1955).

(8) E. Urbani, « Boll. Zool. », 24, 333–372 (1957).

Per la ricerca della fosfatasi alcalina (f. a.) è stata seguita la tecnica di Gomori [9]. I girini dello stadio 22 (per la seriazione degli stadi abbiamo seguito le tavole del Witschi) [10] sono stati fissati *in toto*, mentre, dallo stadio 24 in poi, fin dopo la metamorfosi, solo piccoli tratti dell'intestino sono stati fissati in alcool 80°.

Per ogni stadio di sviluppo sono stati fissati 6 individui. L'incubazione in soluzione tamponata di glicerofosfato delle sezioni trasversali di intestino, di 7 μ di spessore, è stata protratta in tutti i casi per 12 ore. I controlli sono stati eseguiti alternando sui vetrini sezioni dello stesso tratto intestinale.

Osservazioni.

Per la descrizione delle modificazioni istologiche dell'intestino durante la metamorfosi ci riportiamo ai lavori di diversi Autori. Bataillon [11], Ruffini [12], e successivamente Deusberg [13], Cotronei [14], Lambertini [15], Janes [16], Kaywin [17], Joly [18], Kemp [19], Bondi [20] si sono soffermati sulle cause determinanti sia la spiralizzazione sia il successivo accorciamento dell'intestino e sulle sue modificazioni istologiche.

Dalla vasta letteratura sull'argomento sembra non esservi dubbio circa la parziale degenerazione dell'epitelio intestinale durante la metamorfosi. Le cellule epiteliali degenerate vengono in parte eliminate nel lume intestinale e in parte fagocitate. La graduale sostituzione delle primitive cellule epiteliali avviene per un processo di rigenerazione dalle cosiddette « cellule basali ». L'accorciamento del tubo digerente avviene alla metamorfosi critica (comparsa degli arti anteriori, riassorbimento della coda e delle branchie, sospensione dell'alimentazione) in seguito al contrarsi ed accavallarsi delle fibrocellule muscolari, con conseguente ispessimento del foglietto muscolare. Tali fenomeni non sono localizzati in una data regione, ma estesi lungo tutto il tubo digerente, come è stato dimostrato dal Bataillon (loc. cit.).

La ricerca della f. a. nelle cellule epiteliali dell'intestino è stata iniziata allo stadio 22. A tale stadio le anse intestinali sono ancora colme di vitello, in parte in via di assorbimento. Paragonando la fig. 1 A con la sezione di

(9) G. Gomori, « Proc. Exp. Biol. Medic. », *42*, 23–26 (1939).
(10) E. Witschi, *Development of Vertebrates*, Philadelfia, 1956.
(11) E. Bataillon, « Ann. Univ. Lyon », *2*, 123 (1891).
(12) A. Ruffini, « Monit. Zool. Ital. », 10, suppl., LXIII–LXVIII (1899).
(13) J. Deusberg, « Arch. Biol. », *22*, 163–228 (1906).
(14) G. Cotronei, « Mem. R. Acc. Lincei », Classe Sci. fis. mat. e nat., *10*, 144–229 (1914).
(15) G. Lambertini, « Arch. Ital. Anat. Embriol. », *26*, 401–416 (1929).
(16) R. G. Janes, « J. Exp. Zool. », *67*, 73–91 (1934).
(17) L. Kaywin, « Anat. Rec. », *64*, 413–441 (1936).
(18) P. Joly, « Trav. Stat. Biol. Roscoff », *15*, 31–54 (1937).
(19) N. E. Kemp, « J. Exp. Zool. », *116*, 259–287 (1951).
(20) C. Bondi, « Rend. Acc. Lincei », Classe Sci. fis. mat. e nat., *25*, 124–127 (1958).

controllo (fig. 1 B) si osserva la presenza di f. a. nel sottile strato di cellule intestinali. Anche il vitello reagisce intensamente, ma in esso, a differenza dell'epitelio intestinale, la positività non scompare nelle sezioni di controllo. Tale falsa reazione positiva per la f. a. potrebbe essere riferita alla presenza nel vitello di metalli pesanti e di ferro (formazione di solfuro di ferro).

Allo stadio 24 il girino ha già cominciato ad assumere cibo dall'esterno. L'epitelio intestinale si ispessisce; le cellule epiteliali divengono cilindriche ed il loro citoplasma si presenta carico di f. a. (fig. 2 A e controllo fig. 2 B).

Allo stadio 25, corrispondente alla fine della proliferazione della coda, le cellule epiteliali dell'intestino presentano una diminuzione del contenuto in f. a., la quale è presente solo in corrispondenza della loro superficie interna (fig. 3 A e controllo, fig. 3 B).

Dallo stadio 26 allo stadio 29 non è più possibile mettere in evidenza istochimicamente l'attività fosfatasica nell'epitelio intestinale. Tale periodo di sviluppo coincide con l'inizio della metamorfosi (comparsa dell'abbozzo degli arti posteriori e loro differenziamento). La fig. 4 mostra una sezione di intestino, di spessore enormemente ridotto, appartenente ad un girino dello stadio 26. Le cellule epiteliali sono completamente prive di fosfatasi. La fig. 5 corrisponde allo stadio 29. A tale stadio l'intestino incomincia ad accorciarsi, la sua parete si ispessisce con contemporanea comparsa di villosità.

Allo stadio 30, corrispondente all'inizio della metamorfosi critica, si assiste alla ricomparsa della f. a. nel margine interno dell'epitelio intestinale (fig. 6 A e controllo, fig. 6 B).

Negli stadi successivi, la positività della reazione diventa sempre più marcata, estendendosi a tutto il citoplasma (fig. 7 A, stadio 33 e controllo, fig. 7 B).

Dopo la metamorfosi, in individui allevati in laboratorio e nutriti con drosofile, la reazione della f. a. permane positiva (fig. 8 A e controllo, fig. 8 B), così come nell'adulto.

Discussione.

Dalle nostre osservazioni risulta evidente che alle modificazioni morfogenetiche che avvengono nell'intestino di rana durante lo sviluppo larvale e la metamorfosi si associano modificazioni istochimiche relative al contenuto della f. a. nelle cellule epiteliali dell'intestino. Infatti a tal riguardo possiamo distinguere tre periodi durante lo sviluppo del girino: 1° un periodo in cui la f. a. è presente, che decorre dallo stadio 22, in cui abbiamo iniziato le osservazioni, fino allo stadio 25 (non è stato possibile studiare la distribuzione della f. a. negli stadi precedenti al 22 per la scarsità delle cellule epiteliali dell'intestino che sono addossate al vitello; d'altra parte si sa che tale enzima è abbondantemente diffuso in tutte le cellule dell'embrione in via di sviluppo); 2° un secondo periodo che va dallo stadio 26

al 29, cui corrisponde l'assenza dell'attività fosfatasica istochimicamente dimostrabile; 3° un terzo periodo che procede dallo stadio 30 fin dopo la metamorfosi, stadio adulto compreso, in cui la f. a. ricompare. È da notare che la scomparsa e la ricomparsa dell'attività fosfatasica sono fenomeni che avvengono gradualmente. Infatti allo stadio 25 ed allo stadio 30 la f. a. non occupa tutto il citoplasma bensì solo la superficie interna dell'epitelio intestinale.

È interessante la coincidenza della scomparsa e ricomparsa della f. a. con l'inizio della metamorfosi (stadio 26) e rispettivamente con il momento critico della metamorfosi (stadio 30).

Già Moog (loc. cit.) ha studiato le variazioni del contenuto della f. a. nell'intestino sia dell'embrione di pollo sia di quello di topo. Nell'embrione di pollo ha osservato un rapido aumento dell'enzima immediatamente prima della schiusa. Nel topo invece esistono due periodi di accumulo corrispondenti rispettivamente alla nascita ed al 18° giorno di vita postnatale; in ogni modo tra questi due periodi la concentrazione dell'enzima descresce solo lievemente (circa del 10 %).

Tale comportamento della f. a. in questi animali è stato interpretato da Moog come una preparazione dell'intestino all'imminente inizio della sua funzione (nel caso del topo i due periodi di accumulo precedono rispettivamente l'allattamento e l'alimentazione autonoma).

Anche nel nostro caso è possibile ravvisare nei due periodi di sviluppo corrispondenti all'accumulo della f. a. (periodi 1° e 3°) una preparazione funzionale dell'intestino. Infatti l'accumulo dell'enzima verificantesi nel periodo 1° precede o coincide quasi con l'alimentazione vegetariana larvale, mentre l'accumulo del periodo 3° sarebbe in rapporto alla preparazione dell'intestino alla alimentazione carnea, caratteristica dell'adulto, dopo il periodo di digiuno della metamorfosi critica.

Resta comunque da interpretare il periodo di completa assenza dello enzima dallo stadio 26 al 29, che non trova riscontro nelle osservazioni della Moog. Non possiamo per ora escludere la presenza di una minima quantità di enzima che sia dimostrabile con metodo biochimico, ma non con tecnica istochimica. Tuttavia la diminuzione quantitativa resterebbe egualmente cospicua ed inspiegabile dato che il girino, in questo periodo, si alimenta attivamente.

Circa le cause determinanti le variazioni del contenuto della f. a. nell'intestino, Moog (loc. cit.) e Moog e coll. (loc. cit.) hanno osservato, in seguito a somministrazione di ACTH e di ormoni corticosurrenali, che è possibile anticipare il periodo di accumulo della f. a. nell'intestino dell'embrione di pollo e di topo. La surrenectomia nel neonato di topo invece previene il secondo periodo di accumulo dell'enzima. L'azione degli ormoni corticosurrenali è di tipo diretto, come dimostrato dagli esperimenti di cultura *in vitro* di frammenti di intestino.

Che la metamorfosi degli Anfibi sia un fenomeno controllato dal sistema ipofisi–tiroideo è un fatto conosciuto da tempo. L'ormone tiroideo sarebbe

anche responsabile delle trasformazioni istologiche dell'intestino, come ha dimostrato Sembrat [21] con esperimenti di trapianto.

Non è noto però se il surrene (che comincia a funzionare in uno stadio molto precoce, 22–23, cfr. Chieffi [22]) attraversi un periodo di ipofunzione durante la metamorfosi, ciò che permetterebbe di confermare l'interpretazione offerta dalla Moog per gli embrioni di pollo e di topo.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA I

Le microfotografie 1 A e 1 B sono state eseguite con oc. 10 X, obb. 3 X; 2 A, 2 B, 3 A, 3 B, 4, 5, 6 A, 6 B con oc. 10 X, obb. 25 X; 7 A, 7 B, 8 A, 8 B con oc. 10 X, obb. 10 X.

Fig. 1 A: *Rana esculenta*, stadio 22, sez. trasv.: reazione per la fosfatasi alcalina (f. a.) fortemente positiva nel sottile strato di cellule epiteliali dell'intestino.

Fig. 1 B: controllo della precedente.

Fig. 2 A: stadio 24, sez. trasv. d'intestino: le cellule epiteliali si presentano cariche di f. a.

Fig. 2 B: controllo della precedente.

Fig. 3 A: stadio 25: la reazione per la f. a. è positiva soltanto in corrispondenza della superficie interna dell'epitelio intestinale.

Fig. 3 B: controllo della precedente.

Fig. 4 : stadio 26: sez. trasv. dell'intestino di spessore enormemente ridotto; la reazione per la f. a. è negativa.

Fig. 5 : stadio 29; sez. trasv. d'intestino: comparsa dei villi e reazione tuttora negativa per la f. a.

Fig. 6 A: stadio 30: f. a. presente di nuovo solo in corrispondenza della superficie interna dell'epitelio intestinale.

Fig. 6 B: controllo della precedente.

Fig. 7 A: stadio 33: reazione per la f. a. fortemente positiva ed estesa a tutto il citoplasma delle cellule epiteliali.

Fig. 7 B: controllo della precedente.

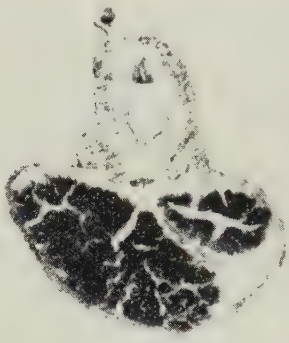
Fig. 8 A: esemplare metamorfosato: reazione per la f. a. positiva come in 7 A.

Fig. 8 B: controllo della precedente.

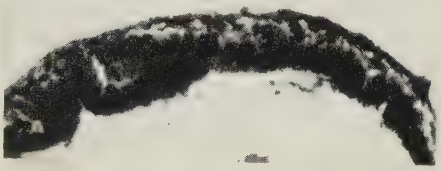
(21) K. Sembrat, «C. R. Soc. Biol.», *92*, 1004–1006 (1925).

(22) G. Chieffi, «Pubbl. Staz. Zool. Napoli», *27*, 62–72 (1955).

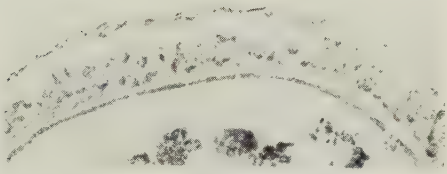
1A



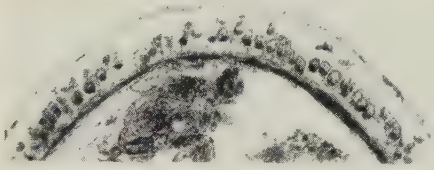
1B



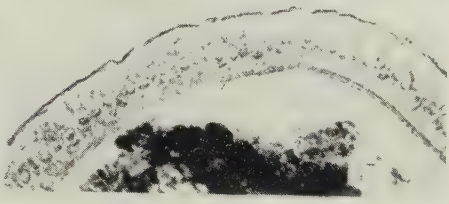
2A



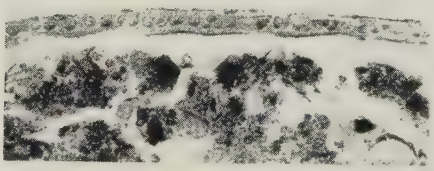
2B



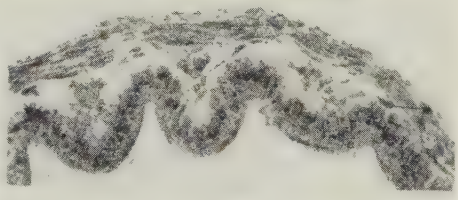
3A



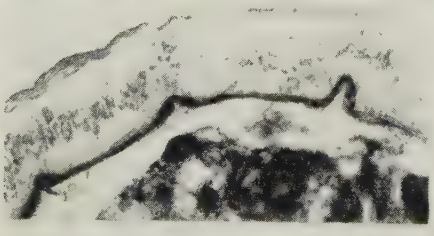
3B



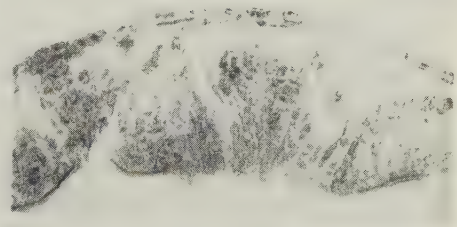
4



5

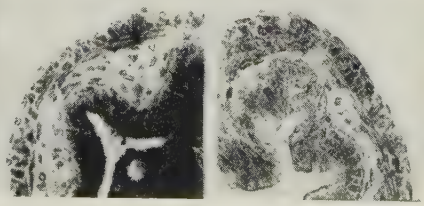


6A



6B

7A 7B



8A 8B

Biologia. — *Lo sviluppo di andromerogoni ibridi* Ascidia malaca (♀) × Phallusia mamillata ♂ (*). Nota di ANTONIO MINGANTI, presentata (**) dal Socio G. COTRONEI.

Le prime esperienze nelle quali delle uova erano private del loro nucleo e fecondate con spermi di altra specie, furono compiute da Boveri (1889) [1] allo scopo di stabilire i compiti rispettivi del nucleo e del citoplasma nella determinazione dei caratteri ereditari. Queste esperienze sono state finora fatte soltanto su uova di Echinodermi e di Anfibi. Per gli Echinodermi, oltre alle ricerche di Boveri (1896, 1918) [2, 3], vanno ricordate quelle di Hörstadius (1936) [4] e di von Ubisch (1954, 1957) [5, 6], i quali hanno anche riportato in dettaglio ed esaminato criticamente i lavori dei precedenti Autori. Per gli Anfibi, costituiscono un insieme di notevole importanza le ricerche compiute da Baltzer e dalla sua Scuola, sulle quali Hadorn (1937) [7] e Baltzer stesso (1948, 1952) [8, 9] hanno ampiamente riferito. Una recente rassegna sugli andromerogoni ibridi di Echinodermi e di Anfibi è stata fatta da Fankhauser (1955) [10], ed una, limitata a quelli degli Anfibi Anuri, da Moore (1955) [11], ai quali rimandiamo per le numerose indicazioni bibliografiche. Quanto al problema posto da Boveri, dobbiamo constatare che in ben pochi casi esso ha avuto possibilità di soluzione, perché generalmente lo sviluppo degli andromerogoni ibridi si è arrestato prima che si manifestassero i caratteri parentali. Tuttavia altri problemi sono stati impostati da queste indagini, come verrà discusso in seguito.

Allo scopo di aggiungere nuovi dati a quelli che sono a disposizione, e di poterli comparare con quelli ottenuti in Echinodermi ed Anfibi, abbiamo dato inizio ad esperienze sulle Ascidie. Nella presente Nota vengono riferiti i risultati che si ottengono quando uova anucleate di *Ascidia malaca* sono fecondate con spermi di *Phallusia mamillata*. Precedenti ricerche avevano mostrato che le uova (nucleate) di *A. malaca* sono facilmente fecondate da spermi di *Phallusia* e si sviluppano in larve natanti normali, con caratteri materni (Minganti, 1950) [12]: in questi ibridi coesistono i corredi cromosomici delle due specie (Minganti, 1952, 1955) [13, 14]. D'altra parte, gli andromerogoni omospermi di *Ascidia malaca*, che comprendano almeno i 2/3 dell'uovo, sono anch'essi capaci di dare larve del tutto normali (Ortolani, 1958) [15].

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Zoologia della Università di Palermo e nella Stazione Zoologica di Napoli. Ringrazio le Autorità della Stazione Zoologica per la generosa ospitalità, e il prof. G. Montalenti per la concessione di una borsa di studio presso il Centro di Studio per la Biologia del Consiglio Nazionale delle Ricerche.

(**) Nella seduta del 10 gennaio 1959.

Materiali e metodi.

Uova vergini di *Ascidia malaca*, private delle membrane ovulari, sono state tagliate, con ago di vetro, in modo da asportarne la calotta contenente la «macchia polare», la quale contrassegna il nucleo dell'uovo in 1ª metafase maturativa (Dalcq, 1932; Dalcq & Vandebroek, 1937) [16, 17]. Il volume della parte eliminata è stato, per la maggior parte delle uova, inferiore a 1/10 del volume dell'uovo; in qualche caso è stato asportato fino a 1/4 dell'uovo. Alle uova così operate è stato aggiunto sperma di *Phallusia*, e di esse sono stati seguiti i processi di fecondazione e di sviluppo. Sono stati fatti i controlli normali delle due specie e gli ibridi diploidi: in base ad essi sono stati interpretati i risultati ottenuti con gli andromerogoni. Le esperienze sono state fatte alla temperatura ambiente di 24° C circa.

Risultati.

Sono stati fatti 6 lotti di esperienze, su uova di altrettanti individui di *A. malaca*. Gli ibridi diploidi di controllo sono stati fatti per 4 di questi lotti. I dati numerici sono riportati nella Tabella I.

1. – Andromerogoni ibridi.

a) *Fecondazione.* – Su 218 merogoni, 184 (= 85 %) si sono fecondati, in massima parte entro pochi minuti dall'aggiunta degli spermi. L'avvenuta entrata dello spermio è stata indicata, come di norma, dalle deformazioni subìte dall'uovo. Queste deformazioni sono state piuttosto irregolari e sono durate per 1–2 minuti; poi l'uovo ha ripreso la sua forma sferica, conservandola fino alla 1ª segmentazione. Non hanno avuto luogo le altre deformazioni che nelle uova normali avvengono in corrispondenza della emissione dei due globuli polari (cfr. Reverberi, 1936) [18]. Di fatto, nelle uova merogone non si sono mai formati globuli polari, e questo ha costituito un ulteriore controllo dell'esattezza dell'operazione. Data la relativa opacità dell'uovo, non è stato possibile seguire *in vivo* il comportamento del nucleo spermatico nel suo interno.

Su 184 merogoni fecondati, 33 (= 18 %) non si sono sviluppati. In parte ciò deve essere attribuito a fenomeni di polispermia: furono infatti notate nell'interno di molti di essi molteplici areole chiare; alcuni si divisero di colpo in 3–4 blastomeri irregolari che poi si rifusero insieme.

b) *Segmentazione e sviluppo.* – 151 merogoni dei 184 fecondati (= 82 %) si sono divisi in modo normale, secondo il modello tipico delle uova di Ascidie, con simmetria bilaterale e formazione dei due «micromeri» (B 5.2) allo

stadio di 16 blastomeri. Tutte le divisioni, a cominciare dalla prima, hanno avuto luogo sincronicamente a quelle corrispondenti dei controlli normali di *A. malaca*.

TABELLA I.

Esperim. n°	Andromerogoni ibridi				Ibridi diploidi		
	Totale operazioni	Fecond.	Sviluppati a blast.	Sviluppati a larva	Totale operazioni	Fecond.	Svilupp.
1	26	26	26				
2	40	26	16	9	19	16	15
3	50	41	37	2	28	21	20
4	38	29	19		28	24	20
5	42	42	30		30	29	27
6	22	20	12				
Totali	218	184	140	11	105	90	82

Lo sviluppo ha proceduto normalmente fino all'inizio della gastrulazione, e cioè allo stadio di 256 blastomeri. Qui, mentre nei controlli e negli ibridi diploidi ebbe luogo la normale gastrulazione, la maggior parte degli andromerogoni, e precisamente 140 su 151 (= 93 %) non mostrò alcun movimento di invaginazione, pur succedendosi ancora delle divisioni. Gli embrioni dapprima rimasero appiattiti; poi le cellule entodermiche, dividendosi *in situ* senza invaginarsi, formarono un'ernia poco prominente, e infine, per la moltiplicazione delle cellule degli altri territori, che non presentarono alcun processo di epibolia né di gastrulazione, gli embrioni assunsero una forma sferoidale. In nessuno di essi erano riconoscibili organi o tessuti differenziati: in particolare essi mancavano di coda, di macchie pigmentate, di palpi e perfino di membrana testale. Questo aspetto è stato conservato per almeno 24 ore, quando i controlli di *A. malaca*, già divenuti larve natanti da una quindicina di ore, cominciavano a metamorfosarsi. In questo tempo gli andromerogoni presentavano segni di degenerazione: le cellule di superficie diventavano sferiche e si staccavano dalla compagine, citolizzandosi. Questi embrioni sono stati in maggior parte fissati (per il successivo studio citologico) prima della completa degenerazione.

Solo 11 andromerogoni (= 7 %) hanno compiuto normalmente i processi di gastrulazione e di neurulazione. 5 di essi sono stati fissati allo stadio di bottone caudale; gli altri 6 hanno proceduto nello sviluppo, fino a dare delle larve: una sola di queste era affatto normale, mentre le altre 5 presen-

tavano anomalie, quali una coda molto corta, vescicola cerebrale poco sviluppata (ma con macchie pigmentate) e palpi assenti o in numero ridotto.

2. – Ibridi diploidi.

Su 105 uova se ne fecondarono 90 (= 86 %). Queste hanno presentato, alla fecondazione, il normale ciclo di deformazioni, ed hanno emesso i due globuli polari. 82 di esse (= 91 % delle uova fecondate) si sono divise e sviluppate in modo normale, dando larve natanti in maggioranza del tutto regolari. Le restanti 8 uova (= 9 %) risultarono polispermiche o comunque anormali, presentando soltanto tentativi di segmentazione. I caratteri rilevabili in questi ibridi (ritmo di sviluppo; dimensioni; forma e disposizione dei palpi) sono stati quelli propri di *A. malaca*. Questi risultati concordano in tutto con quelli già ottenuti in precedenza (Minganti, 1950) [12].

Discussione.

1. – Come è stato esposto, lo sviluppo degli andromerogoni ibridi nel 93% dei casi non ha superato la gastrulazione e si è arrestato a questo stadio. Solo 11 merogoni su 184 (= 7 %) hanno avuto un normale sviluppo; 9 di essi derivavano da uno stesso lotto di uova e i rimanenti 2 da un altro (cfr. Tabella I). Questi dati trovano riscontro negli andromerogoni ibridi ottenuti negli Echinodermi, dei quali solo una esigua percentuale ha raggiunto lo stadio di *pluteus* in alcune combinazioni di specie (Hörstadius, 1936; Ubisch, 1954, 1957) [4, 5, 6]. Questo fatto è difficile a spiegare. L'ipotesi che più ovviamente si presenta è che nell'operazione non sia stato eliminato il nucleo dell'uovo: si tratterebbe in questo caso di ibridi diploidi, i quali, come fu mostrato in precedenza (Minganti, 1950) [12] e confermato in questo lavoro, sono appunto capaci di svilupparsi fino a larva normale. Contesta questa ipotesi il fatto che dopo la fecondazione non fu mai osservata la espulsione di globuli polari. In ogni modo questa questione verrà risolta con lo studio citologico.

2. – Resta il fatto che la massima parte degli andromerogoni non è stata capace di superare la gastrulazione. Questo collima con quanto si verifica per gli andromerogoni ibridi degli Echinodermi e degli Anfibi (cfr. Fankhauser, 1955, Tabella 8) [10], i quali, come quelli di Ascidie, hanno in genere dimostrato capacità di sviluppo inferiori a quelle degli ibridi diploidi corrispondenti.

Le cause dell'arresto di sviluppo di questi andromerogoni di Ascidie possono essere diverse. Innanzitutto possiamo escludere che si tratti di una « sindrome aploide » dovuta a geni letali non compensati (cfr. Moore, 1955) [11], perché gli andromerogoni omospermi sia di *A. malaca* che di *Phallusia* si sviluppano fino a larva natante (Ortolani, 1958) [15]. Pensiamo piuttosto che l'arresto di sviluppo sia dovuto a una mancata collaborazione tra nucleo

e citoplasma di specie diverse. Come numerose ricerche hanno mostrato (cfr. Needham, 1942) [19] il metabolismo dell'embrione diventa, alla gastrulazione, particolarmente attivo, e anche i nuclei subiscono delle modificazioni (Briggs & King, 1952) [20]. Possiamo ammettere che negli andromerogoni ibridi la mancata insorgenza del particolare metabolismo necessario per i movimenti morfogenetici e per la differenziazione, sia dovuto alla incapacità del citoplasma ad utilizzare i materiali elaborati dal nucleo, e viceversa. Baltzer (1930) [21], per spiegare i risultati dei suoi esperimenti in *Triton*, aveva supposto che il nucleo dapprima elabori « fattori di sviluppo » comuni a tutto il genere; ma a partire da un certo stadio i fattori elaborati dal nucleo sarebbero «specifici», e perciò in grado di agire solo nel citoplasma della propria specie. Recentemente Zeller (1956) [22] ha mostrato che negli stessi andromerogoni ibridi di *Triton* nella fase di arresto di sviluppo vi è un aumento del contenuto citoplasmatico di acido ribonucleico, ed ha attribuito questo accumulo alla incapacità del citoplasma ad utilizzare tale materiale, prodotto dal nucleo eterogeneo. Questi risultati, per quanto frammentari, indicano quanto sia utile indagare i processi biochimici che avvengono negli andromerogoni ibridi.

3. – Riguardo al problema, posto da Boveri, del ruolo del nucleo e del citoplasma nella determinazione dei caratteri ereditari, questi esperimenti non permettono una risposta, dato che gli embrioni non hanno avuto un sufficiente sviluppo. Nei pochi tipi di andromerogoni ibridi di Echinodermi che hanno dato dei *pluteus*, questi hanno mostrato caratteri delle due specie parentali, diversamente distribuiti in vari organi (Hörstadius, 1936; Ubisch, 1954, 1957) [4, 5, 6]. Negli Anfibi, sebbene nessun andromerogono ibrido si sia sviluppato normalmente, in due casi (interessanti delle specie di *Triton*) si è ottenuta la sopravvivenza di organi e tessuti, mediante il trapianto su ospite normale: in uno di questi casi il trapianto, differenziandosi, ha manifestato caratteri soltanto materni (Hadorn, 1936) [23]; nell'altro, caratteri di entrambe le specie (Danton, 1946) [24]. In *A. malaca* e in *Phallusia* un carattere differenziale ben preciso è quello che concerne la velocità di segmentazione e di sviluppo, che è nettamente più rapida in *A. malaca* che in *Phallusia* (cfr. Minganti, 1950) [12]: negli andromerogoni ibridi questo carattere è stato di tipo materno. Altri caratteri differenziali tra le due specie di riscontrano nelle larve: ora, nell'unico andromerogono sviluppatosi a larva normale i caratteri (quali le dimensioni, la disposizione e forma dei palpi) erano esclusivamente materni.

BIBLIOGRAFIA.

[1] BOVERI TH., « Sitz.-Ber. Ges. Morphol. Physiol. München », *5*, 73 (1889).
[2] BOVERI TH., « Roux' Arch. », *2*, 394 (1896).
[3] BOVERI TH., « Roux' Arch. », *44*, 417 (1918).
[4] HÖRSTADIUS S., «Mém. Mus. Roy. Hist. Nat. Belgique» (2), *3*, 801 (1936).

[5] von Ubisch L., « Pubbl. Staz. Zool. Napoli », *25*, 246 (1954).
[6] von Ubisch L., « Pubbl. Staz. Zool. Napoli », *30*, 279 (1957).
[7] Hadorn E., « Roux' Arch. », *136*, 400 (1937).
[8] Baltzer F., XIII Congrès Internat. Zoologie Paris, p. 234 (1948).
[9] Baltzer F. « Symp. Soc. Exp. Biol. », *6*, 230 (1952).
[10] Fankhauser G., in B. H. Willier, P. A. Weiss, V. Hamburger, *Analysis of Development*, Sect. IV, Ch. 1, p. 126 (1955).
[11] Moore J. A., « Adv. Genetics », *7*, 139 (1955).
[12] Minganti A., « Pubbl. Staz. Zool. Napoli », *22*, 293 (1950).
[13] Minganti A., « Rend. Accad. Naz. Lincei » (8), *12*, 125 (1952).
[14] Minganti A., « Ric. Scient. », *25*, 2625 (1955).
[15] Ortolani G., « Acta Embryol. Morphol. Exper. », *1*, 247 (1958).
[16] Dalcq A., « Arch. Anat. Microsc. », *28*, 223 (1932).
[17] Dalcq A. & Vandebroek G., « Biol. Bull. », *72*, 311 (1936).
[18] Reverberi G., « Pubbl. Staz. Zool. Napoli », *15*, 198 (1936).
[19] Needham J., *Biochemistry and Morphogenesis*, Cambridge (1942).
[20] Briggs R. & King T. J., « Proc. Nat. Acad. Sci. », *38*, 455 (1952).
[21] Baltzer F., « Mitt. Naturf. Ges. Bern », p. X (1930).
[22] Zeller C. « Roux' Arch. », *148*, 311 (1956).
[23] Hadorn E., « Zool. Anz. », Suppl. Bd. *9*, 97 (1936).
[24] Danton H. C., « J. Exp. Zool. », *103*, 169 (1946).

PERSONALE ACCADEMICO

Il Socio anziano G. Levi chiede di essere dispensato dalla presidenza e analoga richiesta è formulata dal Socio Crocco, che segue immediatamente nell'ordine di anzianità il prof. Levi. La presidenza viene pertanto assunta, secondo il suddetto ordine, dal Collega Cassinis.

Il Socio Cassinis informa i Colleghi che il prof. Giordani non ha potuto, per ragioni di salute, partecipare all'odierna tornata e, a nome della Classe, formula il voto che l'illustre Presidente possa ben presto riprendere il suo posto.

La Classe si associa all'unanimità.

Il Socio Cassinis porge quindi un cordiale saluto ai Soci stranieri Pérès e Segré e al dott. E. Nečas dell'Istituto matematico dell'Accademia delle Scienze Cecoslovacca, presenti all'adunanza.

PRESENTAZIONE DI NOTE E MEMORIE

Il Presidente presenta una Nota trasmessa all'Accademia dal Socio Severi, impossibilitato, per ragioni di salute, ad intervenire alla seduta ed esprime il sincero augurio della Classe e suo personale che l'insigne Collega possa tra non molto partecipare nuovamente ai lavori accademici.

Il Socio Carobbi, anche a nome del Collega Vardabasso, presenta una Memoria di Giovanni Cocco e Giuseppe Pecorini dal titolo: «Osservazioni sulle bauxiti della Nurra (Sardegna nord–occidentale)».

Per l'esame della suddetta Memoria viene nominata una Commissione composta dai due predetti Soci e dal Collega Fenoglio.

Presentano Note, per la pubblicazione nei Rendiconti, i Soci: Grandi, Merla, Boaga, Tonzing, Clementi, Segre, Rossi–Fanelli, Cotronei e Picone.

Viene letto l'elenco delle Note pervenute alla Cancelleria.

Le seguenti Note saranno pubblicate in fascicoli successivi:

CLEMENTI A. – Un nuovo tipo di epilessia sperimentale: l'epilessia stricnica bifocale senso–motoria (visivo–motoria e uditivo–motoria).

COLONNETTI G. – Caratteristiche geometriche dei cicli di isteresi elastica. Nota V.

ROSSI FANELLI A., ANTONINI E. e CAPUTO A. – Ricerche sulle relazioni tra proprietà molecolari e funzionali della emoglobina (pres. dal Corrisp. A. ROSSI FANELLI).

APARO E. – Sulla risoluzione numerica della equazioni integrali di Volterra, di seconda specie (pres. dal Socio M. PICONE).

MARRÈ E. e SERVETTAZ O. – Sul meccanismo di adattamento a condizioni osmotiche estreme in *Dunaliella salina*. – II. Rapporto fra concentrazioni del mezzo esterno e composizione del succo cellulare (pres. dal Socio S. TONZIG).

Il Presidente comunica che è uscito il fascicolo V dei Rendiconti (novembre 1958) e, mentre prende atto, con vivo compiacimento, del regolare ritmo della pubblicazione, rivolge un caldo ringraziamento ai Segretari accademici che così attivamente si occupano degli Atti.

COMUNICAZIONI VARIE

Il Socio Perucca comunica di aver rappresentato l'Accademia alle onoranze svoltesi a Fossano, il 6 corrente, in memoria di due illustri figli di quella città, Felice Merlo e Federico Sacco. Felice Merlo, professore di Diritto a Torino, fu Vicepresidente della prima Camera dei Deputati piemontese, eletta secondo lo Statuto, e ricoprì successivamente le cariche di Ministro Guardasigilli e della Pubblica Istruzione. Di Federico Sacco, insigne Socio nazionale dell'Accademia, il prof. Perucca non crede di dover aggiungere nulla a quanto ha già magistralmente detto il Collega Gortani nella commemorazione dello Scienziato scomparso tenuta nella seduta di Classe del 9 febbraio 1957.

Il Socio Crocco, riferendosi al lancio del razzo sovietico che ha superato l'attrazione terrestre ed è entrato in una orbita solare, osserva che molte delle notizie, riguardanti questo avvenimento di grande attualità, sono state ben raccolte e debbono quindi considerarsi esatte, mentre numerose altre apparse nella stampa, non possono dirsi tali, specialmente a causa dei volgarizzatori che spesso si lasciano trascinare dalla fantasia.

Egli è pienamente convinto che tutti i Colleghi abbiano saputo valutare ciò che è esatto e ciò che non lo è, ma desidera esporre alcune sue considerazioni relative all'effettiva portata dell'impresa.

Si tratta indubbiamente di un evento di eccezionale importanza poiché, per la prima volta, l'umanità ha potuto superare la forza di attrazione terrestre e ben farebbe l'Accademia se rivolgesse alla Consorella sovietica una parola di lode.

Ciò premesso, il Socio Crocco osserva che la possibilità di superare l'attrazione terrestre consiste nel dare al proiettile una determinata velocità di lancio che si suol chiamare velocità di *fuga* o di *evasione*; e che risulta in cifra tonda di 40.000 Km ora, se si considera in partenza dal suolo. Ma il propulsore a razzo non è un cannone di artiglieria; e questa velocità di lancio si può raggiungere soltanto a quote elevate. Cosicché bisogna ridurre la cifra suddetta caso per caso per tener conto del lavoro di salita. In ogni caso, peraltro, la velocità di evasione viene rapidamente assorbita dalla attrazione della Terra secondo le leggi newtoniane. E ciò porta ad osservare che, se indubbiamente si devono riconoscere i grandi meriti acquisiti in questo campo dai Sovietici, bisogna egualmente dare atto agli Stati Uniti di quanto hanno fatto con il primo lancio di un proiettile verso la luna. Se è vero che tale proiettile ha percorso solo il terzo della distanza del percorso, non si deve però dimenticare che, per la legge dei corpi sferici, l'aver raggiunto il suddetto terzo implica già il superamento in cifra tonda di 98/100 dell'attrazione ter-

restre; è sufficiente mezzo centesimo in più per raddoppiare e un centesimo per triplicare; diversamente da quanto accade, ad esempio, nel ristretto campo dei giochi agonali, dove per raddoppiare o triplicare la gittata nel lancio di un *disco* si deve raddoppiare o triplicare l'energia del braccio che lancia.

In sostanza, i Sovietici, avendo superato di alcuni centesimi in più degli Americani l'attrazione terrestre, hanno potuto far percorrere al loro razzo un tragitto assai più lungo di quello coperto dal missile statunitense; ed anzi è rimasto un buon residuo di velocità che ha fatto proseguire oltre la Luna il viaggio spaziale del missile russo.

In ultima analisi, sia gli Americani che i Russi, hanno affrontato e superato l'attrazione terrestre; soltanto i primi hanno fatto un tiro troppo corto e i secondi troppo lungo. Ci vorrebbe dunque, per raggiungere il bersaglio, cioè la Luna, un tiro medio, quello che in artiglieria si chiama « tiro a forcella ».

Circa poi l'attuale destinazione del proiettile russo alcune notizie di stampa hanno annunziato che esso va *verso* il Sole. Ciò è impossibile per ovvie ragioni che il Socio Crocco crede superfluo illustrare ai Colleghi. Il fatto vero è che il proiettile russo viaggia *intorno* al Sole; ma in questo grandioso risultato i Sovietici c'entrano soltanto in parte. Perché il loro missile, quando era fermo sulla Terra nel sistema *geocentrico*, girava già intorno al Sole nel sistema *eliocentrico*; come tutti noi in questa sala ed il suo contenuto. E viaggiava, come tutti noi, con la velocità di 107.000 Km all'ora, in cifra tonda, con cui mediamente la Terra percorre in *dodici mesi*, la sua orbita intorno al Sole.

Ora i Sovietici, addizionando geometricamente alla velocità orbitale terrestre la velocità residua del loro lancio, sono riusciti ad incrementare di un quindicesimo la velocità preesistente; e con questo hanno ottenuto *di fatto* il risultato sorprendente di incanalare il loro missile, liberato dal guinzaglio terrestre, in una orbita solare *propria* di *quindici mesi*; che sta tra quella della Terra e quella del pianeta Marte. Il punto è così chiarito, in quanto viene a distinguere la rata parte di merito spettante al Creatore da quella spettante ai Sovietici; ma ciò nulla toglie al loro successo, che inaugura l'arte spaziale eliocentrica; dopo che essi stessi avevano inaugurato per primi l'arte spaziale geocentrica dei satelliti terrestri.

Il Socio Crocco, dopo aver osservato che il problema dell'astronautica, che fino a pochi anni or sono era considerato da molti con incredulità e scetticismo, è divenuto così realtà attuale, conclude rinnovando la proposta che l'Accademia dei Lincei si metta in contatto con l'Accademia Sovietica delle Scienze e le esprima il suo vivo compiacimento per la grande impresa realizzata nell'interesse della scienza e dell'umana civiltà.

Il Presidente assicura che tale proposta sarà senz'altro sottoposta alla Presidenza dell'Accademia e ringrazia il Collega Crocco per l'interessante comunicazione.

Informa quindi la Classe che è stata recentemente fondata a Caracas la « Fondation Créole », la quale conferirà, ogni due anni, a decorrere dal 17 ottobre 1960, un premio di 10.000 dollari U.S.A., riservato ad opere rela-

tive a qualche aspetto del Venezuela in materia di scienze naturali, fisiche o sociali, eccettuate le scienze storiche.

Il Presidente dà poi comunicazione alla Classe di uno studio del prof. Them. A. Naltsas nel quale si afferma testualmente che « toute photographie ordinaire donne la sensation du fond réel en 3ème dimension, quand elle est regardée d'une façon convenable ».

CONGRESSI

Il Socio Perucca informa la Classe di aver preso parte, in rappresentanza dell'Accademia, alla Conferenza Internazionale di Misure, che ha avuto luogo a Budapest negli ultimi giorni del mese di novembre.

Il Convegno, che era stato organizzato da Associazioni scientifiche ungheresi, polacche e sovietiche, ha avuto un esito veramente ottimo e ad esso hanno partecipato seicento rappresentanti di vari Paesi, presentando circa duecento Memorie che toccano tutti i rami del campo delle misure.

L'oratore ritiene doveroso mettere in evidenza il grande interesse che l'Ungheria dimostra per la costruzione di apparecchi scientifici, come ha potuto constatare egli stesso, visitando una esposizione di apparecchi di fisica, sia pura sia tecnica, tutti costruiti in Ungheria, quali ad esempio, la bilancia di Eötvös, tacheometri, spettrometri per neutroni veloci, cristalli scintillatori. Specialmente questi ultimi hanno attirato la sua particolare attenzione, poiché ivi egli ha trovato lamine di antracene monocristalline di spessore fino a 0,2 mm e con superficie utile fino a qualche cm^2. Egli aveva ottenute ottime lamine ma di spessori non sufficienti per ricavarne utilissimi rivelatori di particelle, e inutilmente le aveva cercate in altre sedi.

Il Socio Perucca, dopo avere espresso la sua ammirazione per l'efficiente organizzazione degli Istituti scientifici ungheresi, come l'Istituto Centrale di Ricerche fisiche e i due Istituti di Metrologia, conclude ringraziando l'Accademia che gli ha affidato la sua rappresentanza e il Consiglio Nazionale delle Ricerche che ha generosamente fornito i mezzi finanziari necessari per l'espletamento della missione.

Il Presidente ringrazia il Collega Perucca ed osserva che la sua comunicazione dimostra quanto sia opportuno e necessario stringere sempre di più, nel reciproco interesse, i rapporti culturali tra i vari Paesi del mondo.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Presidente illustra brevemente i quattro volumi di « Anatomia radiografica normale e patologica dell'apparato digerente » del prof. Nuvoli, editi dalla Società Editrice « Universo » e il volume 2° del « Portolano del Mediterraneo », edito dall'Istituto Idrografico della Marina.

Il Segretario Accademico presenta poi le altre pubblicazioni inviate in omaggio all'Accademia.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 10 gennaio 1959

ALLEN C. R. — Vedi: RICHTER C. F., ALLEN C. R. and NORDQUIST J. M.

BÅTH Markus. — *Polar graphs of initial motions at an earthquake source*. Estr. da « Bulletin of the Seismological Society of America », vol. XLVIII, 1958.

BÅTH Markus and RICHTER Charles F. — *Mechanisms of the aftershocks of the Kern County, California, earthquake of 1952*. Estr. da « Bulletin of the Seismological Society of America », vol. XLVIII, 1958.

BIANCHI Giorgio. — *Sistemi elastici piani. Nuovo metodo di calcolo nella scienza delle costruzioni*. P. I, cap. I, II, III: *Le travi continue. I portali semplici a cerniere. I portali semplici incastrati*. Con 12 esercizi svolti, 18 figure e 1 tabella. Genova, Ediz. Bianchi, 1958. Pp. 30, in–4°.

BLAAUW A. and UNDERHILL A. B. — *Cosmic distance scale*. A conference sponsored by the National Science Foundation and the University of Virginia, Charlottesville, Virginia. April, 5–7 1956. Estr. da « The Astronomical Journal », vol. LXIII, 1958, n. 5.

BRONGERSMA L. D. — *The animal world of Netherlands New Guinea*. Groningen, J.B. Wolters, 1958. Pp. 70, in–8°, con figg. e tavv.

BURGER José. — *Contribuição para a organização da tabela de composição química dos alimentos brasileiros*. Vol. I. Belo Horizonte, Oficina de Obras Gráficas da Faculdade de Direito da Universidade de Minas Gerais e do Centro Regional de Pesquisas Educacionais, 1958. Pp. 58, in–8°, con tavv.

— *Pesquisas enzimológicas*. Vol. I. Belo Horizonte, Oficinas Gráficas do Centro Regional de Pesquisas Educacionais e Programa de Assistência Brasileiro–Americana ao Ensino Elementar, 1958. Pp. 50, in–8°.

CAPUA A. — Vedi: NUVOLI Umberto.

CERNĂIANU Constantin C. — *Piroplasme și piroplasmoze*. Vol. II: *Partea specială*. București, Editura Republicii Populare Romîne, 1958. Pp. 779, in–8° (Biblioteca de Zootechnie și Medicină Veterinară, II).

EWING Maurice. — Vedi: PRESS Frank, EWING Maurice and LEHNER Francis.

Federico Sacco. Murandosi nella sua casa avita in Fossano una lapide per ricordarlo. Fossano, a cura della « Casa di Studi », Fondazione « Federico Sacco », 1958. Pp. 19, in–8°, con 1 ritr.

Flora Republicii Populare Romîne. Vol. VI. Redactor principal Acad. Traian Săvulescu. București, Editura Academiei Republicii Populare Romîne, 1958. Pp. 676, in–8°, con figg. e tavv.

GUTENBERG Beno. — *Attenuation of seismic waves in the earth's mantle*. Estr. da « Bulletin of the Seismological Society of America », vol. XLVIII, 1958.

— *Caustics produced by waves through the earth's core*. Estr. da « Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society », vol. I, 1958, n. 3.

— *Spectrum of P and S in records of distant earthquakes*. Estr. da « Zeitschrift für Geschichte », a. XXIII, 1957, n. 6.

— *The structure of the earth as viewed in 1957*. Estr. da « Scientia », s. 6ª, a. LII, 1958.

— *Velocity of seismic waves in the earth's mantle*. Estr. da « Transactions of the American Geophysical Union », vol. XXXIX, 1958, n. 3.

— *Wave velocities in the earth's core*. Estr. da « Bulletin of the Seismological Society of America », vol. XLVIII, 1958, n. 4.

IUGA Victoria G. — *Hymenoptera Apoidea Fam. Apidae Subfam. Anthophorinae*. București, Editura Academiei Republicii Populare Romîne, 1958. Pp. 270, in–8°,

con figg. (Fauna Republicii Populare Romîne. Insecta, vol. IX, fasc. 3).

LEHNER Francis: Vedi: PRESS Frank, EWING Maurice and LEHNER Francis.

NORDQUIST J. M. — Vedi: RICHTER C. F., ALLEN C. R. and NORDQUIST J. M.

NUVOLI Umberto. — *Anatomia radiografica normale e patologica dell'apparato digerente.* Vol. I: *Esofago e stomaco*; vol. II: *Duodeno*; vol. III: *Intestino tenue*; vol. IV: *Colon – Appendice.* (Collaboratore prof. A. Capua). Roma, Soc. Ed. «Universo», 1958. Voll. 4, in–4°, con figg. e tavv.

POMINI Luigi. — *Il campo sperimentale delle piante medicinali aromatiche di Varaldo Sesia.* Note illustrative con 46 fotografie. Vercelli, Camera di Commercio, Industria e Agricoltura, 1958. Pp. 66, in–8°, con figg.

— *Saggio di flora della risaia Vercellese–Novarese.* Vercelli, S.A.V.I.T., 1957. Pp. 123, in–8°, con figg. (Collana Culturale Scientifica dell'Istituto Tecnico Agrario di Vercelli, 7).

Portolano del Mediterraneo. Edizione 1958. Vol. Ia: *Mar Ligure e alto Tirreno da Ventimiglia a Capo Circeo. Isole di Sardegna e Corsica;* vol. II: *Mediterraneo occidentale. Coste di: Spagna, Francia, Marocco, Algeria e Tunisia, Isole Baleari.* Genova, Istituto Idrografico della Marina, 1958. Voll. 2, in–8°, con figg.

PRESS Frank, EWING Maurice and LEHNER Francis. — *A Long–Period Seismograph System.* Estr. da «Transactions of the Geophysical Union», vol. XXXIX, 1958, n. 1.

PROFILI Ulderico. — *L'antagonismo fisiologico coadiuvante la sieroterapia. Aspetti immunitari.* Roma, Arti Grafiche D. Capaccetti, 1958. Pp. 6, nn. in-8°.

Progress Report. Seismological Laboratory of the California Institute of Technology, 1957. Estr. da «Transactions of the American Geophysical Union», vol. XXXIX, 1958, n. 4.

RICHTER C. F. — *New Dimensions in Seismology. Earthquakes are characterized by geographical position, instant of occurence, depht and magnitude.* Estr. da «Science», vol. CXXVIII, 1958, luglio.

RICHTER C. F., ALLEN C. R. and NORDQUIST J. M. — *The Desert Hot Springs earthquakes and their tectonic environment.* Estr. da «Bulletin of the Seismological Society of America», vol. XLVIII, 1958.

RICHTER Charles F. — Vedi: BÅTH Markus and RICHTER Charles F.

SACCO Italo Mario. — *Felice Merlo.* Fossano, a cura della «Casa di Studio», Fondazione «Federico Sacco», 1958. Pp. 16, in–8°, con 1 ritr.

ŠAVLO S. G. — *Pegmatity i gidrotermality kalbinskogo hrebta.* Alma–Ata, Izdatel'stvo Akademiii Nauk Kazahskoj SSR, 1958. Pp. 327, in–8°, con figg. e tavv.

SĂVULESCU Traian. — Vedi: *Flora Republicii Populare Romîne.*

SOCIÉTÉ CHIMIQUE DE FRANCE. — *Célébration du centenaire de sa Fondation 16–17 juillet, 1957.* Paris, Société Chimique de France, 1958. Pp. 101, in–8°, con tavv.

SPEIRS H. L. — *The fluid ether.* London, T.J. Winterson, 1958. Pp. 47, in–8°, con figg.

UNDERHILL A.B. — Vedi: BLAAUW A. and UNDERHILL A.B.

UNIVERSITAS BELGICA. — *Inventaire des Ressources Scientifiques Belges.* III: *Sciences pures et appliquées.* Chap. 8: *Sciences appliquées;* chap. 9: *Sciences agronomiques.* Bruxelles, 1958. Pp. 278, in–8°.

A. SIGNORINI e G. COTRONEI.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Seduta del 14 febbraio 1959

Presiede il Socio G. CASSINIS

NOTE DI SOCI

Meccanica. — *Caratteristiche geometriche dei cicli di isteresi elastica.* Nota V (*) del Socio GUSTAVO COLONNETTI.

La constatazione di un certo accordo tra i risultati dell'esperienza ed il mio tentativo di impostazione teorica dei rapporti fra deformazioni elastiche e deformazioni plastiche (1) mi autorizza a trarre da questa impostazione alcune conseguenze suscettibili di venire utilizzate per la determinazione dei limiti nell'ambito dei quali quell'accordo riesce effettivamente realizzato nei diversi materiali.

Sono particolarmente utilizzabili a questo fine le caratteristiche geometriche, o « di forma », dei cicli bilaterali stabilizzati, e più precisamente:

l'inclinazione media, in immediato rapporto col valor medio del modulo di elasticità, e

l'area che notoriamente misura il lavoro meccanico che in ciascun ciclo viene disperso per isteresi.

Per quel che riguarda la prima di queste caratteristiche, tenuto conto dell'equazione

$$\bar{\varepsilon} = k\varepsilon^2$$

della curva di prima deformazione (a partire dallo stato neutro) sulla quale si trovano i vertici dei successivi cicli bilaterali stabilizzati, si può senz'altro

(*) Presentata nella seduta del 10 gennaio 1959.

(1) « Rend. Acc. Naz. Lincei », ser. 8ª, vol. XXV (1958).

affermare che l'inclinazione $1/E$ sull'asse delle σ di una qualunque corda $01, 02, 03, \cdots$ (fig. 1) e quindi anche del ciclo bilaterale corrispondente $11, 22, 33, \cdots$ (fig. 2) può sempre esprimersi, in funzione della inclinazione $1/E_o$ della tangente iniziale oo, sotto la forma

$$\frac{1}{E} = \frac{\varepsilon + \bar{\varepsilon}}{\sigma} = \frac{\varepsilon + k\varepsilon^2}{\sigma} = \frac{1}{E_o} + \frac{k}{E_o^2}\sigma .$$

Essa è dunque *una funzione lineare dell'ampiezza* σ *del ciclo.*

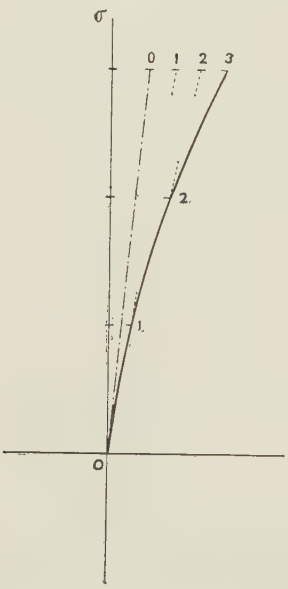


Fig. 1.

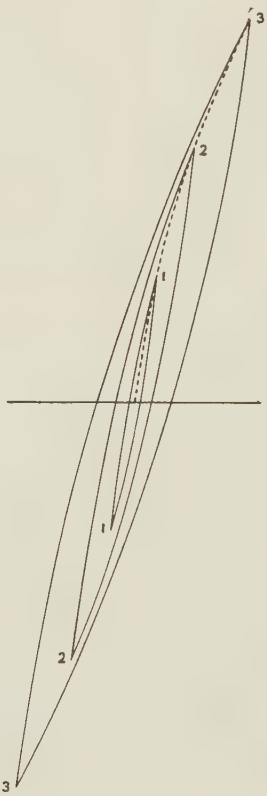


Fig. 2.

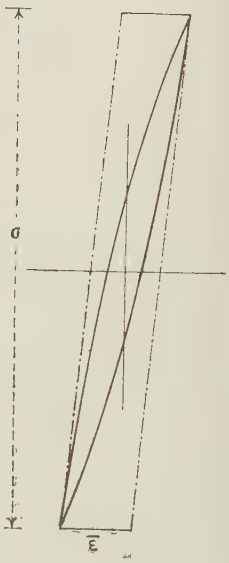


Fig. 3.

Quanto all'altra caratteristica – l'area del ciclo bilaterale stabilizzato – è facile riconoscere che i due archi di parabola di cui il ciclo è formato dividono in tre parti eguali l'area del parallelogrammo circoscritto (fig. 3) che ha per dimensioni ortogonali l'ampiezza σ del ciclo e la deformazione plastica

$$\bar{\varepsilon} = k' \varepsilon^2 = \frac{k'}{E_o^2}\sigma^2 .$$

L'area del ciclo

$$A = \frac{1}{3} \frac{k'}{E_0^2} \sigma^3$$

deve dunque crescere proporzionalmente al cubo dell'ampiezza σ.

Questi due risultati si prestano bene alla verifica sperimentale.

Le divergenze che l'esperienza di volta in volta accuserà (tanto più accentuate quanto più grande sarà l'ampiezza σ del ciclo) ci diranno per quali valori di σ si determinino nei singoli materiali quei fenomeni di incrudimento – e di conseguente variazione del coefficiente f di plasticità – per cui i presupposti della impostazione teorica vengono a mancare, e questa cessa per conseguenza di essere valida.

Gasdinamica. — *Sul flusso transonico con onda d'urto attaccata* ($M_\infty < 1$): *caso del moto stazionario.* Nota I [*] del Corrisp. Carlo Ferrari [**].

1. Introduzione. – Recenti ricerche di S. Nocilla [1] sui flussi transonici stazionari attorno a profili alari con onda d'urto attaccata ($M_\infty < 1$) hanno mostrato l'importanza di una scelta opportuna e del punto J_0 del piano odografico corrispondente al punto J_f del piano fisico in cui l'onda d'urto termina, e della direzione dell'onda in J_f: dette ricerche hanno permesso di superare molte difficoltà che si oppongono alla determinazione del campo con onda d'urto studiando essenzialmente le condizioni del flusso nell'intorno di J_0, e possono portare ad una soluzione corretta del problema se il punto A_f del profilo da cui l'onda si stacca è un punto angoloso. Se però in A_f la tangente è continua altre difficoltà rimangono da superare connesse colla struttura dell'onda in detto punto: è infatti noto che in A_f, se non si ha distacco della corrente, l'urto deve essere *retto*, mentre tutti i risultati sperimentali mostrano variazioni di pressione attraverso all'onda alquanto *minori* di quelli corrispondenti all'urto retto [2]. Recenti ricerche eseguite al «National Physical Laboratory» di Teddington hanno gettato luce sulla comprensione di questo singolare fenomeno. Scopo di questa Nota è di ricercare la *singolarità* che la funzione potenziale Φ del campo deve presentare nel piano fisico in A_f, perché la tangente in A_f sia continua. Viene pure determinata la forma dell'onda nell'intorno di A_f, e dimostrato che *la curvatura del fronte d'onda presenta un infinito logaritmico* in detto punto. La legge che si ottiene per la variazione della velocità lungo il profilo prima e dopo l'urto, se non permette di dare della proprietà che qui ora si enuncia, una dimostrazione vera, fa tuttavia arguire che se il numero di Mach locale massimo supera di abbastanza poco l'unità il flusso transonico *appare continuo*, almeno se la curvatura del profilo in A_f è *non nulla e negativa* (*profilo convesso*).

2. Condizioni alle quali il flusso deve soddisfare nell'intorno di A_f. – Assumendo il punto A_f del profilo, da cui parte l'onda d'urto, come origine delle coordinate, ed indicando con x e y gli assi coordinati rispettivamente tangente e normale in A_f al profilo stesso, l'equazione del moto nella regione supersonica (I) nell'intorno di A_f si riduce alla

$$\frac{\partial U}{\partial x}(1 - M_A^2) + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

(*) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(**) La presente ricerca è stata fatta in parte sotto il patrocinio dello «Air Research and Development Command, United States Air Force» (contratto AF 61 [514] 1124, attraverso l'ufficio europeo A.R.D.C.

se M_A è il numero di Mach in A, a monte dell'urto; si ammette che in (I) la $\partial U/\partial x$ sia *limitata*: questa assunzione è in accordo coi risultati sperimentali ed è confermata dai risultati della presente ricerca. Si pone:

$$a = \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_A \tag{2}$$

e si ricava

$$\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_A = (M_A^2 - 1)\, a\,. \tag{3}$$

D'altra parte, per la condizione di tangenza della velocità al profilo, risulta:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_A = \frac{U_A}{R_A} \tag{4}$$

se U_A è la grandezza della velocità in A_f, e R_A il raggio di curvatura del profilo in detto punto, *negativo* se il profilo in A_f è *convesso*. Nell'intorno di A_f il potenziale Φ si può pertanto esprimere colla

$$\Phi = \Phi_A + U_A x + \frac{1}{2} a (M_A^2 - 1) y^2 + \frac{1}{2} a x^2 + \frac{U_A}{R_A} xy\,. \tag{5}$$

Se

$$x = x(s) \quad ; \quad y = y(s) \tag{6}$$

sono le equazioni parametriche dell'onda d'urto, riferite all'ascissa curvilinea s come parametro, si ha poi

$$\left(\frac{dx}{ds}\right)_A = 0 \quad ; \quad \left(\frac{dy}{ds}\right)_A = 1 \quad \text{essendo l'urto in } A_f \textit{ retto}, \tag{7}$$

mentre dalla (5) si deducono per le componenti della velocità prima dell'urto

$$U_I = U_A \left(1 + \frac{y}{R_A}\right) + ax \quad ; \quad V_I = a (M_A^2 - 1) y + \frac{U_A}{R_A} x \tag{8}$$

e di conseguenza le componenti della velocità secondo la tangente e secondo la normale all'onda risultano:

$$\left.\begin{aligned} V_t &= U_I \frac{dx}{ds} + V_I \frac{dy}{ds} = \left[U_A \left(1 + \frac{y}{R_A}\right) + ax\right] \frac{dx}{ds} + \\ &\quad + \left[a (M_A^2 - 1) y + \frac{U_A}{R_A} x\right] \frac{dy}{ds} \\ V_{nI} &= U_I \frac{dy}{ds} - V_I \frac{dx}{ds} = \left[U_A \left(1 + \frac{y}{R_A}\right) + ax\right] \frac{dy}{ds} - \\ &\quad - \left[a (M_A^2 - 1) y + \frac{U_A}{R_A} x\right] \frac{dx}{ds} \approx \left[U_A \left(1 + \frac{y}{R_A}\right) + ax\right] \frac{dy}{ds}\,. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Dalle equazioni dell'urto si ottiene per la componente della velocità normale all'onda *dopo* l'urto

$$\frac{V_{nI}\, V_{nII}}{V_l^2} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \left(1 - \frac{V_t^2}{V_l^2}\right) \approx \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \tag{10}$$

(se V_l è la velocità limite e γ il rapporto dei calori specifici)
da cui

$$(11) \qquad V_{n\,II} = V_c^2 \frac{1}{U_A\,(1 + y/R_A) + ax} \frac{ds}{dy} \approx \frac{V_c^2}{U_A} \frac{ds}{dy} \left(1 - \frac{y}{R_A} - \frac{ax}{U_A}\right)$$

essendo V_c la velocità critica.

Si ricava:

$$(12) \qquad \frac{dV_{n\,II}}{ds} = -\frac{V_c^2}{U_A} \left| \frac{d^2y/ds^2}{(dy/ds)^2} \left(1 - \frac{y}{R_A} - \frac{ax}{U_A}\right) + \frac{1}{R_A} + \frac{a}{U_A} \frac{dx}{dy} \right| .$$

D'altra parte dalla

$$V_{n\,II} = U_{II} \frac{dy}{ds} - V_{II} \frac{dx}{ds}$$

si ottiene

$$(13) \qquad \frac{dV_{n\,II}}{ds} = \frac{\partial U_{II}}{\partial y} \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + \frac{\partial U_{II}}{\partial x} \frac{dx}{ds} \frac{dy}{ds} + U_{II} \frac{d^2y}{ds^2} - \frac{\partial V_{II}}{\partial x} \left(\frac{dx}{ds}\right)^2 -$$

$$- \frac{\partial V_{II}}{\partial y} \frac{dx}{ds} \frac{dy}{ds} - V_{II} \frac{d^2x}{ds^2}$$

che per confronto colla (12) dà

$$(14) \qquad -\frac{V_c^2}{U_A} \left[\left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)_A + \frac{1}{R_A} \right] = \left(\frac{\partial U_{II}}{\partial s}\right)_A + U_{II} \left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)_A$$

e poiché

$$(U_{II})_A = \frac{V_c^2}{U_A}$$

si ha

$$(15) \qquad \left(\frac{\partial U_{II}}{\partial y}\right)_A = \left(\frac{\partial V_{II}}{\partial x}\right)_A = -\frac{V_c^2}{U_A} \left[2 \left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)_A + \frac{1}{R_A} \right]$$

quando si tenda ad A_f sulla linea (6). Ma poiché il profilo è linea di corrente, quando si tenda ad A_f sul profilo stesso, si deve avere

$$(16) \qquad \left(\frac{\partial U_{II}}{\partial y}\right)_A = \left(\frac{\partial V_{II}}{\partial x}\right)_A = \frac{V_c^2}{U_A} \frac{1}{R_A} .$$

Se ne deduce che la $\partial V_{II}/\partial x$ deve avere in A_f *un punto di indeterminazione tendendo in* A_f *a limiti diversi a secondo della linea su cui si tende ad* A_f.

3. Determinazione del flusso a valle dell'urto nell'intorno di A_f. – La singolarità che la $\partial U_{II}/\partial y$ presenta in A_f non permette di dare al potenziale Φ nella regione (II) dopo l'urto, nell'intorno di A_f, un'espres-

sione analoga a quella indicata per la regione (I); d'altra parte in detto intorno, l'equazione cui la Φ deve soddisfare si può ridurre alla

$$\left(1 - \frac{U_{II}^2}{C_{II}^2}\right)\frac{\partial U_{II}}{\partial x} + \frac{\partial V_{II}}{\partial y} = 0 \tag{17}$$

se C_{II} è la velocità del suono in (II).

In quanto ci si limita ora a considerare il flusso nelle immediate vicinanze di A_f (soluzione *locale*) si assume nella (17)

$$\frac{U_{II}^2}{C_{II}^2} = M_2^2 = \frac{(U_{II}^2)_A}{(C_{II}^2)_A} = M_{2,A}^2 . \tag{18}$$

Con procedimento analogo a quello di Spreiter e Alksne [3] sarà poi migliorata nella regione subsonica l'approssimazione corrispondente all'assunzione (18), come sarà indicato in seguito. Scritta pertanto la (17) nella forma

$$(1 - M_{2,A}^2)\frac{\partial U_{II}}{\partial x} + \frac{\partial V_{II}}{\partial y} = 0$$

e posto

$$X = \frac{x}{\sqrt{1 - M_{2,A}^2}} \tag{19}$$

si ottiene

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \tag{20}$$

mentre dovrà essere

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial X}\right)_A = \sqrt{1 - M_{2,A}^2}\,(U_{II})_A \quad ; \quad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)_A = 0$$

e la $\partial^2 \Phi / \partial X\, \partial y$ dovrà presentare l'indeterminazione corrispondente alle (15) e (16). Si assume

$$\begin{cases} \Phi = p_\infty r_\infty W(Z) \quad ; \quad (Z = X + iy) \\ W(Z) = V_0 Z + \lambda_1 Z^2 \log Z + i\lambda_2 Z^2 + P(Z) \end{cases} \tag{21}$$

in cui V_0, λ_1, λ_2 sono costanti reali da determinarsi in base alle condizioni a cui il flusso deve soddisfare in A_f, mentre $P(Z)$ è una funzione *regolare* per $Z = 0$, che soddisfa alle

$$\left(\frac{dP}{dZ}\right)_A = \left(\frac{d^2 P}{\partial Z^2}\right)_A = 0$$

e che non occorre determinare per avere la soluzione *locale*, cui ora ci si limita. Dalla (21) si ottiene

$$\begin{cases} V_0 = \left(\dfrac{dW}{dZ}\right)_A = \left(\dfrac{\partial \Phi}{\partial X}\right)_A = \sqrt{1 - M_{2,A}^2}\,(U_{II})_A = (U_i)_A \\ \dfrac{\partial U_i}{\partial X} = 3\lambda_1 + 2\lambda_1 \log R + \cdots \approx 2\lambda_1 \log R \\ \dfrac{\partial V}{\partial X} = -2(\lambda_1 \theta + \lambda_2) + \cdots \end{cases} \tag{22}$$

avendo posto $dW/dZ = U_i - iV$; $Z = Re^{i\theta}$ ed in cui i puntini stanno ad indicare termini che nell'intorno di A_f sono di ordine di grandezza piccola rispetto a quelli scritti. Tenendo presenti le (15) e (16) si ricava così:

$$\text{in } A_f, \text{ per } \theta = 0 \qquad \frac{\partial V}{\partial x} = \left(\frac{\partial V_{II}}{\partial x}\right)_A = \frac{V_c^2}{U_A}\frac{1}{R_A} = -\frac{2\lambda_2}{\sqrt{1-M_{2,A}^2}}$$

$$\text{in } A_f, \text{ per } \theta = \frac{\pi}{2} \qquad \frac{\partial V}{\partial x} = \left(\frac{\partial V_{II}}{\partial x}\right)_A = -\frac{V_c^2}{U_A}\left[2\left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)_A + \frac{1}{R_A}\right] =$$

$$= -\frac{2}{\sqrt{1-M_{2,A}^2}}\left(\lambda_1\frac{\pi}{2} + \lambda_2\right)$$

da cui

$$(23) \qquad \begin{cases} \lambda_2 = -\dfrac{\sqrt{1-M_{2,A}^2}}{2}\dfrac{V_c^2}{U_A}\dfrac{1}{R_A} \\ \lambda_1 = \dfrac{\sqrt{1-M_{2,A}^2}}{\pi}\dfrac{V_c^2}{U_A}\,2\left[\left(\dfrac{d^2y}{ds^2}\right)_A + \dfrac{1}{R_A}\right]. \end{cases}$$

Si può poi porre nell'intorno di A_f

$$(24) \qquad \Phi = (U_{II})_A\, x + \frac{\lambda_1}{2}\left(\frac{x^2}{1-M_{2,A}^2} - y^2\right)\log\left(\frac{x}{1-M_{2,A}^2} + y^2\right) -$$

$$- 2\lambda_1\frac{xy}{\sqrt{1-M_{2,A}^2}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{1-M_{2,A}^2}\,y}{x} - 2\lambda_2\frac{xy}{\sqrt{1-M_{2,A}^2}} + \Phi_A .$$

4. Equazione della linea fronte dell'onda d'urto nell'intorno di A_f. – Sul fronte dell'onda d'urto la Φ è continua e pertanto deve essere:

$$U_A x + \frac{1}{2}a(M_A^2 - 1)y^2 + \frac{1}{2}ax^2 + \frac{U_A}{R_A}xy = (U_{II})_A\, x +$$

$$+ \frac{\lambda_1}{2}\left(\frac{x^2}{1-M_{2,A}^2} - y^2\right)\log\left(\frac{x^2}{1-M_{2,A}^2} + y^2\right) -$$

$$- 2\lambda_1\frac{xy}{\sqrt{1-M_{2,A}^2}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{1-M_{2,A}^2}\,y}{x} - 2\lambda_2\frac{xy}{\sqrt{1-M_{2,A}^2}}$$

che definisce l'equazione $x = x(y)$ dell'onda d'urto. Si può scrivere l'equazione implicita di questa nella forma

$$(24) \qquad g(x,y) = (U_A - (U_{II})_A)\, x + \left[\frac{1}{2}a - \frac{\lambda_1}{2}\frac{1}{1-M_{2,A}^2}\log\left(\frac{x^2}{1-M_{2,A}^2} + y^2\right)\right]x^2 +$$

$$+ \left(\frac{U_A}{R_A} + \frac{2\lambda_1}{\sqrt{1-M_{2,A}^2}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{1-M_{2,A}^2}\,y}{x} + \frac{2\lambda_2}{\sqrt{1-M_{2,A}^2}}\right)xy + \left[\frac{1}{2}a(M_A^2 - 1) +\right.$$

$$\left. + \frac{\lambda_1}{2}\log\left(\frac{x^2}{1-M_{2,A}^2} + y^2\right)\right]y^2 = 0 .$$

Ne risulta

$$(g_x)_A = \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_A = U_A - (U_{II})_A \quad ; \quad (g_y)_A = \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)_A = 0 \quad \text{e pertanto} \left(\frac{dx}{dy}\right)_A = 0 \; ;$$

$$\left[\frac{g_{yy}}{\log\left(\frac{x^2}{1-M_{2,A}^2} + y^2\right)}\right]_A = O(1) \quad ; \quad (g_{xy})_A = O(1)$$

$$\left[\frac{g_{xx}}{\log\left(\frac{x^2}{1-M_{2,A}^2} + y^2\right)}\right]_A = O(1)$$

da cui si ottiene

$$\left[\frac{\frac{d^2x}{dy^2}}{\log\left(\frac{x^2}{1-M_{2,A}^2} + y^2\right)}\right]_A = O(1) \cdot$$

Se ne deduce che *la curvatura* $\frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{\frac{d^2x}{dy^2}}{\left[1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right]^{3/2}}$ *della linea che è fronte dell'onda d'urto ha in* A_f *un infinito logaritmico.* Poiché poi è

$$\frac{1}{\mathcal{R}} = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{ds^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)^2} \quad ; \quad \frac{dx}{ds}\frac{d^2x}{ds^2} + \frac{dy}{ds}\frac{d^2y}{ds^2} = 0$$

e quindi

$$\frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{d^2x}{ds^2}\frac{1}{dy/ds}$$

e alla parete

$$\left(\frac{1}{\mathcal{R}}\right)_A = \left(\frac{d^2x}{ds^2}\right)_A$$

risulta

$$\lim_{s \to 0}\left(\frac{d^2y}{ds^2}\right) = \lim\left(\frac{1}{\mathcal{R}}\frac{dx}{ds}\right)_{s=0} = 0 \, .$$

Si possono così semplificare le (23) che dànno

$$(23') \qquad \lambda_1 = \frac{\sqrt{1-M_{2,A}^2}}{\pi}\frac{V_c^2}{U_A}\frac{2}{R_A} \quad ; \quad \lambda_2 = -\frac{\sqrt{1-M_{2,A}^2}}{2}\frac{V_c^2}{U_A}\frac{1}{R_A} = -\frac{\pi}{4}\lambda_1 \, .$$

È conveniente poi trasformare l'espressione data per la $g(x, y)$ rendendo *adimensionati* i vari suoi termini: si pone perciò

$$U = V_c\,\bar{u} \quad ; \quad U_A = V_c(1+\varepsilon)$$

$$x = |R_A|\,\bar{x} \quad ; \quad y = |R_A|\,\bar{y}$$

e quindi

$$a = \frac{V_c}{|R_A|}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}}\right)_A = \frac{V_c}{|R_A|}\bar{a} \quad ; \quad (U_{II})_A \approx V_c(1-\varepsilon)$$

$$M_{2,A}^2 = 1 - (1+\gamma)\varepsilon \quad ; \quad (1 - M_{2,A}^2)^{1/2} = (1+\gamma)^{1/2}\varepsilon^{1/2} \, .$$

Risulta

$$(25) \qquad 2\varepsilon\bar{x} + \frac{1}{2}(1+\gamma)\bar{a}\varepsilon\bar{y}^2 + \frac{1}{2}\bar{a}\bar{x}^2 - 2\varepsilon\bar{x}\bar{y} =$$

$$= -\frac{\sqrt{1+\gamma}}{\pi}\sqrt{\varepsilon}(1-\varepsilon)\left[\frac{\bar{x}^2}{\varepsilon(1+\gamma)} - \bar{y}^2\right]\log\left[\frac{\bar{x}^2}{\varepsilon(1+\gamma)} + \bar{y}^2\right] +$$

$$+ \frac{4}{\pi}(1-\varepsilon)\bar{x}\bar{y}\,\mathrm{arctg}\,\frac{\sqrt{\varepsilon(1+\gamma)}\,\bar{y}}{\bar{x}}\,.$$

In fig. 1 sono rappresentate le linee la cui equazione è data dalla (25) per i valori di $\varepsilon = 0{,}02$; $\varepsilon = 0{,}1$ e, per ciascun valore di ε, per $\bar{a} = 0{,}5$; $-0{,}5$; -1 ; -2 ; -3; solo un tratto limitato di dette linee, nell'intorno di

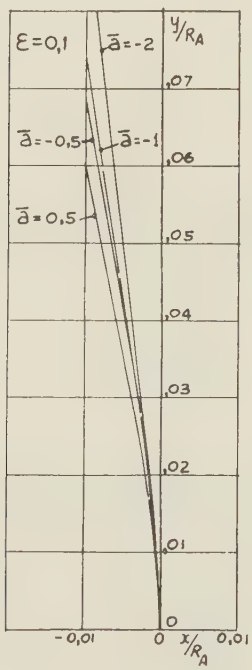


Fig. 1 *a*. – Configurazioni dell'onda d'urto per diversi valori del parametro $\bar{a}$.

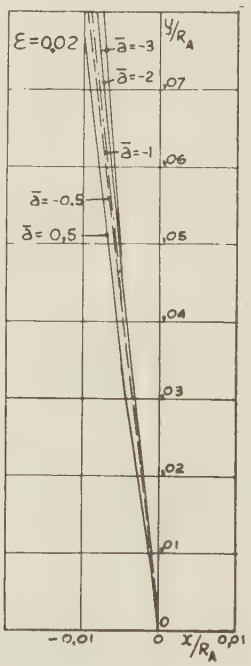


Fig. 1 *b*. – Configurazione dell'onda d'urto per diversi valori del parametro $\bar{a}$.

A_f, appartiene al fronte d'onda. È tuttavia possibile riconoscere dalle curve stesse alcune proprietà, e precisamente: la curvatura del fronte d'onda, che in A è infinita, conserva lungo l'onda un valore tanto più grande, quanto maggiori sono sia $\bar{a}$ sia ε. Appare inoltre dalla (25) che per $|\bar{a}| \to \infty$, *la linea* (25) *tende a ridursi al punto* A_f. D'altra parte nelle condizioni in cui l'urto si riduce ad A_f, l'urto stesso deve essere infinitesimo, ossia A_f deve appartenere alla linea sonica, e pertanto questo risultato appare essere in concordanza coll'ipotesi posta al n. 2, relativa al valore *finito* assunto per a per $\varepsilon \neq 0$.

5. LEGGE DI VARIAZIONE DELLA VELOCITÀ LUNGO IL PROFILO A VALLE DELL'URTO. – Dall'espressione per Φ data dalla (24), e dai valori di λ_1 e λ_2 corrispondenti alle (23') ne risulta per la velocità lungo il profilo, a valle dell'urto,

$$\frac{U_{II}}{V_c} = 1 - \varepsilon - (1-\varepsilon)\frac{2}{\pi}\frac{\bar{x}}{(1+\gamma)^{1/2}\varepsilon^{1/2}}\left[1 + \log\frac{\bar{x}^2}{\varepsilon(1+\gamma)}\right] \tag{26}$$

e poiché a monte dell'urto la Φ è data dalla (5), si ha in detta regione

$$\frac{U}{V_c} = 1 + \varepsilon + \bar{a}\bar{x}\,. \tag{26'}$$

Ne risultano per le leggi di variazione della velocità i diagrammi indicati in fig. 2: appare che *dietro all'onda si ha un'espansione che è tanto più rapida quanto minore è il valore di* ε, *ed è indipendente dal valore di* $\bar{a}$. *Tale espansione può portare a valori supersonici della velocità tanto più grandi, e in una regione tanto più prossima ad* A_f, *quanto più piccolo è* ε.

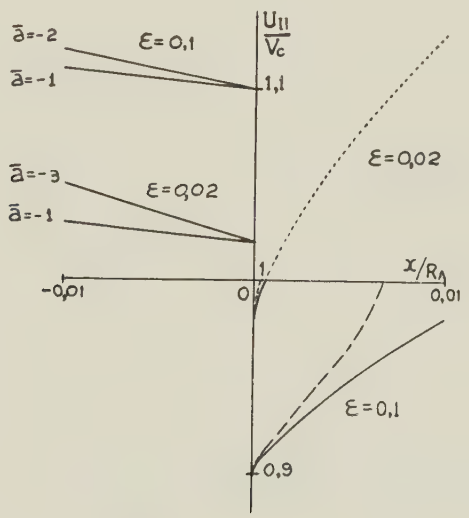


Fig. 2. – Legge di variazione della velocità prima e dopo l'urto.

Si può osservare che la (26) può essere accettata solo nelle immediate vicinanze di A_f; d'altra parte un miglioramento dell'approssimazione corrispondente ad assumere per l'equazione che definisce Φ dietro l'onda la (20) può essere ottenuto con il procedimento indicato da Spreiter e Alksne [3], come già si è detto. Assumendo

$$U_{II} = (U_{II})_A\,(1 + u_{II}) \quad \text{e quindi} \quad \frac{U_{II}}{V_c} = 1 - \varepsilon + u_{II} \tag{27}$$

si ottiene col metodo sopraddetto, e limitatamente all'intervallo dei valori di $\bar{x}$ per cui la corrente è *subsonica*,

$$(28) \qquad u_{II} = \varepsilon - \left\{(1+\gamma)^{1/2}\,\varepsilon^{3/2} + \frac{3}{\pi}\,\bar{x}\left[1 + \log\frac{\bar{x}^2}{\varepsilon\,(1+\gamma)}\right]\right\}^{2/3} \frac{1}{(1+\gamma)^{1/3}}.$$

La legge di variazione della U_{II} corrispondente alla (28) è segnata nella stessa fig. 2 e da essa appare che il raggiungimento della velocità sonica a valle dell'urto avviene per valori di $\bar{x}$ ancora più piccoli di quelli ottenuti colla (26).

Dai risultati sopra ottenuti si possono derivare due congetture, l'una in alternativa all'altra, circa alla configurazione del flusso transonico:

a) il flusso sul profilo rimane continuo almeno fino a che il numero di Mach locale massimo non abbia raggiunto un valore $M_u = 1 + \eta$ (con η non troppo piccolo). Producendosi l'onda d'urto per $M > M_u$, poiché nel caso limite in cui A_f sta sulla linea sonica, è $\bar{a} = \infty$, il valore di $\bar{a}$ per M di poco superiore a M_u è ancora molto elevato, e pertanto pure avendosi dopo l'onda ancora una regione supersonica, in cui però il massimo valore di M che in essa si raggiunge è verosimilmente alquanto più piccolo di M_u, il diagramma delle pressioni sul profilo ha l'andamento tipico corrispondente ad un flusso discontinuo;

b) il flusso sul profilo diventa discontinuo non appena il numero di Mach locale supera l'unità; si produce però subito dietro all'onda e vicinissimo a questa una regione supersonica in cui la transizione dalla velocità supersonica a quella sonica si può compiere in moto continuo di guisa che la configurazione del flusso appare come se fosse continua, e questo fino a che il massimo numero di Mach locale non sia sufficientemente grande.

La rappresentazione del flusso corrispondente alla prima congettura non consente di superare la difficoltà della *instabilità* del flusso continuo rispetto a una piccola variazione della forma del profilo nella regione supersonica [4]; la rappresentazione corrispondente alla seconda congettura non presenta questo inconveniente, in quanto introduce una singolarità nel flusso non appena il massimo M locale supera l'unità. Entrambe le congetture però sono *equivalenti* agli effetti della distribuzione della pressione sul profilo, la quale apparirebbe in ogni caso continua per $M_{max} \leq M_u$.

Bibliografia.

[1] S. Nocilla, *Flusso transonico attorno profili alari simmetrici con onda d'urto attaccata*, «Atti Accademia delle Scienze di Torino», 1958.

[2] G. P. Wood, P. B. Gooderman, *Investigation with an Interferometer of the Flow around a Circular – Arc Airfoil at Mach Number between 0,6 and 0,9*, NACA, T. N. n. 2801, 1955.

[3] J. R. Spreiter, A. Y. Alksne, *Thin airfoil theory based on approximate solution of the transonic flow equation*, T. N. n. 3970, 1957.

[4] C. G. S. Morawetz, *On the non–existence of continuous transonic flows past profiles I*, «Com. Pure and Applied Math.», vol. IX, n. 1, febbr. 1956.

Geofisica. — *Su talune questioni relative alla funzione di Roche sulla distribuzione della densità nello interno della Terra.* Nota (*) del Socio GIOVANNI BOAGA.

Come è noto (1), trattando dell'*equilibrio di una massa fluida rotante*, nella quale la funzione di densità $\rho(a)$ decresce in modo continuo dalla superficie ($a = 1$) al centro ($a = 0$), si prende a fondamento della teoria la celebre *equazione di Clairaut*:

$$(1) \qquad \left(a^2 \frac{d^2\varepsilon}{da^2} - 6\varepsilon\right) \int_0^a \rho(a) \cdot a^2 \, da + 2\rho(a) \cdot a^2 \left(a \frac{d\varepsilon}{da} + \varepsilon\right) = 0$$

atta a determinare lo schiacciamento ε dei vari strati del pianeta, ognuno costituito da densità costante, e di forma prossima ad un ellissoide di rotazione con asse polare di lunghezza minore di quella dell'asse equatoriale.

La (1) è una equazione differenziale del secondo ordine lineare ed omogenea, noti perciò due integrali particolari ξ e η l'integrale generale è espresso dalla

$$\varepsilon = C \cdot \xi + C' \cdot \eta$$

con C e C' costanti; però il secondo integrale particolare non si presenta continuo nell'estremo inferiore dell'intervallo di variabilità del parametro a (2) e pertanto, dovendo lo schiacciamento risultare finito al centro, alla costante C' si deve attribuire necessariamente il valore *zero*; rimane così il solo integrale ξ.

Dal punto di vista applicativo conviene assegnare la funzione $\rho(a)$ in forma esplicita, onde poter effettuare l'integrale messo in evidenza nella (1) e determinare l'integrale particolare ξ in modo che per $a = 0$ (centro della Terra) si riduca all'unità (3).

Secondo le considerazioni contenute nelle classiche opere di Tisserand, Appel, Bucholz, ecc. che trattano diffusamente l'argomento in questione, l'integrale della (1) è dato dalla:

$$(2) \qquad \varepsilon = C \cdot \xi = \frac{5}{2} \cdot \varphi \cdot \xi(a) : \left\{ 2\xi_1 + \left(\frac{d\xi}{da} \right)_1 \right\}$$

dove φ rappresenta il rapporto fra la forza centrifuga equatoriale e la gravità corrispondente e l'indice 1 apposto alla funzione ξ ed alla sua deri-

(*) Presentata nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) Cfr. F. TISSERAND, *Traité de mécanique Céleste*, Tome II, Chap. IV: *Theorie de la figure des corps célestes et de leur mouvement de rotation.*

(2) Cfr. «Atti dell'Istituto Veneto di S. L. ed A.», Tomo LXXXVIII, parte seconda, alla p. 1403.

(3) Cfr. F. TISSERAND, loc. cit.

vata rispetto ad a, indica che per esse si debbono considerare i valori che ne risultano ponendo $a = 1$ (valori alla superficie).

Posto:

$$(3) \qquad \rho(a) = \rho_0 \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r C_r a^{2r} \qquad \xi(a) = \sum_{s=0}^{\infty} \gamma_s a^{2s}$$

con ρ_0 densità centrale, è possibile esprimere i valori delle costanti γ_s della $\xi(a)$ per mezzo delle costanti C_r della funzione di densità $\rho(a)$ e reciprocamente.

Intanto si può osservare che dalla prima delle (3) per $a = 0$, risulta $C_0 = 1$, e dalla seconda, sempre per $a = 0$, risulta pure $\gamma_0 = 1$, tenendo conto che deve essere $\xi(0) = 1$.

La relazione ricorrente che lega le costanti C e γ è la seguente [4]:

$$(4) \qquad \sum_{h=0}^{t} (-1)^h \left\{ \frac{t(2t+5)}{2h+3} - h \right\} C_h \cdot \gamma_{t-h} = 0 .$$

Ciò premesso e considerato, immaginiamo accorciata la prima serie delle (3) e precisamente limitata ai soli primi due termini in modo che assuma la seguente forma già considerata da Roche [5]:

$$(5) \qquad \rho(a) = \rho_0 (1 - \beta \cdot a^2)$$

avendo posto ovviamente:

$$(6) \qquad C_0 = 1 \qquad C_1 = \beta \qquad C_k = 0 \qquad (k \geq 2) .$$

La *densità media* ρ_m della Terra è legata alla $\rho(a)$ dalla

$$\rho_m = 3 \int_0^1 \rho(a) \cdot a^2 \, da$$

ed introducendo la (5) nella (7):

$$(7) \qquad \rho_m = \rho_0 \left(1 - \frac{3}{5}\beta\right)$$

mentre la densità ρ_1 dello strato superficiale, sempre per la (5), è espressa dalla

$$(8) \qquad \rho_1 = \rho_0 (1 - \beta) .$$

Ai parametri ρ_0 e β Roche attribuisce i valori:

$$(9) \qquad \rho_0 = 10{,}10 \qquad \beta = 0{,}764$$

(4) Cfr. G. Boaga, *Relazione fra i parametri che caratterizzano la più generale funzione di variazione della densità nell'interno della Terra e quelli della funzione atta alla determinazione degli schiacciamenti delle superfici interne isopicnotiche.* « Annali di Geofisica », vol. IX, n. 3.

(5) Cfr. F. Tisserand, loc. cit.

con i quali, in base alle (7) e (8) precedenti, si ottengono rispettivamente:

$$\rho_m = 5{,}47 \qquad \rho_1 = 2{,}38 \,. \tag{10}$$

Poiché attualmente per *densità superficiale* nei lavori geofisici (per esempio nelle riduzioni isostatiche per le misue di gravità) si adopera generalmente il valore 2,67 e per *densità media* 5,52 così sembra utile considerare i seguenti problemi:

a) *determinare – utilizzando la* (2) *– il valore dello schiacciamento superficiale* ε_1 *della Terra, tenendo conto dei valori* (9) *di Roche*;

b) *determinare la correzione che si deve attribuire alla costante* β *di Roche perché la* (5) *risulti compatibile con lo schiacciamento terrestre attualmente adottato dalla Unione Geodetica e Geofisica Internazionale,* $\varepsilon_1 = 1/297$, *che rappresenta il limite massimo dello schiacciamento della Terra supposta fluida, con legge di densità in aumento – in modo continuo – dalla superficie al centro* [6];

c) *determinare il valore della densità* ρ_0 *al centro tenendo conto del valore 5,52 della densità media terrestre, attualmente accettato in luogo del valore 5,47 a cui si perviene con i valori* (9) *di Roche.*

Per rispondere ai vari quesiti osserviamo dapprima che con la posizione (6) la formula ricorrente (4) si trasforma nella:

$$\gamma_t = \frac{t(2t+5)-5}{t(2t+5)} \cdot \frac{3}{5}\beta \cdot \gamma_{t-1}$$

dalla quale, poiché $\gamma_0 = 1$, discendono ordinatamente le:

$$\begin{cases} \gamma_1 = \dfrac{2}{7} \cdot \dfrac{3}{5}\beta \\ \gamma_2 = \dfrac{13}{18} \cdot \dfrac{3}{5}\beta \cdot \gamma_1 = \dfrac{2}{7} \cdot \dfrac{13}{18} \cdot \left(\dfrac{3}{5}\beta\right)^2 \\ \gamma_3 = \dfrac{28}{33} \cdot \dfrac{3}{5}\beta \cdot \gamma_2 = \dfrac{2}{7} \cdot \dfrac{13}{18} \cdot \dfrac{28}{33}\left(\dfrac{3}{5}\beta\right)^3 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases} \tag{11}$$

Esprimendo i risultati dei secondi membri in numeri decimali, con quattro cifre, tenendo conto del valore $\beta = 0{,}764$ (Roche), i coefficienti γ_s, in base alle (11), assumono rispettivamente i valori:

$\gamma_1 = 0{,}1310$	$\gamma_5 = 0{,}0030$	$\gamma_9 = 0{,}0001$
$\gamma_2 = 0{,}0434$	$\gamma_6 = 0{,}0013$	$\gamma_{10} = 0{,}0000$
$\gamma_3 = 0{,}0169$	$\gamma_7 = 0{,}0006$	.....
$\gamma_4 = 0{,}0070$	$\gamma_8 = 0{,}0003$	

(6) Cfr. P. PIZZETTI, *Principii della teoria meccanica della figura dei Pianeti.* Pisa, Ed. Spoerri.

I coefficienti della sommatoria cui dà luogo la derivata della funzione $\xi(a)$:

$$\xi'(a) = \sum_{s=1}^{\infty} 2s \cdot \gamma_s \cdot a^{2s-1} = \sum_{s=1}^{\infty} \bar{\gamma}_s a^{2s-1}$$

assumono invece i seguenti valori, sempre per $\beta = 0{,}764$:

$\gamma_1 = 0{,}2619$	$\bar{\gamma}_6 = 0{,}0156$	$\bar{\gamma}_{11} = 0{,}0005$
$\gamma_2 = 0{,}1734$	$\bar{\gamma}_7 = 0{,}0080$	$\bar{\gamma}_{12} = 0{,}0003$
$\bar{\gamma}_3 = 0{,}1012$	$\bar{\gamma}_8 = 0{,}0041$	$\bar{\gamma}_{13} = 0{,}0001$
$\bar{\gamma}_4 = 0{,}0559$	$\bar{\gamma}_9 = 0{,}0021$	$\bar{\gamma}_{14} = 0{,}0000$
$\bar{\gamma}_5 = 0{,}0299$	$\bar{\gamma}_{10} = 0{,}0010$	.....

Assumendo per: w velocità angolare della Terra; a semidiametro equatoriale terrestre; g_e gravità equatoriale, rispettivamente gli importi:

$w = 0{,}000.072.921$
$a = 6.378.388$ m (ellissoide di Hayford)
$g_e = 9{,}780.490$ m/sec^2 (valore adottato dalla U.G.G.I.)

il valore del parametro φ che entra nella (2) risulta dello importo:

$$\varphi = \frac{w^2 \cdot a}{g_e} = \frac{1}{288{,}37} .$$

La (2) alla superficie può essere scritta sotto la forma:

$$\varepsilon_1 = \frac{5}{4}\varphi : \left\{ 1 + \frac{1}{2\xi_1}\left(\frac{d\xi}{da}\right)_1 \right\}. \tag{12}$$

Ciò premesso, la risposta al quesito *a*) è immediata; basta introdurre nella (12), tramite le posizioni via, via, fatte, i valori numerici ora stabiliti. Operando in questo senso si perviene per lo *schiacciamento terrestre* all'importo 1/293,4 assai lontano dal valore 1/297 attualmente adottato dalla Unione Geodetica e Geofisica Internazionale.

Indicata con ξ' la derivata della funzione ξ rispetto ad a, differenziando la (12) si trae:

$$d\varepsilon_1 = -\frac{\varepsilon_1}{\xi_1' + 2\xi_1} \cdot \left\{ d\xi_1' - \left(\frac{5\varphi}{4\varepsilon_1} - 2\right) d\xi_1 \right\}. \tag{13}$$

Tenendo poi conto della seconda delle (3), dopo aver posto in base alle (11) $\gamma_s = c_s \cdot \beta^s$ e differenziando, tenendo conto che la variabile è β, si ottengono le:

$$d\xi_1 = \left(\sum_{s=1}^{\infty} s \cdot c_s \cdot \beta^{s-1} \right) d\beta$$

$$\frac{d\xi}{da} = \sum_{s=1}^{\infty} (2s \cdot c_s \cdot \beta^s) a^{2s-1} = \xi'$$

$$d\xi_1' = \left(\sum_{s=1}^{\infty} 2s^2 \cdot c_s \cdot \beta^{s-1} \right) d\beta .$$

Surrogando questi risultati nella (13) si trova la seguente *relazione differenziale fra la variazione* $d\beta$ *della costante* β *di Roche e la variazione* $d\varepsilon_1$ *dello schiacciamento*:

$$(14) \qquad d\beta = -\frac{1 + \sum_{s=1}^{\infty} (1+s)\, c_s \cdot \beta^s}{\sum_{s=1}^{\infty} s\left(1 + s - \frac{5}{4}\frac{\varphi}{\varepsilon_1}\right) c_s \cdot \beta^{s-1}} \cdot \frac{d\varepsilon_1}{\varepsilon_1}.$$

Tale relazione risolve il problema *b*).

I termini delle due sommatorie messe in evidenza nelle (14) calcolate con i dati numerici di Roche ($\beta = 0{,}764$; $\varepsilon_1 = 1/293{,}4$) risultano dei seguenti importi:

Indice s	Sommatorie	
	Numeratore	Denominatore
1	0,2619	0,1248
2	0,1301	0,1962
3	0,0675	0,1807
4	0,0349	0,1364
5	0,0179	0,0925
6	0,0091	0,0586
7	0,0046	0,0354
8	0,0023	0,0206
9	0,0011	0,0117
10	0,0006	0,0064
11	0,0003	0,0035
12	0,0001	0,0018
13	0,0001	0,0008
14	0,0000	0,0006
15	—	0,0002
16	—	0,0000
—	—	—

E poiché

$$\frac{d\varepsilon_1}{\varepsilon_1} = \left(\frac{1}{293{,}4} - \frac{1}{297}\right) : \frac{1}{293{,}4} = \frac{2}{165}$$

dalla (14) scende l'importo

$$d\beta = 0{,}0213$$

che rappresenta la risposta al quesito *b*).

Il valore di β corretto, corrispondente allo schiacciamento 1/297, è pertanto $\beta = 0{,}785$.

Per la questione *c*) le formule (7) e (8) forniscono rispettivamente i valori:

densità centrale $\rho_0 = 10{,}43$
densità superficiale $\rho_1 = 2{,}24$.

Si può osservare in merito che la densità media superficiale è variabile da luogo a luogo, in funzione del materiale di copertura, da un minimo di 1,8 ad un massimo di 3,4 e perciò il risultato ottenuto per ρ_1 si avvicina al valore centrale dell'intervallo 1,8 ÷ 3,4, ma risulta piuttosto lontano dal valore generalizzato 2,67 già ricordato.

È ovvio che variando il valore della densità superficiale varia il coefficiente β, perché detti parametri risultano legati dalla relazione

$$\rho_1 = \rho_m \cdot \frac{5 - 5\beta}{5 - 3\beta} \tag{15}$$

che discende dalle (7) ed (8) con la eliminazione della densità centrale. Variando β, in base alla (14), varia lo schiacciamento, e pertanto, poiché la (15) dà

$$d\rho_1 = -\rho_m \cdot \frac{10}{(5 - 3\beta)^2} \cdot d\beta \tag{16}$$

mentre la (14) può essere scritta sotto la forma:

$$d\beta = -\frac{1}{k} \cdot \frac{d\varepsilon_1}{\varepsilon_1},$$

moltiplicando membro a membro le due relazioni si trae la:

$$d\rho_1 = \frac{10\,\rho_m}{k\,(5 - 3\beta)^2} \cdot \frac{d\varepsilon_1}{\varepsilon_1}$$

e da questa con: $\rho_m = 5{,}52$, $\beta = 0{,}764$, $\varepsilon_1 = 1/293{,}4$ si trae la:

$$d\varepsilon_1 = \frac{d\rho_1}{3884{,}33} \cdot$$

Applicando opportunamente le formule via via dedotte, si ricavano i risultati riassunti nel seguente prospetto:

ρ_1	ρ_0	ρ_m	β	$1/\varepsilon_1$
2,12	10,60	5,52	0,800	300,0
2,24	*10,43*	*5,52*	*0,785*	*297,0*
2,38	10,10	5,52	0,764	293,4
2,50	10,04	5,52	0,751	290,1
2,60	9,89	5,52	0,737	288,6
2,67	9,78	5,52	0,727	287,0

i quali ci dicono che aumentando il valore della densità superficiale, onde avvicinarlo al valore 2,67, diminuisce la densità al centro, mentre aumenta lo schiacciamento, allontanandosi però sensibilmente dal valore 1/297.

Si può pertanto concludere che con la ipotesi di Roche, tenendo conto della teoria planetaria di Clairaut, non è possibile riprodurre contemporaneamente tutti i valori attualmente ammessi per i vari parametri geometrici e geofisici del corpo terrestre.

Si è ritenuto utile mettere in evidenza questi fatti perché in talune ricerche geofisiche è stata fatta larga applicazione della ipotesi di Roche.

Geofisica. — *Sui tempi di tragitto delle onde sismiche nell'interno della Terra, con particolare riguardo al mantello terrestre.* Nota (*) del Corrisp. Pietro Caloi.

1. Preoccupazione costante di parecchi studiosi di Sismologia è stata quella di determinare, con la massima possibile precisione, l'andamento della velocità delle onde sismiche nell'interno della Terra, con particolare riguardo al mantello (« mantle »). In questo caso particolare serve ottimamente – com'è noto – il geniale metodo di Wiechert–Herglotz. Dalle prime rudimentali determinazioni di Wiechert–Zöppritz, siamo passati via via a quelle sempre più approssimate di Gutenberg, Witte, Cornelius G. Dahm, Gutenberg e Richter, Jeffreys, ancora Gutenberg ed altri. Mi sono proposto qui di trovare delle formule che – basandosi sui valori ultimamente ottenuti da Gutenberg per le velocità – consentisse la determinazione dei tempi di tragitto delle onde sismiche, interessanti il mantello, per determinate distanze epicentrali, corrispondenti ad assegnati angoli d'impulso.

2. Se r è il raggio di un punto generico di una traiettoria sismica, si sa che il tempo di tragitto dt, relativo ad un elemento di traiettoria, è dato da

$$dt = \frac{n^2 r\, dr}{\sqrt{n^2 r^2 - k^2}}$$

dove $n = 1/v$, essendo v la velocità nel punto generico considerato, e insieme $k = nr \cos e$, detto e l'angolo d'emergenza nel punto.

L'indice o riferisce le grandezze alla superficie di Mohorovičić, l'indice 1 al punto corrispondente alla profondità ipocentrale considerata e l'indice 2 al nucleo centrale.

Avremo quindi per il tempo di tragitto di un'onda sismica (longitudinale o trasversale), che giunge alla stazione d'osservazione dopo essersi riflessa in corrispondenza del nucleo centrale,

$$\text{(1)} \qquad T = \frac{r_o}{v_o}\left(\int_{\varrho_2}^{\varrho_1} \frac{\nu^2 \rho\, d\rho}{\sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}} + \int_{\varrho_2}^{\varrho_0} \frac{\nu^2 \rho\, d\rho}{\sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}}\right),$$

dove

$$\nu = \frac{v_o}{v} \quad , \quad \rho = \frac{r}{r_o} \quad , \quad \varphi^2 = \nu^2 \rho^2 \quad , \quad \alpha = \nu\rho \cos e.$$

Con evidenti modifiche, la (1) vale, naturalmente, anche per tragitti misti.

In precedenza (1), era stata indicata una legge di distribuzione della velocità delle onde sismiche (longitudinali o trasversali) nel « mantello » terrestre, che consentiva di esprimere ρ in funzione di φ^2.

(*) Presentata nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) P. Caloi, F. Peronaci, *Il batisismo del 28 agosto 1946 e la profondità del nucleo terrestre*, « Annali di Geofisica », II, 1949.

Qui ci si propone di esprimere tale dipendenza di ρ da φ^2 in modo più rigoroso, così da permettere una ancora maggiore approssimazione nei risultati dei calcoli.

La Tabella I dà i valori di ρ in funzione di v, quali risultano dalle più recenti ricerche sulla velocità di propagazione delle onde sismiche, longitudinali e trasversali, nel mantello terrestre.

TABELLA I.

ρ	Onde longitudinali			Onde trasversali		
	v_l	ρ/v	ρ/v^2	v_t	ρ/v	ρ/v^2
1	8,1	0,1234568	0,01524158	4,55	0,2197802	0,04830334
0,995269	8,15	0,1221189	0,01498391	4,6	0,2163628	0,04703540
0,988961	8,0	0,1236201	0,01545251	4,4	0,2247639	0,05108270
0,981076	7,85	0,1249778	0,01592074	4,35	0,2255347	0,05184706
0,973190	8,05	0,1208932	0,01501778	4,4	0,2211796	0,05026808
0,957420	8,5	0,1126376	0,01325149	4,6	0,2081348	0,04524669
0,941650	9,0	0,1046278	0,01162531	4,95	0,1902323	0,03843077
0,925879	9,6	0,0964457	0,01004643	5,3	0,1746942	0,03296116
0,910109	10,1	0,0901098	0,00892176	5,6	0,1625195	0,02902133
0,894338	10,5	0,0851750	0,00811191	5,9	0,1515827	0,02569199
0,878568	10,9	0,0806026	0,00739473	6,15	0,1428566	0,02322871
0,862798	11,3	0,0763538	0,00675697	6,3	0,1369521	0,02173842
0,847027	11,4	0,0743006	0,00651760	6,35	0,1333901	0,02100631
0,815487	11,8	0,0691091	0,00585670	6,5	0,1254596	0,01930147
0,783946	12,05	0,0650578	0,00539898	6,6	0,1187797	0,01799692
0,752405	12,3	0,0611711	0,00497326	6,75	0,1114674	0,01651369
0,720864	12,55	0,0574394	0,00457684	6,85	0,1052356	0,01536286
0,689323	12,8	0,0538534	0,00420729	6,95	0,0991832	0,01427096
0,657783	13,0	0,0505987	0,00389221	7,0	0,0939690	0,01342414
0,626242	13,2	0,0474426	0,00359413	7,1	0,0882031	0,01242297
0,594701	13,45	0,0442157	0,00328741	7,2	0,0825974	0,01147186
0,563160	13,7	0,0411066	0,00300048	7,25	0,0776772	0,01071410
0,547390	13,7	0,0399555	0,00291646	7,2	0,0760264	0,01055922
0,544236	13,65	0,0398708	0,00292093	7,2	0,0755883	0,01049838

Posto

$$\rho = \frac{\varphi^2}{a + b\varphi^2 + c\varphi^4 + d\varphi^6}, \tag{2}$$

restava da determinare le costanti a, b, c, d in modo da approssimare le predette funzioni $\rho = \rho(v)$ date numericamente.

Osserviamo che la (2) può scriversi

$$\frac{v_o^2}{v^2}\rho = d\frac{v_o^6}{v^6}\rho^6 + c\frac{v_o^4}{v^4}\rho^4 + b\frac{v_o^2}{v^2}\rho^2 + a;$$

da cui, posto

$$\delta = dv_o^4 \quad ; \quad \gamma = cv_o^2 \quad ; \quad \beta = b \quad ; \quad \alpha = \frac{a}{v_o^2},$$

si ha

$$\rho/v^2 = \delta(\rho/v)^6 + \gamma(\rho/v)^4 + \beta(\rho/v)^2 + \alpha. \tag{3}$$

La (3) esprime che ρ/v^2 è un polinomio in ρ/v. È facile dedurre, dalla tabella data, l'espressione numerica di ρ/v^2 in funzione di ρ/v.

Il metodo dei minimi quadrati consente allora la determinazione dei valori delle costanti $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, dai quali seguono i valori di a, b, c, d, tenendo conto che v_o è il valore che assume v per $r = r_o$, cioè $\rho = 1$.

Si è ottenuto per le *onde longitudinali*

$$\alpha = +\,0{,}0015701134 \quad ; \quad \beta = +\,0{,}86730457,$$
$$\gamma = +\,8{,}0454089 \quad ; \quad \delta = -\,346{,}960625;$$

per le *onde trasversali*

$$\alpha = +\,0{,}0060012998 \quad ; \quad \beta = +\,0{,}78087719;$$
$$\gamma = +\,4{,}80768275 \quad ; \quad \delta = -\,51{,}283826.$$

Sulla base dei valori di v_o per le onde longitudinali e trasversali, conseguono immediatamente i corrispondenti valori di a, b, c, d per i due tipi di onde sismiche.

Posto $\varphi^2 = z$, si può scrivere

$$\int \frac{\nu^2 \rho\, d\rho}{\sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}} = \int \frac{a - cz^2 - 2dz^3}{a + bz + cz^2 + dz^3} \frac{dz}{\sqrt{z - \alpha^2}}. \tag{4}$$

Con metodi di approssimazione, si calcolano le radici dell'equazione

$$dz^3 + cz^2 + bz + a = 0.$$

Si è ottenuto – con i dati a disposizione – *per le onde longitudinali*:

$$z_1 = -\,0{,}89278418 \quad ; \quad z_2 = -\,0{,}12261503 \quad ; \quad z_3 = +\,1{,}1675373; \tag{5}$$

e per le *onde trasversali*:

$$z_1 = -\,1{,}6442152 \quad ; \quad z_2 = -\,0{,}16825260 \quad ; \quad z_3 = +\,3{,}7532561. \tag{6}$$

Posto nella (4) $u^2 = z - \alpha^2$, si trova

$$(7) \qquad \int \frac{a - cz^2 - 2dz^3}{a + bz + cz^2 + dz^3} \frac{dz}{\sqrt{z-\alpha^2}} =$$

$$= -4\left\{\int du + \alpha_1 \int \frac{du}{u^2 + \alpha^2 - z_1} + \alpha_2 \int \frac{du}{u^2 + \alpha^2 - z_2} + \alpha_3 \int \frac{du}{u^2 + \alpha^2 - z_3}\right\},$$

dove

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} z_1 \quad ; \quad \alpha_2 = \frac{1}{2} z_2 \quad ; \quad \alpha_3 = \frac{1}{2} z_3 .$$

Essendo $z_1 < 0$, $z_2 < 0$ i primi due denominatori a secondo membro della (7) sono sempre positivi; non così il terzo, per cui bisogna distinguere i casi $\alpha^2 > z_3$, $\alpha^2 = z_3$, $\alpha^2 < z_3$.

Avremo pertanto, in definitiva,

$$(8) \qquad \int \frac{\nu^2 \rho\, d\rho}{\sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}} = -4\sqrt{\varphi^2 - \alpha^2} - \frac{2 z_1}{\sqrt{\alpha^2 - z_1}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}}{\sqrt{\alpha^2 - z_1}} - \frac{2 z_2}{\sqrt{\alpha^2 - z_2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}}{\sqrt{\alpha^2 - z_2}} +$$

$$+ \begin{cases} -\dfrac{2 z_3}{\sqrt{\alpha^2 - z_3}} \operatorname{arctg} \sqrt{\dfrac{\varphi^2 - \alpha^2}{\alpha^2 - z_3}} + \text{cost.} & \text{per} \quad \alpha^2 > z_3 \\ \dfrac{2 z_3}{\sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}} + \text{cost.} & \text{per} \quad \alpha^2 = z_3 \\ \dfrac{z_3}{\sqrt{z_3 - \alpha^2}} \lg_e \dfrac{\sqrt{z_3 - \alpha^2} + \sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}}{\sqrt{z_3 - \alpha^2} - \sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}} + \text{cost.} & \text{per} \quad \alpha^2 < z_3 . \end{cases}$$

Le costanti z_1 , z_2 , z_3 assumono rispettivamente i valori dati dalle (5) o dalle (6), a seconda che si tratta di onde longitudinali o trasversali.

In ogni modo, per le applicazioni pratiche vale il caso $\alpha^2 < z_3$ ($\alpha^2 < 1{,}1675373$ per le *onde longitudinali*, e $\alpha^2 < 3{,}7532561$ per le *onde trasversali*).

3. Se $d\vartheta$ è un elemento di distanza angolare, contato sulla superficie di Mohorovičić, si ha

$$d\vartheta = \frac{\alpha\, d\rho}{\rho \sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}} .$$

In corrispondenza della (1), si avrà

$$(9) \qquad \Delta = r_0 \alpha \left(\int_{\varrho_2}^{\varrho_1} \frac{d\rho}{\rho \sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}} + \int_{\varrho_2}^{\varrho_0} \frac{d\rho}{\rho \sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}} \right).$$

È d'altronde

$$(10) \qquad \int \frac{d\rho}{\rho \sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}} = \frac{2}{\alpha} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}}{\alpha} - \frac{2}{\sqrt{\alpha^2 - z_1}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}}{\sqrt{\alpha^2 - z_1}} -$$

$$- \frac{2}{\sqrt{\alpha^2 - z_2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}}{\sqrt{\alpha^2 - z_2}} + \frac{1}{\sqrt{z_3 - \alpha^2}} \lg_e \frac{\sqrt{z_3 - \alpha^2} + \sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}}{\sqrt{z_3 - \alpha^2} - \sqrt{\varphi^2 - \alpha^2}} + \text{cost.}$$

dove z_1, z_2, z_3 hanno i valori espressi dalle (5), per le onde longitudinali, e dalle (6) per le onde trasversali.

4. È chiaro come la (10) e la (8) possano servire alla determinazione delle distanze epicentrali, corrispondenti ad assegnati valori di α, e dei rispettivi tempi di tragitto.

Sono in corso i calcoli per la tabulazione delle formule trovate, in funzione della distanza epicentrale e della profondità.

Come applicazione, mi limiterò qui a tre casi – veramente eccezionali – di registrazione delle onde $S_e S$, ottenuta a piccola distanza, per terremoti a profondità normale (o di poco superiore).

Mi riferisco ai terremoti delle isole egee, verificatisi nell'aprile 1957, con le seguenti caratteristiche di tempo e di epicentro:

24 aprile 1957 , $H = 19^h10^m05^s$; $\varphi = 36°\,N$, $\lambda = 28°,5\,E$ (U.S.C.G.S.)

25 aprile 1957 , $H = 02^h25^m36^s$; $\varphi = 36°,5\,N$, $\lambda = 29°\,E$ (U.S.C.G.S.)

L'« United States Coast and Geodetic Survey » (U.S.C.G.S.) di Washington, ha ritenuto tali terremoti di profondità normale (base della crosta terrestre).

La stazione sismica di Tolmezzo, dove funzionava un ottimo sismografo « Girlanda », ha fornito chiarissimi esempi di onde $S_e S$, quali non mi risulta siano mai stati registrati per terremoti a profondità normale, per distanze relativamente brevi. I tempi di registrazione e le distanze epicentrali furono i seguenti:

	$S_e S$	Δ
24 aprile 1957	19.25.57	1733 Km
25 aprile 1957	02.41.25	1724

Assegnati ad α i valori 0 ; 0,1 ; 0,15 la (9) – tenuto conto della (10) – consente di determinare i corrispondenti valori di Δ e la (1) – con l'ausilio della (8) – quelli dei tempi di tragitto. I calcoli sono stati condotti per una profondità del nucleo di 2900 Km e per ipocentro sulla superficie di Mohorovičić (supposta a 30 Km di profondità). Si è fatto, inoltre, $v_0 = 4,35$ Km/sec.

I valori ottenuti per T e Δ sono qui sotto riportati

	T	Δ
$\alpha = 0$	917,1 sec	0 Km
$\alpha = 0,1$	934,8	1585,4
$\alpha = 0,15$	961,7	2456,8

Nelle figg. 1 e 2 sono riportati i risultati dei calcoli.

Tenuto conto delle correzioni per il passaggio dalla superficie di Mohorovičić alla superficie esterna, sia per la distanza epicentrale (+ 11 Km) che per il tempo di tragitto (+ $8^s,5$), si trovano le seguenti differenze fra tempi

osservati e calcolati:

	S_cS osservato	S_cS calcolato
24 aprile 1957	952 sec	948 sec
25 aprile 1957	948	947

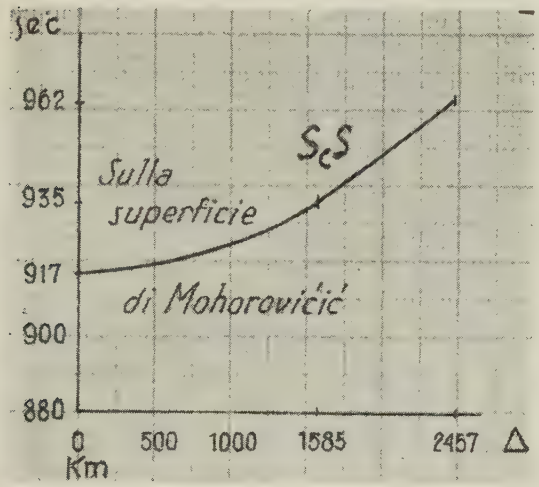


Fig. 1.

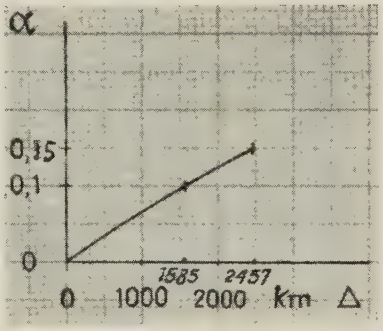


Fig. 2.

La seconda scossa – per una profondità del nucleo di 2900 Km, come ormai è generalmente ammesso – figura con ipocentro sulla superficie di Mohorovičić, forse leggermente al disotto.

La prima presenta una differenza di 4 sec in più per il valore osservato; il che può attribuirsi ad una minore profondità ipocentrale (di 18 Km, anziché di 30 Km).

Quando si hanno chiare registrazioni di S_cS – e non può essere altrimenti determinata la profondità ipocentrale, a meno di calcoli laboriosi – il confronto fra i valori calcolati e quelli osservati può dare una chiara indicazione della profondità ipocentrale.

È questo il caso del terremoto delle Sporadi meridionali:

30 aprile 1958 , H = 08.42.33 ; $\varphi = 36°,5$ N , $\lambda = 27°,5$ E U.S.C.G.S.

Il Bureau Central di Strasburgo dà lo stesso epicentro; però, a differenza dell'U.S.C.G.S., per il quale il terremoto è a profondità normale, indica una profondità dell'ordine di 60 Km.

Ecco i dati relativi alla registrazione di Tolmezzo

S_cS	Δ
08.58.08	1631 Km.

Il tempo di tragitto è risultato

$S_e S$	
osservato	calcolato
935 sec	944 sec

L'anticipo di 9^s sui tempi calcolati, sta a significare una profondità dell'epicentro sensibilmente superiore alla normale.

Se ne conclude che, sulla base della registrazione di onde $S_e S$ ottenuta a Tolmezzo, la profondità ipocentrale del terremoto delle Sporadi risulta di circa

70 Km.

Le nuove formule serviranno altresì per precisare l'esistenza di altre notevoli discontinuità, quale quella che limita il nucleo interno.

Chimica. — *Spettri Raman ed ultrarossi di cianuri complessi a simmetria* D_{4h}. (*Nichelocianuri e palladiocianuri di sodio e potassio*) (*). Nota di GIOV. BATTISTA BONINO, PAOLO CHIORBOLI e GIANFRANCO FABBRI, presentata (**) dal Socio G. B. BONINO.

Riferiamo brevemente su alcune ricerche atte a rilevare ed interpretare gli spettri di oscillazione dei nichelocianuri e dei palladiocianuri complessi nello stato cristallino.

È noto che agli ioni $[Ni(CN)_4]^{--}$ e $[Pd(CN)_4]^{--}$, considerati come isolati, compete una struttura quadrata piana riferibile al gruppo di simmetria D_{4h} [1]. La struttura cristallina dei due complessi sotto forma di sali sodici è stata studiata da Brasseur e Rassenfosse [1] (1).

Da queste ricerche [1] risulta che i cristalli di $Na_2[Ni(CN)_4]\cdot 3H_2O$ e $Na_2[Pd(CN)_4]\cdot 3H_2O$ sono triclini e la loro cella elementare, riferibile al gruppo di simmetria C_i^1, contiene 4 molecole di complesso.

Allo scopo di poter disporre di un maggiore numero di dati sperimentali abbiamo esteso le ricerche anche a sali potassici.

Gli spettri ultrarossi e Raman del palladiocianuro di potassio allo stato cristallino non erano noti. D'altra parte la letteratura cristallografica relativa ai sali di potassio di questi complessi è assai più scarsa di quella che si riferisce ai sali sodici corrispondenti per quanto sia noto che anche questi complessi cristallizzano nel sistema monoclino [1] [4].

Le 21 oscillazioni che competono agli ioni $[Ni(CN)_4]^{--}$ e $[Pd(CN)_4]^{--}$ a struttura piana secondo il gruppo di simmetria D_{4h} sono date dalla Tabella I dove sono riassunti anche i caratteri di simmetria delle stesse.

Nella fig. 1 è riprodotto lo schema dello ione $[Me(CN)_4]^{--}$ con l'indicazione degli elementi di simmetria secondo la denominazione di Mizushima e coll. [3].

Dette 21 oscillazioni fondamentali si ripartiscono dunque fra le varie rappresentazioni irriducibili del gruppo D_{4h} secondo la rappresentazione

$$\Gamma = 2A_{1g} + A_{2g} + 2A_{2u} + 2B_{1g} + 2B_{2g} + 2B_{2u} + E_g + 4E_u .$$

È facile vedere che le oscillazioni di valenza che interessano il complesso (oscillazioni C≡N e oscillazioni Me—C) si riducono ad una oscillazione di

(*) Lavoro eseguito presso il Centro Studi di Chimica Fisica del C.N.R. nell'Istituto Chimico «G. Ciamician» dell'Università di Bologna.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) Nella letteratura cristallografica si trova anche un lavoro di VAQUER e PORTOLES [2], i cui risultati, in contrasto con quelli dell'accurato lavoro di Brasseur e Rassenfosse, non hanno avuto finora conferma.

valenza C≡N e ad una di tipo Me—C di simmetria A_{1g} e una per ciascun tipo (C≡N , Me—C) di simmetria B_{2g} attive in Raman ed inattive in ultrarosso e una oscillazione di tipo C≡N, come una di tipo Me—C, con la simmetria E_u (doppiamente degeneri) attive in ultrarosso ed inattive in Raman.

TABELLA I.

Vibrazioni normali dello ione $[Me(CN)_4]^{--}$ *appartenenti a ciascuna classe di simmetria del gruppo* D_{4h}.

Classe	Num. di vibrazioni	Attività		Specie di vibrazione
		Raman	U. R.	
A_{1g}	2	+	—	ν_1 (ν C≡N)
				ν_2 (ν Me—C)
A_{2g}	1	—	—	ν_3 (δ Me—C≡N)
B_{1g}	2	+	—	ν_4 (δ_1)
				ν_5 (δ_2)
B_{2g}	2	+	—	ν_6 (ν C≡N)
				ν_7 (ν Me—C)
E_u	4 (degeneri)	—	+	ν_8 (ν C≡N)
				ν_9 (ν Me—C)
				ν_{10} (δ_1)
				ν_{11} (δ_2)
A_{2u}	2	—	+	ν_{12} (π)
				ν_{13} (π)
B_{1u}	2	—	—	ν_{14} (π)
				ν_{15} (π)
E_g	1 (degenere)	+	—	ν_{16} (π)

Nota. – Scambiando di nome gli assi C_2 con i C_2' e i piani σ_v con i σ_d, le due oscillazioni della classe B_{1u} verrebbero ad appartenere alla B_{2u}, e la B_{1u} non sarebbe più rappresentata. Per tutte le altre oscillazioni non si avrebbe alcuna variazione per ciò che concerne la loro distribuzione nelle varie classi.

Queste oscillazioni sono indicate schematicamente nella seguente Tabella:

ν_1 (A_{1g}) (riferibile a oscillaz. C≡N) attiva in Raman; inattiva in u. r.
ν_2 (A_{1g}) (» » Me—C) » » » »
ν_6 (B_{2g}) (» » C≡N) » » » »
ν_7 (B_{2g}) (» » Me—C) » » » »
ν_8 (E_u) (» » C≡N) inattiva in Raman; attiva in u. r.
ν_9 (E_u) (» » Me—C) » » » »

(Le indicazioni $\nu_1, \nu_2, \cdots$ sono conformi alle notazioni proposte da Swerny, Nakagawa, Mizushima e Quagliano [3] in un lavoro sullo spettro del platinotetracianuro di potassio).

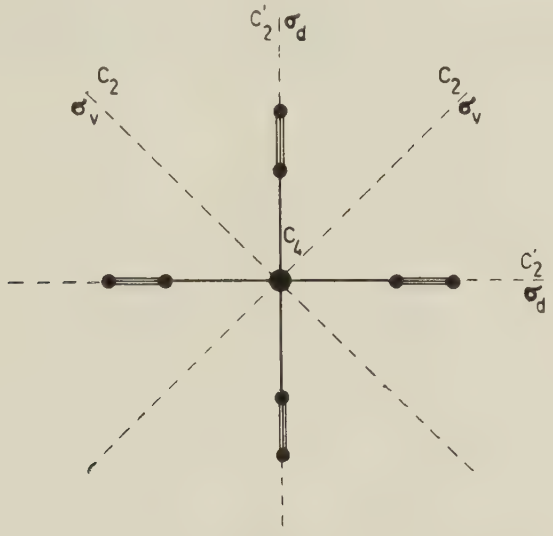


Fig. 1.

Nella fig. 2 sono schematizzati questi tipi di oscillazioni.

La perturbazione portata dal campo cristallino a seguito della più bassa simmetria del cristallo si può in prima approssimazione valutare con il

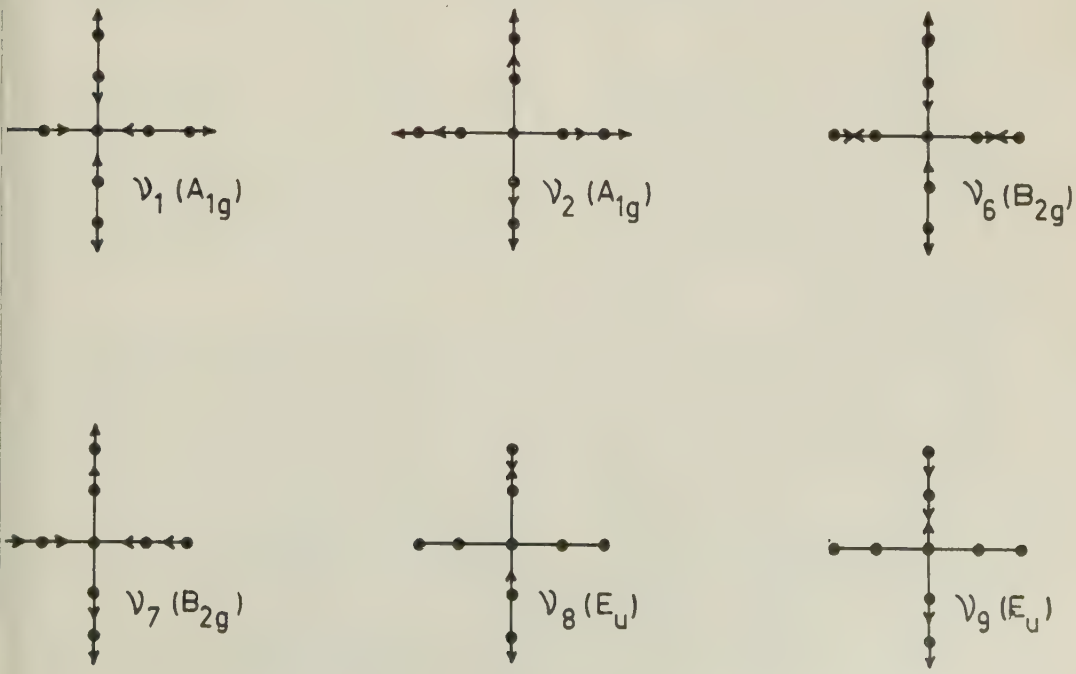
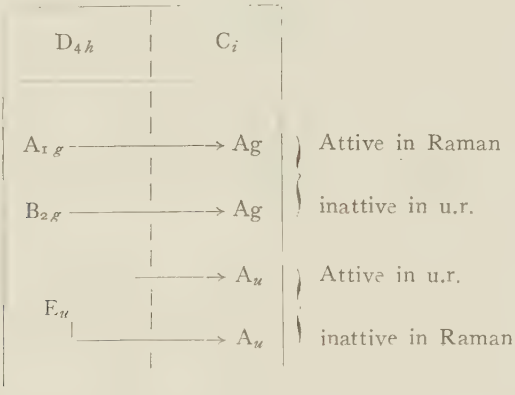


Fig. 2.

metodo proposto da Halford [5] ricordando che alla cella elementare del cristallo riferibile al gruppo C_i^1 competono semplicemente otto « site » a simmetria C_i (un centro di inversione).

Localizzando gli ioni del complesso nella cella elementare del cristallo in questi « site » si hanno le seguenti corrispondenze per le oscillazioni di valenza sopra ricordate:



Dunque la oscillazione di valenza C≡N doppiamente degenere E_u dovrebbe scindersi nello spettro del cristallo in due distinte oscillazioni attive in ultrarosso e inattive in Raman.

I complessi sono stati preparati con i metodi classici dati dalla letteratura (vedi per esempio [1], [6]) e sono stati analizzati per controllarne la identità e la purezza.

L'acqua di cristallizzazione è stata determinata in questo laboratorio con misure termoponderali dal dott. F. Cappellina che ringraziamo vivamente.

Mentre i sali sodici cristallizano dall'acqua con tre molecole di H_2O, i sali potassici si separano con una sola molecola d'acqua di cristallizzazione.

Dato che nella letteratura [1] è descritto anche il triidrato del nicheltetracianuro di potassio abbiamo ritenuto utile eseguire un controllo su questo particolare.

Dalle misure eseguite in questo Istituto dal dott. Cappellina risulta però che i cristalli di nicheltetracianuro di potassio e di palladiocianuro di potassio, sia appena separati dall'acqua, sia dopo alcune ore di esposizione all'aria ambiente, sia anche dopo alcuni giorni dalla preparazione e tenuti all'aria libera perdono all'analisi termoponderale una quantità di acqua corrispondente sempre e soltanto ad una molecola di H_2O per una molecola di cianuro complesso confermando quindi che detti cianuri complessi cristallizzati semplicemente dall'acqua e nelle condizioni ordinarie di laboratorio debbono considerarsi come monoidrati.

Gli spettri ultrarossi sono stati rilevati su campioni allo stato di cristalli finemente polverizzati ed impastati con olio di vaselina o perclorobutadiene.

TABELLA II.

Bande ultrarosse dei complessi sodici cristallini.

$Na_2[Ni(CN)_4]\cdot 3H_2O$	$Na_2[Pd(CN)_4]\cdot 3H_2O$	
3592 *f*	3594 *f*	νH_2O
(3572)	(3570)	
3530 *d*	3528 *d*	
	3423 *f*	
3431 *d*	3434 *d*	
2710 *dd*		
2674 *dd*	2688 *dd*	
2646 *dd*	2623 *dd*	
2571 *dd*	2597 *dd*	
2500 *dd*		
2151 *f*	2167 *f*	$\nu C\equiv N$
2142 *f*	2155 *f*	
2128 *ff*	2140 *ff*	
2092 *d*	2096 *d*	
(1639)	(1637)	δH_2O
(1631)	(1631)	
1623 *f*	1624 *f*	
1210 *dd*		
1170 *dd*	1160 *dd*	
1110 *dd*	1117 *dd*	
	1060 *dd*	
1030 *dd*	1020 *dd*	
915 *dd*	935 *dd*	
(*) 880 *dd*	(*) 875 *dd*	
	(*) 838 *dd*	
(*) 774 *dd*	(*) 805 *dd*	
(*) 685 *dd*	(*) 715 *dd*	
601 *m*	593 *m*	H_2O
(*) 490 *d*	(*) 494 *d*	
	(*) 471 *d*	
(*) 430 *f*	(*) 428 *d*	
	(*) 415 *f*	

(*) Osservabili solo su composto anidro.

Le soluzioni acquose dei complessi mostrano una banda intensa e semplice alle seguenti frequenze:

$Na_2[Ni(CN)_4]$: 2127 cm^{-1}

$Na_2[Pd(CN)_4]$: 2140 cm^{-1}

Essi spettri sono stati registrati con uno spettrometro Perkin Elmer 21 con ottica in NaCl e con uno spettrometro Beckman IR 2 con ottica in LiF e tra 15 e 25 μ con lo stesso spettrometro Beckman con ottica in KBr.

I risultati sono riassunti nelle Tabelle II e III e nelle figg. 3 e 4.

Nello spettro ultrarosso dei nichel– e dei palladio–tetracianuri complessi nella zona delle oscillazioni di valenza CN si osservano, al posto di una sola banda E_u, quattro nette bande di assorbimento e cioè due assorbimenti in più oltre a quelli strettamente prevedibili da una formale e semplice applicazione della teoria di Halford [5].

Ma abbiamo già osservato in precedenti lavori [7] che questa teoria nel caso delle oscillazioni C≡N dei cianuri complessi cristallini porta a prevedere un numero di bande di assorbimento più basso di quelle date dalla esperienza.

Nel caso presente si potrebbero interpretare i quattro assorbimenti osservati, e dovuti ad oscillazioni C≡N, come derivanti dallo sdoppiamento della oscillazione ν_8 (E_u), per cessazione della degenerescenza nel campo cristallino e dalla comparsa di altre due bande in seguito all'accoppiamento di oscillazioni di ioni complessi situati nella stessa cella cristallina elementare.

La zona dello spettro ultrarosso tra 3000 e 3500 cm^{-1} mostra un gruppo di 4–5 bande riferibili tutte alle oscillazioni di valenza delle molecole d'acqua di cristallizzazione; così il gruppo di bande a 1600–1640 cm^{-1} corrrisponde alle oscillazioni di deformazione delle stesse molecole d'acqua. Anche la banda a 593 cm^{-1}, che abbiamo trovato nello spettro del nichelocianuro e del palladiocianuro di sodio, è da riferirsi alle molecole d'acqua in quanto non compare più negli spettri dei sali disidratati.

Dobbiamo qui sottolineare la complessità delle manifestazioni spettroscopiche delle molecole d'acqua nei nichelocianuri e nei palladiocianuri di sodio cristallini e la minore complessità di questa parte dello spettro nel caso del nichel– e del palladiocianuro di potassio che hanno una sola molecola di acqua di cristallizzazione. Uno studio dettagliato di queste manifestazioni, per ciò che riguarda le oscillazioni delle molecole d'acqua nel cristallo, è in corso.

Mentre abbiamo avuto difficoltà ad ottenere buoni spettri Raman dal nichelocianuro di potassio a causa della sua colorazione, siamo riusciti ad avere invece ottimi spettri Raman dal palladiocianuro sia in soluzione sia allo stato cristallino. Questi spettri Raman sono stati ottenuti con un grande spettrografo Raman ARL in dotazione a questo Istituto.

Nella Tabella IV sono riportati i risultati ottenuti e il riferimento probabile delle righe secondo le notazioni già usate.

Per ciò che riguarda lo spettro Raman (ved. Tabella IV) i risultati relativi alla soluzione acquosa sono in ottimo accordo con quelli di Mathieu e coll. [8]. In taluni degli spettri più limpidi noi abbiamo però rilevato una debolissima riga intorno a 390 cm^{-1} non registrata dai predetti Autori.

TABELLA III.

Bande ultrarosse dei complessi potassici cristallini.

$K_2[Ni(CN)_4]\cdot H_2O$	$K_2[Pd(CN)_4]\cdot H_2O$	
3642 *f*	3690 *f*	νH_2O
3615 *f*	3612 *f*	
3552 *f*	3562 *f*	
2681 *dd*	2660 *dd*	
2625 *dd*	2646 *dd*	
2545 *dd*	2574 *dd*	
2529 *dd*	2558 *dd*	
	2542 *dd*	
(2140)	(2161)	$\nu C\equiv N$
(2132)	(2149)	
2123 *ff*	2140 *ff*	
2085 *d*	2096 *d*	
(*) 1961 *dd*	(*) 1942 *dd*	
(*) 1919 *dd*	(*) 1912 *dd*	
1618 *m*	1616 *m*	δH_2O
1605 *f*	1592 *f*	
1160 *dd*		
1128 *dd*	1122 *dd*	
1118 *dd*		
1030 *dd*	1020 *dd*	
932 *dd*	928 *dd*	
913 *dd*	911 *dd*	
895 *dd*	872 *dd*	
878 *dd*	853 *dd*	
823 *dd*	825 *dd*	
777 *dd*	800 *dd*	
748 *dd*	723 *dd*	
694 *dd*	702 *dd*	
(1) 493 *d*	(1) 494 *d*	
(2) 425 *m*	(2) 430 *m*	

(*) Scompaiono con la disidratazione del campione.

(1) Osservabile solo su composto anidro.

(2) Su composto anidro. Su composto idratato si nota un larghissimo assorbimento mal definito con minimo pressoché nella stessa zona.

Le soluzioni acquose dei complessi mostrano una banda intensa e semplice alle seguenti frequenze:

$K_2[Ni(CN)_4]$: 2125 cm^{-1}

$K_2[Pd(CN)_4]$: 2139 cm^{-1}

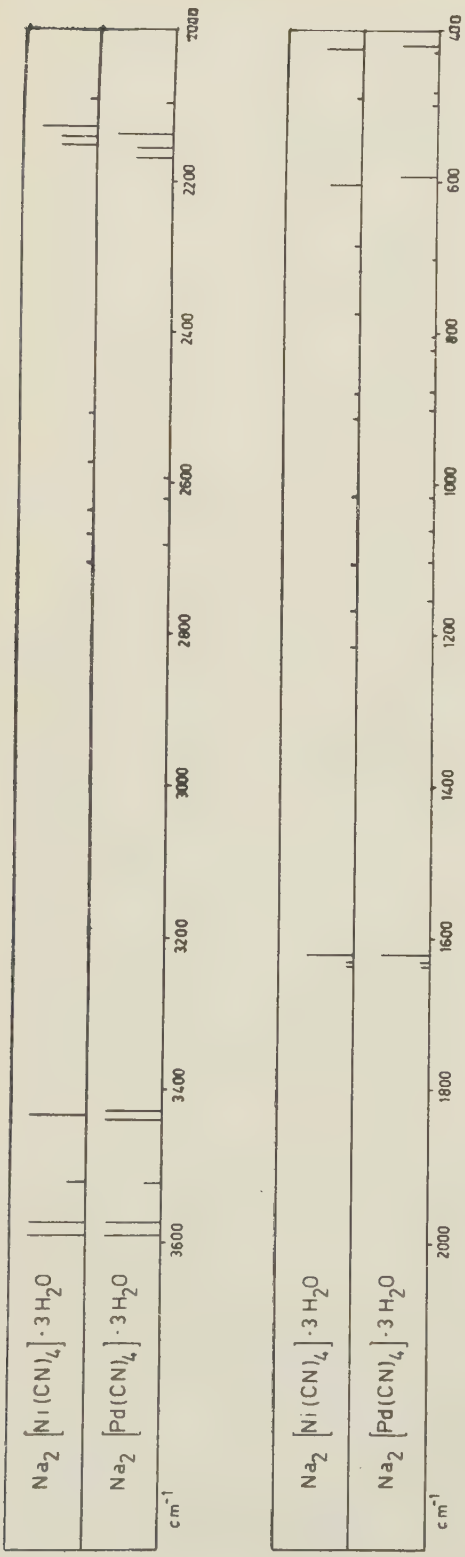

$Na_2\left[Ni(CN)_4\right]\cdot 3H_2O$
$Na_2\left[Pd(CN)_4\right]\cdot 3H_2O$
cm⁻¹
3600
3400
3200
3000
2800
2600
2400
2200
2000
$Na_2\left[Ni(CN)_4\right]\cdot 3H_2O$
$Na_2\left[Pd(CN)_4\right]\cdot 3H_2O$
cm⁻¹
2000
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
400

Fig. 3.

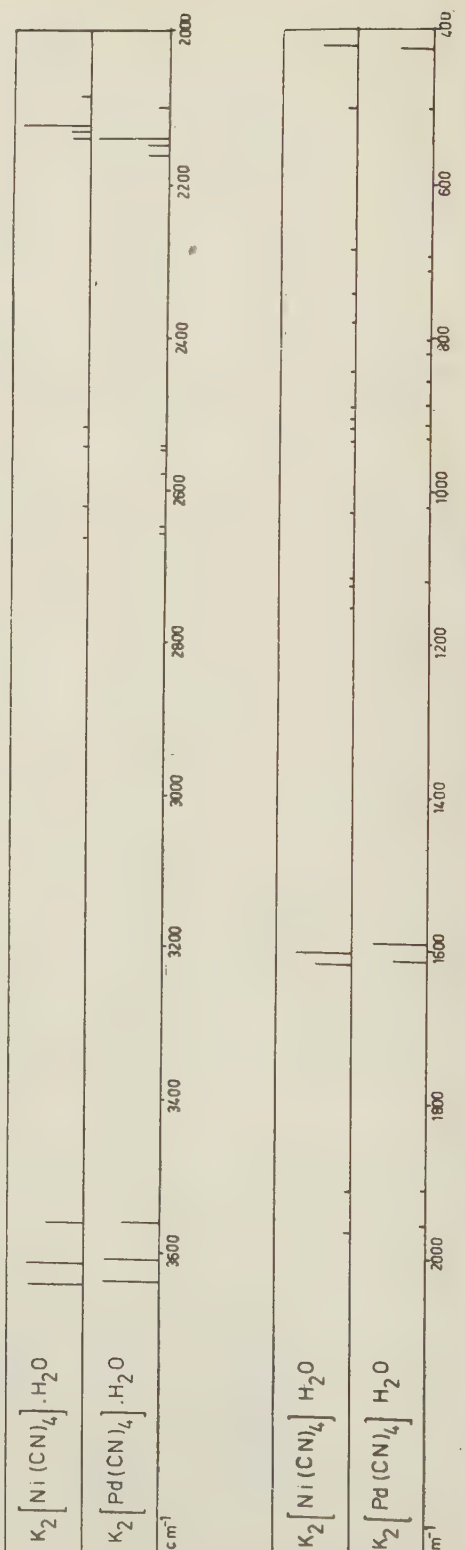

$K_2\left[Ni(CN)_4\right]\cdot H_2O$
$K_2\left[Pd(CN)_4\right]\cdot H_2O$
cm⁻¹
3600
3400
3200
3000
2800
2600
2400
2200
2000
$K_2\left[Ni(CN)_4\right]H_2O$
$K_2\left[Pd(CN)_4\right]H_2O$
cm⁻¹
2000
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
400

Fig. 4

TABELLA IV.

Righe Raman in cm^{-1}.

Indicazione e probabile assegnazione	$K_2[Pd(CN)_4]$ (nostre misure)		$Na_2[Pd(CN)_4]$ Soluzione acquosa secondo Mathieu e coll. [8]
	Soluzione acquosa	Cristallino	
ν_5 (B_{1g}) (ved. fig. 5)	92	—	94
	155 *d* (dep.)	160 *dd*	—
ν_4 (B_{1g}) (ved. fig. 5)	290 *dd*	290 *d*	290 (dep.)
(E_g) ?	390 *dd*	—	—
ν_2 (A_{1g}) [Me—C] (ved. fig. 2)	437 *d* (pol.)	440 *d*	439 (pol.)
ν_6 (B_{2g}) [C≡N] (ved. fig. 2)	2145 *f* (dep.)	2146 *f* (dep.)	2147 (dep.)
ν_1 (A_{1g}) [C≡N] (ved. fig. 2)	2160 *f* (pol.)	2160 *f* (dep.)	2159 (pol.)

Nota. – La debole riga 437 cm^{-1} si presenta alquanto diffusa e potrebbe essere doppia, con le due componenti molto ravvicinate e riferibili rispettivamente alle oscillazioni ν_2 (A_{1g}) e ν_7 (B_{2g}).

Del doppietto caratteristico della zona propria delle oscillazioni di valenza C≡N, la riga polarizzata è da attribuire all'oscillazione totalsimmetrica (A_{1g}) e quella depolarizzata all'oscillazione di tipo B_{2g}.

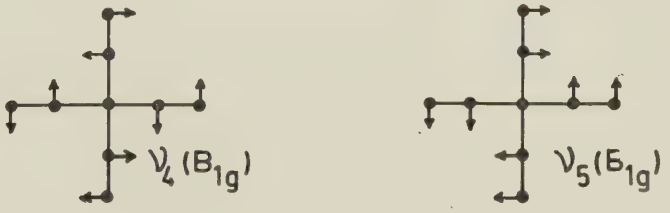


Fig. 5.

La riga a 437 cm^{-1}, risultando polarizzata, si dovrebbe attribuire alla seconda oscillazione totalsimmetrica attiva in Raman, che si può schematizzare come oscillazione di valenza propria dei legami Pd—C , ν_2 (A_{1g}). Nello spettro Raman del palladiocianuro di potassio cristallino non si nota alterazione profonda dello spettro: il caratteristico doppietto C≡N resta del tutto identico a quello proprio della soluzione acquosa. Ciò è del resto conforme alle previsioni, dato che nella simmetria dello ione $[Pd(CN)_4]^{--}$

nessuna delle oscillazioni di valenza C≡N attive in Raman è degenere e perciò scindibile per la perturbazione del campo cristallino.

Da ultimo è da osservare che per lo ione $[Pd(CN)_4]^{--}$ il doppietto proprio delle due oscillazioni C≡N attive in Raman è spostato a frequenze più alte di quanto trovato nei casi studiati precedentemente [7] (ioni ottaedrici $[Fe(CN)_6]^{4-}$, $[Ru(CN)_6]^{4-}$, $[Os(CN)_6]^{4-}$, e ione $[Cu(CN)_4]^{3-}$ tetraedrico): lo spostamento è di una settantina di cm^{-1}.

Bibliografia.

[1] H. Brasseur, A. Rassenfosse, «Mem. Soc. Roy. Sci. Liege», *4*, 397 (1941).

[2] «Estudios Geologicos», *7*, 1 (1947).

[3] «J. Am. Chem. Soc.», *78*, 889 (1956).

[4] Rogers, «J. Am. Chem. Soc.», *69*, 1506 (1947).

[5] «J. Chem. Phys.», *14*, 8 (1946).

[6] Fernelius, «Inorganic Synthesis», vol. II, 227, 245 (1946).

[7] G. B. Bonino, G. Fabbri, «Rend. Acc. Naz. Lincei» [VIII] *19*, 386 (1955); G. B. Bonino, O. Salvetti, «Rend. Acc. Naz. Lincei» [VIII] *20*, 150 (1956); G. B. Bonino, G. Fabbri, «Rend. Acc. Naz. Lincei» [VIII] *20*, 414 (1956); G. B. Bonino, «Rend. Acc. Naz. Lincei» [VIII] *20*, 418 (1956); G. B. Bonino, G. Fabbri, «Rend. Acc. Naz. Lincei» [VIII] *20*, 466 (1956); G. B. Bonino, O. Salvetti, «Ricerca scientifica», *26*, 3627 (1956); G. B. Bonino, G. Fabbri, «Rend. Acc. Naz. Lincei» [VIII] *21*, 246 (1956); P. Chiorboli, E. Tedeschi, «Rend. Acc. Naz. Lincei» [VIII] *22*, 44 (1957); G. B. Bonino, G. Fabbri, «Rend. Acc. Naz. Lincei» [VIII] *22*, 402 (1957); G. Fabbri, «Rend. Acc. Naz. Lincei» [VIII] *22*, 488 (1957); G. B. Bonino, G. Fabbri, «Rend. Acc. Naz. Lincei» [VIII] *23*, 191 (1957); P. Chiorboli, C. Testa, «Annali di Chimica», *47*, 639 (1957).

[8] J. P. Mathieu, S. Cornevin, «J. Chim. Phys.», *36*, 271 (1939).

Chimica. — *Sulla costante di forza di stretching del legame boro-idrogeno nello ione tetraedrico* BH_4^- (*). Nota di VINCENZO CAGLIOTI e CLAUDIO FURLANI, presentata (**) dal Socio V. CAGLIOTI.

Lo ione BH_4^- è isostero del metano e dello ione ammonio ed ha, con ogni probabilità, simmetria tetraedrica; è dunque da aspettarsi che il metodo degli orbitali molecolari già da noi applicato, in estensione di un lavoro originario di Hartmann [1], allo studio della struttura elettronica ed alla previsione delle costanti di forza di legame in CH_4 e NH_4^+ [2] sia applicabile anche a tale molecola. Recentemente A. R. Emery e R. C. Taylor [3] hanno riportato misure di spettri infrarossi di boridruri alcalini sciolti in ammoniaca liquida, e hanno ricavato dai loro dati sperimentali col metodo delle matrici F e G di Wilson il valore $2{,}768 \cdot 10^5$ dine/cm per la costante di forza di stretching B—H in BH_4^- (valore quindi molto inferiore ai corrispondenti per gli stretching C—H e N—H in CH_4 ed NH_4^+, che sono tra 5 e $6 \cdot 10^5$ dine/cm); poiché ci si offriva con ciò la possibilità di confrontare i dati sperimentali di Emery e Taylor con i risultati del metodo teorico già usato per lo ione ammonio [2], abbiamo esteso i nostri precedenti calcoli su edifici molecolari aventi struttura di pseudo-atomi di neo allo ione BH_4^-.

In analogia col metodo seguito nel precedente lavoro [2], l'operatore dell'energia potenziale degli elettroni nella molecola BH_4^- è stato posto eguale a:

$$(1) \qquad V = -\sum_1^8{}_i Z_o \frac{e^2}{r_i} - \sum_1^8{}_i \frac{(\mathcal{Z} - Z_o)}{r_i} e^2 + \Sigma_{i,j} \frac{e^2}{r_{ij}} - \\ - \sum_1^8{}_i \sum_1^4{}_H \frac{e^2}{r_{iH}} + \frac{4 e^2 \mathcal{Z}}{R^{1,1}} + \frac{3\sqrt{6}}{2R}$$

dove $\mathcal{Z}_B = 3{,}30$, risp. $3{,}15$ (carica nucleare totale agente sugli elettroni, rispettivamente sui nuclei di H). L'energia risulta quindi

$$(2) \qquad E = Z_o^2 - 1{,}86155\, Z_o - 32\, Z_o\, G_{(o)} + \frac{12{,}6}{R^{1,1}} + \frac{3{,}6744}{R}.$$

Poiché le misure sperimentali di Emery e Taylor sono state fatte in soluzione in NH_3 liquida, abbiamo considerato che lo ione BH_4^- poteva venire perturbato dalle molecole del solvente che certamente sono coordinate attorno ad esso per effetto di solvatazione, in modo circa corrispondente a quello in cui lo ione NH_4^+ nei sali solidi di ammonio è perturbato dagli anioni suoi vicini nel reticolo.

(*) Lavoro eseguito negli Istituti di Chimica delle Università di Roma e di Trieste.
(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

A titolo di ipotesi, abbiamo supposto che le molecole del solvente si coordino attorno allo ione BH_4^- con simmetria cubica ad una distanza di equilibrio $\mathcal{R} = 5$ u. at. $= 2{,}64$ Å; all'espressione della energia (2) va aggiunto quindi il termine

$$(3) \qquad \Delta E = -\sum_1^4{}_H \sum_1^8{}_{NH_3} \frac{\mu_{NH_3} \cos \vartheta_i}{\mathcal{R}^2_{N-H}} = -2{,}8 \left[\frac{1}{(5-R)^2} + \frac{1}{(5+R)^2} \right] -$$

$$- 8{,}4 \left[\frac{50 + 3{,}33\,R}{(50 + R^2 + 3{,}33\,R)^{3/2}} + \frac{50 - 3{,}33\,R}{(50 + R^2 - 3{,}33\,R)^{3/2}} \right]$$

con R = distanza di equilibrio B—H e prendendo per μ_{NH_3} un valore leggermente superiore a quello della molecola gassosa, cioè 0,7 unità atomiche. Si può comunque prevedere (e i risultati dei calcoli lo confermano) che la pertubazione elettrostatica dei gruppi coordinati attorno allo ione idruro tetraedrico risulta molto minore che nel caso dello ione ammonio, poiché nel caso del BH_4^- le interazioni sono tra cariche e dipoli, e l'energia relativa quindi diminuisce con $\frac{1}{r^2}$, mentre nel caso dello ione NH_4^+ le interazioni sono solo tra cariche, e diminuiscono quindi meno fortemente all'aumentare della distanza, poiché dipendono da $1/r$.

Lo sviluppo numerico delle formule (2) e (3) e la valutazione grafica della costante di forza stretching B—H sono stati svolti in modo analogo a quello descritto nella nostra Nota precedente [2]. Il valore di minimo dell'energia secondo la (2) risulta di —5,0946 unità atomiche; i valori della carica nucleare effettiva Z_0 e della distanza di equilibrio B—H risultano praticamente eguali sia che si tenga conto della perturbazione esterna (3), sia che la si trascuri; essi sono:

$$Z_0 = 2{,}137 \qquad R = 2{,}225 \text{ u. at.} = 1{,}175 \text{ Å}.$$

Si noti che la distanza interatomica B—H (per la quale sembra non sia finora noto un valore sperimentale) viene prevista sensibilmente maggiore delle distanze C—H in CH_4 (1,09 Å) e N—H in NH_4^+ (1,02–1,04 Å).

Per la costante di forza principale di stretching B—H abbiamo ottenuto:

$$f_r = 0{,}1972 \text{ u. at.} = 3{,}048 \cdot 10^5 \text{ dine/cm}$$

senza tener conto della perturbazione dovuta al solvente, e

$$f'_r = 0{,}1783 \text{ u. at.} = 2{,}756 \cdot 10^5 \text{ dine/cm}$$

tenendo conto anche di quest'ultimo effetto. L'accordo col valore sperimentale $2{,}768 \cdot 10^5$ dine/cm è quindi, specialmente nel secondo caso, più che soddisfacente; in particolare è da notare che così si giustifica anche teoricamente il fatto che la costante di forza principale di stretching sia molto minore in BH_4^- che in CH_4 e in NH_4^+, e precisamente eguale alla metà o poco più.

L'applicazione allo ione BH_4^- del metodo di calcolo già da noi usato in un lavoro precedente [2] ci offre l'opportunità di qualche considerazione sui

limiti di validità del modello impiegato. Così ad esempio, il fatto di considerare l'individualità degli atomi di idrogeno in XH_4 ridotta al solo nucleo porta a identificare le interazioni tra due idrogeni adiacenti con la repulsione elettrostatica tra due cariche $+ e$, mentre in realtà si tratta di un'interazione tra due atomi molto più vicini alla neutralità, e quindi di una repulsione assai meno intensa; di conseguenza il nostro modello ci porterà a prevedere costanti di forza di interazione stretching–stretching sistematicamente troppo elevate, e quindi in disaccordo più sensibile coi valori sperimentali; così per BH_4^- noi calcoliamo per la costante di interazione tra due stretching B–H adiacenti un valore previsto f_{rr}, eguale a $+ 17\ \%$ della costante stretching principale, mentre il valore sperimentale è del $+ 3{,}4\ \%$. Per lo stesso motivo è possibile che col modello da noi usato vengano un po' sopravvalutate le interazioni elettrostatiche tra uno ione XH_4^+ e gli anioni o le molecole polari che si coordinano in prima sfera attorno ad esso, pur restando valido il principio dell'applicabilità del metodo delle perturbazioni al calcolo di tali interazioni.

BIBLIOGRAFIA.

[1] H. HARTMANN, « Z. Naturforsch. », *2 a*, 689 (1947); ved. anche H. HARTMANN e G. GLIEMANN, « Z. Phys. Chem. », N. F., *15*, 108 (1958).

[2] V. CAGLIOTI e C. FURLANI, « Rendiconti Accad. Naz. Lincei », Classe sci. fis. mat. nat., *8*, 24, 633 (1958).

[3] A. R. EMERY e R. C. TAYLOR, « J. Chem. Phys. », *28*, 1029 (1958).

Chimica. — *Un nuovo complesso metallorganico cristallizzabile contenente titanio e alluminio e sue proprietà catalitiche nella polimerizzazione delle olefine* (*). Nota di GIULIO NATTA, GIORGIO MAZZANTI, PAOLO CORRADINI, UMBERTO GIANNINI e SEBASTIANO CESCA, presentata (**) dal Socio G. NATTA.

In precedenti comunicazioni di alcuni di noi erano state descritte la preparazione e le proprietà catalitiche di alcuni complessi cristallizzabili, metallorganici, corrispondenti alla formula generale

$$(C_5H_5)_2\,TiCl_2\,Al\,X_2$$

ove X può essere cloro od un gruppo etilico [1]. Come è stato confermato dall'esame con i raggi X dei cristalli di questi complessi, gli atomi di titanio e alluminio sono legati mediante ponti di cloro [2].

Abbiamo ora preparato un nuovo complesso cristallizzabile, esente da alogeni, contenente oltre al titanio e all'alluminio soltanto gruppi organici. Questo complesso mostra proprietà catalitiche più interessanti di quelli precedentemente isolati.

Questo nuovo complesso è stato preparato trattando 0,04 moli di bis (ciclopentadienil) titanio monocloruro (1) disciolto in 190 cm^3 di benzolo anidro con 0,12 moli di alluminio trietile alla temperatura di 80°C per 8 ore, in atmosfera di azoto purissimo. Durante questa reazione si può rilevare uno svolgimento di gas ed un cambiamento del colore della soluzione dal verde scuro al rosso violetto. Il residuo solido, ottenuto dopo allontanamento del benzolo a pressione ridotta, è stato poi ridisciolto a 60–70°C in 40 cm^3 di n–eptano anidro. Raffreddando questa soluzione a temperatura ambiente si separa, con buone rese, un precipitato cristallino di colore rosso. Dopo tre cristallizzazioni dal n–eptano, si isolano g 5,5 di cristalli rossi, tubolari, molto solubili in idrocarburi aromatici e che fondono con decomposizione a 169–171°C.

Il prodotto ottenuto è esente da cloro, contiene alluminio e titanio in un rapporto atomico 1 : 1, ed è diamagnetico.

(*) Lavoro eseguito presso l'Istituto di Chimica Industriale del Politecnico di Milano con il contributo della Società Montecatini.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) Il bis (ciclopentadienil) titanio monocloruro è stato da noi preparato facendo reagire il tricloruro di titanio con la quantità stechiometrica di sodio ciclopentadienile, in soluzione di tetraidrofurano. Dopo cristallizzazione da benzolo si isola un prodotto cristallino avente punto di fusione 279–281°C.

Trattando una soluzione eterea del prodotto con una miscela di cloro e acido cloridrico anidro, si ottiene, con rese del 95 %, il bis (ciclopentadienil) titanio dicloruro.

I risultati dell'analisi chimica e della determinazione del peso molecolare sono, come si può rilevare dalla Tabella I, in buon accordo con la formula

$$[(C_5H_5)_2\,Ti\,Al\,(C_2H_5)_2]_2$$

A ciascun atomo di titanio sono legati due gruppi ciclopentadienilici, come è confermato anche dall'esame ai raggi X e mediante spettrografia infrarossa.

Tabella I.

Trovato	Al % (1)	Ti % (1)	C_2H_5 % (2)	P.M. (3)
	10,14	17,96	22,8	527
	10,14	18,6		525
	10,52	18,37		543
Calcolato per				
$[(C_5H_5)_2\,TiAl(C_2H_5)_2]_2$	10,25	18,2	22,085	526

(1) Dopo decomposizione del complesso con H_2SO_4 al 5 % il titanio è stato determinato come titanio cupferrato e l'alluminio come 8-ossichinolinato.

(2) Determinato misurando il volume di etano svolto nella reazione con alcool etilesilico.

(3) Determinato mediante misure crioscopiche in soluzione di benzolo.

L'esame roentgenografico di cristalli singoli ci ha permesso di determinare le costanti della cella elementare:

$$a = 9{,}5\ \text{Å} \qquad b = 14{,}6\ \text{Å} \qquad c = 19{,}4\ \text{Å}$$

e dalle estinzioni il gruppo spaziale: P *b c n*.

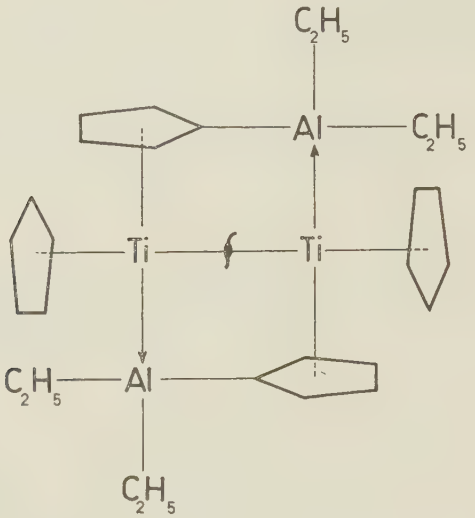
Supponendo che nella cella elementare siano contenute quattro molecole si può calcolare una densità 1,29, che è in buon accordo con la densità sperimentale 1,27.

La molecola deve necessariamente contenere un elemento di simmetria del gruppo spaziale (che ha 8 posizioni generali) e pertanto deve avere o un asse binario o un centro di simmetria. Possiamo tuttavia escludere la seconda ipotesi dopo aver esaminato le proiezioni Patterson lungo i tre assi *a* , *b* , *c*.

Queste proiezioni possono essere ben interpretate assumendo per il titanio le coordinate: X = — 0,086; Y = 0,124; Z = 0,182; e per l'alluminio: X = 0,105; Y = 0,248; Z = 0,121.

Nella molecola la distanza Ti–Ti è di 3,1 Å, mentre le distanze Ti–Al sono 2,85 Å. L'angolo Ti–Ti–Al è 91° 30′ e l'angolo tra i due piani Ti–Ti–Al è 100° 30′.

In base a questi dati e tenendo conto del comportamento chimico del complesso, la formula di struttura del composto dovrebbe corrispondere a quella schematizzata in figura.



In tal modo sia il titanio che l'alluminio possiedono una coordinazione tetraedrica distorta.

Due dei quattro gruppi ciclopentadienilici sono presumibilmente legati agli atomi di alluminio mediante legami σ e agli atomi di titanio mediante legami π, mentre gli altri due gruppi ciclopentadienilici dovrebbero essere legati solo agli atomi di titanio mediante dei legami π.

La natura dei legami e dei ponti presenti in questo complesso è diversa da quella esistente nei complessi Ti–Al precedentemente descritti da noi [1] e da quella di altre molecole deficenti in elettroni (come per esempio alcuni dimeri degli alluminio–trialchili) in cui gli atomi dei metalli sono legati mediante ponti formati da atomi di carbonio o di cloro simmetricamente disposti rispetto all'asse metallo–metallo.

Una più dettagliata investigazione strutturistica di questo complesso sarà effettuata mediante proiezioni di Fourier della densità elettronica lungo i tre assi cristallografici.

Il complesso $[(A_5H_5)_2\,TiAl(C_2H_5)_2]_2$ può promuovere da solo la polimerizzazione dell'etilene. Come risulta dalla Tabella II, i polietileni ottenuti hanno una grande dispersione di pesi molecolari e contengono frazioni ad alto peso molecolare che sono altamente cristalline (prove 1 e 2). In presenza di tricloruro di titanio, questo complesso polimerizza l'etilene con una velocità confrontabile a quella osservata con catalizzatori preparati da alluminio trietile e tricloruro di titanio ed i polimeri ottenuti hanno praticamente le stesse proprietà (prove 4 e 5).

Tabella II.

Prova N.	Catalizzatore			Monomero	Condizioni di polimerizzazione			Polimero ottenuto					
	$TiCl_3$ moli 10^{-3}	Composto metallorganico			T °C	Pressione atm	Durata ore	g totali	Prodotti oleosi %	Frazione estraibile con eptano bollente		Residuo	
		tipo	moli 10^{-3}							%	$[\eta]$	%	$[\eta]$
1	0	$[(C_5H_5)_2TiAl(C_2H_5)_2]_2$	2,8	etilene	90	10	19	6,25	55	14,5	0,11	30,5	1,87
2	0	$[(C_5H_5)_2TiAl(C_2H_5)_2]_2$	2,2	etilene	90	40	8	11,3	13,3	13,9	0,12	72,8	2,75
3	0	$(C_5H_5)_2TiCl_2Al(C_2H_5)_2$	3,2	etilene	95	40	8	7,4	5,4	24,6	0,1	70	4,45
4	1,95	$[(C_5H_5)_2TiAl(C_2H_5)_2]_2$	3,4	etilene	80	3	5	67,2	0,3	0,8	—	98,9	8,90
5	2,08	$Al(C_2H_5)_3$	6,5	etilene	80	3	5	82	0	1,4	—	98,6	8,45
6	2,2	$(C_5H_5)_2TiCl_2Al(C_2H_5)_2$	6,75	etilene	80	3	5	1,2	0,5	25,9	—	73,6	—
7	3,7	$[(C_5H_5)_2TiAl(C_2H_5)_2]_2$	4,15	propilene	75	5	7	20,9	2,4	3,1	1,4	94,5(*)	3,96
8	4,1	$Al(C_2H_5)_3$	9	propilene	75	5	5	49	2,4	14,5	0,58	83,1(*)	2,58
9	4,3	$(C_5H_5)_2TiCl_2Al(C_2H_5)_2$	9,5	propilene	75	5	9	0,2	—	—	—	—	—

(*) = Per i polimeri del propilene la frazione insolubile in n-eptano bollente si può considerare costituita da macromolecole isotattiche.
$[\eta]$ = viscosità intrinseca determinata in soluzione di tetralina a 135° C.

Il complesso $[(C_5H_5)_2TiAl(C_2H_5)_2]_2$, in presenza di tricloruro di titanio cristallino, agisce da catalizzatore per la polimerizzazione del propilene (prova 7). Questo sistema catalitico è molto più attivo sia nella polimerizzazione dell'etilene che in quella del propilene, dei sistemi preparati da tricloruro di titanio e dai complessi cristallizzabili contenenti titanio, alluminio, gruppi organici e cloro (prove 4–6–7–9) da noi precedentemente descritti.

In confronto con il sistema catalitico $TiCl_3$—$Al(C_2H_5)_3$ [3] il sistema $TiCl_3$—$[(C_5H_5)_2 TiAl(C_2H_5)_2]_2$ è meno attivo, ma fornisce polipropileni a più alto peso molecolare e aventi un maggior contenuto di macromolecole isotattiche (prove 7 e 8).

La più alta stereospecificità e il più alto peso molecolare ottenuto, possono essere attribuiti al fatto che avvengano in maniera più limitata i trasferimenti tra catene polimeriche in accrescimento e gruppi alchilici presenti nel sistema catalitico, rispetto a quello che si verifica con il sistema catalitico $TiCl_3$—$Al(C_2H_5)_3$.

Ciò dovrebbe essere accompagnato da una minore probabilità di inversione nella configurazione sterica delle unità monomeriche che entrano nella catena polimerica [4].

Bibliografia.

[1] G. Natta, P. Pino, G. Mazzanti, U. Giannini, « J. Am. Chem. Soc. », *79*, 2975 (1957); G. Natta, P. Pino, G. Mazzanti, U. Giannini, « La Ricerca Scientifica », Suppl. *28* (1958).

[2] G. Natta, P. Corradini, I. W. Bassi, « J. Am. Chem. Soc. », *80*, 755 (1958).

[3] G. Natta, P. Pino, G. Mazzanti, P. Longi, « Gazzetta Chimica Italiana », *87*, 570 (1957).

[4] G. Natta, « Rend. Accad. Naz. Lincei » (8), *24*, 246 (1958).

Chimica. — *Struttura cristallina della forma γ del tricloruro di titanio* (*). Nota di Giulio Natta, Paolo Corradini e Giuseppe Allegra, presentata (**) dal Socio G. Natta.

Premessa. – Studi eseguiti presso l'Istituto di Chimica Industriale del Politecnico di Milano sul polimorfismo del $TiCl_3$ [1] (componente di sistemi catalitici usati nella sintesi stereospecifica di poliolefine e polidiolefine) avevano portato alla descrizione di tre diverse forme cristalline da noi denominate α, β e γ.

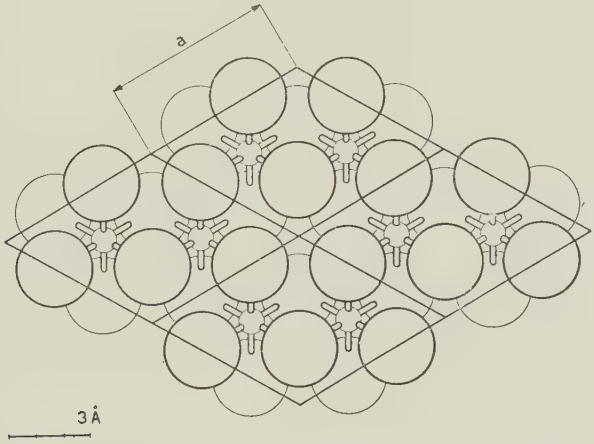


Fig. 1. – Modello della struttura dei $TiCl_3$–α secondo Reed e Mac Wood. I cerchi grandi indicano atomi di cloro, i cerchi piccoli atomi di titanio.

La forma α, quella più nota, era già stata interpretata da Klemm [2] sulla base di un reticolo a strati, in cui ad ogni due strati di atomi di cloro, che si susseguono secondo un impacchettamento esagonale compatto, si alterna uno strato di atomi di titanio. Successivamente J. W. Reed e G. E. Mac Wood [2] descrivevano un modello di struttura, leggermente diverso [3], della stessa modificazione, sul quale ritorneremo in seguito.

La forma β è stata da noi strutturalmente determinata [1] sulla base di un reticolo che differisce dal reticolo della forma α perché gli atomi di titanio si intercalano senza alternanze fra gli strati degli atomi di cloro, che obbediscono ancora ad un impacchettamento esagonale compatto.

Oggetto della presente nota è la determinazione della struttura della forma γ, di cui già precedentemente avevamo indicato un metodo di preparazione.

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica Industriale del Politecnico di Milano.
(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

La forma γ, come vedremo, presenta notevoli analogie strutturali con la forma α, che giustificano l'eguaglianza di colore (violetto), di densità e la stretta analogia nel comportamento chimico.

Interpretazione strutturale della forma γ. – I dati roentgenografici, che caratterizzano la forma γ, sono riportati nella Tabella I. In molte preparazioni si può osservare la presenza di forma α, rilevabile dalle riflessioni a $d = 2{,}73$; $2{,}13$ e $1{,}66$ Å (vedi Tabella I riportata in un precedente lavoro [1]).

Entrambe le forme già studiate del $TiCl_3$, la α e la β, presentano un impacchettamento compatto (esagonale) degli atomi di cloro. Ciò è dovuto al grande raggio dell'anione (circa $1{,}80$ Å) rispetto a quello del catione (circa $0{,}70$ Å), che consente a quest'ultimo di assestarsi nei vuoti lasciati dall'impacchettamento degli atomi di cloro. Anche per la forma γ si è partiti perciò dal presupposto di un impacchettamento compatto di atomi di cloro.

Lo spettro della forma γ, in luogo di una riga molto intensa attorno a $d = 2{,}73$ Å, caratteristica delle forme α e β, presenta una riga, pure molto intensa, a $d = 2{,}51$ Å. Poiché la prima di dette righe è dovuta in modo prevalente al contributo degli atomi di cloro alla diffrazione, che, nelle due forme citate α e β, obbediscono ad un impacchettamento esagonale compatto, si è considerato per la forma γ un diverso tipo di impacchettamento compatto, tale da giustificare la presenza di questa riga, e lo si è trovato in un impacchettamento cubico a facce centrate che, come è noto, consente un'ottima egualmente densa occupazione dello spazio. Tale impacchettamento cubico risulta naturalmente limitato ai soli atomi di cloro.

Quanto alla disposizione degli atomi di titanio, avevamo osservato che la riga a $d = 5{,}91$ Å, caratteristica della forma α rispetto alla β, è dovuta alla diffrazione dei piani reticolari coincidenti cogli strati degli atomi di titanio, ripetentisi con periodicità doppia rispetto a quella degli strati di atomi di cloro. Poiché tale riflesso è presente anche nello spettro della forma γ, questa considerazione ci ha permesso di concludere che anche in essa, con ogni probabilità, gli atomi di titanio sono disposti in modo tale che uno strato di essi si alterna a due di atomi di cloro.

Abbiamo perciò ritenuto opportuno ricercare il modo di impacchettamento degli atomi di Ti nella forma γ del $TiCl_3$ procedendo in stretta analogia con quanto già trovato per la forma α.

È facilmente dimostrabile, per la forma α, che è possibile trasformare l'assetto preciso dato da Klemm agli atomi di titanio in uno di tipo statistico, senza modificare il valore calcolato di tutti i riflessi con $l = 3n$ (n intero), che comprendono tutti quelli più intensi. Basta per questo aggiungere alla disposizione 6 *c*) del gruppo spaziale R $\bar{3}$, data da Klemm, con

$$x = 0 \quad , \quad y = 0 \quad , \quad z = 1/3,$$

una disposizione del tipo 3 *a*) con

$$x = 0 \quad , \quad y = 0 \quad , \quad z = 0,$$

ottenendo così un assetto di nove posizioni in cui gli atomi di titanio saranno statisticamente distribuiti. Ad ognuna di queste posizioni va attribuita, in sede di calcolo, una concentrazione 2/3 in atomi di titanio.

Abbiamo analogamente osservato che disponendo 6 atomi di cloro nella disposizione 6 *c*) del gruppo spaziale R $\bar{3}$ [4], con:

$$x = 0 \quad , \quad y = 0 \quad , \quad z = 0{,}254 \quad ; \quad (a' = 3{,}54 \text{ Å} \quad ; \quad c = 17{,}40 \text{ Å}),$$

ottenendo così un impacchettamento cubico compatto, e due atomi di titanio statisticamente in due delle tre posizioni 3 *a*) (con $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$), ottenevamo – come dimostra la Tabella I, una buona giustificazione, della posizione e dell'intensità dei riflessi più importanti. Tutti i riflessi con:

$$-h + k + l = 3n \ (n \text{ intero})$$

sono, in questo gruppo spaziale, estinti.

Il valore della coordinata z è stato dedotto dalla ipotesi che la distanza Ti–Cl fra un atomo di titanio ed ognuno dei 6 atomi di cloro ottaedricamente coordinati, in analogia coi dati di Klemm per il $TiCl_3$–α, sia di 2,47 Å; e che, in accordo coi dati roentgenografici da noi ottenuti, la lunghezza del lato *a* della cella (pari alla distanza Cl–Cl fra atomi di uno stesso strato) sia di 3,54 Å e quella dell'asse *c* della stessa sia di 17,40 Å.

Nel calcolo delle intensità sulla base del modello indicato, abbiamo moltiplicato il valore di F^2_{hkl} per la molteplicità n di ogni riflesso e per il fattore di Lorentz e polarizzazione:

$$L_p = \frac{1 + \cos^2 2\theta}{\text{sen}^2 \theta \cos \theta} \ .$$

Le intensità osservate sono state dedotte da una valutazione visuale dell'intensità locale effettuata su tutta la larghezza della riga. Non abbiamo invece tenuto conto delle correzioni dovute all'assorbimento della radiazione ad opera della polvere cristallina; l'effetto dell'assorbimento, che diminuisce coll'aumentare dell'angolo 2θ, è d'altronde in certa misura compensato dall'effetto del fattore termico, avente l'andamento opposto, che abbiamo pure trascurato.

Come si vede dalla tabella, diversi riflessi deboli e debolissimi non sono interpretati sulla base di questo modello, che tuttavia può essere ragionevolmente ritenuto interpretativo delle caratteristiche più importanti (in particolare del modo di impacchettamento) della struttura vera. Per una interpretazione più accurata della medesima, abbiamo fatto pertanto l'ipotesi che i riflessi non ancora giustificati dipendano soltanto da un più preciso ordine degli atomi di titanio. Abbiamo quindi effettuato la scelta del nuovo gruppo spaziale in modo coerente con queste premesse, verificando che l'intensità di tutti i riflessi già calcolati conservassero lo stesso valore e che i nuovi riflessi, dovuti solo al contributo alla diffrazione degli atomi di titanio, e quindi in genere più deboli dei precedenti, coincidessero con i riflessi osservati da interpretare.

TABELLA I.

Indici R $\bar{3}$ ($a' = 3{,}54$ Å, $c = 17{,}40$ Å)	d_{hkl} oss. (Å)	d_{hkl} calc. (Å)	I osserv.	I calcolata (Cu K α)	
0 0 3	5,80	5,80	*f*	46,7	
—	5,32	—	*d*	—	
—	5,07	—	*md*	—	
—	4,54	—	*d*	—	
—	3,91	—	*dd*	—	
—	3,36	—	*dd–*	—	
1 0 1	3,01	3,02	*md*	14,8	
0 0 6	2,89	2,90	*mf*	7,2	28,8
1 0 $\bar{2}$		2,89		21,6	
1 0 4	2,51	2,51	*ff*	98,3	
—	2,42	—	*ddd*	—	
1 0 $\bar{5}$	2,29	2,30	*dd–*	4,0	
—	2,27	—	*ddd*	—	
1 0 7	1,95	1,94	*d*	8,1	8,5
0 0 9		1,93		0,4	
1 0 $\bar{8}$	1,77	1,77	*f*	31,4	63,3
1 1 0		1,77		31,9	
1 1 3	1,69	1,69	*m*	7,2	
2 0 $\bar{1}$	—	1,53	—	1,6	
1 0 10	1,51	1,51	*m*	2,4	9,8
1 1 6		1,51		4,9	
2 0 2		1,51		2,5	
0 0 12	1,46	1,45	*d*	5,1	
2 0 $\bar{4}$	1,44	1,44	*md*	15,2	
1 0 $\bar{11}$	1,41	1,41	*dd*	3,6	
2 0 5	—	1,40	—	0,7	
1 1 9	1,31	1,31	*ddd*	0,5	2,6
2 0 $\bar{7}$		1,30		2,1	
2 0 8	1,25	1,25	*d*	9,7	
1 0 13	—	1,23	—	0,1	
0 0 15	—	1,16	—	0,8	
2 1 1	—	1,16	—	0,6	
1 0 $\bar{14}$	—	1,15	—	0,9	
2 0 $\bar{10}$	—	1,15	—	1,0	
2 1 $\bar{2}$	—	1,15	—	1,1	
1 1 12	1,12	1,12	*m*	13,4	

Abbiamo constatato come tali condizioni venissero effettivamente soddisfatte scegliendo il gruppo spaziale $P\,3_1\,12$ (o il suo enantiomorfo $P\,3_2\,12$), con opportune coordinate degli atomi, triplicando l'area di base della cella elementare precedentemente data ($a = \sqrt{3}\,a'$) e lasciando inalterata la lunghezza dell'asse c (vedi figg. 2 e 3).

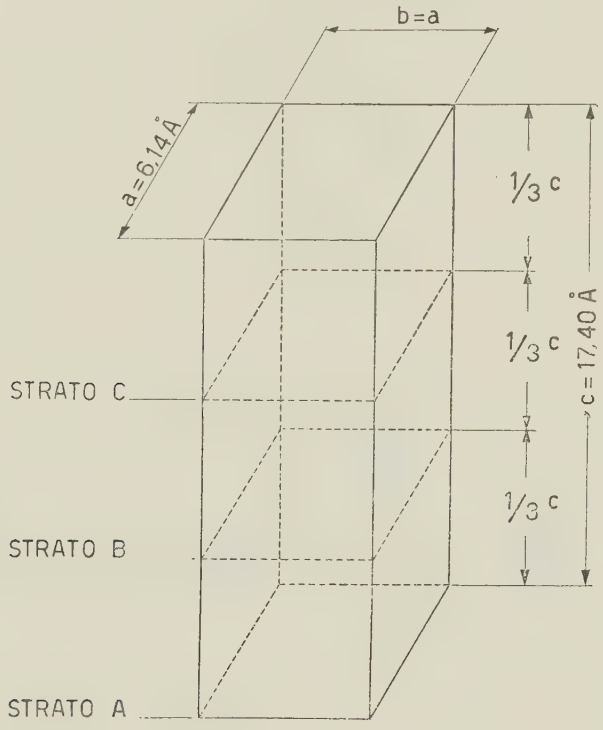


Fig. 2. – Cella elementare del $TiCl_3$–γ.

Lungo l'asse c si ripetono ordinatamente gli strati del tipo *a*), *b*), *c*), riportati in fig. 3, determinando un impacchettamento cubico compatto degli atomi di cloro.

Diamo quindi le coordinate degli atomi di cloro e di titanio:

Cl: 1° set $(6\,c)\ \frac{1}{9}\ ,\ \frac{\bar{1}}{9}\ ,\ z\ ;\ z = 0{,}254$

2° set $(6\,c)\ \frac{4}{9}\ ,\ \frac{\bar{4}}{9}\ ,\ z\ ;$

3° set $(6\,c)\ \frac{7}{9}\ ,\ \frac{\bar{7}}{9}\ ,\ z\ ;$

Ti: 1° set $(3\,a)\ \frac{1}{9}\ ,\ \frac{1}{9}\ ,\ 0\ ;$

2° set $(3\,a)\ \frac{7}{9}\ ,\ \frac{\bar{7}}{9}\ ,\ 0\ .$

$(a = 6{,}14\ \text{Å}\ ,\ c = 17{,}40\ \text{Å})\ .$

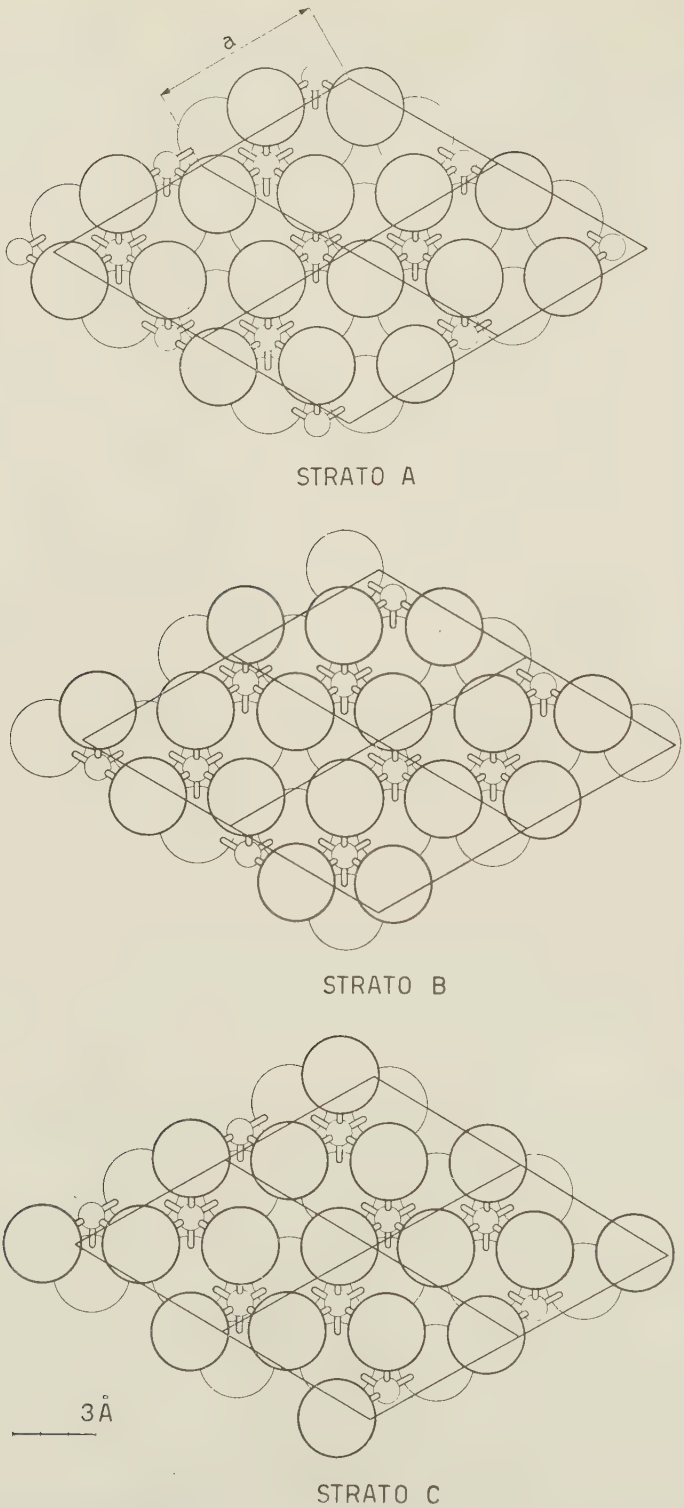


Fig. 3. – Modelli degli strati di atomi di titanio (cerchi piccoli) interposti tra strati di atomi di cloro, che si susseguono nella cella del $TiCl_3$–γ secondo lo schema di fig. 2.

Tabella II.

Indici hkl P 3_1 12 ($a = 6.14$ Å, $c = 17.40$ Å)	Ind. corr. R $\bar{3}$	d_{hkl} oss. (Å)	d_{hkl} calc. (Å)	I osserv.	I calcolata (Cu K α)	
0 0 3	0 0 3	5,80	5,80	*f*	46,7	
1 0 0	—	5,32	5,30	*d*	6,5	
1 0 1	—	5,07	5,09	*md*	11,6	
1 0 2	—	4,54	4,53	*d*	8,7	
1 0 3	—	3,91	3,92	*dd*	6,2	
1 0 4	—	3,36	3,37	*dd–*	4,1	
1 1 0	—	—	3,07	—	0,0	
1 1 $\bar{1}$	—	3,01	3,02	*md*	0,0	14,8
1 1 $\bar{1}$	1 0 1		3,02		14,8	
1 0 5	—		2,91		2,7	
0 0 6	0 0 $\bar{6}$	2,89	2,90	*mf*	7,2	31,5
1 1 2	1 0 $\bar{2}$		2,89		21,6	
1 1 $\bar{2}$	–		2,89		0,0	
1 1 3	—	—	2,71	—	0,0	
2 0 0	—	—	2,66	—	1,0	
2 0 1	—	—	2,63	—	1,9	
1 0 6	—	—	2,55	—	1,8	
2 0 2	—	—	2,53	—	1,7	
1 1 4	—	2,51	2,51	*ff*	0,0	98,3
1 1 4	1 0 4		2,51		98,3	
2 0 3	—	2,42	2,42	*ddd*	1,5	
1 1 $\bar{5}$	1 0 $\bar{5}$	2,29	2,30	*da–*	4,0	4,0
1 1 $\bar{5}$	—		2,30		0,0	
2 0 4	—	2,27	2,27	*ddd*	1,2	2,4
1 0 7	—		2,26		1,2	
2 0 5	—	—	2,11	—	1,0	
1 1 6	—	—	2,11	—	0,0	
1 0 8	—	—	2,01	—	0,8	
2 0 6	—	—	1,96	—	0,7	
1 1 $\bar{7}$	1 0 7	1,95	1,94	*d*	8,1	8,5
0 0 9	0 0 $\bar{9}$		1,93		0,4	
1 1 8	1 0 $\bar{8}$	1,77	1,77	*f*	31,4	63,3
0 3 0	1 1 0		1,77		31,9	
0 3 3	1 1 $\bar{3}$	1,69	1,69	*m*	7,2	
2 2 $\bar{1}$	2 0 1	—	1,53	—	1,6	
1 1 $\bar{10}$	1 0 10		1,51		2,4	
0 3 $\bar{6}$	1 1 6	1,51	1,51	*m*	4,9	9,8
2 2 $\bar{2}$	2 0 2		1,51		2,5	
0 0 12	0 0 12	1,46	1,45	*d*	5,1	
2 2 4	2 0 $\bar{4}$	1,44	1,44	*md*	15,2	
1 1 $\bar{11}$	1 0 $\bar{11}$	1,41	1,41	*dd*	3,6	
2 2 $\bar{5}$	2 0 5	—	1,40	—	0,7	
0 3 9	1 1 $\bar{9}$	1,31	1,31	*ddd*	0,5	2,6
2 2 $\bar{7}$	2 0 $\bar{7}$		1,30		2,1	
2 2 $\bar{8}$	2 0 8	1,25	1,25	*d*	9,7	
1 1 $\bar{13}$	1 0 13	—	1,23	—	0,1	
0 0 15	0 0 15	—	1,16	—	0,8	
1 4 $\bar{1}$	2 1 $\bar{1}$	—	1,16	—	0,6	
1 1 14	1 0 $\bar{14}$	—	1,15	—	0,9	
2 2 10	2 0 $\bar{10}$	—	1,15	—	1,0	
1 4 2	2 1 $\bar{2}$	—	1,15	—	1,1	
3 0 12	1 1 12	1,12	1,12	*m*	13,4	

La Tabella II dimostra come, con tale disposizione, tutti i riflessi, fino ai più deboli osservabili, vengano così interpretati, con buon accordo delle intensità e delle distanze reticolari.

Facciamo osservare incidentalmente che i riflessi non estinti del gruppo spaziale R $\bar{3}$, corrispondenti alla relazione tra gli indici:

$$-h + k + l = 3n \ (n \text{ intero}),$$

corrispondono, nel nuovo gruppo spaziale, ai riflessi soddisfacenti alle relazioni:

$$h - k = 3m$$

$$h + l = 3n \ (m \text{ ed } n \text{ interi}),$$

mentre tutti i riflessi dovuti alla precisazione delle posizioni degli atomi di titanio soddisfano alla relazione:

$$h - k = 3\ n \pm 1\ .$$

Si vede in tabella come per distanze d inferiori a 1,96 Å siano stati trascurati tutti i riflessi di quest'ultima classe. Abbiamo infatti potuto dimostrare, sulla base delle formule dei fattori di struttura, come tutti questi riflessi abbiano intensità sempre decrescenti proporzionalmente al quadrato dei fattori atomici, e a partire da tale distanza già trascurabili.

Si può a questo punto osservare come la sola considerazione dei riflessi con $l = 3n$ che Klemm fa per il $TiCl_3$–α [3] non possa consentirgli di scegliere, ad esempio, tra la disposizione precisa degli atomi di titanio da lui data e la disposizione statistica da noi discussa. In particolare, sempre sulla base dell'esame di questi soli riflessi, il $TiCl_3$–α di Klemm potrebbe venire a coincidere colla forma descritta da Reed e Mac Wood [2].

A proposito dei due tipi di impacchettamento, esagonale e cubico, degli atuni di cloro, si può dimostrare come il primo riflesso (in ordine di angoli 2 θ di Bragg crescenti) molto intenso a $d = 2{,}73$ Å (e corrispondente ai due riflessi sovrapposti 113 e 11$\bar{3}$, secondo il gruppo spaziale di Klemm) debba comparire in ogni composto del tipo RX_3 avente un impacchettamento esagonale compatto per gli atomi X e a strati alternati per gli R, mentre il valore della sua distanza reticolare è funzione della distanza media X–X. Analogamente, il primo riflesso molto intenso a $d = 2{,}51$ Å per il $TiCl_3$–γ, corrispondente agli indici 11$\bar{4}$ nel gruppo spaziale P 3_1 12, che comprende atomi di cloro e di titanio tutti in fase, è caratteristico di un composto RX_3 in cui all'impacchettamento cubico degli atomi X si sovrapponga un impacchettamento degli R a strati alternati e perpendicolari ad un asse ternario. Diamo qui di seguito le relazioni lineari approssimate, da noi dedotte col calcolo, tra la distanza media δ tra gli atomi X ed il valore delle distanze reticolari d per i detti riflessi corrispondenti ai due tipi di impacchettamento; esse possono costituire un criterio immediato di ricono-

scimento del tipo di impacchettamento per un composto del tipo RX_3 con reticolo a strati:

$$d_{113} = 0{,}765\ \delta$$

$$d_{11\bar{4}} = 0{,}707\ \delta\ .$$

POSSIBILI CRITERI PER IL RICONOSCIMENTO DELLE VARIE FORME DI $TiCl_3$. – Le diverse forme cristalline del $TiCl_3$ presentano un particolare interesse per la loro attività catalitica nelle polimerizzazioni stereospecifiche. Citiamo a questo proposito il diverso comportamento stereospecifico dei catalizzatori preparati dalle forme violette o a strati (α e γ) del $TiCl_3$ rispetto a quelli preparati dalla forma a fibra (forma β) nel caso della polimerizzazione del butadiene e dell'isoprene [5].

I catalizzatori preparati dalle forme α e γ presentano analogo comportamento stereospecifico e promuovono entrambi la formazione di polibutadiene cristallino a concatenamento 1–4 trans; quelli preparati dalla forma β portano invece in certe condizioni a formazione di macromolecole costituite prevalentemente da unità monomeriche 1–4 cis. Pertanto accenneremo qui rapidamente ad alcuni criteri semplici che possono essere applicati al riconoscimento, anche quantitativo, delle tre forme α, β, e γ in una loro eventuale miscela.

La riflessione a $d = 5{,}80$ Å può servire a caratterizzare la presenza tanto della forma α quanto della forma γ; in particolare il suo fattore di struttura ha un valore eguale per entrambe le forme. L'intensità di tale riflesso è pertanto proporzionale alla quantità di $TiCl_3$ presente nelle forme con reticolo a strati $(\alpha + \gamma)$.

Come criterio per stabilire la presenza della forma β, può essere usata la riga con $d = 5{,}43$ Å, caratteristica di tale forma. Qualora occorra stabilire il rapporto tra forma α e forma γ presente in un campione di $TiCl_3$ può essere utilizzata la riga a $d = 2{,}51$ Å, caratteristica della sola forma γ, e la riga a $d = 2{,}73$ Å, caratteristica della forma α in assenza della β.

Una valutazione quantitativa delle varie forme è possibile su queste basi e viene da noi effettuata correntemente per la caratterizzazione dei catalizzatori usati nelle polimerizzazioni stereospecifiche.

BIBLIOGRAFIA

[1] G. NATTA, P. CORRADINI, I. W. BASSI e L. PORRI, « Rend. Acc. Naz. Lincei » (8), *24*, 121 (1958).

[2] J. W. REED, G. E. MAC WOOD, Comunicazione tenuta al 133° Congresso di S. Francisco dell'« America Chemical Society » (13–18 aprile 1958).

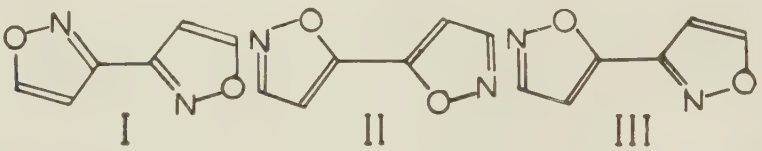
[3] W. KLEMM, E. KROSE, « Z. Anorg. Chem. », *253*, 209 (1947).

[4] *Intern. Tables for X-Ray Crystallography*, The Intern. Union of Crystallography, Birmingham (1952).

[5] G. NATTA, L. PORRI, L. FIORE, Comunicazione presentata all'VIII Congresso Naz. di Chimica, Torino, maggio 1958.

Chimica organica. — *Sul comportamento chimico dei diisossazoli* (*). Nota di Giorgio Gaudiano, Aldo Ricca e Adolfo Quilico, presentata (**) dal Socio A. Quilico.

Dei sei diisossazoli isomeri teoricamente possibili, i tre contenenti uno scheletro normale di atomi di carbonio e precisamente il *3,3'*–(I) [1], il *5,5'*–(II) [2] e il *3,5'–diisossazolo* (III) [3], sono stati recentemente sintetizzati servendosi di reazioni di validità generale che sono state applicate con successo alla sintesi di poliisossazoli lineari contenenti 3, 4 e 6 anelli isossazolici [4].



I II III

Appariva ora interessante lo studio delle loro proprietà chimiche, in particolare l'esame del loro comportamento di fronte agli alcoolati alcalini, che nel caso degli isossazoli semplici è determinato dalla posizione e dalla natura dei sostituenti [5], e nelle reazioni di sostituzione elettrofila (alogenazione, nitrazione e solfonazione). I risultati delle prove che qui riportiamo hanno confermato quanto era prevedibile, e cioè che i diisossazoli ripetono le proprietà degli isossazoli semplici monosostituiti; il loro comportamento all'etilato sodico dipende infatti in modo essenziale dalle posizioni interessate dal legame che congiunge i due nuclei, e nella bromurazione e nitrazione l'alogeno e il gruppo $—NO_2$ entrano in posizione 4, come si verifica negli isossazoli semplici [6].

Il *5,5'–diisossazolo* (II) è isomerizzato già a freddo dalla soluzione alcoolica di etilato sodico dando quantitativamente un sale bisodico incoloro (IV) derivato della forma enolica del *nitrile 3,4-dichetoadipico* (V) [7]. Lo *spettro I.R.*

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica Generale del Politecnico di Milano, Centro di Chimica Industriale del C.N.R.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) A. Quilico, G. Gaudiano e A. Ricca, « Gazz. Chim. It. », *87*, 638 (1957); G. Gaudiano e A. Ricca, « Gazz. Chim. It. », *89*, (1959).

(2) A. Quilico, G. Gaudiano e L. Merlini, « Tetrahedron », *2*, 359 (1958); P. Grünanger e E. Fabbri, questi « Rendiconti » [VIII], (1959).

(3) A. Ricca, e G. Gaudiano, questi « Rendiconti » [VIII], (1959).

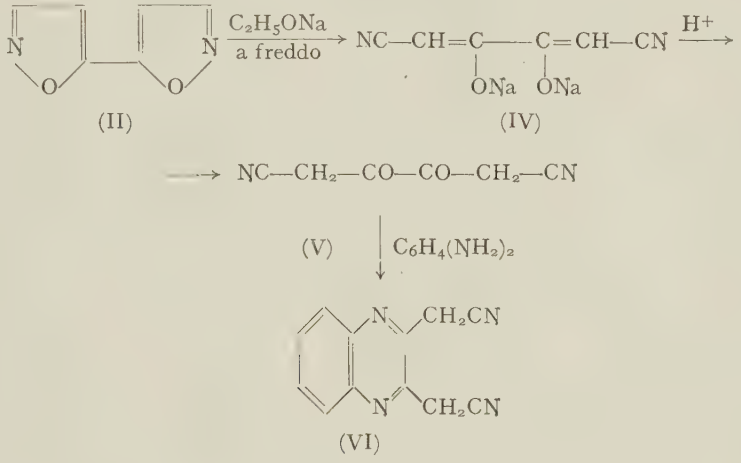
(4) G. Gaudiano, A. Quilico e A. Ricca, « Tetrahedron », (1959).

(5) A. Quilico, questi « Rendiconti » [VIII], *15*, 357 (1953).

(6) A Quilico e R. Justoni, « Rendic. Istituto Lombardo », *69*, 587 (1936); A. Quilico e C. Musante, « Gazz. Chim. It. », *71*, 327 (1941); N. K. Kochetkov e E. D. Khomutova, « Khim. Nauka i Prom. », *3*, 407 (1958).

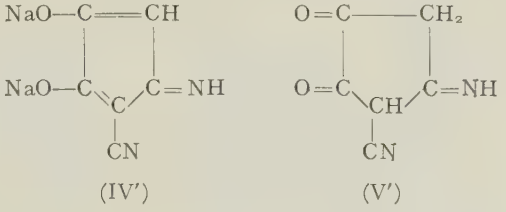
(7) A. Quilico, G. Gaudiano e L. Merlini, loc. cit.

(fig. 1) del sale anidro è in buon accordo con questa struttura presentando una banda molto intensa a 2150 cm^{-1} assegnabile al CN di un nitrile α,β insaturo coniugato e bande a 1575, 937, 814 cm^{-1} che possono essere attribuite a CH=C coniugati [8]. Per trattamento con acidi le soluzioni di (IV) virano al giallo in seguito alla formazione dell'α–dichetone (dicianacetile) (V). Questo sembra essere assai instabile e, in ambiente acido, si altera rapidamente dando prodotti di condensazione intensamente colorati in rosso e poi in bruno. Si riesce tuttavia a caratterizzare il dichetonitrile (V) operando la decomposizione del sale sodico con una soluzione acetica di o. fenilendiammina, con che si ha immediata separazione di una sostanza gialla $C_{12}H_8N_4$ alla quale spetta la costituzione (VI) di dinitrile dell'acido chinossalin–2,3–diacetico [9]



Il *3,3'–diisossazolo* (I) è stabile a freddo alla soluzione di etilato sodico; a caldo esso viene attaccato con separazione di un sale sodico non ottenibile allo stato puro, che viene decomposto dagli acidi diluiti in diacetile, CO_2 e NH_3. Ciò indica che entrambe i nuclei hanno subìto l'apertura secondo lo

(8) Anche strutture cicliche come la (IV') e (V') rispettivamente per il sale sodico e il chetonitrile libero potrebbero essere prese in considerazione



(9) È noto l'estere dietilico del corrispondente acido chinossalin–2,3–diacetico, che è anch'esso colorato in giallo. Vedi R. Thomas–Mamert e A. Striebel, « Bull. Soc. Chim. France » [3], *25*, 712 (1901).

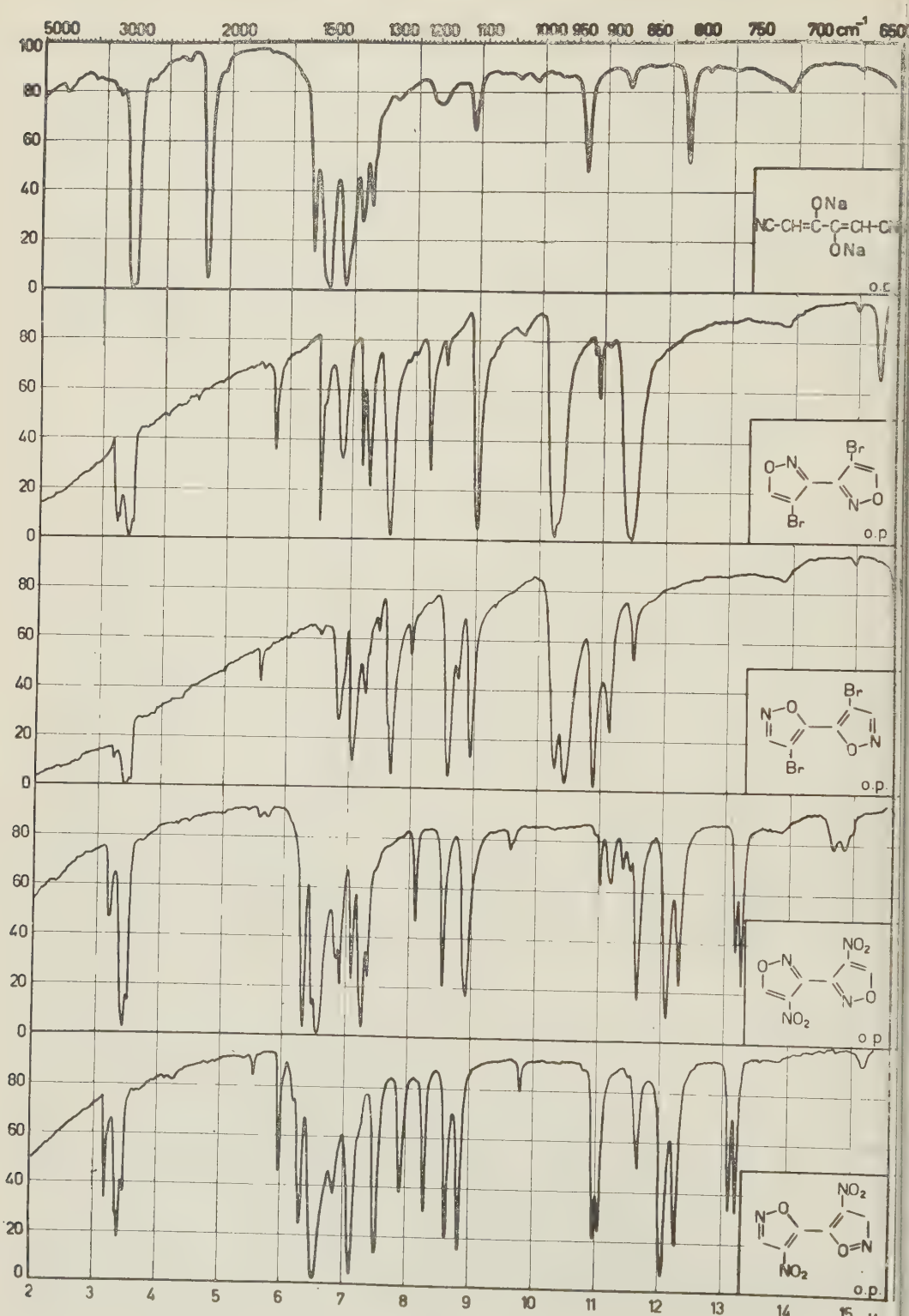
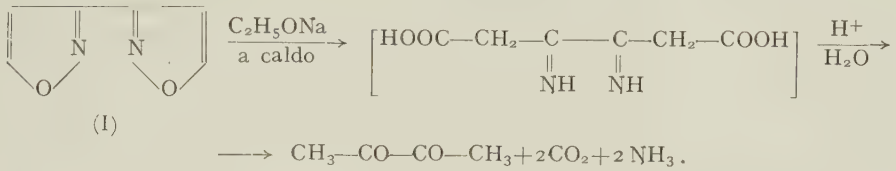
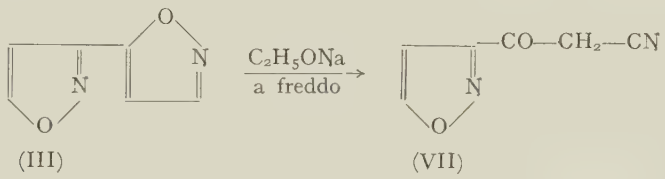

5000 3000 2000 1500 1300 1200 1100 1000 950 900 850 800 750 700 cm⁻¹ 650
100
80
60
40
20
0
ONa
NC-CH=C-C=CH-CN
ONa
o.c
Br
O-N
N-O
Br
o.p
Br
O-N
N-O
Br
o.p
NO₂
O-N
N-O
NO₂
o.p
NO₂
O-N
O=N
NO₂
o.p
2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 μ

Fig. 1.

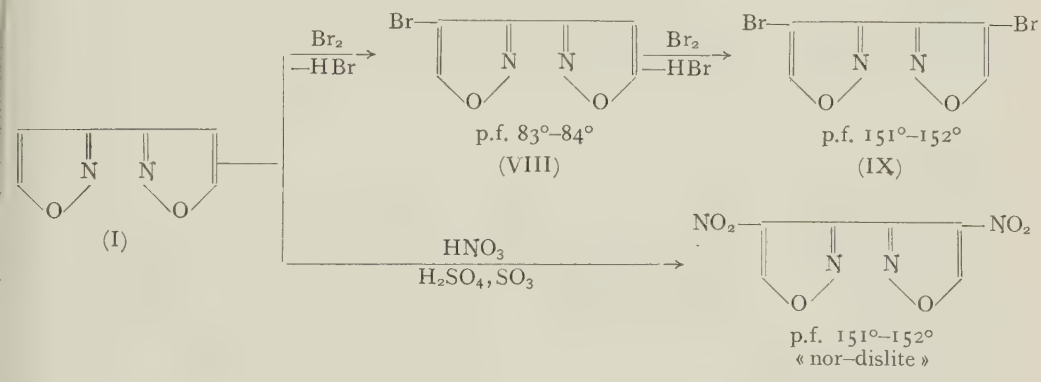
schema già da noi ritrovato per numerosi isossazoli 3–sostituiti a posizione 5 libera [5]

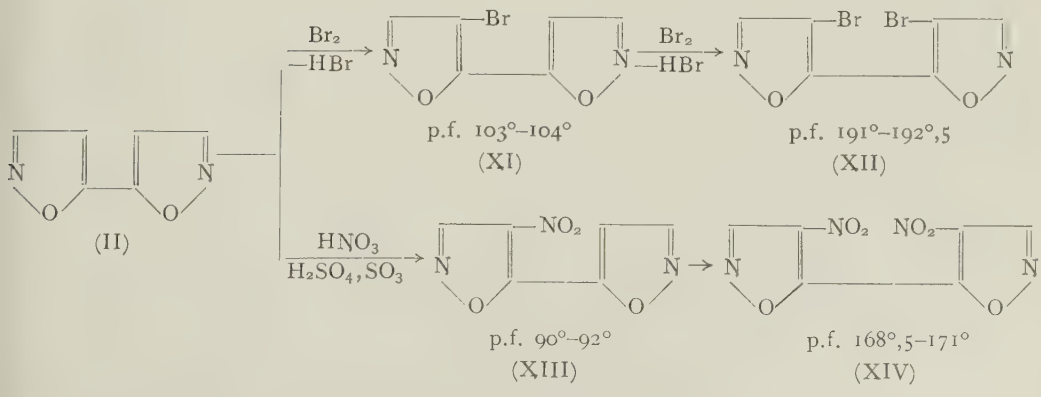


Infine il *3,5′–diisossazolo* (III), come tutti i derivati isossazolici 5–sostituiti a posizione 3 libera, passa già a freddo a 3–cianacetilisossazolo (VII) [3]



I risultati delle reazioni di sostituzione elettrofila nei due diisossazoli simmetrici sono riassunti nello schema seguente:





Il bromo reagisce a caldo anche in assenza di catalizzatori col 3,3′–diisossazolo (I) dando, a seconda del rapporto delle sostanze reagenti e delle condi-

zioni di reazione, un *4-bromo-3,3'-diisossazolo* (VIII) e un *4,4'-dibromo-3,3'-diisossazolo* (IX). Con maggiore facilità procede la bromurazione dell'isomero 5,5' (II), che porta con rese elevate a un *4-bromo-5,5'-diisossazolo* (XI) e a un *4,4'-dibromo-5,5'-diisossazolo* (XII). Tutti i bromodiisossazoli così ottenuti sono solidi cristallini. I monobromoderivati sono facilmente sublimabili nel vuoto. I derivati del 5,5'-diisossazolo fondono a temperatura più elevata dei corrispondenti derivati dell'isomero 3,3'. Gli *spettri I.R.* dei dibromoisossazoli sono riportati in fig. 1.

Notevoli difficoltà si sono incontrate nella nitrazione dei diisossazoli (I) e (II), che si è potuta realizzare con rese piuttosto scarse solo per azione prolungata di miscele solfonitriche ad alto tenore in SO_3 libera, nuova conferma dell'analogia esistente tra il sistema isossazolico e quello piridinico. Dall'isomero 3,3' abbiamo potuto ottenere solo il *4,4'-dinitro-3,3'-diisossazolo* (X) *o nor-dislite* [10], mentre il 5,5'-diisossazolo ha dato un *4-nitro* (XIII) e un *4,4'-dinitroderivato* (XIV). In fig. 1 sono riportati gli *spettri I.R.* dei due dinitrodiisossazoli. Prove di solfonazione dei diisossazoli non hanno dato per ora risultati.

Le sostanze ora descritte rappresentano utili intermedi per la preparazione di altri derivati (ammine, ossiderivati ecc.) che ci consentiranno di estendere le nostre conoscenze sulla chimica dei diisossazoli.

Parte sperimentale.

1. – *Azione dell'etilato sodico sul 3,3'-diisossazolo* (I).

Alla soluzione di etilato sodico preparata da g 0,5 di Na in 15 cm^3 di etanolo assoluto si aggiungono g 0,5 di 3,3'-diisossazolo. A freddo la dissoluzione è lenta e non si osserva alcuna reazione. Riscaldando per 1–2 minuti a lieve ebollizione il prodotto passa in soluzione con colorazione gialla e poi aranciata, e si inizia la separazione di un sale sodico. Si raffredda e si raccoglie alla pompa il sale che, lavato con alcool assoluto e seccato, si presenta come una polvere rossastra che pesa g 0,35. Il prodotto è facilmente solubile in acqua e dà con $FeCl_3$ una leggera colorazione rossastra. Per acidificazione a freddo della soluzione acquosa si separa un precipitato bruno fioccoso non purificabile, e nel liquido acido si può mettere in evidenza la presenza dello ione NH_4^+.

Per riscaldamento con acidi della soluzione acquosa del sale sodico si ha formazione immediata di *diacetile*, che è stato identificato e dosato come segue [11]. Dopo avere effettuata l'apertura a caldo con etilato sodico di g 0,5 di diisossazolo, anziché raccogliere alla pompa il sale sodico, si elimina l'alcool nel vuoto a 40°. Il residuo, ripreso con 50 cm^3 di H_2SO_4 2 N,

(10) La *dislite*, che si forma accanto all'*eulite* per azione dell'acido nitrico sull'acido citraconico, è il 4,4'-dinitro-5,5'-dimetil-3,3'-diisossazolo. Vedi R. Fusco e S. Zumin, « Gazz. Chim. It. », *76*, 223 (1946).

(11) C. B. Van Niel, « Bioch. Zeit. », *187*, 477 (1927); C. 1927 II 1984.

viene portato all'ebollizione raccogliendo il distillato in una soluzione formata da 6 cm^3 di soluzione acquosa al 20 % di $NH_3O \cdot HCl$, 12 cm^3 di acetato sodico al 20 %, e 4,5 cm^3 di $NiCl_2$ al 10 %. Il palloncino di raccolta viene quindi tappato e mantenuto per circa un'ora in un bagno a 80°. Il precipitato rosso di nichel–dimetilgliossima così separato viene raccolto su filtro, lavato con acqua bollente e seccato a 120°. Si ottengono così 90 mg di nichel–dimetilgliossima, pari al 17 % del teorico. Anche protraendo la distillazione del liquido acido non si è avuto ulteriore formazione di diacetile.

2. – *Azione del bromo sul 3,3'–diisossazolo* (I).

A) *4–Bromo–3,3'–diisossazolo* (formula VIII). In un palloncino munito di refrigerante a ricadere si pongono g 0,5 di 3,3'–diisossazolo e 0,3 cm^3 di bromo (circa 1,5 mole). A freddo non si ha reazione. Si riscalda a bagno d'olio a 100°–120° per 8 ore, quindi si sottopone la miscela di reazione a distillazione in vapore. Il 4–bromo–3,3'–diisossazolo passa in vapore con il bromo in eccesso. Dopo avere aggiunto al distillato qualche cristallo di $NaHSO_3$ si raccoglie alla pompa il prodotto che, lavato e seccato, pesa g 0,35. Resa 44 % del teorico.

Il bromoderivato, già notevolmente puro, può essere ulteriormente purificato per sublimazione nel vuoto o ricristallizzazione da esano. Sublimato forma prismi microscopici; da esano cristallizza in aghetti incolori a p.f. 83°–84°. Analisi:

	trov. %	N	12,58
per $C_6H_3BrO_2N_2$	calc.		13,03

B) *4,4'–Dibromo–3,3'–diisossazolo* (formula IX). In un palloncino munito di ricadere si introducono g 0,5 di 3,3'–diisossazolo e 1 cm^3 (circa 2,6 mole) di bromo. Si riscalda a bagno d'olio a 100°–120° per 6 ore, poi si elimina nel vuoto la maggior parte del bromo eccedente. Rimane il dibromoderivato come residuo rossastro che viene ripreso con 2–3 cm^3 di etanolo freddo che elimina le impurezze colorate, raccolto alla pompa e seccato. Resa g 0,8 (74 % del teorico) di prodotto già notevolmente puro. Ricristallizzato da alcool bollente forma minuti cristalli caratteristici a forma di lisca di pesce, che fondono a 151°–152°. Cristallizza bene anche da esano. Non è volatile in corrente di vapore. Analisi:

	trov. %	N	9,46
per $C_6H_2Br_2O_2N_2$	calc.		9,53

3. – *Azione della miscela solfonitrica sul 3,3'–diisossazolo: 4,4'–dinitro–3,3'–diisossazolo* (formula X), *nor–dislite.*

Grammi 0,5 di 3,3'–diisossazolo vengono sciolti in 3,5 cm^3 di H_2SO_4 conc. e alla soluzione si aggiungono lentamente, raffreddando con ghiaccio, cm^3 1,6 di HNO_3 fumante d. 1,52. Si lascia la miscela per quattro giorni a tempera-

tura ambiente a riparo dell'umidità, poi si aggiungono a porzioni, raffreddando con ghiaccio, g 4,5 di oleum al 40 % di SO_3. Si lascia ancora a temperatura ordinaria per dieci giorni poi si comincia a riscaldare molto lentamente, in modo da portare la temperatura del bagno a 80° nel giro di 6 ore. Dopo aver mantenuto la miscela reagente a questa temperatura ancora per 21 ore, si versa in acqua ghiacciata raccogliendo alla pompa il prodotto precipitato. Il 4,4'–dinitro–3,3'–diisossazolo così ottenuto (g 0,2 pari al 24 % del teorico) può essere purificato per sublimazione nel vuoto o per ricristallizzazione da etanolo acquoso; forma una polvere microcristallina a p.f. 151°–152°. Analisi:

	trov. %	N	24,70
per $C_6H_2O_6N_4$	calc.		24,78

Gli alcali a freddo lo disciolgono con colorazione gialla. Per lo spettro I.R. vedi fig. 1.

4. – *Azione del bromo sul 5,5'–diisossazolo* (II).

A) *4–Bromo–5,5'–disossazolo* (formula XI). In un palloncino munito di ricadere si introducono g 1,0 di 5,5'–diisossazolo e 0,6 cm^3 (circa 1,5 mole) di bromo, e il tutto viene riscaldato per 9 ore in bagno mantenuto a 85°. Eliminato nel vuoto il bromo eccedente si riprende il residuo con acqua e si raccoglie alla pompa il prodotto solido. Resa g 1,4 (87 % del teorico) di monobromoderivato già abbastanza puro, che può essere ulteriormente purificato per ricristallizzazione da acqua bollente in cui è scarsamente solubile, o da metanolo che lo scioglie facilmente anche a freddo. Forma aghi a p.f. 103°–104°, facilmente sublimabili nel vuoto. Analisi:

	trov. %	N	12,61
per $C_6H_3BrO_2N_2$	calc.		13,03

B) *4,4'–Dibromo–5,5'–diisossazolo* (formula XII). Grammi 0,5 di 5,5'–diisossazolo e 1 cm^3 (circa 2,6 mole) di bromo vengono riscaldati a ricadere in un bagno mantenuto a 80°–90° per 8 ore, e quindi a 100° per altre 2 ore. Eliminato nel vuoto il bromo in eccesso si riprende il residuo con acqua, si raccoglie alla pompa, si lava e si secca. Si ottengono così g 1,1 di 4,4'–dibromo–5,5'–diisossazolo che, ricristallizzati da acetato d'etile, forniscono g 0,85 (79 % del teorico) di prodotto puro in aghetti bianchi a p.f. 191°–192°,5. Analisi:

	trov. %	N	9,33
per $C_6H_2Br_2O_2N_2$	calc.		9,53

5. – *Azione della miscela solfonitrica sul 5,5'–diisossazolo.*

A) *4–Nitro–5,5'–diisossazolo* (formula XIII). A 2 g di 5,5'–diisossazolo contenuti in un palloncino si aggiungono, raffreddando con ghiaccio,

10 cm³ di oleum al 20 % di SO_3 e 4 cm³ di HNO_3 fumante d. 1,52. Si lascia a temperatura ambiente per una notte al riparo dell'umidità, quindi si sottopone a cauto riscaldamento a bagno d'acqua, mantenendo la temperatura tra 70° e 80°. Se quest'ultima viene superata si inizia una vivace reazione che occorre frenare immergendo il pallone in un bagno freddo. Dopo 10 ore di riscaldamento a 70°–80° si versa il tutto in acqua ghiacciata, raccogliendo alla pompa il solido precipitato, che lavato e seccato pesa g 1,0 (38 % del teorico). Il 4–nitro–5,5'–diisossazolo può essere purificato per ricristallizzazione da metanolo diluito o, più convenientemente, per sublimazione nel vuoto. Si ottiene così in minuti cristalli giallognoli assai rifrangenti a p.f. 90°–92°. Analisi:

	trov. %	N	22,95
per $C_6H_3O_4N_3$	calc.		23,20

B) *4,4'–Dinitro–5,5'–diisossazolo* (formula XIV). A g 1,0 di 5,5'–diisossazolo si aggiungono, raffreddando con ghiaccio, 7 cm³ di H_2SO_4 conc. e 3,2 cm³ di HNO_3 fumante d. 1,52. Dopo 5 giorni di permanenza a temperatura ambiente si aggiungono sotto raffreddamento 9 g di oleum al 40 % di SO_3, e il tutto viene lasciato a sé per 20 giorni, premunendosi dall'accesso di umidità. Si riscalda quindi cautamente a bagno d'acqua facendo salire in circa 6 ore la temperatura fino a 80° e mantenendola poi a questo livello per altre dodici ore. Si versa su ghiaccio tritato e si raccoglie alla pompa il 4,4'–dinitro–5,5'–diisossazolo, che lavato con acqua e seccato pesa g 0,25 (15 % del teorico). Ricristallizzato da cloroformio forma prismetti appiattiti lievemente giallognoli a p. f. 168°,5–171°. Il prodotto può essere purificato anche per sublimazione nel vuoto. Analisi:

	trov. %	N	24,64
per $C_6H_2O_6N_4$	calc.		24,78

6. – *Azione dell'o.fenilendiammina sul nitrile dichetoadipico* (V): *Dinitrile dell'acido chinossalin–2,3–diacetico* (formula VI).

Grammi 2 del sale sodico biidrato, ottenuto per trattamento con etilato sodico a freddo nel modo altre volte descritto [2] del 5,5'–diisossazolo, vengono sciolti in 50 cm³ di acqua e alla soluzione, raffreddata esternamente con acqua ghiacciata, si aggiunge 1 g di o.fenilendiammina disciolto in 10 cm³ di acido acetico. Si ha formazione quasi immediata di un precipitato arancione che viene raccolto alla pompa e lavato con acqua. Seccato pesa g 0,7. Il prodotto cristallizza da etanolo o da acetato d'etile in aghetti giallo–bruni a p.f. 193° con decomposizione. Esso è insolubile in alcali e in acidi. Analisi:

	trov. %	N	26,90
per $C_{12}H_8N_4$	calc.		26,91

Geologia. — *Nuove osservazioni sulla serie basale della zona meridionale del sistema vulcanico atesino.* Nota (*) del Corrisp. Ciro Andreatta.

Più di trent'anni fa pubblicavo un primo lavoro (Andreatta 1928) con osservazioni sul terreno e sopra materiale raccolto nella regione dei Laghi d'Aje nel Lagorai ancora nel 1926. Pure essendomi occupato anche successivamente dello studio dei prodotti del sistema vulcanico atesino, solo nel 1949 presentai a questa Accademia due Note sopra le alternanze di lave e tufi che formano la parte basale del sistema vulcanico nella zona meridionale dell'Altipiano di Pinè (Andreatta 1949 *a*, 1949 *b*). Negli ultimi quindici anni mi sono dedicato particolarmente a ricerche di dettaglio in molte regioni della piattaforma vulcanica, dalla zona del M. Luco alla conca di Merano, alla Val Sarentino, alla zona di Caldaro–Appiano, ecc., soffermandomi più dettagliatamente nell'Altipiano di Pinè dove la serie di vulcaniti appare in una estensione « stratigrafica » veramente eccezionale.

In tale maniera ho potuto preparare una carta geologica al 25.000 dell'intero Altipiano di Pinè e regioni contigue, carta che è in via di pubblicazione a cura del Centro di Studio per la Petrotettonica del C.N.R. e che dovrebbe servire alle escursioni nella regione programmate per il maggio prossimo dalla « Geologische Vereinigung » per illustrare l'argomento « Vulcanismo permico ». Al Congresso di Karlsruhe che la stessa società dedicò nel marzo 1958 all'argomento, ho presentato su invito del Presidente una comunicazione sulla successione delle attività magmatiche nel grande sistema vulcanico, riassumendo brevemente alcuni dei più importanti risultati da me conseguiti nello studio del complesso stesso, particolarmente nelle zone meridionali (Andreatta 1958). In tale comunicazione anticipavo anche alcune conclusioni che saranno ampiamente documentate in una Memoria che ho in preparazione per illustrare la carta geologica al 25.000 dello stesso altipiano.

La presente Nota si riferisce ad alcuni problemi limitati che saranno pure trattati nella Memoria in via di preparazione, perché ritengo che le relative conclusioni siano anticipate per prendere posizione di fronte ad un lavoro recentemente comparso. Inoltre, è opportuno che tali conclusioni risultino in questa sede come parziale precisazione di quanto ho esposto nella prima Nota del 1949 (*a*). Infatti, lo studio di dettaglio sul terreno, seguendo minutamente le variazioni di caratteristiche petrografiche, accompagnato dallo studio microscopico di molte sezioni sottili, mi ha permesso gradualmente di precisare che una parte delle rocce aventi aspetto di tufi normali,

(*) Presentata nella seduta del 14 febbraio 1959.

e da me segnalati come tali nel testo della Nota citata e illustrati nelle sezioni (Andreatta, *a*, p. 567), sono da riferire piuttosto a lave molto tufacee di vario tipo, colore ed aspetto, aventi chimismo pure discretamente variabile, dal tonalitico e quarzodioritico fino addirittura al granitico.

La distinzione netta e assoluta fra rocce piroclastiche e lave si è dimostrata, nel sistema vulcanico in parola, spesso ardua e talora impossibile, trovandosi in realtà lave talmente ricche di inclusi e di detriti vari da apparire come tufi veri e propri, ma che sfumano gradualmente verso lave meno ricche di inclusi nelle quali è possibile osservare un fondo di roccia effusiva, oppure che semplicemente contengono chiazze e parti irregolari povere di inclusi.

L'osservazione della serie basale delle vulcaniti della zona meridionale dell'Altipiano di Pinè ha dimostrato una tale complicazione da obbligarmi a ricerche di dettaglio estremo sul terreno fino a costringermi a rilevare aree relativamente vaste quasi metro per metro, nelle parti scoperte dalla fitta vegetazione forestale. Mi sono così convinto che la serie basale accennata risulta costituita, almeno parzialmente, da una intricata associazione di colate laviche e di coltri tufacee evidentemente provenienti da apparati vulcanici distinti, spesso le une intimamente compenetrate con le altre, tanto da non permettere la loro distinzione cartografica.

Dal complesso delle mie ricerche si può ammettere che tutte o quasi tutte le lave meno basiche siano variamente tufacee per evidente inglobamento di ingenti quantità di detriti vari; tale inglobamento è esteso talvolta ad intere colate. A loro volta, molte coltri tufacee contengono limitate parti o lenti di lave, più o meno tufacee, che non si possono riferire a semplici blocchi. Le lave più basiche, vere porfiriti nerastre a chimismo che va dal tonalitico fino al gabbrodioritico, sono meno ricche di inclusi, pure non essendone mai prive.

A proposito della attribuzione a tufi o a lave tufacee di alcuni termini della serie basale del sistema vulcanico atesino, ritengo di dovere dare le seguenti precisazioni relative alla scarpata dell'Altipiano di Pinè verso Pergine e verso Madrano: nella sezione da Brazzaniga al Castelliere, sopra le filladi giacciono porfiriti nerastre per uno spessore molto limitato, seguite verso l'alto da un serie di porfidi quarziferi alternati a tufi e poi di porfiriti quarzifere fino quasi alla cima di q. 850; la massa di queste vulcaniti dimostra frequentemente una distinta tessitura tufacea ed una stratificazione più o meno accentuata. A nord del Lago di Canzolino i tufi normali, alternati con colate di porfiriti basiche e di tufi fini, passano nella parte più alta ad analoghe lave tufacee. Alla Rupe del Preuner, pure essendovi tufi nella parte sommitale, si può ammettere che la scarpata nei roccioni più ripidi sia formata da lave tufacee giacenti sopra le lave porfiritiche nerastre e sopra i tufi conglomeratici a bombe, basali.

Inoltre aggiungo che la parte meridionale dell'Altipiano di Pinè risulta, alla luce delle ultime mie ricerche alle quali mi riferisco, prevalentemente costituita da vari tipi di lave tufacee della serie basale, anziché da tufi normali.

Le osservazioni più importanti che intendo porre in rilievo in questa Nota si riferiscono, però, ad un recente lavoro di Mittempergher comparso col titolo: *La serie effusiva paleozoica del Trentino–Alto Adige, I contributo* (1958) basato esclusivamente sopra la sezione da Ponte Gardena a Castelrotto, cioè all'estremità opposta della piattaforma vulcanica rispetto all'Altipiano di Pinè.

Benché l'autore avverta nella parte introduttiva che ha preferito « iniziare con uno studio sistematico basato su una unica serie verticale, la più completa possibile » (p. 65), appare evidente al lettore la tendenza a generalizzare le conclusioni alle quali è giunto con detto studio limitato ad una sola serie strettamente localizzata e priva di una documentazione cartografica. Non si potrebbero altrimenti intendere conclusioni quali « Le manifestazioni effusive iniziarono con un magma già fortemente sintettico (trachiandesiti) e notevolmente gassato » (p. 124) e « Questo primo vulcanesimo si è sviluppato nel corso del sollevamento post–orogenetico dai cui motivi tettonici è stato appunto condizionato » (p. 127); tali generalizzazioni appaiono evidenti anche leggendo le induzioni sull'origine del magma e tutto il testo della parte conclusiva, che porta sottotitoli quali « Evoluzioni delle vulcaniti atesine » e « Caratteri ed età del vulcanesimo ».

In varie parti del suo lavoro Mittempergher descrive in dettaglio e ricorda conclusivamente che le manifestazioni vulcaniche si sono iniziate con tufi e lave di tipo trachiandesitico e che invece « I tufi delle effusioni intermedie appartengono già a tipi quarzo–latitici, nonostante risultino intercalati alle colate trachiandesitiche » (p. 122).

A parte la questione della nomenclatura petrografica usata da Mittempergher, che sarà discussa in altra sede, devo qui notare che mi trovano dissenziente le generalizzazioni dello stesso autore, in particolare per quanto riguarda due argomenti.

Anzitutto *il chimismo dei prodotti delle manifestazioni vulcaniche iniziali, che costituiscono la serie basale del grande complesso, presenta variazioni non soltanto in senso verticale*, direi stratigrafico col significato specificato da Mittempergher nella parte conclusiva del suo lavoro e schematizzato nella « sezione stratigrafica » di p. 123, ma anche in senso laterale. Analoga modalità di variazione si può notare anche nei tipi di rocce prodotte dalle diverse successive manifestazioni vulcaniche. Cosicché in un determinato livello, precisato sulla base dei dati a disposizione per ora solo per le estreme propaggini meridionali del sistema vulcanico, si possono trovare i più diversi prodotti aventi varia composizione, come esemplificherò in seguito.

In secondo luogo, conseguenza parziale delle stessa constatazione precedente, le mie ricerche hanno confermato che *il chimismo dei prodotti costituenti la serie basale presenta limiti estremi di variazione più ampi* di quanto ha potuto dimostrare Mittempergher e soprattutto molto più vasti di quanto egli ammetta nella sua trattazione conclusiva, che si riferisce soltanto a lave e tufi trachiandesitici ed a tufi quarzo–latitici.

Le affermazioni conclusive di Mittempergher, non solo risultano insufficienti e male applicabili nelle regioni meridionali del complesso vulcanico, ma sono persino in contraddizione con le analisi chimiche che egli stesso riporta: infatti, classifica le tre lave ed i due tufi della prima serie basale come riodatici (tre rocce), daciti (una roccia) e trachiandesiti (una roccia) sulla base della classificazione proposta da Rittman, ma aggiunge che « se si suppone per queste facies litologiche un contenuto maggiore di alcali, si rientra pienamente nel campo delle trachiandesiti » (p. 107). Dai confronti con tipi stabiliti da Niggli, sulla base dei corrispondenti parametri, risulta allo stesso Mittempergher che le cinque rocce hanno chimismo fra il granitico normale, il granitico adamellitico ed il tonalitico (p. 106). Si noti che l'attribuzione agli accennati tipi magmatici di Niggli è stata fatta malgrado che i valori di *alc* siano quasi sempre nettamente inferiori alle medie dei tipi Niggli ed i valori di *c* siano pure spesso inferiori agli stessi tipi; tale attribuzione è giustificata tenendo conto del notevole dilavamento di sodio ed in parte di calcio subito dalle rocce. Ciò nonostante, Mittimpergher parla sempre di prodotti trachiandesitici, di vulcanesimo trachiandesitico e di magma trachiandesitico.

Per i tufi della seconda serie basale definita quarzo–latitica, la classificazione Niggli porterebbe a tipi francamente granitici (due adamellitici, due tasnagranitici ed uno granitico normale) o granitici alcalini (uno rapakiwitico); ma nella classificazione di Rittman i tufi stessi risultano tutti a chimismo di quarzo–latiti, tranne uno che è classificato riodacitico [1]. Secondo le definizioni originali le latiti dovrebbero essere i corrispondenti effusivi delle monzoniti e le quarzo–latiti delle quarzo–monzoniti. È ben vero che per Johannsen (1949) le quarzo–monzoniti corrisponderebbero alle adamelliti, ma il tipo magmatico adamellitico di Niggli è notevolmente diverso dai tipi classificati nella famiglia delle monzoniti; d'altra parte l'originaria quarzo–monzonite del M. Mulat (Trentino) è ben diversa da quanto si intende ora per adamellite.

Ritengo inutile e fuori luogo addentrarmi in discussioni riguardanti la complicata e spesso contradditoria nomenclatura petrografica. Tuttavia mi sembra improprio usare un nome che si riferisce ad una precisa zona (Lazio) con lave recenti di tipo ben conosciuto e definito, per alcuni prodotti delle manifestazioni paleovulcaniche atesine per i quali si usano da secoli i nomi di porfidi e di porfiriti.

Contrariamente agli schemi di susseguirsi di manifestazioni vulcaniche con espandimenti pressoché orizzontali e di evoluzioni magmatiche esposti da Mittempergher, nei lembi meridionali del grande sistema vulcanico ho potuto riconfermare in pieno il motivo già da me enunciato nel 1949 (Andreatta, *a*, p. 566) con la frase: « nella parte meridionale dell'altipiano di Pinè la massa dei cosiddetti " porfidi di Calamento " è in realtà costituita in assoluta prevalenza da alternanze di tufi e di porfiriti. Solo in qualche zona molto

(1) Uno strano risultato della classificazione adottata da Mittempergher è offerto dal tufo 32 che ha chimismo adamellitico (Niggli) ed è denominato rioadacite labradoritica esattamente come la lava 15 della prima serie che risulta con chimismo tonalitico (Niggli).

limitata affiorano rocce che pare si possano attribuire a schietti porfidi quarziferi: presso la chiesa di S. Caterina, nel burrone del torrente a NE di Nogarè ed in due punti del solco vallivo del Rio Negro ».

Le ricerche sul terreno condotte successivamente al 1949 mi hanno permesso di riconoscere altri lembi minori e chiazze anche abbastanza vaste di rocce riferibili o quasi a porfidi quarziferi ed a relativi tufi. Sottili lembi ho potuto notare entro le porfiriti quarzifere del Pùstel, nei tufi del Dos della Rocca e del Bus, ecc. Una chiazza relativamente vasta di tali porfidi quarziferi contenenti lenti di tufi si trova a nord di Brazzaniga e di Serso, a formare la parte più profonda del solco vallivo del Rio Negro, i bassi versanti sud–occidentali della collina di q. 968, le intere due colline di q. 729 e a nord di questa e buona parte della collina di q. 710 con prolungamento lungo la costiera a vigneti a oriente di Pissol, come si può vedere nella figura.

In particolare è da rilevare la posizione di questa chiazza maggiore: verso Brazzaniga le rocce poggiano direttamente sulle filladi quarzifere oppure sopra una colata di porfiriti nerastre dello spessore di soli pochi metri. Verso sud le stesse porfiriti presentano maggiore potenza e giacciono visibilmente sempre sotto i porfidi con lenti di tufi. Interessante è la giacitura di queste ultime rocce subito a nord di Serso, in quanto esse risultano sottostanti ad altre colate di porfiriti eguali a quelle precedentemente citate. Queste condizioni attestano che la chiazza di porfidi e tufi forma una specie di massa lenticolare irregolare compresa fra colate di porfiriti inferiori oppure fra il basamento filladico e le colate di porfiriti superiori.

Il chimismo delle lave di questa chiazza è schiettamente granitico, sempre con impoverimento di Na, e quello dei lembi tufacei in essa contenuti risulta piuttosto tendente al leucogranitico con ancora maggiore impoverimento di Na; è evidente che le rocce di questa chiazza vanno classificate come veri porfidi quarziferi e relativi tufi.

I passaggi fra il complesso porfidi–tufi e le porfiriti di letto e di tetto sono sempre sfumati e fanno pensare spesso ad una vera graduale differenziazione sialica in seno alle porfiriti. Analoghi passaggi sfumati si notano anche e costantemente fra i porfidi quarziferi ed i loro tufi, per cui sembra di potere interpretare tali passaggi graduali come dovuti ad impregnazioni di materiale magmatico fluido entro bancate e coltri di tufi, come già ammisi, per altra zona, nel 1949: « i tufi si dimostrano induriti e particolarmente permeati da soluzioni magmatiche in vicinanza delle porfiriti » (Andreatta, 1949, *b*, p. 38). Poiché mi pare molto improbabile che possa avvenire una differenziazione in condizioni effusivo–esplosive, quali sono testimoniate dalle alternanze lenticolari e limitate di tufi nei porfidi nella chiazza a nord di Brazzaniga–Serso, non resterebbe che ammettere che anche i passaggi graduali fra le colate di porfiriti di letto e di tetto e la lente di porfidi–tufi siano dovuti a processi di ricottura, rifusione e lenta omogeneizzazione ai limiti fra le colate laviche di diversa composizione, in parte ad opera di soluzioni. A meno chè non si voglia ammettere un'emissione contemporanea e così localizzata di lave già fortemente differenziate.

Ben più importante è lo sviluppo di vere coltri di tufi nel versante ad oriente di Pissol, attorno al villaggio di Bus e dal Rentel verso la Rocca: tali tufi sono esclusivamente di porfidi quarziferi, con chimismi genericamente granitici, tutti notevolmente impoveriti di Na. Entro questi tufi di porfidi sono contenuti frequenti detriti di una roccia di colore rosso vivo, compattissima, a grana minuta felsitica, che risulta essere porfido quarzifero molto tufaceo più acido dei porfidi della chiazza sopra ricordata e dei tufi contenenti; il chimismo di questi brandelli rossi è della famiglia leucogranitica, dimostrando che si sono avute manifestazioni iniziali di lave acidissime, di tipo aplitico. Negli stessi tufi di porfidi quarziferi e nelle lave tufacee ancora più acide rappresentate dai detriti rossi, sono contenuti frammenti di filladi quarzifere in vario stadio di trasformazione per vero metamorfismo di contatto di non alta temperatura. Molti detriti di filladi si presentano intensamente ematitizzati in fasi tardive, tanto da apparire pure essi di colore rosso.

Sui versanti a vigneti a nord del Lago di Canzolino e ad oriente di Pissol, data la imponente copertura di detriti di falda, non è possibile osservare se sotto le coltri tufacee di cui sopra esistano colate di porfiriti. Invece, nelle alture a nord e a nord–est di Madrano si possono osservare, sotto i tufi, colate di porfiriti di vario tipo, talora con intercalazioni lenticolari di tufi di porfidi quarziferi, e, alla base sopra le filladi, potenti banchi di tufi conglomeratici a bombe di porfiriti.

Sopra la serie di tufi di porfidi di questi versanti della scarpata dell'Altipiano di Pinè, dalla Rocca al Riposo, si ripresentano le colate di porfiriti di tipo vario, alternate con piccole lenti di tufi di porfidi quarziferi e di tufi conglomeratici a bombe, di porfiriti; questi ultimi vengono poi a costituire ampie coperture nella zona di Montagnaga e del Monumento alla Comparsa e nell'altipiano di Lavarost.

Dunque, si può dire sommariamente che anche le vaste coltri di tufi di porfidi quarziferi sono intercalate nelle colate di porfiriti della serie di base del complesso vulcanico, ripetendo il motivo della chiazza di porfidi quarziferi e tufi a nord di Brazzaniga e di Serso.

Il chimismo delle porfiriti che comprendono le masse di prodotti acidi oscilla dal granodioritico al quarzodioritico (tipi verdastri, violacei e grigi) al tonalitico ed al gabbrodioritico, con tendenze varie al leucogabbroide (tipi nerastri). È qui da notare che le porfiriti nerastre aventi questi chimismi più basici si sviluppano in superficie molto più ampiamente nel massiccio di Costalta, dove formano un complesso che pare raggiunga circa i 400–500 m di potenza. Fra Serso ed il M. Calvo la serie di colate delle varie porfiriti che contengono la chiazza lenticolare di porfidi quarziferi–tufi ed altri lembi minori di tufi quarziferi, raggiunge potenza ancora più alta, come sembra essere fra Valle (Nogarè) e la dorsale M. Calvo–Brada.

Da questa breve esposizione di dati rilevati con l'osservazione diretta e con le analisi chimiche risulta che nella scarpata meridionale dell'Altipiano di Pinè la serie basale del complesso vulcanico presenta le caratteristiche che sono esposte di seguito.

1. *Alternanze locali in senso verticale di prodotti (lave e tufi) aventi chimismo molto variabile secondo la serie schematica seguente: sopra le filladi si notano limitate colate di porfiriti basiche, indi un complesso di porfidi quarziferi con intercalazioni di tufi dello stesso chimismo e di tufi di porfidi quarziferi con limitate lenti di porfidi. Superiormente seguono ancora porfiriti di chimismo vario dal mesosilicico al basico, con intercalazioni di tufi di diverso tipo e, infine, coperture di tufi conglomeratici di porfiriti a bombe. Questi ultimi si possono trovare pure alla base, poggiati direttamente sulle filladi.*

2. *Il chimismo di questa serie è molto più variabile di quanto ha potuto notare Mittempergher nella sezione da Ponte Gardena a Castelrotto, precisamente va da tipi leucogranitici degli inclusi rossi nei tufi di porfidi* (si *circa 400*), *al granitico dei porfidi e dei loro tufi* (si *circa 300*) *e infine nelle porfiriti, passando attraverso i tipi quarzodioritici, tonalitici e dioritici, può arrivare al gabbrodioritico o al leucogabbroide* (si *da 150 a 160*).

3. *Le variazioni di chimismo secondo tali termini si possono notare anche lateralmente, orizzontalmente, escludendo che la serie basale del complesso vulcanico atesino possa essere costituita da una sola « serie stratigrafica », confermando la caotica costruzione della serie basale stessa, formata probabilmente da moltissime colate di lave e coltri di tufi riferibili ad un notevole numero di apparati vulcanici distinti.*

4. *In senso generale non si può parlare di una regolare « evoluzione » di un supposto magma unico che diede origine alle varie colate di lave e coperture di tufi della serie basale locale, in quanto si notano successioni di prodotti basici, acidi e nuovamente basici e mesosilicici, benché questi due ultimi tipi siano in generale i prevalenti. Il fatto è legato, evidentemente, ad una differenziazione magmatica non unitaria per tutto il sistema basale del complesso vulcanico atesino, ma particolare per ogni gruppo di apparati vulcanici.*

5. *Come ho esposto nella comunicazione tenuta a Karlsruhe in occasione della riunione della Geologische Vereinigung nel marzo 1958, le variazioni locali di chimismo e le differenziazioni trovano posto, però, in un quadro generale di consanguineità magmatica alcali–calcica del complesso.*

Bibliografia.

C. Andreatta, 1928, *Di un'interessante roccia filoniana dei Laghi d'Aje nel Lagorai (Trentino)*, « Studi Trentini di Sc. Nat. », 9, 173–184.

C. Andreatta, 1949, *a*, *Rapporti fra colate laviche e coperture di tufi in una zona meridionale del sistema dei porfidi atesini (altipiano di Pinè)*, « Rend. Acc. Naz. Linc. », Cl. Sc. Fis., VI, 563–569.

C. Andreatta, 1949, *b*, *Le coltri di tufi del sistema porfirico dell'altipiano meridionale di Pinè*, « Rend. Acc. Naz. Linc. », Cl. Sc. Fis., VII, 37–42.

C. Andreatta, 1958, *Aufeinanderfolge der magmatischen Taetigkeiten im groessten permisch–vulkanischen Schild der Alpen*. In corso di stampa in « Geologische Rundschau ».

A. Johannsen, 1949, *A descriptive Petrography of the igneous Rocks*. 3ª Ed., Chicago 1949.

M. Mittempergher, 1958, *La serie effusiva paleozoica del Trentino–Alto Adige. I Contributo*. Comitato Nazionale per le Ricerche Nucleari, « Studi e Ricerche della Divisione Geomineraria », I, 61–145.

Biochimica. — *Ricerche sulle relazioni tra proprietà molecolari e funzionali della emoglobina* (*). Nota di Alessandro Rossi Fanelli, Eraldo Antonini e Antonio Caputo presentata (**) dal Corrisp. A. Rossi Fanelli.

Nonostante l'enorme mole di lavoro svolto sulle proprietà funzionali e sulle caratteristiche molecolari della emoglobina (Hb), il meccanismo della reazione di ossigenazione di questo pigmento non è ancora chiarito, così come incerta è ancora l'interpretazione della caratteristica forma sigmoide della curva di equilibrio tra emoglobina ed ossigeno. Comunque, oggi si ammette che la forma della curva sia in relazione alla presenza di quattro emi nella molecola e alla formazione di composti intermedii di ossigenazione, e che nel corso della reazione di ossigenazione si creino interazioni tra i quattro emi [1, 2].

Gli indirizzi di ricerca attualmente più seguiti tendono, da una parte, a determinare quanto più accuratamente possibile le costanti di equilibrio corrispondenti alla successiva ossigenazione dei quattro emi [3], e, dall'altra, a studiare il meccanismo dell'interazione fra questi. Per quanto riguarda quest'ultimo, un'ipotesi interessante è stata formulata da Wyman [1] studiando l'equilibrio con l'ossigeno dell'Hb di cavallo in soluzioni di urea concentrata ($\sim$ 4,5 M). In queste condizioni la molecola dell'emoglobina di questo animale viene scissa in due metà; contemporaneamente si verifica una modificazione della curva di equilibrio con l'ossigeno con un aumento dell'affinità per l'ossigeno e una diminuzione di n (1) fino a 1,8, valore questo corrispondente alla interazione massima tra due emi. Imputando le alterazioni dell'equilibrio in urea come dovute unicamente alla rottura della molecola in due metà, dedotta dal peso molecolare, Wyman ammette che l'interazione nella molecola dell'emoglobina avvenga « a paia », con forte interazione fra gli emi contigui situati nella stessa coppia e con interazione debole tra gli emi di una coppia e quelli dell'altra.

Nel quadro generale delle nostre ricerche sulla struttura della emoglobina [4, 5] e sul meccanismo dell'interazione fra gli emi [6, 7, 8] abbiamo studiato l'equilibrio con l'ossigeno della emoglobina umana e di cavallo in

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica Biologica della Università e nell'Istituto « Regina Elena » per lo studio e la cura dei tumori, Roma.

(**) Nella seduta del 10 gennaio 1959.

(1) Il valore di n si riferisce alla equazione empirica di Hill

$$Y = \frac{K\,(pO_2)^n}{1 + (K\,pO_2)^n}\,.$$

Questa equazione pur essendo priva di un reale significato fisico diretto è utile per descrivere il carattere più o meno sigmoide della curva di ossigenazione.

presenza di soluzioni saline concentrate e di urea. Abbiamo scelto queste condizioni sperimentali perché i due pigmenti in tali condizioni si comportano in maniera differente; così mentre la Hb di cavallo si dissocia in due sub-unità sia in soluzioni concentrate di sali [9] sia di urea [10], l'Hb umana si dissocia in soluzione di sali concentrati [9] ma resta indissociata in soluzioni di urea anche concentrata [11, 12]. Tali condizioni pertanto offrono la possibilità di studiare i rapporti tra grandezza molecolare e proprietà funzionali di questo pigmento.

L'emoglobina è stata preparata da sangue prelevato di fresco: gli eritrociti, lavati ripetutamente con una soluzione di NaCl all'1 %, venivano emolizzati con acqua. L'emolizzato veniva centrifugato a 20.000 g.p.m. e poi dializzato per 48 h contro acqua deionizzata. Le curve di equilibrio con l'ossigeno sono state determinate con il metodo spettrofotometrico altrove descritto [13]. Il peso molecolare è stato determinato sulla base della sedimentazione e della diffusione. Le prove di ultracentrifugazione sono state eseguite con Ultracentrifuga Spinco alla velocità di 59.780 g.p.m.; le prove di diffusione sono state eseguite con l'apparecchio di elettroforesi Klett, impiegando la cella per diffusione di Neurath.

La fig. 1 mostra le curve di equilibrio dell'emoglobina umana in presenza di tampone di fosfati 0,3 M, a pH 7 a 20° C, da solo e con l'aggiunta di NaCl o KCl fino a raggiungere una concentrazione finale di 2 M. Dai dati ripor-

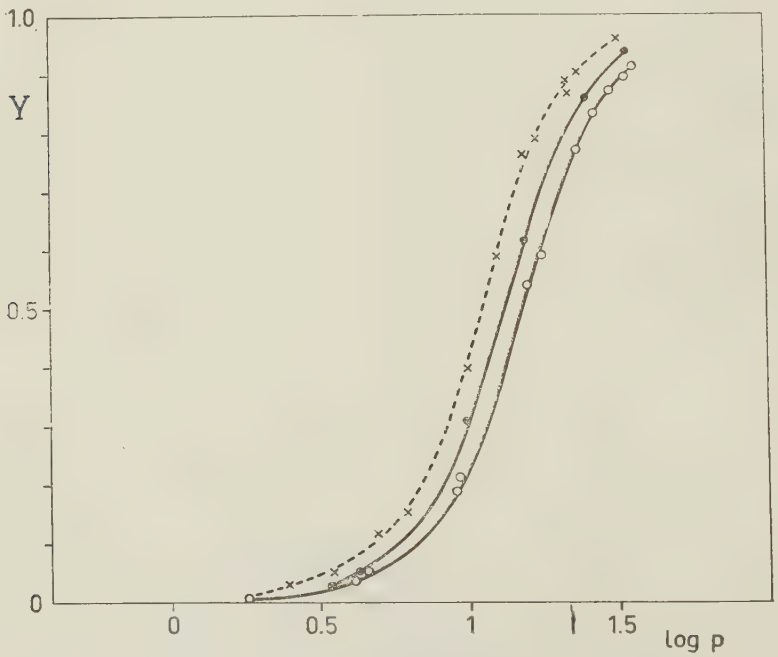


Fig. 1 – Equilibrio con l'ossigeno della Hb umana in tampone di fosfati 0,3 M pH 7 (×); in tampone di fosfati 0,3 M pH 7 + NaCl 2 M (●); in tampone di fosfati 0,3 M pH 7 + KCl 2 M (○). Hb 2,5 × 10−4 M (come Fe); 20°C.

tati nella fig. 1 risulta che l'emoglobina umana non mostra modificazioni della curva di dissociazione nel senso di una diminuzione della interazione; il valore di n infatti è risultato di 2,9 in presenza di soli fosfati e di circa 3,0 dopo l'aggiunta di NaCl e KCl.

In tali condizioni le molecole di emoglobina umana si rompono in sub-unità come è stato accertato con determinazioni di peso molecolare calcolato sulla base della costante di sedimentazione e diffusione: risultati analoghi per la Hb umana e di cavallo erano stati ottenuti con tecniche differenti anche da altri Autori.

Tabella I.

Equilibrio con l'ossigeno della Hb *umana e di cavallo in urea concentrata.*

Hb $2{,}5 \times 10^{-4}$ M (come Fe) in tampone di fosfati 0,3 M; pH 7,1; 20° C

Hb umana			Hb cavallo		
Concentrazione urea (moli/litro)	log $P\frac{1}{2}$	n	Concentrazione urea (moli/litro)	log $P\frac{1}{2}$	n
0	1,01	2,9	0	1,04	2,9
1,25	0,70	2,8	2,5	0,54	2,5
2,5	0,54	2,5	5,0	0,15	1,9
5,0	0,12	1,9	6,5	— 0,27	1,2
6,5	— 0,24	1,3			

Nella Tabella I riportiamo i dati per l'equilibrio con l'ossigeno dell'emoglobina umana e di cavallo in soluzioni concentrate di urea. Da essa si osserva che i due pigmenti in queste condizioni si comportano in maniera identitica per concentrazioni di urea intorno a 5 M con un valore di $n = 1{,}7$–$1{,}8$ e questo malgrado che il peso molecolare della Hb umana rimanga inalterato, e quello della Hb di cavallo si abbassi.

Queste osservazioni autorizzano ad ammettere che l'effetto dell'urea sull'equilibrio con l'ossigeno è indipendente dall'azione di questa sostanza sul peso molecolare e dalla scissione della molecola in due sub–unità.

Inoltre i dati della Tabella I dimostrano che il valore di n diminuisce progressivamente in funzione della concentrazione di urea, giungendo a valori di 1,3–1,2 per soluzioni di urea a concentrazione superiore a 6 M.

Ora Steinhardt [10] ha dimostrato per l'Hb di cavallo che la scissione in due sub–unità è già completa in urea 4 molare e che l'aumento della concentrazione di urea non comporta ulteriori modificazioni delle caratteristiche molecolari.

Pertanto se il valore di $n = 1{,}8$ in urea 4,5 M fosse l'espressione della forte interazione fra gli emi di ciascuna coppia della sub–unità dell'Hb [2] esso non dovrebbe subire ulteriore diminuzione con l'aumentare della concentrazione di urea. I nostri dati sperimentali dimostrano invece che n diminuisce progressivamente in funzione della concentrazione dell'urea, indicando che la diminuzione dell'interazione è un fenomeno indipendente dalla rottura della molecola di Hb in sub–unità. Questi risultati assieme alla dimostrazione di una mancanza di relazione tra diminuzione del peso molecolare e diminuzione di n, come risulta dall'esame comparativo dei risultati ottenuti per l'emoglobina di uomo e di cavallo, rendono non più accettabile la teoria di Wyman sull'interazione « a paia » degli emi.

Le nostre osservazioni sull'equilibrio con l'O_2 dell'Hb in soluzioni saline concentrate dimostrano ancora che le proprietà funzionali della molecola di emoglobina, intesa come una unità a quattro emi, sono possedute anche dalle sub–unità della molecola che apparentemente contengono al massimo due emi. Queste osservazioni mettono in risalto l'esistenza di una discrepanza tra caratteristiche molecolari e proprietà funzionali dell'emoglobina quali sono previste dalle presenti vedute sull'equilibrio con l'ossigeno dell'Hb e inducono a concludere che il meccanismo dell'equilibrio con l'ossigeno non può più essere soddisfacentemente spiegato al lume delle teorie finora proposte.

Bibliografia.

[1] Wyman J., « Advances in Protein Chem. », *4*, 407 (1948).
[2] Lemberg R. e Legge J. W., *Haematin Compounds and Bile Pigments*, Interscience, New York–London 1949.
[3] Roughton F. J. W., Otis D. B., Lyster R., « Proc. Roy. Soc. » (London) B, *144*, 29 (1955).
[4] Rossi Fanelli A., Antonini E., Caputo A., « Biochimica et Biophysica Acta », *30*, 608 (1958).
[5] Rossi Fanelli A., Antonini E., Caputo A., « Biochimica et Biophysica Acta », in corso di stampa.
[6–7] Rossi Fanelli A., Antonini E., « Arch. Biochem. Biophys. », in corso di stampa.
[8] Rossi Fanelli A., Antonini E., Caputo A., « Arch. Biochem. Biophys. », in corso di stampa.
[9] Gutfreund A., *Haemoglobin*, Butterworths Sci. Publ., London 1949.
[10] Steinhardt J., « J. Biol. Chem. », *123*, 543 (1938).
[11] Gutter F. J., Sober H. A., Peterson E. A., «Arch. Biochem. Biophys. », *62*, 427 (1956).
[12] Benhamou N., Weill G., « Biochimica et Biophysica Acta », *24*, 548 (1957).
[13] Rossi Fanelli A., Antonini E., « Arch. Biochem. Biophys. », *77*, 478 (1958).

(2) Ipotesi, che sta a sostegno della teoria di Wyman sulla interazione.

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Calcolo numerico. — *Sulla risoluzione numerica delle equazioni integrali di Volterra di seconda specie.* Nota di ENZO APARO (*), presentata (**) dal Socio M. PICONE.

1. INTRODUZIONE. – Si considera l'equazione di Volterra

$$\varphi(x) = f(x) + \int_{x_0}^{x} g[x, s, \varphi(s)]\, ds \tag{1}$$

con $f(x)$ funzione reale, continua insieme alle sue derivate dei primi quattro ordini in un certo intervallo (x_0, b), e $g(x, s, t)$ funzione reale continua insieme alle derivate parziali dei primi quattro ordini nel dominio

$$\begin{cases} x_0 \leq x \leq b \\ x_0 \leq s \leq x \\ |t - f(x_0)| \leq c, \end{cases}$$

in cui c indica una costante.

Il presente lavoro descrive un procedimento per la risoluzione numerica dell'equazione (1) là dove la sua soluzione $\varphi(x)$ esiste. (Cfr. [1] e [2]). Fissato un numero positivo h, troviamo in primo luogo i valori $\varphi(x_0 + h)$, $\varphi(x_0 + 2h)$, e poi passiamo al calcolo dei valori successivi per mezzo di formule di predizione e correzione di due tipi diversi.

2. FORMULE DI PARTENZA. – Indichiamo con $f_0, f', f'', \cdots$ rispettivamente $f(x_0), f'(x_0), f''(x_0), \cdots$, con $g_0, g_x, g_{xs}, \cdots$, rispettivamente $g(x_0, x_0, f_0), g_x(x_0, x_0, f_0), g_{xs}(x_0, x_0, f_0), \cdots$ e poniamo

$$k_1 = f(x_0 + h) - f_0 + g(x_0 + h, x_0, f_0)\, h$$

$$k_2 = f(x_0 + h) - f_0 + g(x_0 + h, x_0 + \alpha h, f_0 + \beta k_1)\, h$$

$$k_3 = f(x_0 + h) - f_0 + g[x_0 + h, x_0 + \alpha_1 h, f_0 + (\beta_1 - \gamma_1) k_1 + \gamma_1 k_2]\, h.$$

In analogia con i procedimenti di tipo Runge–Kutta, sviluppiamo la $\varphi(x_0 + h) - f_0$ e la combinazione lineare $R_1 k_1 + R_2 k_2 + R_3 k_3$ in potenze di h ricercando valori di $\alpha, \beta, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ e R_1, R_2, R_3, tali che lo sviluppo

(*) Lavoro eseguito presso il Numerical Analysis Research, University of California, Los Angeles, con un contratto dell'Office of Naval Research, Washington, D.C. È in corso la relativa programmazione sulla calcolatrice elettronica dell'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo, Roma.

(**) Nella seduta del 10 gennaio 1959.

di Taylor di

$$(2) \qquad \varphi(x_0 + h) - f_0 - (R_1 k_1 + R_2 k_2 + R_3 k_3)$$

inizi con termini in h di ordine quanto più elevato possibile.

La seguente tabella dà i coefficienti di h, $h^2/2!$, $h^3/3!$ nello sviluppo delle funzioni scritte nella prima riga, come combinazioni lineari dei termini che compaiono nella seconda colonna.

Dalla tabella risulta evidente che nella (2) possiamo ridurre i coefficienti di h ed h^2 a zero ponendo

$$(2') \qquad \begin{cases} R_1 + R_2 + R_3 = 1 , \\ 2\alpha R_2 + 2\alpha_1 R_3 = 1 , \\ 2\beta R_2 + 2\beta_1 R_3 = 1 , \end{cases}$$

ma nessuna scelta dei parametri consente di ridurre a zero il coefficiente di h^3. Rimane almeno un termine $-\frac{h^3}{12} g_t (f'' + 2 g_x)$.

		$\varphi(x_0 + h) - f_0$	$R_1 k_1 + R_2 k_2 + R_3 k_3$
h	$f' + g$	1	$R_1 + R_2 + R_3$
$\frac{h^2}{2!}$	$f'' + 2 g_x$	1	$R_1 + R_2 + R_3$
	g_s	1	$2\alpha R_2 + 2\alpha_1 R_3$
	$(f' + g) g_t$	1	$2\beta R_2 + 2\beta_1 R_3$
$\frac{h^3}{3!}$	$f''' + 3 g_{xx}$	1	$R_1 + R_2 + R_3$
	g_{xs}	3	$6\alpha R_2 + 6\alpha_1 R_3$
	g_{tt}	1	$3\alpha^2 R_2 + 3\alpha_1^2 R_3$
	$(f' + g) \cdot g_{xt}$	3	$6\beta R_2 + 6\beta_1 R_3$
	$(f' + g) \cdot g_{st}$	2	$6\alpha\beta R_2 + 6\alpha_1 \beta_1 R_3$
	$(f' + g)^2 \cdot g_{tt}$	1	$3\beta^2 R_2 + 3\beta_1^2 R_3$
	$(f'' + 2 g_x) \cdot g_t$	1	$3\beta R_2 + 3\beta_1 R_3$
	$g_s \cdot g_t$	1	$6\alpha\gamma_1 R_3$
	$(f' + g) \cdot g_t^2$	1	$6\beta\gamma_1 R_3$

Tutti gli altri termini in h^3 sono nulli quando, oltre le (2'), risulta soddisfatta la seguente relazione

$$3\alpha^2 R_2 + 3\alpha_1^2 R_3 = 1$$

e si ha inoltre

$$\begin{cases} \alpha = \beta , \\ \alpha_1 = \beta_1 , \\ \gamma_1 = \frac{1}{6\alpha R_3} . \end{cases}$$

Se, per ridurre il numero delle operazioni nei calcoli, aggiungiamo le condizioni $R_2 = 0$, $\beta_1 - \gamma_1 = 0$, arriviamo alla seguente formula, analoga alla formula di Heun per le equazioni differenziali:

$$\varphi(x_0 + h) = f_0 + \frac{1}{4} k_1 + \frac{3}{4} k_3 - \frac{h^3}{12} (f'' + 2 g_x) g_t + o(h^4) \tag{3}$$

ove

$$\begin{cases} k_1 = f(x_0 + h) - f_0 + g(x_0 + h, x_0, f_0) h \\ k_2 = f(x_0 + h) - f_0 + g\left(x_0 + h, x_0 + \frac{1}{3} h, f_0 + \frac{1}{3} k_1\right) h \\ k_3 = f(x_0 + h) - f_0 + g\left(x_0 + h, x_0 + \frac{2}{3} h, f_0 + \frac{2}{3} k_2\right) h . \end{cases} \tag{4}$$

Volendo precisare la forma del termine $o(h^4)$, prolunghiamo la tabella precedentemente fornita.

		$\varphi(x_0 + h) - f_0$	$R_1 k_1 + R_2 k_2 + R_3 k_3$	
	$f^{IV} + 4 g_{xxx}$	1	$R_1 + R_2 + R_3$	0
	g_{xxs}	6	$12 \alpha R_2 + 12 \alpha_1 R_3$	0
	g_{xss}	4	$12 \alpha^2 R_2 + 12 \alpha_1^2 R_3$	0
	g_{sss}	1	$4 \alpha^3 R_2 + 4 \alpha_1^3 R_3$	1/9
	$(f' + g) g_{xxt}$	6	$12 \beta R_2 + 12 \beta_1 R_3$	0
	$(f' + g) g_{xst}$	8	$24 \alpha\beta R_2 + 24 \alpha_1 \beta_1 R_3$	0
	$(f' + g) g_{sst}$	3	$12 \alpha^2 \beta R_2 + 12 \alpha_1^2 \beta_1 R_3$	1/3
	$(f' + g)^2 g_{xtt}$	4	$12 \beta^2 R_2 + 12 \beta_1^2 R_3$	0
	$(f' + g)^2 g_{stt}$	3	$12 \alpha\beta^2 R_2 + 12 \alpha_1 \beta_1^2 R_3$	1/3
	$(f' + g)^3 g_{ttt}$	1	$4 \beta^3 R_2 + 4 \beta_1^3 R_3$	1/9
$\frac{h^4}{4!}$	$(f'' + 2 g_x) g_{xt}$	4	$12 \beta R_2 + 12 \beta_1 R_3$	-2
	$(f'' + 2 g_x) g_{st}$	3	$12 \alpha\beta R_2 + 12 \alpha_1 \beta_1 R_3$	-1
	$g_s g_{xt}$	4	$24 \alpha\gamma_1 R_3$	0
	$g_s g_{st}$	3	$24 \alpha\alpha_1 \gamma_1 R_3$	1/3
	$(f' + g) g_t g_{xt}$	7	$48 \beta\gamma_1 R_3$	-1
	$(f' + g) g_t g_{st}$	5	$24 (\alpha + \alpha_1) \beta\gamma_1 R_3$	1
	$(f' + g)(f'' + 2 g_x) g_{tt}$	3	$12 \beta^2 R_2 + 12 \beta_1^2 R_3$	-1
	$(f' + g) g_s g_{tt}$	3	$24 \alpha\beta_1 \gamma_1 R_3$	1/3
	$(f' + g)^2 g_t g_{tt}$	4	$12 (\beta + 2 \beta_1) \beta\gamma_1 R_3$	2/3
	$(f''' + 3 g_{xx}) g_s$	1	$4 \beta R_2 + 4 \beta_1 R_3$	-1
	$g_{xs} g_t$	3	$24 \alpha\gamma_1 R_3$	-1
	$g_{ss} g_t$	1	$12 \alpha^2 \gamma_1 R_3$	1/3
	$(f'' + 2 g_x) g_t^2$	1	$12 \beta\gamma_1 R_3$	-1
	$g_s g_t^2$	1	0	1
	$(f' + g) g_t^3$	1	0	1

Nell'ultima colonna sono riportati i coefficienti di quella combinazione lineare di $f^{IV} + 4g_{xxx}, g_{xxs}, \cdots$, che appare come fattore di $h^4/4!$ nella differenza

$$\varphi(x_0 + h) - f_0 - (R_1 k_1 + R_2 k_2 + R_3 k_3)$$

allorché si assume

$$R_1 = \frac{1}{4} \quad , \quad R_2 = 0 \quad , \quad R_3 = \frac{3}{4} \quad ; \quad \alpha = \beta = \frac{1}{3} \quad , \quad \alpha_1 = \beta_1 = \gamma_1 = \frac{2}{3}.$$

3. Formule di predizione e correzione. – Introduciamo le notazioni:

$$x_i = x_0 + hi\,,$$
$$\varphi_i = \varphi(x_i)$$
$$g_i(x) = g[x_i, x, \varphi(x)]$$
$$g_{ij} = g[x_i, x_j, \varphi(x_j)]\,.$$

Abbiamo bisogno di φ_1 e φ_2. Esse ci vengono fornite dalle (3) e (4) e φ_2 viene controllata e corretta mediante una o più applicazioni successive della formula:

$$(5) \qquad \varphi_2 = f_2 + \frac{h}{3}(g_{20} + 4g_{21} + g_{22}) \quad \left(-\frac{1}{90}h^5 g_2^{IV}(\xi_2) \ , \ x_0 < \xi_2 < x_2\right).$$

Dopo « prediciamo » φ_3:

$$(6) \qquad \varphi_3 = f(x_3) + \frac{3h}{4}(g_{30} + 3g_{32}) \quad \left(+\frac{3}{8}h^4 g_3'''(\xi_3) \ , \ x_0 < \xi_3 < x_3\right)$$

calcoliamo g_{33}, e correggiamo φ_3:

$$(7) \quad \varphi_3 = f(x_3) + \frac{3h}{8}(g_{30} + 3g_{31} + 3g_{32} + g_{33}) \quad \left(-\frac{3}{80}h^5 g_3^{IV}(\overline{\xi}_3) \ , \ x_0 < \overline{\xi}_3 < x_3\right).$$

L'ultimo risultato può essere migliorato calcolando un nuovo g_{33} e applicando la (7) nuovamente.

Il passo successivo nel calcolo è di predire

$$\varphi_4 = f(x_4) + \frac{4h}{3}(2g_{41} - g_{42} + 2g_{43}) \quad \left(+\frac{14}{45}h^5 g_4^{IV}(\xi_4) \ , \ x_0 < \xi_4 < x_4\right)$$

e correggerlo mediante la

$$(8) \qquad \varphi_4 = f(x_4) + \frac{h}{3}(g_{40} + 4g_{41} + 2g_{42} + 4g_{43} + g_{44});$$

$$\left(-\frac{1}{45}h^5 g_4^{IV}(\xi_4) \ , \ x_0 < \overline{\xi}_4 < x_4\right).$$

Supponiamo di essere arrivati a φ_{2n} $(n \geq 2)$. Scriviamo la (1) nel seguente modo:

$$\varphi(x) = f_{2n-2}(x) + \int_{x_{2n-2}}^{x} g[x, s, \varphi(s)]\, ds$$

dove

$$f_{2n-2}(x) = f(x) + \int_{x_0}^{x_{2n-2}} g[x, s, \varphi(s)]\, ds .$$

Calcoliamo

$$(9) \qquad \varphi_{2n+1} = f_{2n-2}(x_{2n+1}) + \frac{3h}{4}(g_{2n+1,2n-2} + 3g_{2n+1,2n}),$$

che correggiamo mediante:

$$(10) \qquad \varphi_{2n+1} = f_{2n-2}(x_{2n+1}) +$$
$$+ \frac{3h}{8}(g_{2n+1,2n-2} + 3g_{2n+1,2n-1} + 3g_{2n+1,2n} + g_{2n+1,2n+1}),$$

prediciamo

$$(11) \qquad \varphi_{2n+2} = f_{2n-2}(x_{2n+2}) +$$
$$+ \frac{4h}{3}(2g_{2n+2,2n-1} - g_{2n+2,2n} + 2g_{2n+2,2n+1})$$

e lo correggiamo mediante

$$(12) \qquad \varphi_{2n+2} = f_{2n-2}(x_{2n+2}) +$$
$$+ \frac{h}{3}(g_{2n+2,2n-2} + 4g_{2n+2,2n-1} + 2g_{2n+2,2n} + 4g_{2n+2,2n+1} + g_{2n+2,2n+2}).$$

Il valore $f_{2n-2}(x_{2n+1})$ viene calcolato con la formula di Cavalieri-Simpson

$$f_{2n-2}(x_{2n+1}) = f(x_{2n+1}) + \frac{h}{3}(g_{2n+1,0} + 4g_{2n+1,1} +$$
$$+ 2g_{2n+1,2} + \cdots + g_{2n+1,2n-2}) \quad \left(\frac{-(n-1)}{90} h^5 g^{IV}_{2n+1}(\xi'_{2n-2}),\ x_0 < \xi'_{2n-2} < x_{2n-2}\right)$$

e la stessa formula, cambiando nel secondo membro $2n+1$ in $2n+2$, dà $f_{2n-2}(x_{2n+2})$.

4. ESEMPIO. – $\varphi(x) = 1 + \int_0^x e^{-xs}\varphi^2(s)\, ds$. (Cfr. [3], p. 71)

	$h = 0{,}1$	$h = 0{,}2$
k_1	0,1	0,2
k_2	0,10642244	0,24454162
k_3	0,11393095	0,25740303
$(f''+2g_x)g_t$	0	0

j	φ_j calcolato mediante (3) e (4)
0	1
1	1,110448
2	1,243052

Valore di φ_2 corretti dalla (5)

	φ_2
1°	1,243977
2°	1,244024
3°	1,244054

Valori iniziali

	φ_j
0	1
1	1,110448
2	1,244054

Predizioni e correzioni:

	φ_3	φ_4	φ_5
pred.	1,402947	1,591400	1,808008
prima corr.	1,403554	1,591461	1,808442
seconda corr.	1,403612	1,591466	1,808488

I valori trovati hanno almeno quattro cifre in comune con quelli che si ottengono dallo sviluppo in serie:

$$\varphi(x) = 1 + x + x^2 + \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{12}x^4 - \frac{3}{20}x^5 - \frac{37}{180}x^6 - \frac{73}{504}x^7 - \frac{139}{2520}x^8 + \cdots .$$

Bibliografia.

[1] L. Tonelli, *Sulle equazioni integrali di Volterra*, «Mem. Accad. Bologna» (8), 5, pp. 17–22 (1928).

[2] T. Satô, *Sur l'équation intégrale non linéaire de Volterra*, «Compositio Mathematica» (11), pp. 271–289 (1953).

[3] В. И. Крылов, (V. I. Krylov) *Приложение формулы Эйлера–Лапласа к приближенному решению интегральных уравнений типа Вольтерра*, «Trudy Mat. Inst. Steklov» *28*, pp. 33–72 (1949).

[4] Y. Suyama–K. Nakamori, *Pri numera solvado de la integrala ekvacio de Volterra-tipo*, «Fac. Sci. Kyūshū Univ. Mem.» A, 6, *2*, pp. 121–129 (1952).

[5] W. E. Milne, *Numerical Integration of Ordinary Differential Equations*, «American Math. Monthly», *33*, pp. 455–460 (1926).

Meccanica. — *Soluzione tensoriale generale delle equazioni indefinite di equilibrio per una membrana.* Nota di FRANCA GRAIFF, presentata (*) dal Socio B. FINZI.

È noto che il tensore degli sforzi di una membrana perfettamente flessibile, tesa su di una generica superficie, deve, in condizioni di equilibrio, avere per divergenza la forza unitaria di campo. Per la linearità di queste equazioni di equilibrio, si può senz'altro considerare il caso particolare in cui la forza unitaria di campo sia nulla: il problema dell'equilibrio della membrana considerata conduce quindi alla ricerca del più generale tensore doppio simmetrico superficiale a divergenza nulla, soddisfacente cioè le:

$$S_{ik}{}^{/k} = 0 \qquad (i\,,k = 1\,,2) \tag{*}$$

dove la derivazione si intende eseguita sulla superficie data.

È noto l'integrale generale delle (*) in forma tensoriale, per superfici a curvatura costante o nulla [1]: per esso il tensore degli sforzi viene espresso, estendendo l'integrale di Airy, mediante una sola funzione e le sue derivate fino alle seconde.

Per superfici a curvatura totale non costante, il prof. Storchi, abbandonando l'aspetto tensoriale del problema, si è valso di un particolare sistema di riferimento, riducendosi così ad un ordinario problema d'analisi. Ha trovato quindi, nel riferimento scelto, le componenti del tensore degli sforzi, soluzioni delle (*): esse risultano espresse mediante una funzione e le sue derivate fino alle terze, per superfici applicabili su superfici di rotazione [2], fino alle quinte per superfici generiche [3].

Qui il problema viene ripreso e risolto in forma tensoriale.

Si trova così che il più generale tensore solenoidale per superfici del tutto generiche, è essenzialmente esprimibile mediante una funzione arbitraria e le sue derivate fino alle *quarte*; per una particolare categoria di superfici (tra le quali quelle applicabili su superficie di rotazione) esso risulta invece esprimibile mediante una sola funzione e le sue derivate fino alle *terze*. Per superfici a curvatura costante, si ricade nella soluzione già nota, che fa intervenire le derivate *seconde* di una funzione arbitraria.

(*) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) B. FINZI, *Integrazione delle equazioni indefinite della Meccanica dei sistemi continui*, « Rend. Acc. Naz. Lincei », vol. XIX (1934).

(2) E. STORCHI, *Integrazione delle equazioni indefinite della statica dei veli tesi su una superficie di rotazione*, « Rend. Acc. Naz. Lincei », vol. VII (1939).

(3) E. STORCHI, *Integrazione delle equazioni indefinite della statica dei veli tesi su una generica superficie*, « Rend. Acc. Naż. Lincei », vol. VIII (1950).

1. Impostazione del problema. – Data una generica superficie mediante la sua metrica:

$$ds^2 = a_{ik}\,dx^i\,dx^k \qquad (i\,,k = 1\,,2) \tag{1}$$

si cerchi il più generale tensore doppio simmetrico superficiale S_{ik} soddisfacente le:

$$S_{ik}{}^{/k} = 0\,. \tag{*}$$

Per superfici a curvatura costante, la soluzione delle (*) è $S_{ik} = \Phi_{ik}$ dove [4]

$$\Phi_{ik} = \varepsilon_{ij}\,\varepsilon_{ks}\,\varphi^{/js} + K\varphi a_{ik} \tag{2}$$

o, in altra forma, per le proprietà del tensore ε^{ik} di Ricci [5]:

$$\Phi_{ik} = a_{ik}\left(\underset{2}{\Delta}\varphi + K\varphi\right) - \varphi_{/ik} \tag{3}$$

essendo K la curvatura totale e φ una funzione arbitraria del posto.

Se K non è costante, la divergenza del tensore (3) non è nulla e risulta:

$$\Phi_{ik}{}^{/k} = \varphi K_{/i}\,. \tag{4}$$

Per risolvere allora il problema proposto basta ricercare il più generale tensore doppio simmetrico D_{ik} la cui divergenza risulti:

$$D_{ik}{}^{/k} = -\varphi K_{/i} \tag{5}$$

e aggiungerlo al tensore Φ_{ik}, perché il tensore:

$$S_{ik} = D_{ik} + \Phi_{ik} \tag{6}$$

soddisfi la (*).

2. Caso delle superfici sulle quali le linee K = cost. sono geodeticamente parallele. – Se, data la superficie di metrica (1), e posto:

$$\underset{1}{\Delta} K \equiv K_{/i}\,K^{/i} \equiv H \tag{7}$$

è soddisfatta la:

$$\varepsilon^{ik}\,K_{/i}\,H_{/k} = 0 \tag{8}$$

con K non costante, vuol dire che:

$$H = F\,(K) \tag{9}$$

cioè le linee K = cost. sono geodeticamente parallele [6].

(4) Cfr. B. Finzi, loco citato.

(5) Finzi e Pastori, *Calcolo tensoriale e applicazioni*, Bologna 1949, p. 92.

(6) L. Bianchi, *Lezioni di Geometria differenziale*, Pisa 1922, p. 286. Si nota inoltre che queste superfici comprendono, come caso particolare, quelle applicabili su superfici di rotazione: per queste ultime, oltre la (9), deve essere soddisfatta la: $\underset{2}{\Delta} K = f\,(K)$.

Consideriamo allora il tensore doppio simmetrico:

$$D_{ik} = AK_{/i}\,K_{/k} \tag{10}$$

essendo A uno scalare arbitrario. La sua divergenza risulta:

$$D_{ik}{}^{/k} = \left(A^{/k}K_{/k} + A\underset{2}{\Delta}K\right)K_{/i} + \frac{1}{2}AH_{/i}$$

e, per la (9):

$$D_{ik}{}^{/k} = \left[A^{/k}K_{/k} + A\underset{2}{\Delta}K + \frac{1}{2}AF'(K)\right]K_{/i}. \tag{11}$$

Posto allora, nella (3):

$$-\varphi = A^{/k}K_{/k} + A\underset{2}{\Delta}K + \frac{1}{2}AF'(K) \tag{12}$$

il tensore dato dalla (6)

$$S_{ik} = AK_{/i}\,K_{/k} + a_{ik}\left(\underset{2}{\Delta}\varphi + K\varphi\right) - \varphi_{/ik} \tag{13}$$

ha divergenza nulla.

Per quanto si vedrà al n. 4 esso è anche il più generale tensore solenoidale, per le superfici soddisfacenti la (8).

Risulta espresso mediante lo scalare arbitrario A e, per la (12), le sue derivate fino alle *terze*.

3. UNA PARTICOLARE FORMA DEI TENSORI SUPERFICIALI E DELLA LORO DIVERGENZA. – Consideriamo ora il caso in cui la superficie data sia del tutto generica, che valga quindi la:

$$\varepsilon^{ik}K_{/i}\,H_{/k} \neq 0\,. \tag{14}$$

Allora le due funzioni

$$\begin{cases} K = K(x^1, x^2) \\ H = H(x^1, x^2) \end{cases}$$

sono invertibili; è quindi possibile riferire il generico punto della superficie stessa alle coordinate K, H. Se A, B, C sono le componenti covarianti di un tensore doppio simmetrico F_{ik} in questo sistema di riferimento, il tensore stesso, in un riferimento generico, potrà esprimersi nella seguente forma:

$$F_{ik} = AK_{/i}\,K_{/k} + B\,(K_{/i}\,H_{/k} + K_{/k}\,H_{/i}) + CH_{/i}\,H_{/k} \tag{15}$$

dove A, B, C possono qui considerarsi delle funzioni del posto, a priori, arbitrarie. Viceversa, tutti i tensori doppi simmetrici della superficie considerata possono porsi nella forma (15) [7]. Per il tensore fondamentale, ad esempio, è:

$$A = a\underset{1}{\Delta}H \quad , \quad B = -a\underset{1}{\Delta}(K, H) \quad , \quad C = aH \tag{16}$$

(7) Dato infatti il tensore F_{ik} in una forma generica, risulta, per la (15):

$$A = aF_{ik}\,\varepsilon^{it}\,H_{/t}\,\varepsilon^{kj}\,H_{/j} \quad ; \quad B = -aF_{ik}\,\varepsilon^{it}\,K_{/t}\,\varepsilon^{kj}\,H_{/j} \quad ; \quad C = aF_{ik}\,\varepsilon^{it}\,K_{/t}\,\varepsilon^{kj}\,K_{/j}\,.$$

essendo:

$$a = \frac{1}{(\varepsilon^{ik} K_{/i} H_{/k})^2} .$$

Per un tensore isotropo σa_{ik} sarà allora:

$$(17) \qquad A = a\sigma\underset{1}{\Delta}H \quad , \quad B = -a\sigma\underset{1}{\Delta}(K, H) \quad , \quad C = a\sigma H .$$

Mentre per il tensore (3) risulta:

$$(3') \qquad \begin{cases} A = a\left[K\varphi\underset{1}{\Delta}H + \varphi_{/ik} H^{/i} H^{/k}\right], \\ B = -a\left[K\varphi\underset{1}{\Delta}(K, H) + \varphi_{/ik} K^{/i} H^{/k}\right], \\ C = a\left[K\varphi H + \varphi_{/ik} K^{/i} K^{/k}\right]. \end{cases}$$

La divergenza del tensore (15) risulta:

$$F_{ik}{}^{/k} = \left\{A^{/k} K_{/k} + A\underset{2}{\Delta}K + B^{/k} H_{/k} + B\underset{2}{\Delta}H\right\} K_{/i} +$$

$$+ \left\{\frac{1}{2} A + B^{/k} K_{/k} + B\underset{2}{\Delta}K + C^{/k} H_{/k} + C\underset{2}{\Delta}H\right\} H_{/i} +$$

$$+ B\left[\underset{1}{\Delta}(H, K)\right]_{/i} + \frac{1}{2} C\left(\underset{1}{\Delta}H\right)_{/i} .$$

Poiché su di una superficie è sempre possibile scomporre un vettore secondo due date direzioni, possono allora determinarsi 4 scalari $\alpha, \beta ; \lambda, \mu$ tali che si abbia identicamente per i due vettori $(\underset{1}{\Delta}H)_{/i}$ e $[\underset{1}{\Delta}(H, K)]_{/i}$:

$$\begin{cases} \left(\underset{1}{\Delta}H\right)_{/i} \equiv \alpha K_{/i} + \beta H_{/i} , \\ \left[\underset{1}{\Delta}(H, K)\right]_{/i} \equiv \lambda K_{/i} + \mu H_{/i} \quad (8). \end{cases}$$

La divergenza del tensore (15) può quindi essere scritta nel seguente modo:

$$(18) \qquad F_{ik}{}^{/k} = \left\{A^{/k} K_{/k} + A\underset{2}{\Delta}K + B^{/k} H_{/k} + B\underset{2}{\Delta}H + \lambda B + \frac{1}{2}\alpha C\right\} K_{/i} +$$

$$+ \left\{\frac{1}{2} A + B^{/k} K_{/k} + B\underset{2}{\Delta}K + \mu B + C^{/k} H_{/k} + C\underset{2}{\Delta}H + \frac{1}{2}\beta C\right\} H_{/i} .$$

4. Caso generale. – Affinché la (5) sia soddisfatta, occorre che il coefficiente di $H_{/i}$ nella (18) sia nullo; per questo basta porre:

$$(19) \qquad -\frac{1}{2} A = B^{/k} K_{/k} + B\underset{2}{\Delta}K + \mu B + C^{/k} H_{/k} + C\underset{2}{\Delta}H + \frac{1}{2}\beta C .$$

(8) È:

$$\alpha \equiv \sqrt{a}\, \varepsilon^{it} \left(\underset{1}{\Delta}H\right)_{/i} H_{/t} \qquad \lambda \equiv \sqrt{a}\, \varepsilon^{it} \left[\underset{1}{\Delta}(H, K)\right]_{/i} H_{/t}$$

$$\beta \equiv -\sqrt{a}\, \varepsilon^{it} \left(\underset{1}{\Delta}H\right)_{/i} K_{/t} \qquad \mu \equiv -\sqrt{a}\, \varepsilon^{it} \left[\underset{1}{\Delta}(H, K)\right]_{/i} K_{/t}$$

Il più generale tensore doppio simmetrico, la cui divergenza è parallela a $K_{/i}$ è quindi il seguente:

$$(20)\qquad D_{ik} = -\left\{ 2B^{/j}K_{/j} + 2B\underset{2}{\Delta}K + 2\mu B + 2C^{/j}H_{/j} + 2C\underset{2}{\Delta}H + \beta C \right\} K_{/i}K_{/k} + \\ + B(H_{/i}K_{/k} + H_{/k}K_{/i}) + CH_{/i}H_{/k}\,.$$

Esso risulta espresso mediante due funzioni arbitrarie B e C e le loro derivate prime.

Nella sua divergenza, quindi, il coefficiente di $K_{/i}$ sarà espresso, in generale, mediante le due funzioni a priori arbitrarie B e C e le loro derivate fino alle seconde. Ma, per la (5), questo coefficiente deve essere eguale a $-\varphi$; quindi, per la (18) e la (19), l'espressione esplicita di φ risulta:

$$(21)\qquad \varphi = 2B^{/jk}K_{/k}K_{/j} + 2B^{/j}K_{/j}\left[2\underset{2}{\Delta}K + \mu\right] + B\left[2\left(\underset{2}{\Delta}K\right)^{/j}K_{/j} + 2\mu^{/j}K_{/j} + \right.$$

$$\left. + 2\left(\underset{2}{\Delta}K\right)^2 + 2\mu\underset{2}{\Delta}K - \underset{2}{\Delta}H - \lambda\right] + 2\left\{(CH_{/k})^{/k}K_{/j}\right\}^{/j} + (C\beta K_{/j})^{/j} - \frac{1}{2}\alpha C\,.$$

Con questa posizione, il tensore dato dalla (6)

$$(22)\qquad S_{ik} = -\left\{ 2B^{/j}K_{/j} + 2B\underset{2}{\Delta}K + 2\mu B + 2C^{/j}H_{/j} + 2C\underset{2}{\Delta}H + \beta C \right\} K_{/i}K_{/k} + \\ + B(H_{/i}K_{/k} + H_{/k}K_{/i}) + CH_{/i}H_{/k} + a_{ik}\left(\underset{2}{\Delta}\varphi + K\varphi\right) - \varphi_{/ik}$$

sarà il tensore solenoidale cercato. Esso risulta espresso mediante le due funzioni *a priori* arbitrarie B e C e le loro derivate fino alle *quarte*.

Nel caso, invece, che non sia soddisfatta la (14), ma lo sia la (8) e quindi la (9), il tensore (20) si riduce al più semplice tensore (10) e si ricade quindi nella soluzione precedentemente trovata (13).

5. RIDUZIONE DELLE FUNZIONI ARBITRARIE B E C AD UNA SOLA. – Si osserva che un tensore doppio simmetrico superficiale le cui tre componenti soddisfano a due equazioni come le (*), deve essenzialmente dipendere da una sola funzione arbitraria, come del resto succede nei casi particolari di superfici a curvatura costante, o di superfici aventi le linee K = cost. geodeticamente parallele.

Le due funzioni arbitrarie B e C che intervengono nell'espressione (22) del più generale tensore solenoidale S_{ik} non sono dunque entrambe essenziali.

Dimostriamo che, senza uscire dalla generalità, è possibile annullarne una.

Osserviamo innanzitutto che il tensore (22) risulta identicamente nullo per:

$$B = -a\left[K\chi\underset{1}{\Delta}(K, H) + \chi_{/ik}K^{/i}H^{/k}\right] \qquad C = a\left[K\chi H + \chi_{/ik}K^{/i}K^{/k}\right]$$

essendo χ una funzione arbitraria.

In questo caso risulta infatti, per le (3'), ricordando la (4)

$$\varphi = -\chi \quad ; \quad \Phi_{ik} = -D_{ik} \quad ; \quad S_{ik} = 0.$$

Quindi se due funzioni B e C individuano un certo tensore solenoidale mediante la (22), lo stesso tensore solenoidale sarà individuato dalle due altre funzioni:

$$(23) \qquad \begin{cases} B' = B - a\left[K\chi\,\underset{1}{\Delta}(K, H) + \chi_{/ik} K^{/i} H^{/k}\right] \\ C' = C + a\left[K\chi H + \chi_{/ik} K^{/i} K^{/k}\right] \end{cases}$$

con χ funzione arbitraria: quest'ultima può allora essere scelta in modo tale da annullare o B' o C', senza per questo cadere in un caso particolare.

In corrispondenza a questa scelta, il tensore solenoidale risultante, assumerà forme diverse; e precisamente, se si sceglie χ in modo da annullare B', sarà del tipo:

$$(22') \qquad S_{ik} = -\Big\{ 2C^{/j} H_{/j} + 2C\underset{2}{\Delta} H + \beta C \Big\{ K_{/i} K_{/k} + C H_{/i} H_{/k} + \\ + a_{ik}\left(\underset{2}{\Delta}\varphi + K\varphi\right) - \varphi_{/ik}$$

dove:

$$(21') \qquad \varphi = 2\left\{(CH_{/k})^{/k}\, K_{/j}\right\}^{/j} + (C\beta K_{/j})^{/j} - \frac{1}{2}\alpha C\,.$$

A questa forma si poteva pervenire anche direttamente ponendo:

$$(20') \qquad D_{ik} = -\Big\{ 2C^{/j} H_{/j} + 2C\underset{2}{\Delta} H + \beta C \Big\{ K_{/i} K_{/k} + C H_{/i} H_{/k}\,.$$

Analogamente, se si sceglie χ in modo da annullare C', il tensore solenoidale corrispondente sarà del tipo:

$$(22'') \qquad S_{ik} = -\Big\{ 2B^{/j} K_{/j} + 2B\underset{2}{\Delta} K + 2\mu B \Big\{ K_{/i} K_{/k} + \\ + B\left(H_{/i} K_{/k} + H_{/k} K_{/i}\right) + a_{ik}\left(\underset{2}{\Delta}\varphi + K\varphi\right) - \varphi_{/ik}$$

dove:

$$(21'') \qquad \varphi = 2B^{/jk} K_{/k} K_{/j} + 2B^{/j} K_{/j}\left[2\underset{2}{\Delta} K + \mu\right] + B\left[2\left(\underset{2}{\Delta} K\right)^{/j} K_{/j} + 2\mu^{/j} K_{/j} + \\ + 2\left(\underset{2}{\Delta} K\right)^2 + 2\mu\underset{2}{\Delta} K - \underset{2}{\Delta} H - \lambda\right].$$

Ancora a questa forma si poteva pervenire direttamente ponendo:

$$(20'') \qquad D_{ik} = -\Big\{ 2B^{/j} K_{/j} + 2B\underset{2}{\Delta} K + 2\mu B \Big\{ K_{/i} K_{/k} + B\left(H_{/i} K_{/k} + H_{/k} K_{/i}\right).$$

Si può quindi concludere che il più generale tensore solenoidale di una superficie soddisfacente la (14) è il tensore (22), che può anche assumere la forma (22') o (22''): esso risulta quindi espresso mediante una sola funzione essenziale arbitraria [9] e le sue derivate fino alle *quarte*.

(9) Un caso analogo in cui l'integrazione porta ad un numero in apparenza sovrabbondante di funzioni arbitrarie, è la ricerca, in uno spazio euclideo tridimensionale, del più generale vettore soddisfacente la: div $\boldsymbol{v} = 0$; è noto che l'integrale generale è: $\boldsymbol{v} = \text{rot}\,\boldsymbol{w}$ dove $\boldsymbol{w}$ è un vettore arbitrario; in questo caso quindi le funzioni arbitrarie sono le com-

Si nota infine la corrispondenza esistente tra le soluzioni trovate (per quanto riguarda l'ordine delle derivate che vi compaiono), e le già note condizioni di congruenza, per una membrana: queste ultime risultano infatt; differenziali del secondo o del terzo o del quarto ordine rispettivamente per superfici a curvatura costante, o soddisfacenti la (9), o del tutto generiche [10] e poiché esiste una profonda analogia tra condizioni di equilibrio e di congruenza [11], questa corrispondenza convalida il risultato ottenuto.

6. CASI PARTICOLARI. – Tanto la forma (22′) che la (22″) potranno essere utilmente usate nelle applicazioni; ma la (22) presenta, rispetto ad esse, il vantaggio di una maggior simmetria, ed in essa si può immediatamente far rientrare due casi particolari, ma espressivi:

In primo luogo vi rientra il tensore fondamentale, (che, avendo derivata tensoriale nulla, ha certamente divergenza nulla). Per ottenerlo dalla (22) basta fare:

$$B = -a\underset{1}{\Delta}(H, K) \quad ; \quad C = aH .$$

Poiché per la (19) risulta: $A = a\underset{1}{\Delta} H$, le (16) ci assicurano che:

$$D_{ik} = a_{ik}, \text{ di conseguenza } \varphi = 0 \ \Phi_{ik} = 0 \text{ e quindi } S_{ik} = a_{ik} .$$

In secondo luogo vi rientra una particolare soluzione tensoriale delle (*) data dal prof. Storchi [12], e precisamente:

$$(24) \qquad S_{ik} = F(K)\, a_{ik} + \Phi_{ik} \quad \text{con} \quad \varphi = -F'(K)$$

e F (K) funzione della sola variabile K.

Basta porre infatti nella (22)

$$B = -aF(K)\underset{1}{\Delta}(H, K) \quad ; \quad C = a\,F(K)\,H,$$

perché dalla (19) risulti:

$$A = aF(K)\underset{1}{\Delta} H .$$

Le (17) ci assicurano che:

$D_{ik} = F(K)\, a_{ik}$, quindi $\varphi = -F'(K)$ da cui appunto la soluzione (24).

7. ANALOGIE COL CASO TRIDIMENSIONALE EUCLIDEO. – La soluzione ora trovata per il tensore degli sforzi presenta una certa analogia con quella già nota per un ordinario spazio tridimensionale euclideo.

componenti di $\boldsymbol{w}$, ma si vede subito che soltanto 2 sono essenziali, come deve essere, soddisfacendo $\boldsymbol{v}$ a una condizione. Infatti è: rot $\boldsymbol{w}$ = rot $\boldsymbol{w}'$, se $\boldsymbol{w}' = \boldsymbol{w} + \text{grad}\ \varphi$ con φ funzione arbitraria: essa può quindi essere usata per annullare una delle componenti di $\boldsymbol{w}'$.

(10) B. FINZI, *Sopra il tensore di deformazione di un velo*, « Rend. Ist. Lomb. di Sc. e Lett. », vol. LXIII (1930).

(11) L. FINZI, « *Legame tra equilibrio e congruenza e suo significato fisico*, questi « Rend. », ser. VIII, vol. XX (1956).

(12) E. STORCHI, *Una soluzione delle equazioni indefinite della meccanica dei continui*, « Rend. Ist. Lomb. Sc. e Lett. », vol. XC (1956).

In quest'ultimo caso, infatti, la soluzione generale della (*) è [13]:

$$S_{ik} = \varepsilon_{ihr}\,\varepsilon_{kjs}\,\chi^{hj|rs} \qquad i\,,\,k\cdots = 1\,,\,2\,,\,3 \tag{25}$$

dove χ^{hj} è un generico tensore doppio simmetrico, dato quindi mediante 6 funzioni, mentre S_{ik}, dovendo soddisfare alle tre condizioni (*), dovrebbe dipendere da tre sole funzioni arbitrarie.

Si nota però che se è: $\xi_{ik} = s_{i|k} + s_{k|i}$ con s_i vettore arbitrario, si ha identicamente (per le note condizioni di congruenza):

$$\varepsilon_{ihr}\,\varepsilon_{kjs}\,\xi^{hj|rs} \equiv 0\,.$$

Quindi, se un certo tensore χ^{hj} dà, posto nella (25) un tensore solenoidale S_{ik}, lo stesso si otterrà ponendovi il tensore:

$$\chi'^{hi} = \chi^{hi} + \xi^{hi}\,.$$

Segue che il vettore arbitrario s_i può essere usato per annullare tre componenti del tensore χ'^{hi}. Il tensore solenoidale (25) viene quindi a dipendere da tre sole funzioni arbitrarie essenziali: ad esempio, in coordinate cartesiane ortogonali, le tre funzioni di Maxwell [14] o quelle di Morera [15].

(13) B. Finzi, loco primo citato.
(14) C. Maxwell, « Edimburgh Roy. Soc. Trans. », vol. 26 (1870).
(15) G. Morera, « Rend. Acc. Naz. Lincei », vol. I (1892).

Gasdinamica. — *Sull'esistenza di punti con accelerazione infinita sul contorno di profili alari con curvatura finita in corrente transonica* (*). Nota di SILVIO NOCILLA, presentata (**) dal Corrisp. C. FERRARI.

INTRODUZIONE. – È noto che una delle difficoltà più gravi che si presentano nello studio teorico della formazione di onde d'urto attorno a profili alari in corrente transonica con numero di Mach asintotico M_∞ minore di uno è l'obiezione della « non esistenza di linee limite ». Tale obiezione si fonda su di un gruppo di ricerche che si concludono con la dimostrazione del teorema seguente (1): « Se sul piano odografico si costruisce una successione di flussi dipendenti in modo continuo da un parametro, nonché la corrispondente successione di profili e se, per un certo valore critico del parametro, appare una linea limite, allora il profilo corrispondente ha curvatura infinita in un punto ». Da questa proposizione discende che qualora si consideri un profilo con curvatura dappertutto finita, al crescere di M_∞ verso l'unità non può apparire una linea limite sul piano odografico, e quindi la formazione dell'onda d'urto attaccata non può essere spiegata teoricamente con l'apparire di una tale linea limite. A proposito di questo teorema vogliamo peraltro osservare che esso è dimostrato nell'ipotesi che sul piano odografico la funzione di corrente che determina il flusso sia regolare fino alle derivate seconde, e quindi dalla ricerca sono escluse le funzioni che questa regolarità invece non posseggono.

Nel presente lavoro studieremo la formazione di onde d'urto nelle condizioni sopra dette impostando il problema nel modo seguente. Imporremo anzitutto la condizione che il profilo abbia curvatura finita sul piano fisico; inoltre assumeremo come criterio atto ad interpretare teoricamente la formazione dell'onda d'urto attaccata non l'apparire di una linea limite sul piano odografico nel senso solito ($\mathfrak{J} = 0$, cfr. n. 2), ma l'apparire di un punto con accelerazione infinita sul piano fisico. Porremo cioè a base della nostra ricerca la condizione che *sul piano fisico* il flusso goda delle tre proprietà seguenti:

1° il profilo deve avere curvatura finita, assegnata a priori;

2° le particelle fluide che si muovono sul contorno del profilo devono avere accelerazione infinita in un punto;

3° il flusso deve essere regolare in prossimità di questo punto.

(*) La presente ricerca è stata effettuata in parte sotto il patrocinio dello Air Research and Development Command, United States Air Force [contratto AF 61 (514)-1124], attraverso l'ufficio europeo, A.R.D.C.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) C. S. MORAWETZ e I. I. KOLODNER, *On the non-existence of limiting lines in transonic flows* [« Comm. Pure Appl. Math. », VI (febbraio 1953), p. 97].

Determineremo poi quali condizioni devono essere soddisfatte sul piano odografico affinché ciò avvenga. Ne risulterà che nelle condizioni sopra precisate la funzione di corrente deve presentare *sul piano odografico* un comportamento singolare che verrà precisato, e che in corrispondenza del punto con accelerazione infinita non può essere $\mathfrak{J} = 0$, sebbene la linea di corrente corrispondente al profilo sia ivi tangente ad una caratteristica.

1. Posizione del problema diretto dei profili alari transonici sul piano odografico. – Per quanto le formule del presente paragrafo si possano immediatamente scrivere sia nell'approssimazione di Tomotika e Tamada, sia per il gas reale, per semplicità le scriveremo soltanto nell'approssimazione di Tricomi, in cui la funzione di corrente ψ soddisfa alla equazione di Tricomi (per il significato dei simboli ved. alla fine del lavoro):

$$\psi_{\eta\eta} - 2\,\eta\,\psi_{\beta\beta} = 0 \tag{1.1}$$

e le formule di trasformazione dal piano odografico (η, β) al piano fisico (x, y) sono:

$$\begin{cases} d(x/\lambda) = \cos\vartheta\, d\varphi - \sin\vartheta\, d\psi \\ d(y/\lambda) = \sin\vartheta\, d\varphi + \cos\vartheta\, d\psi \end{cases} \qquad \text{con} \quad \begin{cases} \varphi_\eta = \sqrt{a}\, 2\,\eta\,\psi_\beta \\ \varphi_\beta = \sqrt{a}\,\psi_\eta \end{cases} \tag{1.2}$$

con λ costante di normalizzazione arbitraria. Da esse si ricava la espressione della curvatura K delle linee di corrente sul piano fisico:

$$\frac{1}{K\lambda} \equiv \left[\frac{1}{\cos\vartheta}\,\frac{d(x/\lambda)}{d\vartheta}\right]_{\psi = \text{costante}} = k\left[\psi_\eta\left(1 - 2\,\eta\,\frac{\psi_\beta^2}{\psi_\eta^2}\right)\right]_{\psi = \text{costante}}. \tag{1.3}$$

Supporremo d'ora in poi che la linea di corrente corrispondente al profilo sia la $\psi = 0$, e siano:

$$\begin{cases} \eta = \eta(t) \\ \beta = \beta(t) \end{cases} \qquad [\text{curva } c \text{ su cui è } \psi = 0] \tag{1.4}$$

le sue equazioni parametriche sul piano odografico (η, β). Dalla (1.3) si deduce:

$$(\psi_\eta)_{\psi=0} = \frac{r(\bar\beta)}{1 - 2\,\bar\eta\,(\bar\eta'/\bar\beta')^2} \equiv s(t) \tag{1.5}$$

dove si è posto:

$$r(\beta) = \frac{1}{k}\left(\frac{1}{K\lambda}\right)_{\psi=0}. \tag{1.6}$$

La funzione $r(\beta)$ è completamente determinata e nota una volta assegnato il profilo. Sul piano odografico il problema in esame si può allora formulare nel modo seguente:

determinare una funzione $\psi(\eta, \beta)$ *tale che su di una certa curva* c, *a priori sconosciuta, soddisfi alle condizioni:*

$$\psi = 0 \quad , \quad \psi_\eta = s(t) \qquad \text{su } c \tag{1.7}$$

con $s(t)$ *data dalla* (1.5), *e che in un punto prefissato* P_∞, *dipendente solo da* M_∞, *presenti la nota singolarità corrispondente ai flussi asintotici uniformi sul piano fisico.*

Questo problema è caratterizzato dal fatto che la linea c portante i dati è a priori sconosciuta, e che questi dati dipendono dalla linea stessa. Ai fini della presente ricerca, in cui ci limitiamo allo studio di una soluzione locale del problema, interessa ricavare a quali condizioni deve soddisfare la linea c affinché il flusso sul piano fisico goda delle tre proprietà indicate nell'introduzione. Per questo è però opportuno premettere alcune considerazioni sui « punti limite ».

2. CONSIDERAZIONI SUI « PUNTI LIMITE ». – Si definisce solitamente come « linea limite » sul piano odografico (η, β) il luogo dei punti in cui si annulla lo Jacobiano della trasformazione (1.2) tra piano fisico e piano odografico, ossia:

$$\mathfrak{J} = 0 \tag{2.1}$$

con:

$$\mathfrak{J} = \frac{\partial(x, y)}{\partial(\eta, \beta)} = -\sqrt{a}\,(\psi_\eta^2 - 2\eta\psi_\beta^2)\,. \tag{2.2}$$

Questa condizione, *fintantoché le derivate* ψ_η *e* ψ_β *sono limitate*, equivale alla condizione che sul piano (η, β) le linee di corrente siano tangenti ad una caratteristica, ossia:

$$(d\beta/d\eta)_{\psi = \text{costante}} \equiv -\psi_\eta/\psi_\beta = \begin{cases} +\sqrt{2\eta} \\ -\sqrt{2\eta} \end{cases}. \tag{2.3}$$

Chiameremo d'ora in poi « punto limite » ogni punto L in cui sia soddisfatta la (2.3). Introduciamo ora le variabili caratteristiche della (1.1):

$$\begin{cases} u = \mathrm{E} - \beta \\ v = \mathrm{E} + \beta \end{cases} \qquad \text{osssia} \quad \begin{cases} \mathrm{E} = \frac{1}{2}(v + u) \\ \beta = \frac{1}{2}(v - u) \end{cases} \qquad \text{con } \mathrm{E} = \frac{1}{3}(2\eta)^{3/2} \tag{2.4}$$

e poniamo:

$$\psi(\eta, \beta) = f(u, v)\,. \tag{2.5}$$

Se si escludono i punti della linea sonica, sulla quale diventa infinito lo Jacobiano $\mathfrak{J}^*$ della trasformazione (2.4) tra piano (η, β) e piano (u, v):

$$\mathfrak{J}^* = \frac{\partial(\eta, \beta)}{\partial(u, v)} = \frac{1}{2\sqrt{2\eta}}$$

la condizione (2.3) equivale alla analoga condizione di tangenza sul piano (u, v):

$$(du/dv)_{\psi = \text{costante}} = -f_v/f_u = \begin{cases} \infty \\ 0 \end{cases}. \tag{2.6}$$

Se invece L sta sulla linea sonica è necessario precisare su quale dei due piani (η, β) o (u, v) si deve intendere questa tangenza. Per chiarire questo fatto esaminiamo come si corrispondono tra di loro sull'uno e sull'altro piano le curve uscenti da un punto generico della linea sonica. Senza perdere in generalità possiamo supporre che questo punto coincida con l'origine O degli assi del piano (η, β), cui corrisponde anche l'origine O degli assi del piano (u, v). Sia dunque c una generica curva del piano (η, β), uscente dall'origine, e siano c^+ e c^- rispettivamente le sue parti supersonica e subsonica. Sul piano (η, β) la curva c sia definita dalle equazioni parametriche (1.4), valide per $\bar{\eta} \leqq 0$; sul piano (u, v) la curva c^+ risulta allora definita dalle corrispondenti equazioni parametriche:

$$(2.7) \qquad \begin{cases} u = \bar{u}(t) = \frac{1}{3}(2\bar{\eta})^{3/2} - \bar{\beta} \\ v = \bar{v}(t) = \frac{1}{3}(2\bar{\eta})^{3/2} + \bar{\beta} \end{cases} \qquad [\text{curva } c^+]$$

valide per $\eta > 0$. Sia inoltre t_0 il valore del parametro t corrispondente ad $\eta = \beta = 0$. Poniamo:

$$(2.8) \qquad \begin{cases} \alpha(t) = (d\beta/d\eta)_{\text{su } c^+} = \bar{\beta}'/\bar{\eta}' \\ \delta(t) = (du/dv)_{\text{su } c^+} = \bar{u}'/\bar{v}' \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha_0 = \lim\limits_{t \to t_0} \alpha(t) \\ \delta_0 = \lim\limits_{t \to t_0} \delta(t) . \end{cases}$$

Dalle (2.4) risulta:

$$(2.9) \qquad \delta = \frac{1 - \alpha/\sqrt{2\bar{\eta}}}{1 + \alpha/\sqrt{2\bar{\eta}}} \quad ; \quad \alpha = \sqrt{2\bar{\eta}}\,\frac{1-\delta}{1+\delta}$$

da cui appare che per ogni $\alpha_0 \neq 0$ risulta $\delta_0 = -1$, e per ogni $\delta_0 \neq -1$ risulta $\alpha_0 = 0$, e cioè qualunque sia la curva c^+ considerata la corrispondenza tra le sue rette tangenti sui due piani non è mai biunivoca. Pertanto, per poter stabilire una corrispondenza biunivoca tra le curve c^+ sui due piani in un intorno comunque piccolo del punto O la considerazione delle rette tangenti, e quindi dei limiti α_0 e δ_0, non è sufficiente, ma è necessario ricorrere agli ulteriori limiti A_0 e Δ_0 così definiti:

$$(2.10) \qquad \begin{cases} A(t) = \alpha^2/(2\bar{\eta}) \\ \Delta(t) = (1+\delta)/\sqrt{2\bar{\eta}} \end{cases} \qquad \begin{cases} A_0 = \lim\limits_{t \to t_0} A(t) \\ \Delta_0 = \lim\limits_{t \to t_0} \Delta(t). \end{cases}$$

Dalle (2.9) allora risulta, limitandoci al caso $\beta \geq 0$, e quindi $\alpha_0 \geq 0$, $\delta_0 \leq 1$, come sufficiente per quel che segue:

$$(2.11) \qquad \delta_0 = \begin{cases} -1 & \text{se è } \alpha_0 \neq 0 \\ \dfrac{1 - \sqrt{A_0}}{1 + \sqrt{A_0}} & \text{se è } \alpha_0 = 0 \end{cases} \quad ; \quad \alpha_0 = \begin{cases} 0 & \text{se è } \delta_0 \neq -1 \\ 2/\Delta_0 & \text{se è } \delta_0 = -1. \end{cases}$$

Dalle condizioni (2.11) si trae che quando il punto limite L sta sulla linea sonica la condizione $\alpha_0 = 0$ implica che sia:

$$(2.12)\quad \left\{ \begin{array}{l} \delta_0 = \dfrac{1 - \sqrt{A_0}}{1 + \sqrt{A_0}} \quad \text{con } \infty > A_0 \geq 0, \text{ e quindi } -1 < \delta_0 \leq +1 \\ \text{oppure } \left\{ \begin{array}{l} A_0 = \infty \text{ e quindi } \delta_0 = -1 \\ \Delta_0 = \infty \end{array} \right. \end{array} \right\} \text{(per } \beta \geq 0\text{)}.$$

D'altra parte la condizione $\delta_0 = 0$ implica che sia $\alpha_0 = 0$, per cui possiamo affermare che *si possono avere delle linee c^+ tangenti ad una caratteristica in un punto sonico sul piano (η, β) e non sul piano (u, v) ma non viceversa.* Ciò vuol anche dire che mentre per i punti non appartenenti alla linea sonica le condizioni (2.3) e (2.6) sono equivalenti, per i punti appartenenti alla linea sonica invece la condizione (2.6) è più restrittiva della (2.3).

3. ANALISI DELLE CONSEGUENZE DERIVANTI DALLE CONDIZIONI POSTE SUL PIANO FISICO. – Vediamo ora come si traduce sul piano odografico la condizione che sul piano fisico il flusso sia regolare dappertutto tranne che in un solo punto in cui l'accelerazione risulti infinita. Sia H questo punto. In primo luogo dalle (1.2) e (1.3) si ricavano le seguenti espressioni per le accelerazioni tangenziale a_t e normale a_n in corrispondenza dei punti del profilo sul piano fisico:

$$(3.1)\quad a_t = \frac{V_c^2}{\sqrt{a}} \frac{K}{\alpha} \quad ; \quad a_n = V_c^2 \left(1 + \frac{\eta}{k}\right) K .$$

Se teniamo conto della condizione posta a base della presente ricerca, e cioè che la curvatura K del profilo sia limitata, abbiamo che l'accelerazione normale non può mai diventare infinita, mentre l'accelerazione tangenziale diventa infinita se e solo se risulta:

$$(3.2)\quad \alpha_H \equiv \left(\frac{d\beta}{d\eta}\right)_{\psi = 0, \text{ in H}} = 0 \qquad \left[\begin{array}{c} \text{condizione di accel. tangenziale} \\ \text{infinita in H, per profili con} \\ \text{curvatura limitata.} \end{array}\right]$$

In secondo luogo la regolarità del flusso sul piano fisico in tutti i punti diversi da H implica che sul piano odografico non vi siano punti limite all'infuori, al più, di H. Per la curva c^+ su cui è $\psi = 0$ questa condizione implica che sia $\delta \neq 0$, da cui si trae subito un'altra condizione più restrittiva, e cioè:

$$(3.3)\quad \delta < 0 \qquad \text{[in tutti i punti di } c^+ \text{ escluso al più H].}$$

Infatti, se fosse $\delta > 0$ in qualche punto di c^+ (ved. fig. 1) la curva c^+, dovendo avere in comune con la linea sonica un altro punto S oltre ad O, dovrebbe necessariamente presentare almeno un punto limite L tra O ed S, a meno di presentare dei punti angolosi fisicamente ingiustificati. Infine la condizione (3.3) impone che la (3.2) sia soddisfatta in un punto della

linea sonica. Infatti, se così non fosse, nel punto H in cui vale la (3.2) risulterebbe, in base alla (2.9), $\delta = 1$ e quindi in prossimità di H $\delta > 0$, in contraddizione con la (3.3). *Dunque* H *deve essere un punto limite della linea sonica*, nel senso precisato nel n. 2. Ciò concorda con quanto è dimostrato da Nikolskii e Taganov [2], e costituisce una condizione necessaria cui deve soddisfare la linea c^+ qualora si voglia che il campo soddisfi alle tre condizioni poste nell'introduzione.

Tenendo anche conto delle (2.12) possiamo così riassumere le condizioni ottenute per la linea c^+:

$$(3.4)\qquad \left.\begin{array}{l} o \quad -1 < \delta_o \leq 0 \text{ cui corrisponde } \infty > A_o \geq 1 \\ o \quad \left\{\begin{array}{l} \delta_o = -1 \text{ cui corrisponde } A_o = \infty \\ \Delta_o = \infty \end{array}\right. \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{cui corrisponde} \\ \text{sempre } \alpha_o = 0. \end{array}$$

In virtù delle (3.4) e delle formule seguenti, deducibili dalle (1.3), (2.2), (2.8), (2.10):

$$(3.5)\qquad \left\{\begin{array}{l} (\mathfrak{J})_{\psi=o} = \sqrt{a}\, r^2 (\bar\beta)\, \dfrac{(1-\delta)^2}{4\delta} = -\sqrt{a}\, r^2 (\beta)\, \dfrac{A}{A-1} \\ (\psi_\eta)_{\psi=o} = r(\bar\beta)\, \dfrac{(1-\delta)^2}{-4\delta} = r(\bar\beta)\, \dfrac{A}{A-1} \\ (\psi_\beta)_{\psi=o} = r(\bar\beta)\, \dfrac{(1-\delta)^2}{4\alpha\delta} = -\dfrac{r(\bar\beta)}{\alpha}\, \dfrac{A}{A-1} \end{array}\right.$$

possiamo affermare che nelle ipotesi fatte *qualora, restando sul profilo, si tende al punto* H, *lo Jacobiano* $\mathfrak{J}$ *e la derivata* ψ_η *tendono entrambi ad un limite finito od infinito a seconda che sia rispettivamente* δ_o *diverso oppure eguale a zero* (A_o diverso oppure eguale ad 1), *mentre la derivata* ψ_β *tende in ogni caso ad infinito.*

4. Applicazione ai profili con curvatura costante. – Applichiamo ora la teoria sviluppata ai profili con curvatura costante, per i quali risulta:

$$(4.1)\qquad r(\beta) = r_o = \text{costante} \quad ; \quad s(t) = r_o/[1 - 2\eta\,(d\eta/d\beta)^2]_{\text{su } c}\ .$$

Dette al solito c^+ e c^- le parti supersonica e subsonica della curva c, cominciamo col determinare, *per ogni prefissata curva* c^+, soddisfacente a certe condizioni qualitative che verranno tosto precisate, la funzione ψ nella regione supersonica del campo. Ciò porta a risolvere un problema di Cauchy iperbolico [ved. (1.7)] per la funzione $\psi = f(u, v)$, soddisfacente all'equazione di Eulero–Poisson:

$$(4.2)\qquad f_{uv} + \frac{1}{6}\,\frac{f_u + f_v}{u+v} = 0$$

trasformata della (1.1) mediante le (2.4). La regolarità del campo implica (ved. n. 3) che sulla curva c^+ sia $\delta < 0$ e quindi che la curva stessa sia

(2) A. A. Nikolskii e G. I. Taganov, *Flow of a gas in a local supersonic region and some conditions for the breakdown of potenzial flow* [Brown University Translation A9-T-17 (1948)].

incontrata una volta sola da ciascuna caratteristica, e sia tutta contenuta dentro il triangolo caratteristico OAS (ved. fig. 1), in cui O ed S sono le sue due intersezioni con la linea sonica. In queste condizioni il problema di Cauchy considerato ammette una ed una sola soluzione che, applicando il classico metodo d'integrazione di Riemann, assume l'aspetto seguente:

$$(4.3) \qquad \psi(P) = f(u, v) = \frac{1}{2}\int_{P_1}^{P_2} U(P, \bar{P})\,(f_{\bar{u}}\,d\bar{u} - f_{\bar{v}}\,d\bar{v}) =$$

$$= \frac{r_0}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{1/3}\int_{t_1}^{t_2} \frac{\bar{u}' - \bar{v}'}{(\bar{u}+v)^{1/6}\,(u+\bar{v})^{1/6}}\,F(z)\,dt\,.$$

Qui $\bar{P}(\bar{u}, \bar{v})$ è il punto mobile sulla curva c^+, di equazioni parametriche (2.7); t_1 e t_2 sono i valori di t corrispondenti ai punti P_1 e P_2 d'intersezione di c^+ con le caratteristiche condotte per P, e pertanto definiti dalle equazioni:

$$\bar{u}(t_1) = u \quad ; \quad \bar{v}(t_2) = v\,.$$

Infine U è la funzione di Riemann della (4.2):

$$U(P, \bar{P}) = U(u, v; \bar{u}, \bar{v}) = \frac{(\bar{u}+v)^{1/3}}{(\bar{u}+v)^{1/6}\,(u+\bar{v})^{1/6}}\,F(z)$$

con F = funzione ipergeometrica di Gauss:

$$F(z) = F(1/6, 1/6, 1 \mid 1 - z) \quad , \quad z = \frac{(\bar{u}+\bar{v})\,(u+v)}{(\bar{u}+v)\,(u+\bar{v})}\,.$$

La (4.3) determina, limitatamente alla parte supersonica del campo, una classe infinita di flussi attorno a profili alari con curvatura costante, dipendenti dalla curva c^+ finora arbitraria. È chiaro poi che se vogliamo che il flusso goda sul piano fisico delle proprietà poste nell'introduzione questa curva c^+ deve soddisfare ad una delle condizioni (3.4). Noi ci limiteremo qui ad uno studio locale del flusso in un intorno di O, che verrà tosto precisato, assumendo in esso come curva c^+ una curva soddisfacente alla prima delle condizioni (3.4), e cioè:

$$(4.4) \qquad \begin{cases} \bar{u} = \delta_0 t\,, & \text{con } \delta_0 = \text{costante, e } -1 < \delta_0 < 0 \\ \bar{v} = t \end{cases} \qquad [\text{curva } c^+].$$

Sostituendo le (4.4) nella (4.3) si ha senz'altro la ψ nella parte supersonica del campo. Essa peraltro può essere prolungata anche nella parte subsonica operando nel modo seguente. Anzitutto si osservi che effettuando nella (4.3) la sostituzione di variabile d'integrazione $\bar{\bar{v}} = \bar{v}/u$ si ottiene la ψ espressa come prodotto di $u^{2/3}$ per una funzione del solo rapporto v/u. Ne consegue, tenuto anche conto delle (2.4), che nel caso presente la ψ può esprimersi sotto la forma:

$$(4.5) \qquad \psi(\eta, \beta) = \eta \cdot w(\sigma) \quad , \quad \text{con } \sigma = \left(\frac{v-u}{v+u}\right)^2 = \frac{9}{8}\frac{\beta^2}{\eta^3}\,.$$

Come intorno di O sul piano (η, β) consideriamo il dominio $\mathfrak{D}$ indicato in fig. 2, in cui è:

$$\text{per } \eta > 0 \begin{cases} 1 \leq \sigma < \infty \\ \beta > 0 \end{cases} \quad ; \quad \text{per } \eta < 0 \begin{cases} -\infty < \sigma \leq 0 \\ \beta \gtrless 0 . \end{cases}$$

Nel dominio $\mathfrak{D}$ ciascuna curva $\sigma =$ costante risulta costituita per $\eta > 0$ da un solo ramo uscente da O, e per $\eta < 0$ da due rami distinti, simmetrici rispetto al semiasse negativo delle η. Dalle (4.4) e (4.5) poi risulta che la curva c^+ è una speciale $\sigma =$ costante, e precisamente:

$$\sigma = \left(\frac{1 - \delta_0}{1 + \delta_0}\right)^2 \equiv \sigma_0^+ \qquad [\text{curva } c^+] . \tag{4.6}$$

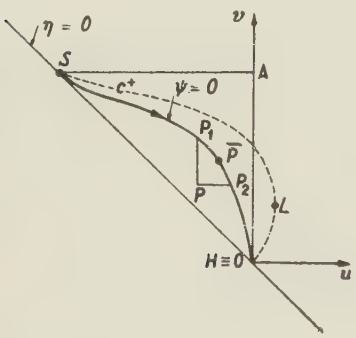


Fig. 1.

——— curva c^+ con $\delta < 0$ dappertutto, e quindi senza altri punti limite all'infuori di H;

– – – – curva c^+ con $\delta \gtrless 0$, e quindi con un punto limite L oltre ad H.

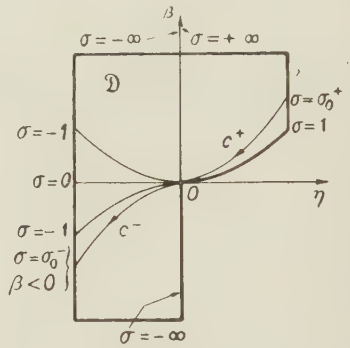


Fig. 2.

Il dominio $\mathfrak{D}$ sul piano odografico (η, β), e la linea di corrente $\psi = 0$ (con le freccie)

La costante σ_0^+ ora introdotta coincide con A_0 [cfr. (2.12)] e deve [ved. (4.4)] soddisfare alla condizione $1 < \sigma_0^+ < \infty$.

Ciò premesso sostituiamo la (4.5) nella (1.1). Otteniamo così che la funzione $w(\sigma)$ deve soddisfare all'equazione:

$$\sigma(1 - \sigma) w'' + \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\sigma\right) w' = 0 \tag{4.7}$$

il cui integrale generale vale:

$$w(\sigma) = \begin{cases} h_1 + h_2 \, \mathrm{H}(\sigma) & \text{per } 1 \leq \sigma < \infty \\ g_1 + g_2 \, \mathrm{G}(\sigma) & \text{per } -\infty < \sigma \leq 0 \end{cases} \tag{4.8}$$

con h_1, h_2, g_1, g_2 costanti d'integrazione, e:

$$\begin{cases} \mathrm{H}(\sigma) = \displaystyle\int_1^\sigma \xi^{-1/2} (\xi - 1)^{-1/6} \, d\xi & (1 \leq \sigma < \infty) \\ \mathrm{G}(\sigma) = \displaystyle\int_0^\sigma (-\xi)^{-1/2} (1 - \xi)^{-1/6} \, d\xi & (-\infty < \sigma \leq 0). \end{cases} \tag{4.9}$$

Dalle (4.5) e (4.8), imponendo anche la regolarità della ψ per $\eta < 0$, $\beta \cong 0$, si ricava:

$$(4.10)\qquad \psi = \begin{cases} h_1\eta + h_2\eta H(\sigma) & \text{per } 1 \leq \sigma < \infty \ , \eta > 0 \ , \beta > 0 \\ g_1\eta + g_2\eta G(\sigma) \\ g_1\eta - g_2\eta G(\sigma) \end{cases} \quad \text{per } -\infty < \sigma \leq 0 \ , \eta < 0 \ \begin{cases} \beta \geq 0 \\ \beta \leq 0 \ . \end{cases}$$

Imponendo quindi la continuità della ψ e della sua derivata normale ψ_η per $\eta = 0$, $\beta > 0$ si ottengono le seguenti relazioni tra le varie costanti d'integrazione:

$$(4.11)\qquad h_2 = g_2 \quad ; \quad h_1 - g_1 = (3 + g^* - h^*)\, h_2$$

con:

$$\begin{cases} h^* = \int_0^\infty (1+\xi)^{-1/2}\,[\xi^{-1/6} - (1+\xi)^{-1/6}]\,d\xi = 0{,}42\cdots \\ g^* = \int_0^\infty \xi^{-1/2}\,[\xi^{-1/6} - (1+\xi)^{-1/6}]\,d\xi = 1{,}31\cdots \end{cases}$$

La ψ e la sua derivata normale sulla linea sonica valgono:

$$(4.12)\qquad \psi(0,\beta) = 3/2 \cdot h_2 \cdot (3\beta)^{2/3} \ ; \ \psi_\eta(0,\beta) = h_1 + (h^* - 3)\, h_2 \qquad (\beta > 0).$$

Dalle (4.12) appare che sulla linea sonica la funzione (4.10) presenta in prossimità del punto O un comportamento singolare analogo a quello espresso dalle (3.5), valide sulla $\psi = 0$. Infatti per $\eta = 0$, $\beta = 0^+$ la derivata ψ_β diventa infinita come $\beta^{-1/3}$ mentre la derivata ψ_η si mantiene finita.

Una volta fissata la curva c^+, ossia δ_0, e quindi σ_0^+ per mezzo della (4.6), risultano determinati i rapporti:

$$(4.13)\qquad h_1/h_2 = -H(\sigma_0^+) \quad ; \quad g_1/h_2 = -[H(\sigma_0^+) + 3 + g^* - h^*].$$

Così pure risulta determinato il ramo subsonico c^- della curva c, la cui equazione risulta:

$$(4.14)\qquad \sigma = \sigma_0^- , \qquad \text{con } \pm G(\sigma_0^-) = H(\sigma_0^+) + 3 + g^* - h^* \quad [\text{curva } c^-].$$

Essendo sempre $H > 0$, $G < 0$, $3 + g^* - h^* > 0$ consegue che nella (4.14) deve valere il segno meno davanti a G, e quindi che la curva c^- si trova nel semipiano $\beta < 0$ ($\eta < 0$).

Infine dalle (1.5) e (4.10) si ricavano le espressioni delle curvature K_0^+ e K_0^- delle due parti supersonica e subsonica del profilo in prossimità di O:

$$(4.15)\qquad \begin{cases} 1/(k\lambda K_0^+) \equiv r_0^+ = -3\, h_2\, (\sigma_0^+ - 1)^{5/6}/(\sigma_0^+)^{1/2} & \text{per } \eta > 0 \\ 1/(k\lambda K_0^-) \equiv r_0^- = -3\, h_2\, (1 - \sigma_0^-)^{5/6}/(-\sigma_0^-)^{1/2} & \text{per } \eta < 0. \end{cases}$$

Essendo noto, oltre a σ_0^+, anche il valore r_0^+ della costante r_0 su c^+, la prima delle (4.15) fornisce il valore di h_2, cosicché, tenuto anche conto delle

(4.13), risultano completamente determinate tutte le costanti che intervengono nella (4. 10).

In fig. 3 sono riportati i valori di σ_o^+, σ_o^- e del rapporto K_o^-/K_o^+ in funzione di δ_o, per $-1 < \delta_o < 0$.

Mediante verifica diretta poi si constata che con la funzione di corrente (4.10) la condizione (2.3) non è mai verificata in nessun punto di $\mathcal{D}$ all'infuori di O, e che pertanto sul piano odografico il flusso non presenta altri punti limite all'infuori di O. Le (1.2) permettono allora di determinare il flusso corrispondente sul piano fisico, che risulta regolare in prossimità di O.

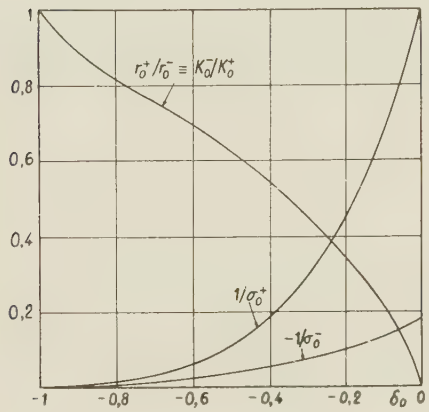


Fig. 3.

Valori di σ_o^+, σ_o^- e del rapporto K_o^-/K_o^+ delle curvature delle parti subsonica e supersonica del profilo, secondo risultati numerici.

Concludiamo osservando che i risultati ottenuti mostrano che per $-1 < \delta_o < 0$ le curvature K_o^+ e K_o^- non sono mai uguali, e che risulta:

$$\lim_{\delta_o \to -1} K_o^+/K_o^- = 1.$$

Ciò prova che se oltre alle tre proprietà indicate nell'introduzione si richiede anche la continuità della curvatura del profilo attraverso la linea sonica, la curva c^+ deve soddisfare alla seconda delle condizioni (3.4), e cioè $\delta_o = -1$, $\Delta_o = \infty$.

Simboli non definiti nel testo.

γ = rapporto tra i calori specifici dei gas = 1,4

a = costante $= [2/(\gamma+1)]^{2/(\gamma-1)}$ = 0,40187

k = costante $= [(\gamma+1)/2]^{(\gamma+1)/(\gamma-1)}$ = 2,98598

b = costante $= k/\sqrt{a}$ = 4,71021

V_c = velocità critica

q = rapporto tra la velocità locale e la velocità critica

ρ = rapporto tra la densità locale e la densità critica

$\tau = \tau(q) = \exp\left[k \int_1^q \rho/q \cdot dq\right]$

$\eta = \tau - 1$

ϑ = angolo formato tra la velocità asintotica $\vec{V}_\infty$ e la velocità $\vec{V}$

$\beta = b\vartheta$

ψ, φ = funzione di corrente e potenziale di velocità.

Astronomia. — *Sul calcolo automatico della soluzione del problema fondamentale della navigazione astronomica.* Nota di PASQUALE SCONZO, presentata (*) dal Socio M. PICONE.

1. I metodi attualmente in uso presso tutte le marine del mondo appartengono al tipo dei metodi indiretti, mirano cioè a migliorare la conoscenza approssimata della posizione dell'osservatore. Nella prassi della navigazione astronomica, detti metodi raggiungono lo scopo impiegando schemi di calcolo logaritmo–trigonometrici ovvero interpolatori in apposite e più o meno voluminose tabelle, a cui fanno seguito dei procedimenti grafici. Il tracciamento delle cosidette rette di altezza richiede sempre un calcolo preventivo ed anche se per facilitarlo si usano le note Tavole H. O. 214 della marina americana, il tempo occorrente è sempre considerevole e comunque mai paragonabile alla rapidità conseguibile con un calcolatore elettronico.

L'essenza matematica dei metodi indiretti consiste nel calcolare due correzioni $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$ da apportare alla posizione approssimata φ_0, λ_0, il cosidetto punto–stimato, per ottenere le coordinate esatte dell'osservatore: $\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi$, $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$. I metodi diretti invece mirano alla conoscenza diretta di dette coordinate esatte; essi sono stati giudicati « impraticabili » perché troppo complicati e da un secolo a questa parte non hanno avuto più la fortuna di attirare l'attenzione dei teorici e dei pratici. Sottoponendo a nuova investigazione questo importante problema nautico, sono riuscito a trovare una soluzione diretta, che oso definire elegante per la sua semplicità e che ha il vantaggio non indifferente di potere essere elaborata in modo ultrarapido mediante un calcolatore elettronico.

2. Esporrò brevemente i risultati a cui sono pervenuto. Cominciamo col supporre che le osservazioni vengano effettuate simultaneamente o a brevi intervalli di tempo l'una dall'altra, in modo da potere trascurare l'eventuale piccola variazione della posizione dell'osservatore, dovuta alla sua mobilità. Col significato noto dei simboli, ogni altezza osservata fornisce una relazione del tipo:

$$(1) \qquad \sin h_i = \sin\varphi \sin\delta_i - \cos\varphi \cos\delta_i \cos(T_i + \lambda) \quad (i = \text{nominativo dell'astro}),$$

che rappresenta un luogo di posizione dell'osservazione. Bastano perciò teoricamente due di queste relazioni per potere determinare φ e λ; rimarrebbe però un'ambiguità facilmente eliminabile, nella scelta, della soluzione che corrisponde alla realtà. Nessuna ambiguità si presenta invece se gli astri osservati sono tre o più di tre; in quest'ultimo caso ogni coppia (i, j) di

(*) Nella seduta del 14 febbraio.

relazioni come la (1), eliminando λ, fornisce un'equazione di 2° grado del tipo:

$$M_{ij} X^2 + 2 P_{ij} X + N_{ij} = 0 , \qquad (\varphi = \arcsin X), \tag{2}$$

dove i coefficienti M_{ij}, N_{ij}, P_{ij}, dopo aver posto:

$$A_i = \operatorname{tg} \delta_i \quad , \quad B_i = -\sin h_i \sec \delta_i \quad , \quad C_{ij} = \cos (T_i - T_j) , \tag{3}$$

hanno le seguenti espressioni:

$$\begin{cases} M_{ij} = 1 + A_i^2 + A_j^2 - C_{ij}^2 - 2 A_i A_j C_{ij} \\ N_{ij} = -1 + B_i^2 + B_j^2 + C_{ij}^2 - 2 B_i B_j C_{ij} \\ P_{ij} = A_i B_i + A_j B_j - (A_i B_j + A_j B_i) C_{ij} . \end{cases} \tag{4}$$

Tutte le equazioni (2) hanno una radice comune, che quella che interessa, ma a causa degli inevitabili errori accidentali delle osservazioni, si otterranno valori leggermente diversi tra loro. Detto allora X_m il valor medio della radice comune, si avrà dapprima la latitudine φ:

$$\varphi = \arcsin X_m \tag{5}$$

e dopo la longitudine λ, pure come valore medio dei valori che si ottengono dalle relazioni:

$$\cos (T_i + \lambda) = (A_i X_m + B_i) (1 - X_m^2)^{-1/2} . \tag{6}$$

Se poi le osservazioni non possono ritenersi simultanee (non trascurabilità della velocità posseduta dall'osservatore durante l'esecuzione delle misure), al metodo sopraesposto sono da apportare piccole modificazioni, che qui si omettono, onde ottenere la posizione esatta dell'osservatore in corrispondenza dell'istante della prima o dell'ultima osservazione o in generale in corrispondenza di un istante comunque scelto, purché prossimo a quelli delle osservazioni.

È ovvio che anche qui la scelta degli astri da osservare si farà seguendo le stesse norme, note dalla nautica astronomica, che assicurano la determinazione del punto ottimo.

Il calcolo dei coefficienti (3), (4) e la risoluzione delle equazioni (2), (6) sono facilmente eseguibili con un calcolatore elettronico. Pure automaticamente potrebbe calcolarsi la differenza $T_i - T_j$, in quanto, detta K_{ij} una costante dipendente dalla coppia di astri (i, j), ricavabile dalle Effemeridi, si ha:

$$T_i - T_j = K_{ij} + 0.000011606 \, \Delta TU,$$

dove ΔTU è la differenza in TU, espressa in secondi, tra gli istanti delle osservazioni dei due astri della coppia. Per il calcolo di un valore singolo T_i si potrebbe invece adoperare una formula del tipo:

$$T_i = \text{Parte decimale di } \{1.00273791 \, (t_i - t_0) + K_{0i}\}$$

dove $t_i - t_0$ è l'intervallo di tempo, espresso in giorni medi e decimali di giorno medio, che intercorre tra un'origine comunque scelta t_0 e l'istante t_i dell'osservazione e K_{0i} la costante d'effemeride relativa a t_0 e corrispondente alla coppia (Sole medio, astro). C'è solo da avvertire che con le formule precedenti gli angoli vengono misurati in un'unità pari a 2π radianti.

3. In base a quanto abbiamo esposto, nasce spontanea l'idea della possibilità di attuare un servizio combinato, radiotelegrafico e di calcolo elettronico, che consenta di fornire rapidamente agli ufficiali di rotta, di una nave o velivolo, il risultato del calcolo eseguito, pochi istanti dopo che essi vengano in possesso delle altezze degli astri osservati. Si noti bene che i dati occorrenti alla centrale di calcolo sono soltanto i seguenti:

1° nominativi degli astri osservati;

2° altezze corrette e tempi d'osservazione in TU;

3° eventualmente la rotta vera e la velocità dell'osservatore.

Un servizio così centralizzato potrebbe organizzarsi su scala nazionale o addirittura internazionale. Il presente studio, destinato ad incrementare la sicurezza della navigazione astronomica, marittima ed aerea, potrebbe servire per lo meno per la realizzazione di un programma minimo, cioè quello da servire da incentivo alle case costruttrici di calcolatori elettronici per progettare ed approntare un tipo speciale di calcolatore, capace di elaborare soltanto il gruppo di formule indicato avanti.

Geodesia. — *Triangolazione aerea analitica con dati ausiliari.* Nota di Giuseppe Inghilleri, presentata (*) dal Corrisp. L. Solaini.

1. – In questa Nota viene trattata la estensione del metodo di triangolazione analitica esposto in una precedente Nota (1) all'impiego di dati ausiliari di presa.

Gli strumenti ausiliari che vengono considerati sono: il periscopio solare, il giroscopio e lo statoscopio; questi strumenti, la cui funzione verrà descritta in seguito, sono solidali alla camera da presa fotogrammetrica, agiscono in sincronismo con questa e forniscono pertanto dei dati che, o coincidono con uno degli elementi di orientamento (statoscopio), o stabiliscono dei legami funzionali fra gli elementi di orientamento (periscopio solare, giroscopi).

I dati ausiliari possono essere usati in quattro modi:

a) come elementi atti a stabilire in parte l'assetto di ciascun fotogramma;

b) come elementi che permettono di correggere l'orientamento assoluto di ogni singolo modello;

c) come elementi da introdurre nella compensazione dei risultati forniti da una triangolazione libera;

d) come elementi da cui si possono dedurre i parametri approssimati d'orientamento, da introdurre nei calcoli allo scopo di ridurre il numero di iterazioni.

Si trattano solo i punti *a*) e *b*); la scelta del metodo migliore fra quelli di cui ai punti *a*), *b*), *c*) è dal punto di vista teorico piuttosto complessa, e può essere fatta solo dopo una sufficiente serie di ricerche sperimentali.

2. *Periscopio solare – Orientamento di ciascun fotogramma.* – Il periscopio solare è essenzialmente una camera da presa, con obbiettivo supergrandangolare, solidale alla camera fotogrammetrica; in via teorica si può immaginare che l'asse del periscopio coincida con l'asse della camera fotogrammetrica e che gli assi x, y sui due piani principali siano paralleli; in pratica queste condizioni non si verificano, ma si può agevolmente, con un metodo analitico, determinare e tener conto del vero assetto camera–periscopio; all'istante della presa di un fotogramma si apre anche l'otturatore del periscopio solare e si fotografa il Sole.

Siano x_p e y_p le coordinate del centro dell'immagine del Sole corrette della distorsione dell'obbiettivo; se p_p è la distanza principale del periscopio e p

(*) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) *Un metodo per la triangolazione aerea analitica*, « Rend. Lincei », serie VIII, vol. XXIV, fasc. 2, p. 149 (1958).

quella della camera fotogrammetrica, sul piano della positiva del fotogramma terrestre, le coordinate del centro dell'immagine del Sole sarebbero state

$$(1) \qquad x_s = \frac{f}{f_p} x_p \qquad y_s = \frac{f}{f_p} y_p .$$

Si consideri allora, fig. 1, il generico fotogramma i–mo in cui si può immaginare che appaia l'immagine S del Sole poiché le (1), o relazioni più complesse che tengono conto dell'effettivo assetto camera–periscopio, ne for-

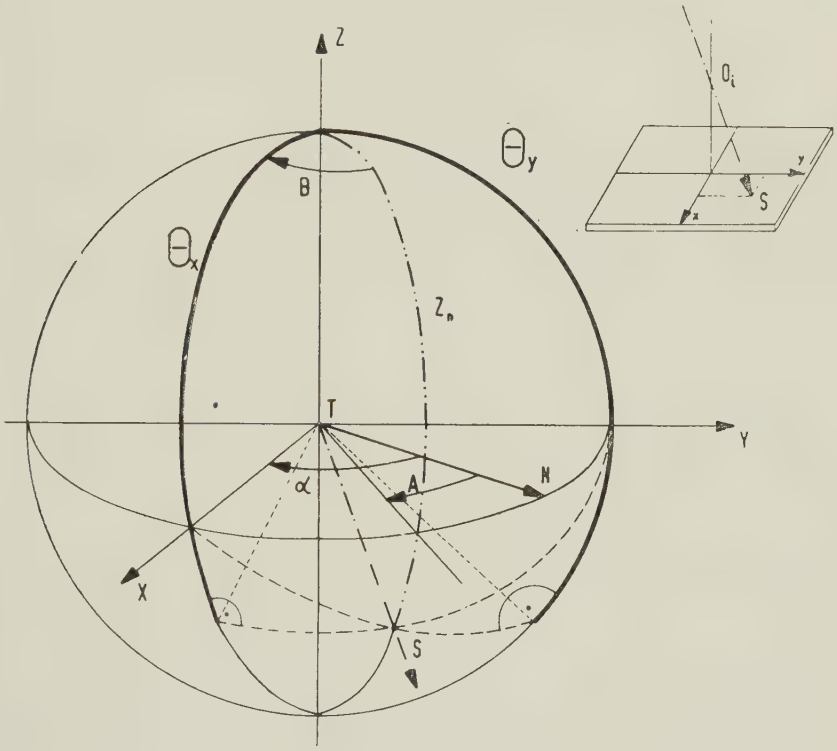


Fig. 1.

niscono le coordinate del centro; si supponga che il fotogramma sia orientato e nella giusta posizione assoluta nello spazio; il riferimento topografico T·XYZ abbia l'asse Z parallelo alla verticale per O_i e l'asse X abbia un azimut α rispetto alla retta cardinale nord N. La conoscenza delle coordinate geografiche φ, λ di O_i e dell'ora in cui è avvenuta la presa del fotogramma i–mo permettono di calcolare le coordinate altazimutali z_S e ϑ_S del Sole rispetto alla verticale per O_i. La direzione TS, parallela a O_i S e diretta verso il basso, resta definita dagli angoli $z_n = 180 - z_S$ e dall'azimut $A = \vartheta_S \mp \pi$ (il segno + vale quando $\vartheta_S < \pi$).

Posto $B = \alpha - A$, dai triangoli sferici rettangoli di fig. 1 si ricava

$$(2) \qquad \operatorname{tg} \vartheta_X = \operatorname{tg} z_n \cos B \qquad \operatorname{tg} \vartheta_Y = \operatorname{tg} z_n \operatorname{sen} B,$$

che sono in valore e segno le tangenti degli angoli di direzione dei raggi solari diretti verso il basso sui piani ZX e ZY. Tenendo allora presenti le (5), (3) e (4) di [1], fra i parametri d'orientamento φ, ω e $\varkappa$ del fotogramma i–mo, i valori $\operatorname{tg}\vartheta_X$, $\operatorname{tg}\vartheta_Y$ e le coordinate x_S, y_S sussistono le relazioni:

$$(3)\quad \begin{cases} S = \dfrac{x_S \cos\varkappa\cos\varphi + y_S \operatorname{sen}\varkappa\cos\varphi + f\operatorname{sen}\varphi}{x_S(\cos\varkappa\cos\omega\operatorname{sen}\varphi - \operatorname{sen}\varkappa\operatorname{sen}\omega) + y_S(\cos\varkappa\operatorname{sen}\omega + \operatorname{sen}\varkappa\cos\omega\operatorname{sen}\varphi) - f\cos\omega\cos\varphi} \\ \qquad\qquad -(\operatorname{tg}\vartheta_X) = 0 \\ T = \dfrac{-x_S(\operatorname{sen}\varkappa\cos\omega + \cos\varkappa\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\varphi) + y_S(\cos\varkappa\cos\omega - \operatorname{sen}\varkappa\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\varphi) + f\operatorname{sen}\omega\cos\varphi}{x_S(\cos\varkappa\cos\omega\operatorname{sen}\varphi - \operatorname{sen}\varkappa\operatorname{sen}\omega) + y_S(\cos\varkappa\operatorname{sen}\omega + \operatorname{sen}\varkappa\cos\omega\operatorname{sen}\varphi) - f\cos\omega\cos\varphi} \\ \qquad\qquad -(\operatorname{tg}\vartheta_Y) = 0\,. \end{cases}$$

Queste due equazioni insieme a tre equazioni del tipo delle (6) [1], e una del tipo (7) [1], permettono di determinare tutti i parametri d'orientamento del fotogramma i–mo supposto orientato l'$(i-1)$–mo.

Volendo procedere con i calcoli come specificato nel paragrafo 3 di [1], i coefficienti di J_0 relativi alle equazioni solari (3) sono:

$$(4)\quad \begin{cases} \left(\dfrac{\delta S}{\delta\varphi}\right)_0 = -(1+\xi_S^2) & \left(\dfrac{\delta S}{\delta\omega}\right)_0 = -\xi_S\eta_S & \left(\dfrac{\delta S}{\delta\varkappa}\right)_0 = -\eta_S \\ \left(\dfrac{\delta T}{\delta\varphi}\right)_0 = -\xi_S\eta_S & \left(\dfrac{\delta T}{\delta\omega}\right)_0 = -(1+\eta_S^2) & \left(\dfrac{\delta T}{\delta\varkappa}\right)_0 = \xi_S \end{cases}$$

ed i termini di $N^{(0)}$

$$(S)_0 = -[\xi_S + (\operatorname{tg}\vartheta_X)] \qquad (T)_0 = -[\eta_S + (\operatorname{tg}\vartheta_Y)].$$

Eseguendo i calcoli in questa maniera, la direzione del Sole, attraverso le coordinate x_S, y_S, interviene nella formazione del modello come un elemento esente da errore, ma il modello, per effetto degli errori da cui sono affette le coordinate di lastra sia del Sole che dei punti del terreno, risulta privo di parallassi solo nei tre punti per cui si sono introdotte le equazioni $V_K = 0$. Si può allora eseguire una compensazione introducendo un maggior numero di tali equazioni, determinando pertanto dei residui anche per le equazioni solari. L'introduzione di questa compensazione, in cui gli elementi solari vengono introdotti alla stessa stregua delle coordinate di lastra dei punti considerati per l'orientamento, rende però il procedimento concettualmente diverso dal metodo strumentale nel quale, come è noto, le inclinazioni della camera dedotte dai dati solari sono imposte come prive di errore.

Si è del parere che questo procedimento possa dare dei buoni risultati se le coordinate x_S, y_S hanno una precisione dello stesso ordine di quelle dei normali punti sulla lastra.

Volendo comunque rispettare il concetto di introdurre i dati ausiliari come privi di errore si può effettuare una compensazione per osservazioni indirette condizionate scrivendo le equazioni del tipo (6) [1] per cinque o più punti, una o più equazioni del tipo (7) [1] e introducendo le (3) come equazioni di condizione.

Il procedimento strumentale consistente nell'imporre le inclinazioni desunte dai dati solari, nell'eliminare la parallasse in tre punti con i tre elementi di orientamento a disposizione, e negli altri punti ritoccando l'orientamento della camera precedente, non equivale ai metodi analitici esposti; considerando che con queste operazioni il modello risulta, almeno in teoria, privo di parallassi ed in accordo con la direzione solare della camera da orientare, si può dedurre che il metodo strumentale equivale a quello analitico esposto nel paragrafo seguente.

Tali considerazioni e le diverse soluzioni prospettate valgono anche per il giroscopio e lo statoscopio.

Ritornando ora alle (3) si deve osservare che il problema non è ancora risolto perché i valori corretti di $\operatorname{tg} \vartheta_X$ e $\operatorname{tg} \vartheta_Y$ non sono noti a priori; infatti la posizione di O_i, e quindi le coordinate geografiche, non sono note finché non è stato eseguito il concatenamento. Inoltre bisogna tener conto che il riferimento rispetto al quale sono calcolati gli elementi per l'orientamento del fotogramma i–mo, non ha l'asse Z parallelo alla verticale per O_i; per queste ragioni nelle formule (3) i valori delle tangenti della direzione solare sono posti tra parentesi.

È necessario pertanto fare alcune considerazioni sul riferimento topografico rispetto al quale vengono eseguiti i calcoli per il concatenamento di ogni fotogramma di una strisciata, sia libera che con dati ausiliari.

Si può adottare un riferimento unico e solidale al primo modello per tutti i fotogrammi della strisciata, oppure un riferimento diverso per ciascun fotogramma in modo che i calcoli relativi al concatenamento di un fotogramma siano eseguiti rispetto ad una terna che ha l'asse Z parallelo alla verticale in un punto di coordinate note prossimo al punto nadirale del precedente fotogramma. Pur comportando qualche calcolo in più si è del parere che il secondo metodo sia più conveniente.

La posizione del fotogramma i–mo sia stata allora determinata rispetto alla terna che ha l'asse Z parallelo alla verticale nel punto N^*_{i-1}, punto di coordinate note più vicino al punto nadirale N_{i-1}; le coordinate calcolate per i punti del modello vanno corrette di piccole quantità per tener conto della curvatura della terra; occorre poi, prima di concatenare il fotogramma $(i+1)$–mo eseguire una trasformazione di coordinate in modo da riferire gli elementi del fotogramma i–mo, cioè le tangenti m_K e n_K, le coordinate del punto di presa e dei punti noti, alla terna che ha l'asse Z parallelo alla verticale per il punto N^*_i; gli angoli fra le due terne sono definiti dalle differenze di coordinate dei punti N^*_{i-1} e N^*_i (ed eventualmente una piccola rotazione intorno all'asse Z, ved. avanti), mentre le traslazioni si possono calcolare imponendo che le coordinate (già corrette) di N^*_i, punto del modello più vicino al punto nadirale N_i, non variino.

Nel caso però della triangolazione con dati solari invece di variare il riferimento in relazione a punti di coordinate note prossimi ai punti nadirali effettivi è conveniente prefissare dei punti, punti nadirali *presunti*, che saranno utili sia per i cambiamenti di riferimento sia per introdurre i dati solari.

Si consideri allora una strisciata che da un punto $N_0(\varphi_0, \lambda_0)$ va ad un punto $N_n(\varphi_n, \lambda_n)$ dell'ellissoide; i punti N_0 e N_n siano i punti nadirali relativi al primo ed ultimo fotogramma. Sia l una linea sull'ellissoide di tipo noto (lossodromia, geodetica, ecc.) che congiunge N_0 con N_n e che si discosti il meno possibile dai successivi punti nadirali; sia T il tempo intercorso fra la presa del primo e dell'ultimo fotogramma e Δt_i l'intervallo di tempo fra le prese dei fotogrammi $(i-1)$–mo e i–mo.

Si calcoli la lunghezza l_{0n} dell'arco di linea l compreso fra N_0 e N_n; l'arco di linea l_{0i} fra il punto nadirale N_0 ed il punto nadirale *presunto* N_i risulta, se la velocità dell'aereo è costante,

$$l_{0i} = \frac{l_{0n}}{T} \sum_{1}^{i} \Delta t_K .$$

Si possono così calcolare le coordinate geografiche di tutti i punti nadirali *presunti* compresi fra N_0 e N_n, che nella ipotesi di regolarità di volo dell'aereo risulteranno prossimi ai punti nadirali effettivi.

Si assuma come riferimento topografico rispetto al quale determinare la posizione del fotogramma i–mo la terna che ha l'asse Z parallelo alla verticale nel punto nadirale presunto N_{i-1} (sull'ellissoide) e l'asse X parallelo alla tangente alla linea l nello stesso punto.

Le coordinate del punto nadirale presunto N_i risultano $X_i = X_0 + l_{0i}$ $Y_i = Y_0$, essendo X_0 ed Y_0 le coordinate del primo punto nadirale.

Le relazioni fra le due terne relative a N_{i-1} e N_i sono definite dalla trasformazione di coordinate

$$(5) \qquad \begin{cases} X_i = L + a_1 X_{i-1} + b_1 Y_{i-1} + c_1 Z_{i-1} \\ Y_i = M + a_2 X_{i-1} + b_2 Y_{i-1} + c_2 Z_{i-1} \\ Z_i = N + a_3 X_{i-1} + b_3 Y_{i-1} + c_3 Z_{i-1} \end{cases}$$

ove le traslazioni L , M , N restano definite dal fatto che le coordinate, opportunamente corrette di N_i^*, già definito, devono restare invariate e gli a_i , b_i e c_i sono i coseni di direzione, deducibili dagli angoli di Eulero $\tau_1 = -\psi$, $\tau_2 = \vartheta$, $\tau_3 = \varphi$.

Siano α_{i-1} , β_{i-1} gli azimut sferoidici dell'asse X (tangente a l) e dell'arco di geodetica $N_{i-1}N_i$ in N_{i-1} ; α_i , β_i gli analoghi elementi per l'asse X e l'arco di geodetica $N_i N_{i+1}$ in N_i ; sia ε_i quindi l'angolo in N_i fra le geodetiche $N_{i-1}N_i$ e $N_i N_{i+1}$; si ottiene allora

$$(6) \qquad \begin{cases} \tau_1 = \dfrac{\pi}{2} - [\alpha_i - (\beta_i + \varepsilon_i)] \\ \tau_2 = \vartheta_i \\ \tau_3 = \dfrac{\pi}{2} - (\alpha_{i-1} - \beta_{i-1}) \end{cases}$$

dove tutti gli elementi sono determinabili in base alle coordinate geografiche dei punti N_{i-1} , N_i , N_{i+1} .

Posto

$$\delta_i = \alpha_i - \beta_i$$

$$\delta_{i-1} = \alpha_{i-1} - \beta_{i-1}$$

nella ipotesi di poter trascurare le potenze di δ_i , ε_i superiori alla prima e potendosi porre $\delta_{i-1} = \delta_i$ i coseni direttori risultano in prima approssimazione, generalmente sufficiente,

$$(7) \qquad \begin{cases} a_1 = 1 & a_2 = -\varepsilon_i & a_3 = \vartheta_i \\ b_1 = \varepsilon_i & b_2 = 1 & b_3 = 0 \\ c_1 = -\vartheta_i & c_2 = 0 & c_3 = 1. \end{cases}$$

Dalle (5) si possono facilmente ricavare le espressioni che permettono di riferire le tangenti di direzione a terne diverse.

Si riprende ora in esame l'introduzione dei dati solari.

Dal triangolo sferico di fig. 2 di cui si conoscono gli elementi per essere note le coordinate geografiche dei punti nadirali presunti e le ore in cui sono avvenute le prese, si ricavano le note formule

$$(8) \qquad \begin{cases} \cos z_S = \operatorname{sen} \varphi_i \operatorname{sen} \delta_S + \cos \varphi_i \cos \delta_S \cos \sigma_i \\ \operatorname{cotg} \vartheta_S \operatorname{sen} \sigma_i = \operatorname{tg} \delta_S \cos \varphi_i - \operatorname{sen} \varphi_i \cos \sigma_i \end{cases}$$

e quindi dalle

$$(9) \qquad \begin{cases} z_n = \pi - z_S \\ A = \vartheta_S \mp \pi \\ B = \alpha - A \end{cases}$$

si possono calcolare le $\operatorname{tg} \vartheta_X^\circ$ e $\operatorname{tg} \vartheta_Y^\circ$ nei punti nadirali presunti.

Prima di introdurre le tangenti di direzione solare nelle (3) bisogna tener conto di quanto segue.

Le tangenti di direzione solare vanno calcolate nel punto nadirale effettivo che ad ogni iterazione assume coordinate (uguali a quelle del punto di presa) diverse; si devono quindi ad ogni iterazione calcolare le variazioni che di conseguenza subiscono le tangenti di direzione.

Se $\Delta X_i = (X_i) - X_i$ e $\Delta Y_i = (Y_i) - Y_i$ sono le differenze di coordinate fra il punto nadirale calcolato ad ogni iterazione (uguali a quelle del punto di presa) ed il punto nadirale presunto, l'angolo di direzione di $\Delta S_i = (\Delta X_i^2 + \Delta Y_i^2)^{1/2}$ rispetto all'asse X è determinato da

$$(10) \qquad \operatorname{tg} d_i = \frac{\Delta X_i}{\Delta Y_i} \qquad (0 \leq d_i \leq 2\pi)$$

l'azimut h_i di ΔS_i rispetto al meridiano per N_i è

$$h_i = \alpha_i - d_i .$$

ΔX_i e ΔY_i equivalgono quindi alle variazioni di coordinate geografiche

$$(11)\qquad \begin{cases} \Delta\varphi_i = \dfrac{\Delta S_i}{\rho}\cos h_i \\ \Delta\lambda_i = \dfrac{\Delta S_i}{N\cos\varphi_i}\operatorname{sen} h_i . \end{cases}$$

Introdotte tali variazioni nelle formule differenziali che si possono ricavare dalle (2) e (8), tenendo conto delle (9) si calcolano gli incrementi $\Delta \operatorname{tg}\vartheta_X$ e $\Delta \operatorname{tg}\vartheta_Y$ da apportare di volta in volta alle tangenti già calcolate.

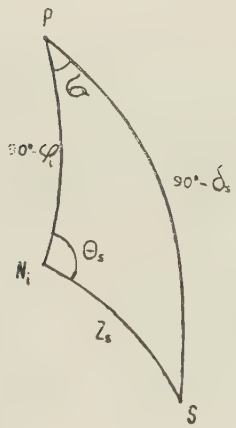


Fig. 2.

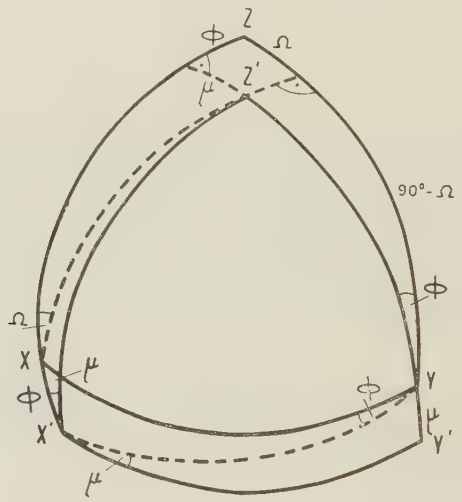


Fig. 3.

I valori $\operatorname{tg}\vartheta_X^\circ + \Delta\operatorname{tg}\vartheta_X$ e $\operatorname{tg}\vartheta_Y^\circ + \Delta\operatorname{tg}\vartheta_Y$ non si possono ancora introdurre nelle (3) perché sono valori riferiti ad una terna che ha l'asse Z parallelo alla verticale nel punto nadirale effettivo e l'asse X parallelo alla tangente alla linea l nel punto nadirale presunto N_i, mentre i valori da introdurre nelle (3) devono essere riferiti alla terna relativa al punto nadirale presunto $N_{i\ 1}$.

Fra la terna relativa al punto nadirale effettivo (N_i) e quella relativa al punto nadirale presunto N_i, intercorrono le relazioni (13) e (14) (ved. fig. 3) con

$$\Phi = \frac{(X_i) - X_i}{R} \qquad \mu = \frac{(Y_i) - Y_i}{R}$$

variabili ad ogni iterazione, mentre le (5) e (6) definiscono il secondo cambiamento di riferimento, che non subisce variazioni. In definitiva tenendo conto di quanto detto, i valori da introdurre nelle (3) sono dati con sufficiente approssimazione da

$$(12)\qquad \begin{cases} (\operatorname{tg}\vartheta_X) = \operatorname{tg}\vartheta_X^\circ + \Delta\operatorname{tg}\vartheta_X + (\Phi+\vartheta_i)(1+\operatorname{tg}\vartheta_X^{\circ 2}) + \mu\operatorname{tg}\vartheta_X^\circ\operatorname{tg}\vartheta_Y^\circ - \varepsilon_i\operatorname{tg}\vartheta_Y^\circ \\ (\operatorname{tg}\vartheta_Y) = \operatorname{tg}\vartheta_Y^\circ + \Delta\operatorname{tg}\vartheta_Y + \mu(1+\operatorname{tg}\vartheta_Y^{\circ 2}) + (\Phi+\vartheta_i)\operatorname{tg}\vartheta_X^\circ\operatorname{tg}\vartheta_Y^\circ + \varepsilon_i\operatorname{tg}\vartheta_X^\circ . \end{cases}$$

3. *Periscopio solare – Orientamento di ciascun modello.* – Si supponga effettuato l'orientamento del fotogramma i–mo senza alcuna introduzione di dati ausiliari, e che sui fotogrammi $(i-1)$–mo e i–mo, che determinano il modello i–mo, appaiano le immagini del Sole di cui siano note le coordinate x_{i-1}, y_{i-1} e x_i, y_i relative al centro.

Siano note le tangenti di direzione solari $\operatorname{tg} \vartheta'_{X_{i-1}}$, $\operatorname{tg} \vartheta'_{Y_{i-1}}$, $\operatorname{tg} \vartheta'_{X_i}$, $\operatorname{tg} \vartheta'_{Y_i}$ calcolate nelle posizioni effettive dei punti nadirali (N_{i-1}), (N_i) per mezzo delle (8), (9) e (2) e riferite, come tutti gli altri elementi, alla terna relativa a N_{i-1}. D'altra parte mediante le coordinate del Sole sui fotogrammi e i parametri di orientamento, noti, si possono calcolare con le (3) dei valori $\operatorname{tg} \vartheta_{X_{i-1}}$, $\operatorname{tg} \vartheta_{Y_{i-1}}$, $\operatorname{tg} \vartheta_{X_i}$, $\operatorname{tg} \vartheta_{Y_i}$, che, per effetto degli errori di orientamento non coincideranno con quelli sopra determinati. Per eliminare tali differenze occorrerà effettuare una rotazione rigida del modello intorno al punto N^*_{i-1} prima definito; occorre cioè effettuare la trasformazione di coordinate

$$(13) \qquad \begin{cases} X' = U + \alpha_1 X + \alpha_2 Y + \alpha_3 Z \\ Y' = V + \beta_1 X + \beta_2 Y + \beta_3 Z \\ Z' = W + \gamma_1 X + \gamma_2 Y + \gamma_3 Z \end{cases}$$

in cui U, V, W sono determinate dal fatto che le coordinate di N^*_{i-1}, già definito, non variino, e gli altri parametri sono determinati dalle 4 equazioni che legano le 8 tangenti di direzione di cui sopra e dalle 6 relazioni fra i coseni direttori di una terna.

Una rapida analisi del procedimento mostra però che gli errori che intervengono nelle equazioni alle tangenti possono introdurre notevoli errori nei risultati.

Può essere allora preferibile procedere in maniera empirica.

Si prenda in esame la direzione solare corretta e quella ricavata nel modello per il solo fotogramma i–mo; per far coincidere le due direzioni bastano due rotazioni del modello intorno a due assi coordinati qualsiasi, ma è evidente che non si può in nessun caso prendere in considerazione la rotazione intorno all'asse Z; il modello dovrà ruotare quindi intorno agli assi X e Y e bisognerà imporre che l'asse X′ rimanga nel piano ZX.

Calcolati allora

$$\Phi_i = \vartheta'_{X_i} - \vartheta_{X_i}$$

$$\Omega_i = \vartheta'_{Y_i} - \vartheta_{Y_i}$$

e posto, fig. 3, $\Omega = \Omega_i$ $\Phi = \Phi_i$, dopo aver calcolato μ dalla

$$\operatorname{tg} \mu = \operatorname{tg} \Omega \cos \Phi$$

si ricavano

$$(14) \qquad \begin{cases} \alpha_1 = \cos \Phi \cong 1 & \beta_1 = -\operatorname{sen} \Phi \operatorname{sen} \mu \cong 0 & \gamma_1 = \operatorname{sen} \Phi \cos \mu \cong \Phi \\ \alpha_2 = 0 & \beta_2 = \cos \mu \cong 1 & \gamma_2 = \operatorname{sen} \mu \cong \Omega \\ \alpha_3 = -\operatorname{sen} \Phi \cong -\Phi & \beta_3 = -\cos \Phi \operatorname{sen} \mu \cong -\Omega & \gamma_3 = \cos \Phi \cos \mu \cong 1. \end{cases}$$

Volendo tener conto anche della direzione solare relativa al fotogramma (i–1)–mo, calcolati

$$\Phi_{i-1} = \vartheta'_{X_{i-1}} - \vartheta_{X_{i-1}}$$

$$\Omega_{i-1} = \vartheta'_{Y_{i-1}} - \vartheta_{Y_{i-1}}$$

si può assumere

$$\Phi = \frac{1}{2}(\Phi_{i-1} + \Phi_i)$$

$$\Omega = \frac{1}{2}(\Omega_{i-1} + \Omega_i).$$

La successiva trasformazione di coordinate atta a preparare gli elementi per i calcoli relativi al modello ($i + 1$)–mo dovrà naturalmente tener conto solo delle relazioni tra le terne relative ai punti nadirali presunti N_{i-1} e N_i.

4. *Giroscopio – Orientamento di ciascun fotogramma e di ciascun modello.* – Uno o due giroscopi montati su una struttura solidale alle camere da presa, con l'ausilio di opportuni sistemi ottici fanno sì che, all'istante della presa di un fotogramma, venga su questo individuato un punto corrispondente all'immagine del punto nadirale e di cui possono essere misurate le coordinate x_N, y_N.

Le formule da usare per introdurre nella triangolazione analitica tali dati, possono molto semplicemente essere ricavate da quelle esposte per l'introduzione dei dati solari; infatti i due metodi, pur diversissimi come concezione e realizzazione, sono dal punto di vista geometrico perfettamente equivalenti, in quanto ambedue forniscono dati relativi alla giacitura dell'asse della camera da presa, il primo prendendo come riferimento la direzione dei raggi solari, il secondo la verticale locale del punto di presa.

Poiché per la direzione nadirale $\operatorname{tg}\vartheta_X = 0$ e $\operatorname{tg}\vartheta_Y = 0$ le formule sono uguali alle (3) in cui si siano annullati i termini tra parentesi. È necessario però tener conto anche in questo caso che le tangenti di direzione sono nulle rispetto ad un riferimento che ha l'asse Z parallelo alla verticale per il punto di presa, mentre, come si è visto, il riferimento per il concatenamento del fotogramma i–mo è la terna relativa al punto nadirale presunto N_{i-1}.

Le tangenti di direzione dell'asse nadirale che sono nulle rispetto al riferimento locale hanno valori $\operatorname{tg} n_X$, $\operatorname{tg} n_Y$ rispetto al riferimento relativo ad N_{i-1}, che andranno introdotte e variate nei calcoli come specificato per il concatenamento solare.

All'inizio dei calcoli, essendo il punto nadirale coincidente con il punto nadirale presunto N_i, risulta

$$\operatorname{tg} n_X^{i-1} = \frac{a_3}{c_3} \cong \vartheta_i \qquad \operatorname{tg} n_Y^{i-1} = \frac{b_3}{c_3} \cong 0$$

e successivamente ad ogni nuova determinazione del punto nadirale

$$(\operatorname{tg} n_X^{i-1}) = \vartheta_i + \Phi$$

$$(\operatorname{tg} n_Y^{i-1}) = \mu.$$

Quindi il concatenamento di un fotogramma tenendo conto della registrazione del punto nadirale è basato sulle equazioni seguenti:

$$N = \frac{x_N \cos\varkappa \cos\varphi + y_N \operatorname{sen}\varkappa \cos\varphi + f \operatorname{sen}\varphi}{x_N(\cos\varkappa\cos\omega\operatorname{sen}\varphi - \operatorname{sen}\varkappa\operatorname{sen}\omega) + y_N(\cos\varkappa\operatorname{sen}\omega + \operatorname{sen}\varkappa\cos\omega\operatorname{sen}\varphi) - f\cos\omega\cos\varphi} - (\operatorname{tg} n_X) = 0$$

$$M = \frac{-x_N(\operatorname{sen}\varkappa\cos\omega + \cos\varkappa\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\varphi) + y_N(\cos\varkappa\cos\omega - \operatorname{sen}\varkappa\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\varphi) + f\operatorname{sen}\omega\cos\varphi}{x_N(\cos\varkappa\cos\omega\operatorname{sen}\varphi - \operatorname{sen}\varkappa\operatorname{sen}\omega) + y_N(\cos\varkappa\operatorname{sen}\omega + \operatorname{sen}\varkappa\cos\omega\operatorname{sen}\varphi) - f\cos\omega\cos\varphi} - (\operatorname{tg} n_Y) = 0$$

$$V_K = 0 \qquad K = a, b, c$$

$$G = 0.$$

I coefficienti di J_0 relativi alle prime due equazioni ed i termini di N° sono uguali a quelli determinati nelle (4).

Anche per l'orientamento del modello si procede come si è visto per il metodo solare; il concatenamento libero del fotogramma i–mo sull'$(i-1)$–mo, e quindi la conoscenza della posizione dei punti nadirali effettivi rispetto al riferimento relativo ad N_{i-1}, consente il calcolo dei valori corretti di $\operatorname{tg} n'_X$, $\operatorname{tg} n'_Y$, mentre la conoscenza dei valori x_N, y_N sui due fotogrammi e dei parametri d'orientamento permette il calcolo delle $\operatorname{tg} n_X$, $\operatorname{tg} n_Y$ affette dagli errori di orientamento; si possono quindi effettuare i calcoli col procedimento indicato nel paragrafo 3. Da tener presente anche in questo caso quanto si è detto nel paragrafo 2 a proposito delle varie maniere di condurre il procedimento analitico.

5. *Statoscopio – Orientamento di ciascun fotogramma e di ciascun modello.* – Nella ipotesi che le superfici isobariche siano parallele al geoide, lo statoscopio fornisce la differenza di quota fra un punto di presa ed il precedente. Tenuto conto di quanto si è detto a proposito dei sistemi di riferimento, indicando con ΔQ_i il dato fornito dallo statoscopio, il valore b_{z_i} da introdurre nei calcoli è

$$b_{z_i} = Z_i - Z_{i-1} = Q_i - \frac{l_i^2}{2R} - \left(Q_{i-1} - \frac{l_{i-1}^2}{2R}\right) = \Delta Q_i - \frac{1}{2R}(l_i^2 - l_{i-1}^2)$$

dove Z_i e Z_{i-1} sono le coordinate dei punti di presa, Q_i e Q_{i-1} le loro quote riferite al geoide e l_i, l_{i-1} rappresentano le distanze topografiche fra i punti di presa O_i, O_{i-1} e il punto N_{i-1}, la verticale del quale è parallela all'asse Z del riferimento.

Se il punto nadirale effettivo (N_{i-1}) è prossimo, come in generale, a N_{i-1}, dato che $l_i \cong (X_i) - X_{i-1} \cong b_x$, si può porre

$$b_{z_i} = \Delta Q_i - \frac{(b_x^2)}{2R}. \tag{16}$$

Questa equazione, in cui ad ogni iterazione il valore (b_x) subisce delle variazioni, insieme a

$$V_K = 0 \qquad K = a, b, c, d$$
$$G = 0$$

permette di concatenare il fotogramma i–mo sull'$(i-1)$–mo tenendo conto del dato fornito dallo statoscopio.

Se d'altra parte tale dato si suole introdurre dopo aver effettuato il concatenamento libero dei due fotogrammi, è sufficiente ruotare il modello di un angolo Φ intorno all'asse Y ed in modo che le coordinate del punto N^*_{i-1}, già definito, non variino; occorre cioè determinare una trasformazione di coordinate in modo che le nuove coordinate Z dei punti di presa soddisfino la condizione

$$Z'_i - Z'_{i-1} = b_{z_i}$$

dove b_{z_i} si può calcolare con la (16).

Ponendo nelle (14) $\mu = 0$ si hanno i coseni direttori fra le due terne e tenendo conto dell'ultima delle (13)

$$b_x \operatorname{sen} \Phi + b_{z'} \cos \Phi = b_{z_i} \tag{17}$$

dove b_x e $b_{z'}$, sono i parametri ricavati dal concatenamento libero.

La (17) definisce la rotazione Φ.

Fisica. — *Spettroscopia α a scintillazione.* Nota di FRANCESCA DEMICHELIS, presentata (*) dal Socio E. PERUCCA.

Una caratteristica importante dei ricevitori a scintillazione consiste nella proprietà di dare indicazioni in relazione semplice con l'energia delle radiazioni incidenti; dispositivi di questo tipo possono dunque venire usati come spettrometri.

Uno spettrometro a scintillazione per particelle α, e in generale per altre particelle nucleari, deve soddisfare a certe condizioni.

La risposta del ricevitore deve essere lineare con l'energia delle particelle incidenti, deve cioè esserci proporzionalità tra l'altezza dell'impulso quale viene registrato all'uscita del fotomoltiplicatore e l'energia della particella incidente.

Si mettono così in fascio le proprietà del solo scintillatore, le proprietà del fotomoltiplicatore che sempre lo accompagna, le proprietà del dispositivo elettronico che registra l'altezza dell'impulso.

Inoltre per stabilire il merito sia assoluto sia relativo del ricevitore occorre ancora conoscere la risoluzione in energia e la risoluzione in durata del dispositivo.

Per risoluzione in energia $\Delta E/E$ si intende il rapporto tra la larghezza totale ΔE della distribuzione della altezza degli impulsi misurata a metà del massimo e l'energia E corrispondente al massimo della curva.

Il tempo di decadimento del cristallo scintillatore che rappresenta il tempo in cui viene emessa da quest'ultimo la frazione $(1 - e^{-1}) = 63\ \%$ dei fotoni prodotti per luminescenza può venir considerato come tempo di risoluzione del ricevitore purché la risposta nel tempo del fotomoltiplicatore sia o minore o almeno dello stesso ordine di grandezza.

L'ottima risoluzione nel tempo è necessaria in molte applicazioni, per esempio, in tutte le misurazioni in cui sia necessario l'impiego di dispositivi detti a coincidenze rapide.

È giustamente spesso messa in prima linea come ricevitore per particelle α la camera di ionizzazione perché la risoluzione in energia raggiunge $\approx 3\ \%$, ma è serio inconveniente la scarsa risoluzione nel tempo. Anche nelle più rapide camere di ionizzazione il tempo di risoluzione è maggiore di $1 \cdot 10^{-6}$ sec.

I ricevitori a ZnS(Ag) che pure sono molto efficienti come ricevitori per particelle α e hanno un tempo di decadimento più breve di quello delle camere di ionizzazione (1), non possono venire usati in spettroscopia non permettendo di individuare l'energia delle particelle α incidenti.

Le esperienze condotte nel mio Istituto essendo state frequentissimamente dedicate a misurazioni di coincidenze, ha avuto per me particolare

(*) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) Anche più breve di quanto era stato segnalato nella letteratura; B. CHINAGLIA, F. DEMICHELIS, R. A. RICCI, «N. Cim.», *4*, 134 (1956).

interesse il ricevitore α a scintillazione capace di raggiungere le migliori risoluzioni nel tempo e le migliori risoluzioni in energia.

Scopo di queste righe è una messa a punto relativa a ricevitori α che soddisfino alle condizioni precedentemente segnalate, e che sono stati studiati nel mio Istituto.

Le misurazioni sono state eseguite sui seguenti tipi di scintillatori:

CsI(Tl) (spessore $\approx$ 0,5 mm; diametro $\approx$ 10 mm);

antracene (1) (spessore $\approx 20 \cdot 10^{-6}$ m; diametro $\approx$ 5 mm) [2];

antracene (2) (spessore $\approx 200 \cdot 10^{-6}$ m; diametro $\approx$ 20 mm) [2];

terfenile e tetrafenilbutadiene in polistirene (3) (spessore $\approx$ 0,5 mm) [3];

terfenile e tetrafenilbutadiene in polistirene (4) (spessore $\approx$ 0,1 mm) [3].

Per la misurazione:

della linearità di risposta alle particelle α incidenti;

del fondo dovuto alle radiazioni β e γ, eventualmente presenti tra le radiazioni emesse dalla sorgente radioattiva;

della risoluzione in energia;

si è usato il seguente dispositivo sperimentale.

Il cristallo è posto a contatto ottico con un fotomoltiplicatore Du Mont 6292; le particelle α investono una superficie di $\approx$ 12 $(mm)^2$ del cristallo con incidenza normale. La eventuale non uniformità del fotocatodo non influisce sulla risoluzione.

Gli impulsi uscenti dal fotomoltiplicatore sono inviati a un analizzatore di impulsi a 100 canali tipo RIDL.

La taratura e la verifica della linearità della risposta viene eseguita utilizzando una sorgente di $^{226}_{88}Ra$ in equilibrio con i suoi prodotti di decadimento e una sorgente di $^{228}_{90}Th$ pure in equilibrio.

Ho utilizzato una sorgente di $^{210}_{84}Po$ (E = 5,30 MeV) ottenuta (Harwell) per elettrodeposizione e la cui intensità è di circa 10^{-5} curie.

Per la misurazione del tempo di decadimento del cristallo scintillatore si procede nel modo seguente.

Il cristallo scintillatore viene posto in contatto ottico con un fotomoltiplicatore RCA 6810, il quale è particolarmente indicato in queste misurazioni perché ha un tempo di risoluzione di $(1 \div 2) \cdot 10^{-9}$ sec. Gli impulsi uscenti dal fotomoltiplicatore sono inviati direttamente a un oscillografo Tektronix tipo 517 A. Il tempo di salita dell'amplificatore di questo oscillografo è però di $7 \cdot 10^{-9}$ sec, quindi non ancora abbastanza rapido per misure di tempi di decadimento minori di $7 \cdot 10^{-9}$ sec.

Si sono ottenuti i seguenti risultati:

1° Per il CsI(Tl) si è confermata la linearità di risposta con l'energia delle particelle α incidenti [4].

(2) Di due origini diverse; li indicheremo con (1) e (2).

(3) Di due origini diverse; li indicheremo con (3) e (4).

(4) S. Bashkin, R. R. Carlson, R. A. Douglas, J. A. Jacobs, « Phys. Rev. », *109*, 434 (1958).

Per quanto riguarda i cristalli organici e gli scintillatori plastici i risultati sono discordi.

Secondo alcuni Autori [5] si avrebbe una mancanza di linearità di risposta alle particelle pesanti da parte dei cristalli organici, in particolare dell'antracene, e da parte di scintillatori plastici. Secondo Brooks [6] la risposta dell'antracene alle particelle α sarebbe lineare da $\approx$ 0,3 a $\approx$ 8 MeV.

Boreli e coll. [7] segnalano anche per il tetrafenilbutadiene in polistirene una risposta lineare alle particelle α.

Dalle nostre misurazioni possiamo affermare d'accordo con Brooks e Boreli che, almeno nell'intervallo di energie corrispondenti alle particelle α emesse dalle sostanze radioattive naturali esiste una linearità di risposta sia per l'antracene che per gli scintillatori plastici.

2° Non sono state fatte misurazioni dirette di efficienza dei ricevitori per le particelle α e per le particelle β ed evidentemente il rapporto tra l'altezza degli impulsi per i due tipi di radiazioni dipende dallo spessore del ricevitore.

Si può però affermare che il rapporto tra le altezze degli impulsi generati rispettivamente dalle particelle α e dalle particelle β si accorda con i risultati segnalati dalla estesa recente bibliografia [8].

3° Nelle fotografie riportate in figura si osservano gli spettri delle particelle α del $^{210}_{84}$Po ottenuti con il selettore a 100 canali, rispettivamente per CsI(Tl), antracene (2), scintillatore plastico (3) e scintillatore plastico (4) realizzati nelle stesse condizioni geometriche e per un immagazzinamento di impulsi corrispondente a 3 minuti primi.

Le misurazioni sono state ripetute numerosissime volte ad intervalli di tempo anche di mesi, sia con il selettore a 100 canali sia precedentemente, con un selettore a 1 canale, e i risultati ottenuti sono riusciti sempre in accordo entro gli errori sperimentali.

In ricerche sulla distribuzione angolare dei protoni generati in reazioni nucleari del tipo (d, p) compiute presso il Laboratoire de Physique dell'Ecole Normale Supérieure a Parigi ho usato cristalli di NaI(Tl) opportunamente confezionati in recipienti di alluminio e ricoperti da un foglio di alluminio avente uno spessore dell'ordine di $\approx 7 \cdot 10^{-6}$ m onde evitare il contatto con l'atmosfera. Questi scintillatori dànno una risoluzione di $\approx 3\,\%$.

Un tentativo di montaggio in recipienti di plexiglass con finestra di mica, eseguito nel mio Istituto, non ha dato finora buoni risultati per insufficiente impermeabilità al vapor d'acqua da parte dei siliconi usati per rea-

(5) G. N. HARDING, B. H. FLOWERS, J. S. EPPSTEIN, «Nature», London, *163*, 990 (1949–50); G. F. J. GARLICK, *Progress in Nuclear Physics*, 2°, p. 51, London 1952; C. J. TAYLOR, M. E. REMLEY, W. K. JENTSCHKE, P. G. KRUGER, «Phys. Rev.», *83*, 169 (1951).

(6) F. D. BROOKS, *Progress in Nuclear Physics*, 5°, p. 252 (1956).

(7) F. BORELI, B. GRIMELAND, «N. Cim.», II, *2*, 336 (1955).

(8) J. B. BIRKS, *Scintillation Counters*, Pergamon Press–London 1953; S. C. CURRAN, *Luminescence and the Scintillation Counter*, Butterworths London, 1953; W. J. PRICE, *Nuclear Radiation Detection*, Mc–Graw–Hill, 1958, ecc.

lizzare una camera stagna insensibile alle variazioni esterne di temperatura e pressione.

Nella Tabella I sono riportati i valori della risoluzione e del tempo di decadimento degli scintillatori in esame.

TABELLA I.

	$\Delta E/E$	Tempo di decad. in 10^{-9} sec.
CsI(Tl)	5 %	300
antracene (1)	11 %	25
antracene (2)	8 %	25
scintillatore plastico (3)	13 %	< 7
scintillatore plastico (4)	19 %	< 7

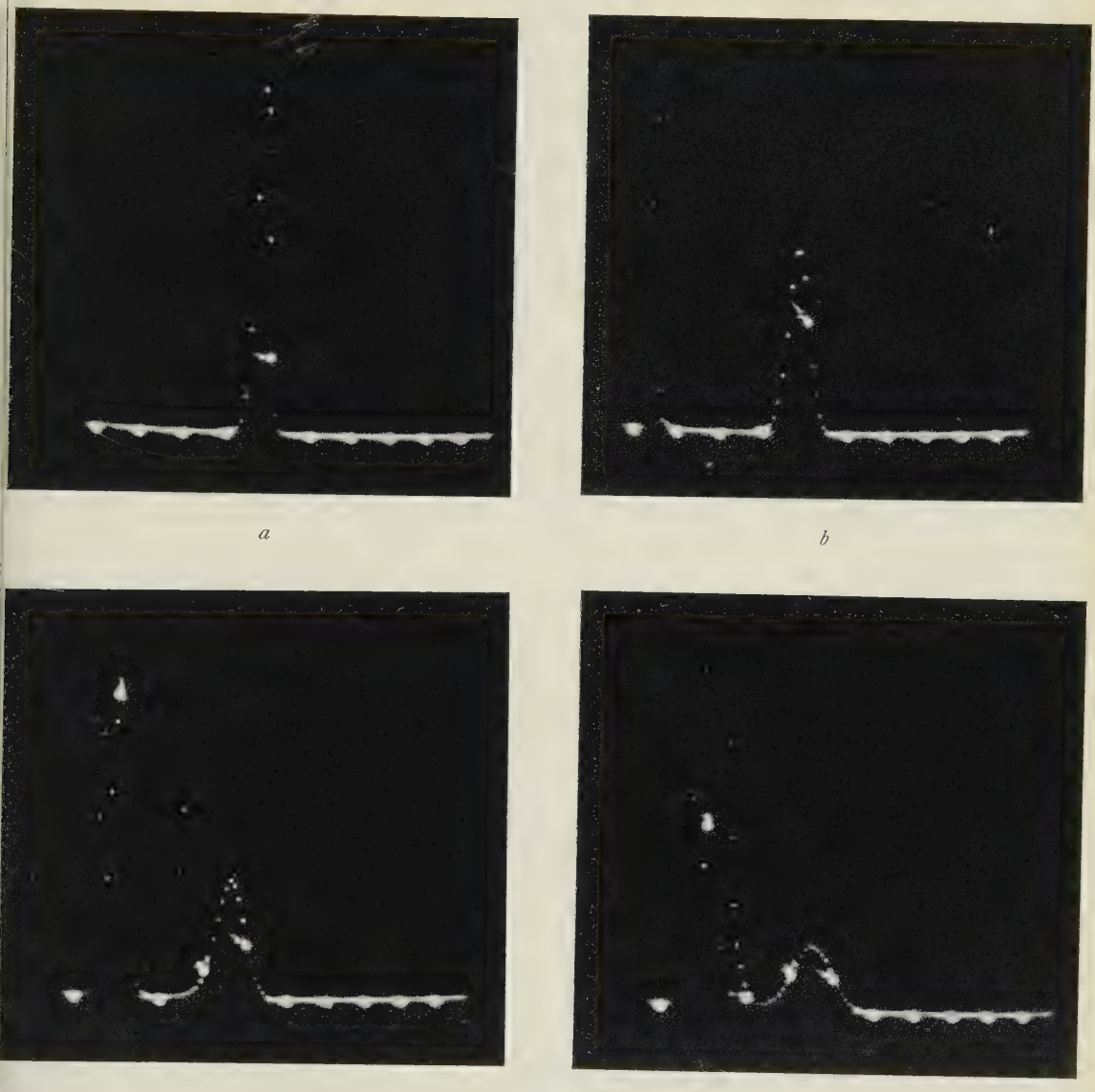
4° Per quanto riguarda il tempo di decadimento si può segnalare che, mentre per gli altri scintillatori i risultati sono in accordo con i dati ormai noti, per il CsI(Tl) si ha un tempo di decadimento inferiore a quello segnalato ($> 1{,}1 \cdot 10^{-6}$ sec).

Si può concludere che effettivamente il CsI(Tl) è il cristallo scintillatore che offre una risoluzione migliore, ma ha un maggior tempo di decadimento. L'antracene ha una meno buona risoluzione ma un più breve tempo di decadimento, sicché realizza una soluzione di compromesso tra il CsI(Tl) e gli scintillatori plastici molto rapidi, ma di cattiva risoluzione.

Ringrazio vivamente il prof. E. Perucca per il costante interessamento,

Desidero inoltre ringraziare i proff. H. Kallmann della Università di New York e S. Ujhelyi della Università di Budapest per avermi data la possibilità di compiere le esperienze sui migliori cristalli di antracene da loro realizzati, il prof. E. Segrè della Università di Pasadena per avermi gentilmente fornito scintillatori plastici in lamina sottile di origine U.S.A., l'ing. dott. Saracco per avermene forniti altri di origine francese, e il prof. S. Petralia dell'Università di Bologna per avermene fornito alcuni di origine italiana.

La maggior parte dei costosi dispositivi elettronici utilizzati sono stati acquistati con fondi del C.N.R., al quale desidero qui esprimere la mia gratitudine.



a *b*

c *d*

Fig. 1.

a) spettro delle particelle α del $^{210}_{84}Po$ realizzato con cristallo di CsI(Tl). Tensione applicata al fotomoltiplicatore 1150 volt; amplificazione 187; capacità di immagazzinamento al canale 33786. *b*) spettro delle particelle α del $^{210}_{84}Po$ realizzato con cristallo di antracene (2). Tensione applicata al fotomoltiplicatore 1200 volt; amplificazione 375; capacità di immagazzinamento 33786. *c*) spettro delle particelle α del $^{210}_{84}Po$ realizzato con scintillatore plastico (3). Tensione applicata al fotomoltiplicatore 1250 volt; amplificazione 750; capacità di immagazzinamento 16384. *d*) spettro delle particelle α del $^{210}_{84}Po$ realizzato con scintillatore plastico (4). Tensione applicata al fotomoltiplicatore 1250 volt; amplificazione 1500; capacità di immagazzinamento 16384.

Le fotografie *c*) e *d*) sono state realizzate con capacità di immagazzinamento metà delle precedenti quindi l'ingrandimento sulle ordinate della fotografia è doppio di quello delle precedenti. Inoltre in esse si osserva già nei primi canali il fondo dovuto al fotomoltiplicatore.

Chimica fisica. — *Costanti di forza dello ione complesso* $[Pd(CN)_4]^=$ (*). Nota di ORIANO SALVETTI, presentata (**) dal Socio G. B. BONINO.

In un recente lavoro, Bonino e coll. [1] hanno studiati ed interpretati gli spettri ultrarossi del nichelocianuro di sodio e di potassio e quelli dei corrispondenti palladiocianuri. Per questi ultimi complessi del palladio i detti Autori hanno potuto dare non solo lo spettro ultrarosso di assorbimento, sia in soluzione acquosa che allo stato cristallino, ma anche un completo spettro Raman per ambedue gli stati fisici dei composti studiati. I valori pubblicati da Bonino e coll. permettono di impiantare il calcolo delle costanti di forza per lo ione complesso $[Pd(CN)_4]^=$.

La conoscenza di queste costanti permetterà ulteriori discussioni sulla struttura elettronica del complesso.

Per suggerimento del prof. Bonino, hø perciò affrontato il calcolo delle costanti di forza del complesso quadrato piano $[Pd(CN)_4]^=$ a partire dai valori delle frequenze fondamentali attive in ultrarosso e Raman. Ho trovato tra l'altro che la costante di deformazione dei gruppi CN assume, nelle oscillazioni π (perpendicolari al piano della molecola) un valore circa doppio di quello assunto nelle oscillazioni δ. Ne deriva la necessità di attribuire ai legami Pd—C un conveniente carattere π, e ciò è in accordo con i caratteri di vibrazionalità degli orbitali molecolari del complesso costruiti secondo il metodo O. M. qualora venga dato opportuno peso alla interazione degli orbitali *d* del Pd, usualmente considerati come non leganti, con gli orbitali p dei gruppi CN.

Gli stati di oscillazione dello ione $[Pd(CN)_4]^=$ possono essere descritti da opportune combinazioni di coordinate interne relative a:

1° scarti dal valore di equilibrio delle distanze C—N e Pd—C indicati rispettivamente con Δq_i e Δr_i;

2° variazioni degli angoli Pd—$\widehat{C}$—N dal valore di equilibrio di 180° indicate con $\Delta\beta_{rs}$ per spostamenti nel piano della molecola e con $\Delta\beta_{rz}$ per spostamenti perpendicolari al piano della molecola;

3° variazioni degli angoli C—$\widehat{Pd}$—C dal valore di equilibrio che, per comodità, saranno presi nel modo già indicato da Heath e Linnett [2] come spostamenti, per ciascun atomo di C dalla direzione di legame, che saranno indicati con $d\Delta\alpha_r$ per spostamenti nel piano, e con $d\Delta\alpha_{rz}$ per spostamenti perpendicolari al piano della molecola.

(*) Lavoro eseguito presso il Centro Studi di Chimica Fisica del Consiglio Nazionale delle Ricerche presso l'Istituto Chimico « G. Ciamician » della Università di Bologna.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

Il numero di coordinate di simmetria che si ottengono come combinazioni delle coordinate interne già definite è riportato nella Tabella I riferito alle varie rappresentazioni irriducibili del gruppo D_{4h}. Le coordinate di simmetria corrispondono in numero, e, sostanzialmente in tipo, alle frequenze fondamentali. Nelle ultime due colonne della Tabella I sono riportati i caratteri di attività in ultrarosso e Raman.

TABELLA I.

D_{4h}	Numero frequenze	Δq_i	Δr_i	$\Delta\beta_{rs}$	$\Delta\alpha_r$	$\Delta\beta_{rz}$	$\Delta\alpha_{rz}$	U. R.	Ra.
A_{1g}	2	1	1					—	+
A_{2g}	1			1				—	—
A_{2u}	2					1	1	+	—
B_{1g}	2			1	1			—	+
B_{1u}	2					1	1	—	—
B_{2g}	2	1	1					—	+
E_g	1					1		—	+
E_u	4	1	1	1	1			+	—

Il potenziale V, nella forma di Urey e Bradley [3], è il seguente:

$$(1)\qquad V = V_0 + B'\,\Sigma\Delta r_i + B'_1\,\Sigma\Delta q_i + \frac{1}{2}K_r\,\Sigma\Delta r_i^2 + \frac{1}{2}K_q\,\Sigma\Delta q_i^2 +$$

$$+\frac{1}{2}K_\alpha\,\Sigma(d\Delta\alpha_r)^2 + \frac{1}{2}K'_\alpha\,\Sigma(d\Delta\alpha_{rz})^2 + \frac{1}{2}K_\beta\,\Sigma(\sqrt{dq}\,\Delta\beta_{rs})^2 + \frac{1}{2}K'_\beta\,\Sigma(\sqrt{dq}\,\Delta\beta_{rz})^2 -$$

$$- B\,\Sigma\Delta r_{ij} - B_1\,\Sigma\Delta q_{ij} + \frac{1}{2}A\,\Sigma\Delta r_{ij}^2 + \frac{1}{2}A_1\,\Sigma\Delta q_{ij}^2$$

dove Δr_{ij} indica lo scarto dal valore di equilibrio della distanza D fra due atomi di C vicini, mentre Δq_{ij} indica quello fra due atomi di N pure vicini.

Posto $\lambda = 4\pi^2 c^2 \sigma^2$ (σ in cm^{-1}) si ottengono le equazioni:
per i tipi A_{1g} e B_{2g}

$$(2)\qquad \lambda^2 - \{\mu_x F_1 + (\mu_x + \mu_y) F_2 - 2\,\mu_x F_{12}\}\lambda + \mu_x \mu_y (F_1 F_2 - F_{12}^2) = 0$$

$$A_{1g}\begin{cases} F_1 = K_r + 2A + 2A_1 \\ F_2 = K_q + 2A_1 \\ F_{12} = 2A_1 \end{cases} \qquad B_{2g}\begin{cases} F_1 = K_r - 2\dfrac{B}{D} - 2\dfrac{B_1}{Q} \\ F_2 = K_q - 2\dfrac{B_1}{Q} \\ F_{12} = -2\dfrac{B_1}{Q} \end{cases}$$

per il tipo A_{2u}

$$(3)\qquad \lambda^2 - \{ (4\mu_o + \mu_x) F_1 + [4\varepsilon^2 \mu_o + (\varepsilon+\tau)^2 \mu_x + \tau^2 \mu_y] F_2 - $$
$$- 2 [4\varepsilon\mu_o + (\varepsilon+\tau)\mu_x] F_{12} \} \lambda + \tau^2 [4\mu_o(\mu_x+\mu_y) + \mu_x\mu_y](F_1 F_2 - F_{12}^2) = 0$$

$$\begin{cases} F_1 = K'_\alpha + 2\dfrac{B}{D} + 2(1+\varepsilon^2)^2 \dfrac{B_1}{Q} \\ F_2 = K'_\beta + 2(1+\varepsilon^2)\dfrac{B_1}{Q} \\ F_{12} = 2\varepsilon(1+\varepsilon^2)\dfrac{B_1}{Q} \end{cases}$$

per il tipo B_{1g}

$$(4)\qquad \lambda^2 - \{ \mu_x F_1 + [(\varepsilon+\tau)^2 \mu_x + \tau^2 \mu_y] F_2 - 2(\varepsilon+\tau)\mu_x F_{12} \} \lambda +$$
$$+ \tau^2 \mu_x \mu_y (F_1 F_2 - F_{12}^2) = 0$$

$$\begin{cases} F_1 = K_\alpha + 2A + 2\dfrac{B}{D} + 2(1+\varepsilon^2)^2 \left[A_1 + \dfrac{B_1}{Q}\right] \\ F_2 = K_\beta + 2\varepsilon^2 A_1 + 2(1+\varepsilon^2)\dfrac{B_1}{Q} \\ F_{12} = 2\varepsilon(1+\varepsilon^2)\left(A_1 + \dfrac{B_1}{Q}\right) \end{cases}$$

per il tipo E_g

$$(5)\qquad \lambda = [(\varepsilon+\tau)^2 \mu_x + \tau^2 \mu_y] \cdot \left[K'_\beta + 2\frac{B_1}{Q}\right]$$

per il tipo E_u

$$(6)\qquad |GF - E\lambda| = 0$$

$$G_{11} = 2\mu_o + \mu_x \qquad F_{11} = K_\gamma + A - \frac{B}{D} + A_1 - \frac{B_1}{Q}$$

$$G_{22} = \mu_x + \mu_y \qquad F_{22} = K_\gamma + A_1 - \frac{B_1}{Q}$$

$$G_{33} = 2\mu_o + \mu_x \qquad F_{33} = K_\alpha + A + \frac{B}{D} + (1+\varepsilon^2)^2\left(A_1 + \frac{B_1}{Q}\right)$$

$$G_{44} = 2\varepsilon^2\mu_o + (\varepsilon+\tau)^2\mu_x + \tau^2\mu_y \qquad F_{44} = K_\beta + \varepsilon^2 A_1 + (2+\varepsilon^2)\frac{B_1}{Q}$$

$$G_{12} = -\mu_x \qquad F_{12} = A_1 - \frac{B_1}{Q}$$

$$G_{13} = 2\mu_o \qquad F_{13} = -\left[A - \frac{B}{D} + (1+\varepsilon^2)\left(A_1 - \frac{B_1}{Q}\right)\right]$$

$$G_{14} = -2\varepsilon\mu_o \qquad F_{14} = -\left[\varepsilon A_1 - \varepsilon\frac{B_1}{Q}\right]$$

$$G_{23} = 0 \qquad F_{23} = -(1+\varepsilon^2)\left(A_1 - \frac{B_1}{Q}\right)$$

$$G_{24} = 0 \qquad F_{24} = -\varepsilon\left(A_1 - \frac{B_1}{Q}\right)$$

$$G_{34} = -2\varepsilon\mu_o - (\varepsilon+\tau)\mu_x \qquad F_{34} = \varepsilon(1+\varepsilon^2)\left(A_1 + 3\frac{B_1}{Q}\right)$$

μ_o, μ_x, μ_y sono gli inversi delle masse dell'atomo centrale, dell'atomo di C, dell'atomo di N rispettivamente; D e Q sono le distanze all'equilibrio di due atomi di C e di N vicini; $\varepsilon = \frac{I}{\tau} = \sqrt{\frac{q}{d}}$ con q e d distanze all'equilibrio C—N e Pd—C.

Dalle equazioni (2), ... (6), ed anche dalle analoghe che si otterrebbero da un potenziale nella forma quadratica più generale, si ricavano, a meno di non assumere strani ed ingiustificati valori per le costanti di accoppiamento, le importanti relazioni seguenti:

$$(7)\quad \begin{cases} \sigma_{Pd-C}(E_u) > \sigma_{Pd-C}(A_{1g}) \geq \sigma_{Pd-C}(B_{2g}) \\ \sigma_{Pd-\hat{C}-N}(E_u) \leq \sigma_{Pd-\hat{C}-N}(B_{1g}) \\ \sigma_{Pd-\hat{C}-N}(A_{2u}) > \sigma_{Pd-\hat{C}-N}(E_g) \\ \sigma_{C-\widehat{Pd}-C} \ll \left\{ \begin{matrix} \sigma_{Pd-C} \\ \sigma_{Pd\ \hat{C}-N} \end{matrix} \right\} \ll \sigma_{C-N} \end{cases}$$

Nella Tabella II riporto i valori delle frequenze rilevate in ultrarosso e Raman da Bonino e coll. [1] per il $[Pd(CN)_4]^=$ unitamente a quelle dell'analogo complesso $[Pt(CN)_4]^=$ note dalla letteratura [4], [5].

Poiché la 437 cm^{-1} del $[Pd(CN)_4]^=$, analogamente alla 465 cm^{-1} del $[Pt(CN)_4]^=$, è polarizzata, non può essere attribuita altro che alla totalsimmetrica ν_{Pd-C} come risulta dalla Tabella I; ne deriva, per la prima delle (7), che la 495 cm^{-1} attiva in ultrarosso corrisponde alla ν_{Pd-C} di tipo E_u. Le due frequenze a 290 e 390 cm^{-1} registrate in Raman sono necessariamente una $\delta_{Pd-\hat{C}-N}$ di tipo B_{1g} ed una $\pi_{Pd-\hat{C}-N}$ di tipo E_g. Se la $\delta_{Pd-\hat{C}-N}$ di tipo B_{1g} fosse quella a 390 cm^{-1}, si dovrebbe ammettere che la 415 cm^{-1}, rilevata in ultrarosso fosse la $\delta_{Pd-\hat{C}-N}$ di tipo E_u (in realtà non rispettando la seconda delle (7)), la 290 cm^{-1} sarebbe allora la $\pi_{Pd-\hat{C}-N}$ di tipo E_g e la 280 cm^{-1} dovrebbe essere attribuita alla $\pi_{Pd-\hat{C}-N}$ di tipo A_{2u}, risultato impossibile dovendo necessariamente valere la relazione $\sigma_{Pd-\hat{C}-N}(A_{2u}) > \sigma_{Pd\ \hat{C}-N}(E_u)$. Ne deriva che la $\delta_{Pd-\hat{C}-N}$ di tipo B_{1g} deve corrispondere alla 290 cm^{-1}, la 280 cm^{-1} viene allora ad essere la $\delta_{Pd-\hat{C}-N}$ di tipo E_u, mentre la 390 cm^{-1} risulta la $\pi_{Pd-\hat{C}-N}$ di tipo E_g e la 415 cm^{-1} la $\pi_{Pd-\hat{C}-N}$ di tipo A_{2u}.

L'attribuzione così ricavata coincide con quella data da Sweeny, Nakagawa, Mizushima e Quagliano alle frequenze piane del $[Pt(CN)_4]^=$ e a quella a 410 cm^{-1}. La $\pi_{Pd-\hat{C}-N}$ di tipo E_g non è riportata nello spettro di Mathieu [4] del $[Pt(CN)_4]^=$.

Nella Tabella III riporto le frequenze registrate sia in U.R. che in Raman per il $[Pd(CN)_4]^=$ classificate secondo le rappresentazioni irriducibili del gruppo D_{4h}; il valore di quelle frequenze al quale è stato premesso il segno $\sim$ è stato ottenuto dai termini di combinazione, i valori delle frequenze più

basse di tipo E_u e A_{2u} sono valori probabili, che del resto quasi non influenzano i successivi calcoli delle costanti di forza.

TABELLA II.

$[Pd(CN)_4]^=$		$[Pt(CN)_4]^=$		Specie di vibrazione (*)
2160	Ra.	2168	Ra.	ν_1 (ν_{C-N})
2140	U.R.	2150	U.R.	ν_8 (ν_{C-N})
2145	Ra.	2149	Ra.	ν_6 (ν_{C-N})
495	U.R.	505	U.R.	ν_9 (ν_{Pd-C})
437 (**)	Ra.	465	Ra.	ν_2 (ν_{Pd-C})
		455	Ra.	ν_7 (ν_{Pd-C})
415	U.R.	410	U.R.	ν_{12} ($\pi_{Pd-\hat{C}-N}$)
390	Ra.			ν_{16} ($\pi_{Pd-\hat{C}-N}$)
290	Ra.	318	Ra.	ν_4 ($\delta_{Pd-\hat{C}-N}$)
280 (***)	U.R.	300	U.R.	ν_{10} ($\delta_{Pd-\hat{C}-N}$)
160	Ra.			$2\nu_{11}$?
92	Ra.	95	Ra.	ν_5 ($\delta_{C-\widehat{Pd}-C}$)

(*) Notazioni secondo SWEENEY, NAKAGAWA, MISUSHIMA e QUAGLIANO [4] e BONINO e coll. [1].

(**) Probabilmente doppia.

(***) Ottenuta dai termini di combinazione.

TABELLA III.

A_{1g}	2160 cm^{-1}	, 437 cm^{-1}	
A_{2u}	415 »	, 90? »	
B_{1g}	290 »	, 92 »	
B_{2g}	2145 »	, ~430 »	
E_g	390 »		
E_u	2145 »	, 495 »	, ~280 cm^{-1} , 80? cm^{-1}

Prima di procedere al calcolo delle costanti di legame è utile discutere i valori che assumono le costanti repulsive A ed A_1 (vedi formula (1)) e, di conseguenza $\frac{B}{D} = \frac{1}{13}A$, $\frac{B_1}{Q} = \frac{1}{2}A_1$, come già fatto a proposito dei complessi esacoordinati del tipo $Me(CN)_6$ [3].

Dalla fig. 2 riportata in detto lavoro [3], si ricava A = 0,05, ma probabilmente è migliore un valore leggermente inferiore A = 0,04 in quanto le formule sono state qui calcolate secondo un potenziale O.V.F.F. (Orbital Valency Force Filed), mentre i dati di detta fig. 2 erano ottenuti secondo l'approssimazione S.V.F.F. (Simple Valency Force Field) [2]. La costante A_r può essere calcolata supponendo che le due cariche che porta lo ione siano essenzialmente localizzate sugli atomi di N, in accordo con quanto comunemente ammesso che l'atomo centrale risulti nel complesso essenzialmente neutro. Si ottiene $A_r = 0{,}012$.

Servendosi dei valori delle frequenze di Tabella III e delle (2), ... (6), con A = 0,04 ed $A_r = 0{,}012$, ho ottenuto i valori delle costanti di forza riportati nella Tabella IV in 10^5 dine/cm.

TABELLA IV.

	A_{1g}	B_{1g}	B_{2g}	E_u	E_g	A_{2u}
K_q	16,8	—	16,7	16,6	—	—
K_r	3,0	—	2,9	2,7	—	—
K_β	—	0,07	—	0,08	—	—
K_α	—	0,06	—	0,06	—	—
K'_β	—	—	—	—	0,17	0,17
K'_α	—	—	—	—	—	0,10

Le costanti calcolate a partire da frequenze di diversi tipi sono in ottimo accordo: la leggera discrepanza che appare tra i valori delle costanti di legame è probabilmente dovuta al fatto che fra gli oscillatori in Δr_i, allineati agisce una debole costante di accoppiamento che, nel potenziale di Urey e Bradley viene trascurata, come già osservato a proposito dei cianuri esacoordinati in un precedente lavoro [3].

Ringrazio il prof. G. B. Bonino per avermi suggerito l'argomento del presente lavoro e per il costante incoraggiamento.

BIBLIOGRAFIA.

[1] G. B. BONINO, P. CHIORBOLI e G. FABBRI, « Rend. Acc. Lincei », questo vol. pag. 137 (1959).
[2] D. F. HEATH e J. W. LINNETT, « Trans. Faraday Soc. », XLIV, 873 (1948).
[3] H. C. UREY e C. A. BRADLEY, « Phys. rev. », *38*, 1969 (1931); O. SALVETTI, « La Ricerca Scientifica » (in corso di stampa).
[4] D. M. SWEENY, I. NAKAGAWA, S. MIZUSHIMA e J. V. QUAGLIANO, « J. Am. Chem. Soc. », *78* A, 889 (1956).
[5] J. MATHIEU, « J. Chim. Phys. », *36*, 308 (1939).

Chimica. — *Soluzioni solide Benzolo–Tiofene e attività capillare delle loro soluzioni esaniche in funzione della temperatura* (*). Nota di ENZO FERRONI e GABRIELLA GABRIELLI, presentata (**) dal Socio G. NATTA.

La tensione superficiale di un liquido puro decresce linearmente con la temperatura (eccetto in vicinanza dei limiti di esistenza della fase liquida). Ciò è noto.

La numerosità e la riproducibilità delle nostre esperienze ha reso significativo un altro fatto sperimentale: la tensione superficiale (misurata con il metodo dell'anello) di una soluzione di un composto (non ionico) decresce linearmente con la temperatura fino in prossimità del punto di fusione (o di trasformazione) del soluto; quindi risale e raggiunge un valore massimo per tale punto; poi torna a decrescere regolarmente.

Abbiamo motivo di ritenere, come precedentemente sottolineato (1) che tale fenomenologia sia conseguente ad aver considerato non una grandezza massiva quale ad esempio la viscosità o la densità, ma bensì una grandezza capillare connessa, com'è noto, a quel particolare ordinamento bidimensionale che largamente si discosta dalla casuale distribuzione della soluzione.

L'anomala variazione della tensione superficiale nell'intorno della temperatura corrispondente ad una transizione di fase non può essere giustificata, come abbiamo posto in evidenza (1), dalla interpretazione avanzata da S. Urasovskii (2), ma abbiamo motivo di ritenere che una interpretazione coerente debba essere connessa con l'energia e la struttura dello strato d'adsorbimento tenendo presente l'ordinamento reciproco all'interfase e la probabilità di nucleazione di germi bidimensionali stabili.

Fin'ora abbiamo considerato soluzioni di un composto definito in un appropriato solvente. L'andamento tensione superficiale–temperatura ci ha rivelato le temperature di fusione o di trasformazione polimorfa del soluto (3).

Si è voluto estendere la nostra indagine considerando le soluzioni di due componenti (in diverso rapporto molare) in un appropriato solvente. Più precisamente si è prescelto Benzolo e Tiofene come soluti ed esano come solvente.

Come fin'ora fatto su questo argomento, riferiamo solo sui risultati sperimentali, cioè sui fatti riproducibili osservati in attesa di inquadrarli in una coerente interpretazione.

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica fisica della Università di Firenze.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) ENZO FERRONI, «Annali di Chimica», *46*, 947 (1956).

(2) «Uspekhi Khim.», *21*, 836 (1952).

(3) E. FERRONI e G. GABRIELLI, «Annali di Chimica», *46*, 950 (1956); *47*, 833 (1957); «Rend. Accad. Lincei», *21*, 96 (1956); *21*, 100 (1956).

Com'è noto, Benzolo e Tiofene formano un sistema binario particolarmente semplice e da tempo studiato. Gli studi iniziati da E. Paternò [4] e ripresi successivamente da J. H. van 't Hoff [5] e da E. Beckmann [6] posero in evidenza la formazione di soluzioni solide in ogni rapporto, fra i due componenti. Le misure crioscopiche eseguite da D. T. Tsakalotos e A. Guye [7] confermarono l'interpretazione precedentemente avanzata. La indagine X, focalizzò l'analogie strutturali fra le celle elementari dei due composti, ponendo in evidenza il loro isodimorfismo [8].

Recentemente gli studi di F. S. Fowlett e H. E. Rasmussen [9] e di U. M. Kravchenko [10] hanno ancora una volta confermato, con accurate misure, l'andamento continuo presentato dalla curva di congelamento del sistema Benzolo–Tiofene, anche se questa leggermente si discosta dalla linearità teoricamente prevista nel caso di miscele ideali.

La tensione superficiale è stata misurata con il metodo dell'anello usufruendo del tensiometro bifilare di elevata sensibilità: 0,01 dine/cm. [11]. Sul piattello del tensiometro era appropriatamente disposta la vaschetta (contenente la soluzione) nella cui intercapedine circolava il liquido di un ultratermostato. La temperatura era controllata anche per misura diretta nella soluzione.

Si è prescelto l'esano come solvente in quanto questo, com'è noto, non presenta nessun fenomeno associativo con i componenti e in quanto nell'intervallo di temperatura studiato (+ 15 — 40) l'andamento tensione superficiale–temperatura è regolare.

Gli andamenti tensione superficiale–temperatura, più volte registrati in serie distinte di misure, mostrano:

a) nel caso delle soluzioni dei singoli componenti (Benzolo in esano, Tiofene in esano) una diminuzione regolare della tensione superficiale all'aumentare della temperatura eccetto nell'intorno della temperatura di fusione del soluto (5°C nel caso del Benzolo, —38°C nel caso del Tiofene) fig. 1, A e B;

b) nel caso delle soluzioni in esano contenenti Benzolo e Tiofene in definiti rapporti molari, una variazione dalla normale linearità nell'intorno sia dei punti di fusione dei singoli componenti (5°C e —38°C) sia nell'intorno di una temperatura, che varia al variare del rapporto molare fra i due componenti e che coincide con la temperatura di fusione della soluzione solida relativa al rapporto molare considerato, fig. 1, C.

(4) « Gazz. chim. ital. », *19*, 666 (1889).

(5) « Z. phys. Chem. », *5*, 322 (1890).

(6) « Z. phys. Chem. », *22*, 612 (1897).

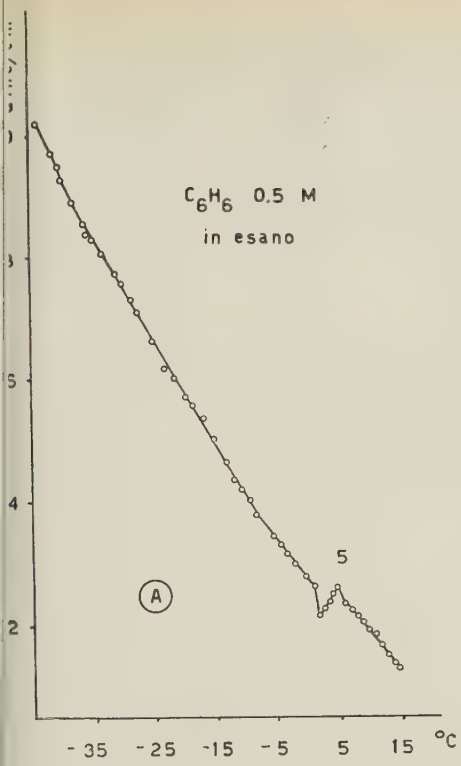
(7) « J. chim. phys. », *8*, 340 (1910).

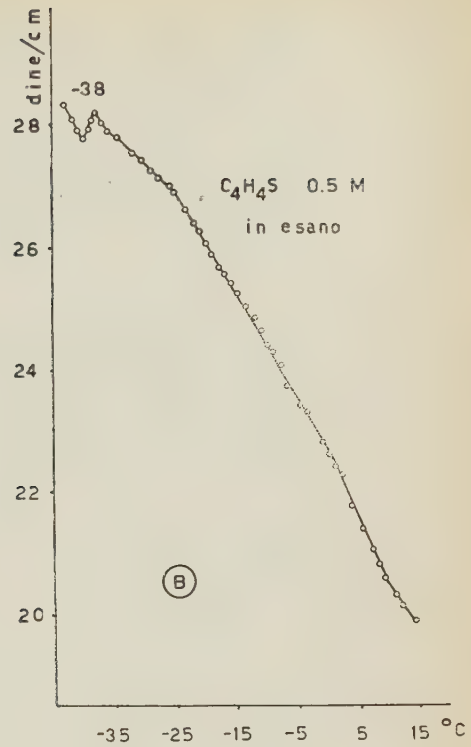
(8) G. Bruni e G. Natta, « Rec. trav. chim. », *48*, 860 (1929); « Rend. Accad. Lincei », *11*, 929, 1058 (1930).

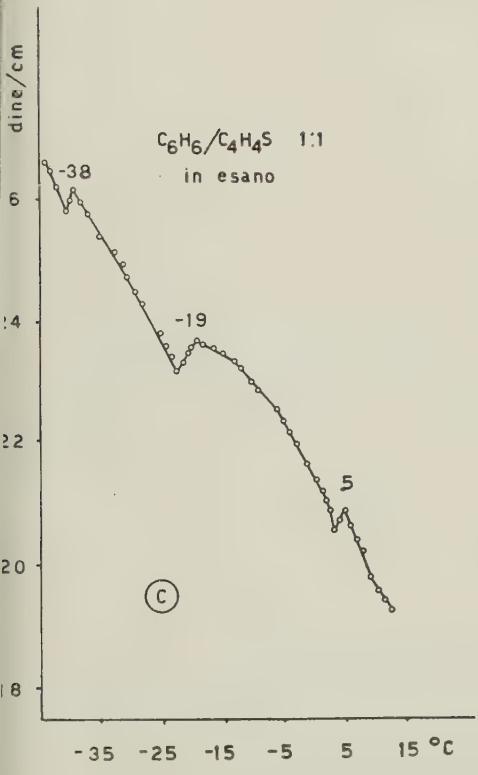
(9) « J. Am. Chem. Soc. », *67*, 1705 (1945).

(10) « Doklady Akad. Nauk. SSSR », *79*, 443 (1951).

(11) G. Piccardi, Brev. Ital. n. 462316, 18 febbraio 1950, 9 marzo 1951.







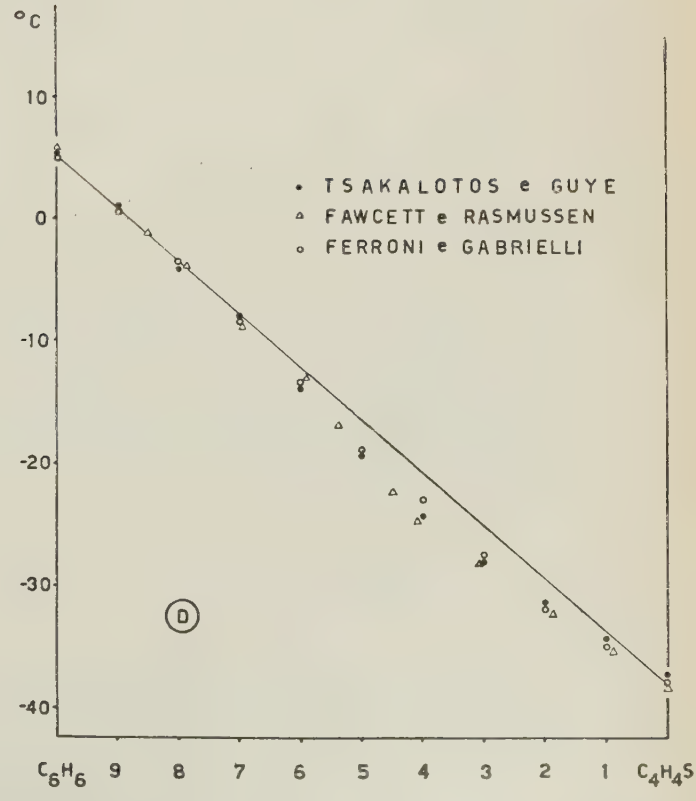


Fig. 1. – Tensione superficiale in funzione della temperatura.

A) Benzolo 0,5 M in esano; B) Tiofene 0,5 M in esano; C) Benzolo/Tiofene 1 : 1 in esano; D) Temperature di fusione delle soluzioni solide Benzolo/Tiofene al variare del rapporto molare.

Nella Tabella I si riportano le temperature corrispondenti ai massimi della tensione superficiale che si sono registrati nell'andamento decrescente di questa grandezza con l'aumentare della temperatura, per soluzioni in esano contenenti Benzolo e Tiofene in diverso rapporto molare.

TABELLA I.

Rapporto C_6H_6 0,5 M	Molare C_4H_4S 0,5 M	Temperature °C		
10	—	+ 5,0	—	—
9	1	+ 5,0	+ 0,5	— 38,0
8	2	+ 5,0	— 4,0	— 38,0
7	3	+ 5,0	— 8,0	— 38,0
6	4	+ 5,0	— 13,5	— 38,0
5	5	+ 5,0	— 19,0	— 38,0
4	6	+ 5,0	— 23,0	— 38,0
3	7	+ 5,0	— 27,5	— 38,0
2	8	+ 5,0	— 32,0	— 38,0
1	9	+ 5,0	— 35,0	— 38,0
—	10	—	—	— 38,0

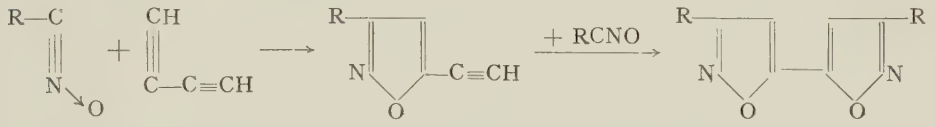
Nella fig. 1 D, si riportano in funzione dei diversi rapporti molari Benzolo: Tiofene, le temperature ricavate dai precedenti autori [7,9] e quelle da noi osservate in questa indagine (Tabella I).

L'accordo ci sembra soddisfacente e degno di nota. Sono in corso numerose altre serie di esperienze su altri sistemi sui cui risultati riferiremo in Note future.

Gli Autori vivamente ringraziano il Ch.mo Sig. prof. G. Natta per i preziosi consigli dati.

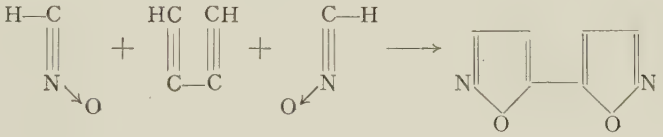
Chimica organica. — *Acido fulminico e diacetilene*(*). Nota di PAOLO GRÜNANGER e ERNESTO FABBRI, presentata (**) dal Socio A. QUILICO.

In un recente lavoro (1) abbiamo descritto la reazione tra gli ossidi di nitrili (I) e i diini, e in particolare il più semplice di essi, il diacetilene (II): si può ottenere, a seconda se si operi con un forte eccesso di diacetilene oppure con la quantità stechiometrica, l'etinilisossazolo (III) o l'α,α'–diisossazolderivato (IV) corrispondenti (R = radicale arilico):



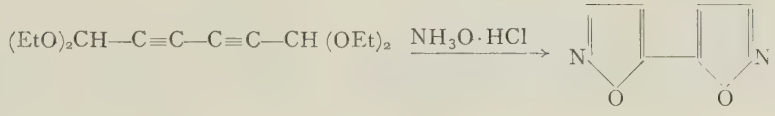
(I) (II) (III) (IV)

Abbiamo ritenuto interessante estendere la reazione all'*acido fulminico* (V), che si può considerare il termine fondamentale dei nitrilossidi; la condensazione con il diacetilene avrebbe dovuto portare all'α,α'–*diisossazolo* (VI) semplice:



(V) (II) (VI)

Infatti, facendo avvenire la reazione in soluzione acquoso–metanolica, abbiamo potuto facilmente isolare un prodotto neutro p. f. 118–119°, che si rivela per analisi e caratteristiche l'α,α–diisossazolo atteso, identico a quello ottenuto recentemente (2) per reazione tra l'idrossilammina e il tetracetale dell'esadiindiale:



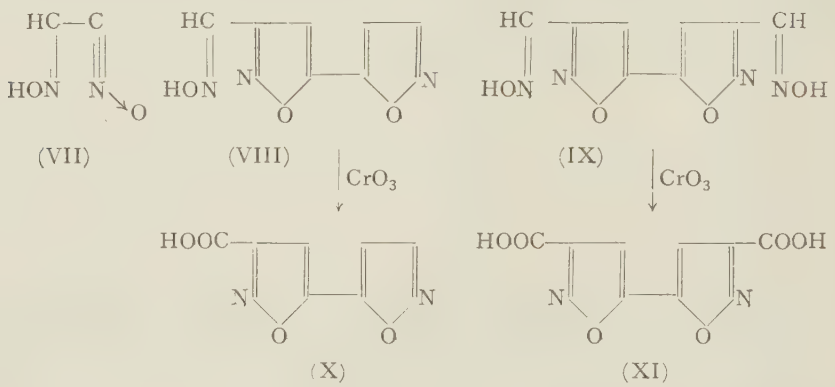
(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica Generale del Politecnico di Milano, Centro di Chimica Industriale del C.N.R., e nell'Istituto Tecnico Industriale per Chimici di Rho (Milano).

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

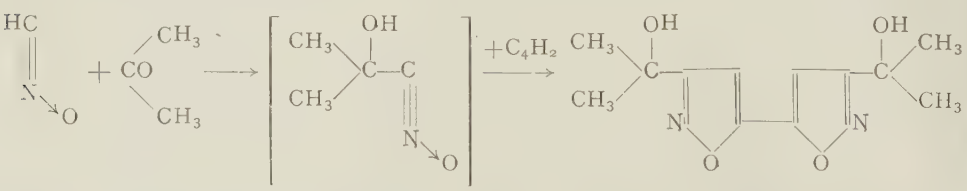
(1) P. GRÜNANGER e E. FABBRI, «Gazz. Chim. It.», in corso di stampa.

(2) A. QUILICO, G. GAUDIANO e L. MERLINI, «Tetrahedron» *2*, 359 (1958).

Accanto a tale prodotto si possono isolare altri due composti ben cristallizzabili, che si sciolgono in alcali diluiti ma non in carbonati alcalini, e che si possono separare tra di loro per trattamento con acqua bollente. Il prodotto solubile fonde a 169–170°, quello insolubile si decompone a 225°; per l'analisi, le proprietà e l'ossidazione cromica ai rispettivi acidi (X) e (XI), ad essi si possono assegnare le strutture rispettivamente di *ossima del γ–formil–α , α'–diisossazolo* (VIII) e di *diossima del γ , γ'–diformil–α , α'–diisossazolo* (IX), che si formano evidentemente per azione del dimero (VII) dell'acido fulminico sul diacetilene, secondo un meccanismo già altre volte osservato nella sintesi fulminica [3]:



Quando la reazione tra acido fulminico e diacetilene viene effettuata in soluzione acquoso–acetonica anziché in ambiente metanolico, oltre ai tre prodotti sopra descritti abbiamo potuto isolare un quarto prodotto p. f. 127,5–128,5° di carattere neutro, separabile dall'α , α'–diisossazolo per via cromatografica. Le proprietà e l'analisi portano ad attribuire a tale prodotto la struttura (XIII) di *α , α'–diisossazol–γ , γ'–bis–dimetilcarbinolo*, confermata dai risultati dell'ossidazione cromica, che porta allo stesso acido bicarbossilico (XI) ottenuto per ossidazione della diossima (IX). È noto che prodotti dello stesso tipo si ottengono regolarmente nella sintesi fulminica in presenza di acetone; la loro presenza è spiegabile se si ammette che l'acetone reagisca dapprima con l'acido fulminico per dare un nitrilossido intermedio del tipo (XII) [4], che reagisce poi normalmente con diacetilene:



(3) A. Quilico e G. Speroni, «Gazz. Chim. It.» *69*, 508 (1939); *70*, 779 (1940); A. Quilico e L. Panizzi, ibid., *72*, 155, 458 (1942); A. Quilico e G. Stagno d'Alcontres, ibid., *79*, 654, 703 (1949); G. Stagno d'Alcontres e G. Fenech, ibid., *82*, 175 (1952).

(4) A. Quilico e G. Stagno d'Alcontres, lav. cit.

PARTE SPERIMENTALE.

Azione dell'acido fulminico sul diacetilene:

a) in soluzione acquoso-metanolica.– Una soluzione di fulminato sodico, ottenuta da g 40 di fulminato di Hg e g 75 di amalgama di Na all'8 % come già noto [5] viene fatta sgocciolare in una miscela ben agitata di 150 cm³ di H_2SO_4 al 20 % e 80 cm³ di metanolo, a cui è stata aggiunta una soluzione di 12 cm³ di diacetilene [6] in 50 cm³ di metanolo. La temperatura viene mantenuta mediante un bagno esterno ad acqua fredda tra 16° e 20°, mentre l'aggiunta dura circa 18 minuti. Al termine si continua ad agitare per un'altra ora.

Il precipitato biancastro separatosi viene filtrato e trattato brevemente con HCl 1 : 1 per distruggere il fulminato di Hg ancora presente, quindi si diluisce e si filtra: g 2,5 di prodotto grezzo che è solubile in NaOH al 10 % e che dal p. f. risulta essere ancora una miscela. Si fa bollire con 150 cm³ di acqua e si filtra a caldo: dal filtrato per raffreddamento cristallizzano g 1,0 di prodotto p. f. 155–160° dec. che svolge subito NH_3 se scaldato con KOH solida. Ricristallizzando ripetutamente da acqua si hanno cristallini incolori minuti p. f. 169–170°. All'analisi:

	trov. %	: N 23,46	; 23,53;
per $C_7H_5O_3N_3$	calc.	23,46.	

Il prodotto insolubile in acqua bollente (g. 0,2) viene ricristallizzato da metanolo, in cui è poco solubile anche a caldo, e si hanno cristallini incolori, che imbruniscono qualche grado prima e si decompongono bruscamente a 225°. All'analisi:

	trov. %	: N 25,15;	
per $C_8H_6O_4N_4$	calc.	25,22.	

Le acque madri della reazione vengono neutralizzate parzialmente con 60 cm³ di ammoniaca conc. quindi saturate con $(NH_4)_2SO_4$ ed estratte ripetutamente con etere. Gli estratti eterei vengono seccati su Na_2SO_4 e svaporati. Residuano g 7,1 di prodotto biancastro, solo parzialmente solubile in NaOH. Si riprende con 70 cm³ di NaOH ghiacciata al 6 %, quindi si estrae con etere la frazione neutra.

Dalla soluzione alcalina per acidificazione si può ottenere ancora una sensibile quantità di una miscela dei due prodotti p. f. 169–170° e p. dec. 225° sopra descritti.

Gli estratti eterei, lavati, seccati e svaporati, lasciano come residuo g 1,9 di aghi incolori p. f. 118–119°. Per ricristallizzazione da metanolo il

(5) A. QUILICO e G. SPERONI, «Gazz. Chim. It.», *69*, 518 (1939).
(6) J. B. ARMITAGE, E. R. H. JONES e M. C. WHITING, «J. Chem. Soc.», *1951*, 46.

p. f. non aumenta più; il prodotto presenta le stesse proprietà e non mostra alcuna depressione del punto di fusione in miscela con l'α, α'–diisossazolo ottenuto per altra via [2]. All'analisi:

	trov. % : N	20,62 ;	20,54;
per $C_6H_4O_2N_2$	calc.	20,58.	

Ossidazione cromica del composto p. f. 169–170°. – g 0,2 di prodotto p. f. 169–170°, isolato come sopra descritto, vengono fatti bollire a ricadere per 50 minuti con una soluzione di g 0,8 di $K_2Cr_2O_7$ in 40 cm^3 di H_2SO_4 al 10%. La miscela assume a poco a poco una colorazione verde, e per raffreddamento separa g 0,1 di un prodotto p. f. 173–174° dec.; per diluizione con acqua e saturazione con solfato ammonico precipita ancora alquanto prodotto più grezzo p. f. 170–171° dec., mentre un'ulteriore piccola frazione di prodotto si può recuperare per estrazione con etere. In complesso la resa è pressoché quantitativa.

Il prodotto è facilmente solubile nei carbonati alcalini, riprecipitando inalterato per acidificazione, e, ricristallizzato un paio di volte da acido acetico glaciale, dà minuti cristallini incolori p. f. 179–180° dec. All'analisi:

	trov. % : N	15,37;
per $C_7H_4O_4N_2$	calc.	15,55.

L'estere metilico, ottenuto per trattamento con una soluzione eterea di diazometano, cristallizza da metanolo in scagliette incolori p. f. 103–104°. All'analisi:

	trov. % : N	14,43;
per $C_8H_6O_4N_2$	calc.	14,43.

Ossidazione cromica del composto p. dec. 225°. – g 0,2 di prodotto p. dec. 225°, isolato come più sopra descritto, vengono trattati con g 0,7 di CrO_3 in acido acetico bollente. L'ossidazione è molto vivace, e dopo un'ora di ebollizione a ricadere si diluisce con acqua e si estrae con etere. Per evaporazione dei solventi fino a secco, residuano g 0,1 di un prodotto grezzo facilmente solubile in carbonati alcalini, che non fonde fino a 250°, ed è difficilmente purificabile per cristallizzazione, essendo assai poco solubile nei diversi solventi organici.

Lo si trasforma allora nell'estere metilico per trattamento con diazometano in soluzione eterea: dopo aver lavato con NaOH al 5% e aver ricristallizzato un paio di volte da ac. acetico glac., si ottengono scagliette incolori lucenti p. f. 228–229°. All'analisi:

	trov. % : N	11,25;
per $C_{10}H_8O_6N_2$	calc.	11,11.

b) In soluzione acquosa–acetonica. – Si opera esattamente come sopra descritto, usando peraltro acetone al posto del metanolo.

Dopo aver isolato nel modo consueto la monoossima e la diossima, gli estratti eterei neutri vengono seccati e svaporati: dal residuo oleoso si separano lentamente per riposo g 0,8 di cristalli p. f. 112–120°. Per cristallizzazione da benzene si ottengono aghi incolori p. f. 127,5–128,5°. Il prodotto è abbastanza solubile in alcooli caldi, insolubile in esano e ligroina, facilmente solubile in acetone. All'analisi:

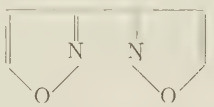
trov. % : N 11,33;
per $C_{12}H_{16}O_4N_2$ calc. 11,11.

L'olio residuo viene ripreso con benzene e percolato attraverso una colonna di allumina attiva, eluendo con benzene e infine con etere; nelle prime frazioni passano g 0,5 di prodotto p. f. 117–118°, che si rivela α,α'-diisossazolo per le proprietà e il p. f. in miscela con il prodotto più sopra descritto, mentre dalle ultime frazioni si possono recuperare altri g 0,4 di prodotto p. f. 127,5–128,5°.

Ossidazione cromica. – g 0,1 di prodotto p. f. 127,5–128,5° vengono trattati con una soluzione di g 0,5 di $K_2Cr_2O_7$ in 30 cm³ di acqua e 3 cm³ di acido acetico glaciale. L'ossidazione è molto lenta anche all'ebollizione, ed è terminata dopo 2–3 ore. Si diluisce con acqua, si estrae con etere e si svaporano i solventi. L'acido ottenuto ancora grezzo viene trattato con una soluzione eterea di diazometano: si ottiene un estere metilico p. f. 228°, identico a quello ottenuto per ossidazione della diossima come più sopra descritto.

Chimica organica. — *Sintesi del 3,5'–diisossazolo* (*). Nota di Aldo Ricca e Giorgio Gaudiano, presentata (**) dal Socio A. Quilico.

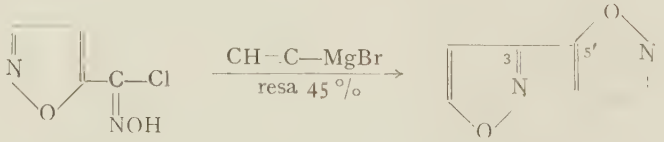
Nel proseguimento delle ricerche dirette alla sintesi dei sei diisossazoli isomeri teoricamente prevedibili, dei quali solo due termini simmetrici il *3,3'–diisossazolo* (I) [1] e il *5,5'–diisossazolo* (II) [2] erano stati finora preparati, siamo ora riusciti a sintetizzare uno dei tre termini non simmetrici, il *3,5'–diisossazolo* (IV).



(I)

(II)

Per la sua preparazione abbiamo utilizzato la reazione tra cloruri idrossammici e magnesiaci acetilenici che già si era dimostrata conveniente per la sintesi del 3,3'–diisossazolo e dei suoi derivati mono e bisostituiti [1]. Facendo reagire il cloruro dell'acido 5–isossazolilformidrossammico (III) sul bromuro di etinilmagnesio, in ambiente di tetraidrofurano, abbiamo infatti ottenuto in rese discrete (45 % del teorico) l'atteso *3,5'–diisossazolo* (IV):



(III) (IV)

Come materiale di partenza per la preparazione del cloruro idrossammico (III) ci siamo serviti del 5–isossazolilcarbinolo (V). Questo, per cauta ossidazione con $K_2Cr_2O_7$ in acido solforico diluito, ha dato, in rese assai scarse (10 %), la 5–isossazolaldeide (VI): l'ossima (VII), ottenuta per trattamento con cloridrato d'idrossilammina dell'aldeide grezza, è stata infine

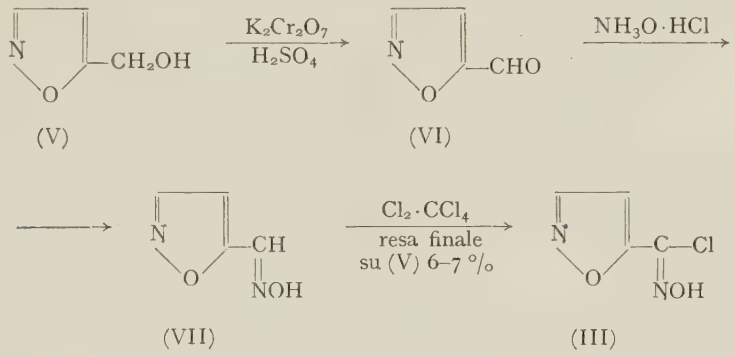
(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica Generale del Politecnico di Milano, Centro di Chimica Indrustiale del C.N.R.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

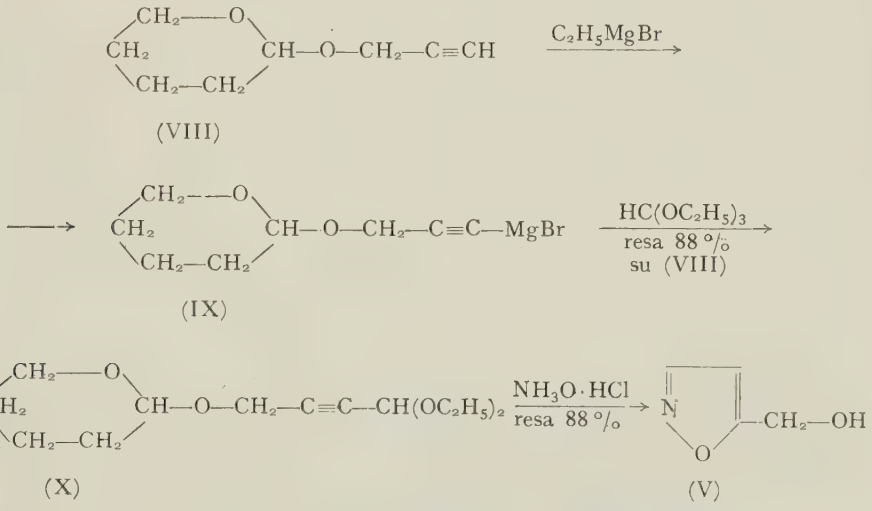
(1) A. Quilico, G. Gaudiano e A. Ricca, «Gazz. Chim. It.», *87*, 638 (1957); G. Gaudiano e A. Ricca, «Gazz. Chim. It.», *89* (1959).

(2) A. Quilico, G. Gaudiano e L. Merlini, «Tetrahedron», *2*, 359 (1958); P. Grünanger e E. Fabbri, «Gazz. Chim. It.», *89* (1959).

trasformata nella clorossima (III) per azione del cloro in CCl_4, secondo lo schema:



Per quanto il carbinolo (V) fosse già descritto in letteratura come uno dei prodotti di addizione dell'acido fulminico sull'alcool propargilico [3] difficilmente avremmo potuto ottenere per questa via le quantità di (V) che il bassissimo rendimento dell'ossidazione ad aldeide rendevano necessarie. Abbiamo allora studiato e messa a punto una nuova sintesi preparativa del 5-isossazolilcarbinolo, come indica lo schema:



L'etere 2-tetraidropiranilico (VIII) dell'alcool propargilico [4] venne trasformato con bromuro di etilmagnesio nel derivato magnesiaco (IX) [4], e questo fatto reagire con ortoformiato d'etile. Il dietilacetale (X), per trattamento con cloridrato d'idrossilammina, diede direttamente in buone rese il 5-isossazolilcarbinolo (V).

(3) A. QUILICO e G. STAGNO D'ALCONTRES, « Gazz. Chim. It. », *79*, 655 (1949).
(4) H. B. HEUBERT, E. R. H. JONES e I. M. S. WALLS, « J. Chem. Soc. », *1950*, 3649.

Il *3,5'–diisossazolo* (IV) preparato come sopra descritto è un solido cristallino volatile in vapore che fonde a 86–87°, ad una temperatura intermedia tra quella degli isomeri 3,3' (73–73,5°) e 5,5' (116–117,5°).

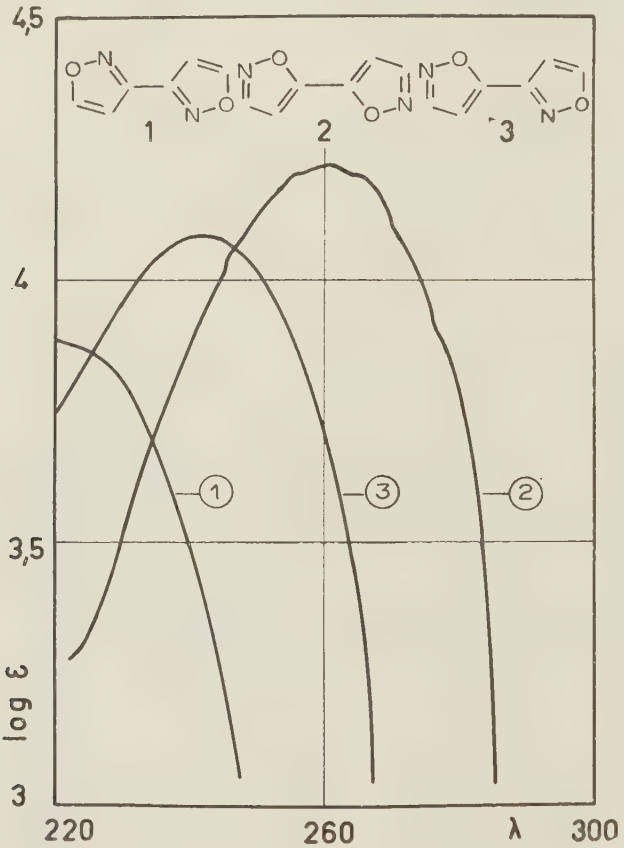


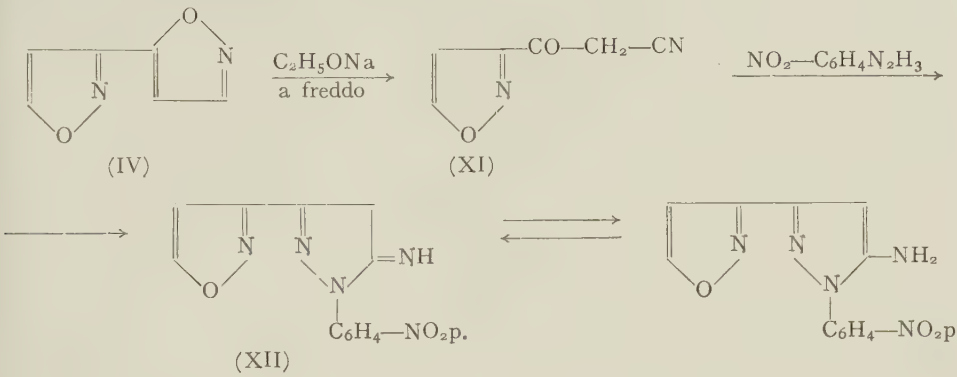
Fig. 1.

Il suo *spettro U.V.* in etanolo riportato in fig. 1 di confronto con quelli degli isomeri 3,3' e 5,5' [5] è caratterizzato da un massimo ben definito a 242 mμ (log ε = 4,08) ad una lunghezza d'onda intermedia tra quelle corrispondenti ai massimi dei due isomeri simmetrici 3,3' e 5,5'. Lo *spettro I.R.* (fig. 2) (in olio di paraffina), insieme a quello degli altri due isomeri noti, mostra numerose bande delle quali sono comuni ai tre isomeri quelle situate a 3130, 1540, 1102, 1040, 917 e 909 cm^{-1}.

Il 3,5'–diisossazolo mostra, di fronte agli alcoolati alcalini, il comportamento caratteristico degli isossazoli 5–sostituiti con posizione 3 libera. È infatti isomerizzato già a freddo dall'etilato sodico in soluzione etanolica al corrispondente 3–cianoacetilisossazolo (XI), caratterizzato attraverso la sua

(5) S. Califano, G. Speroni e D. Tafuri, comunicazione privata.

trasformazione in 1-p.nitrofenil-3-(3'-isossazolil)-5-immino pirazolone (XII) con p.nitrofenilidrazina:



(XII)

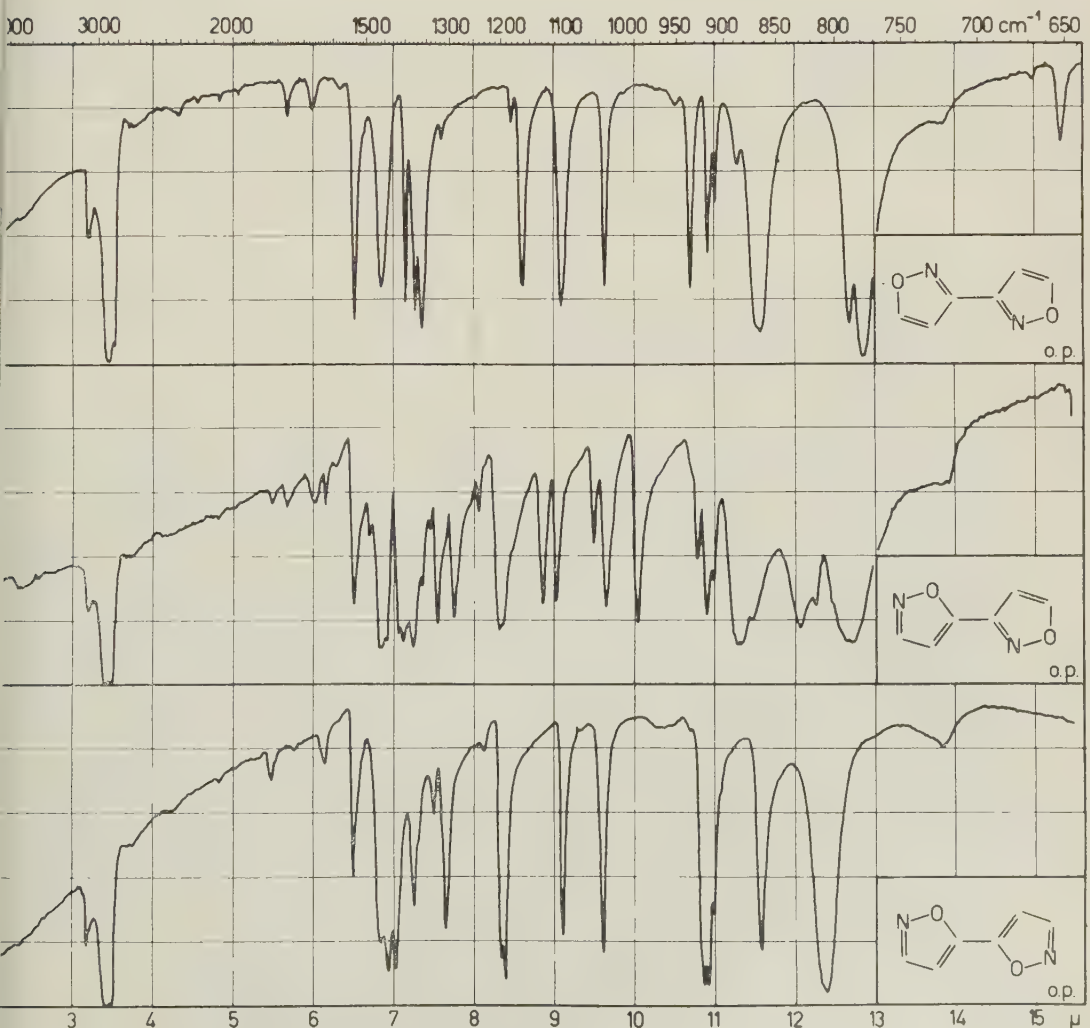
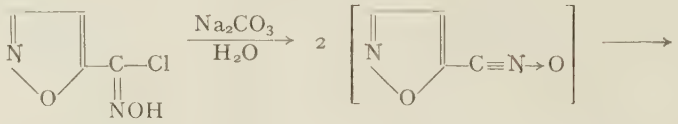
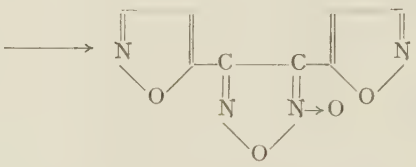


Fig. 2.

Tentativi intesi ad isolare il 5–isossazolilnitrilossido (XIII) per azione di Na_2CO_3 acquoso a freddo sul cloruro dell'acido 5–isossazolilformoidrossammico (III) diedero il dimero di–5–isossazolilfurossano (XIV) a p.f. 135°:



(III) (XIII)



(XIV)

Ringraziamo il prof. Adolfo Quilico per i consigli suggeriti durante l'esecuzione del presente lavoro.

Parte sperimentale.

Azione dell'ortoformiato di etile sul magnesiaco dell'etere 2–tetraidropiranilico dell'alcool propargilico (IX): *dietilacetale dell'etere 2–tetraidropiranilico dell'alcool formilpropargilico* (X).

Si prepara una soluzione di bromuro di etilmagnesio da 8,5 g di Mg e 38 g di C_2H_5Br in 150 cm³ di etere. Dopo avere eliminato per distillazione 50 cm³ di etere, si aggiungono 50 g di etere 2–tetraidropiranilpropargilico disciolti in 200 cm³ di benzene secco, agitando a raffreddando con acqua. Si mantiene ancora in agitazione a freddo per 4 ore in modo da ottenere una sospensione fine del magnesiaco. Dopo avere ancora distillato 50 cm³ di solvente si aggiungono rapidamente sotto agitazione e raffreddamento 70 g di ortoformiato d'etile sciolti in 100 cm³ di benzene. Si riscalda a ricadere a b. m. a 80–90° per 8 ore: la massa di reazione tende ad ammassarsi rendendo difficile l'agitazione.

Si decompone con acqua ghiacciata e acetato di NH_4 (50 g) e si estrae con etere. Gli estratti eterei seccati su K_2CO_3 e distillati lasciano un olio che viene frazionato a pressione ridotta. Si recuperano dapprima 24 g di etere 2–tetraidropiranilpropargilico non reagito, e tra 120–133°, sotto 1,5–2 mm di Hg, distilla il dietilacetale (36 g). Resa 88 % sull'etere reagito.

Il prodotto purificato per ulteriore rettifica bolle a 120,5–122° sotto 0,9 mm di Hg: $n_D^{20} = 1{,}4596$. Analisi:

	trov. %	:	C 64,47	H 9,27
per $C_{13}H_{22}O_4$	calc.	:	64,44	9,15

Azione del cloridrato d'idrossilammina sull'acetale (X): *5–isossazolilcarbinolo* (V).

L'acetale sopra descritto (70 g) viene bollito per un'ora a ricadere con una soluzione di cloridrato d'isrossilammina (42 g) in 60 cm³ di H_2O e 300 cm³ di etanolo. Si distillano nel vuoto (40°) circa 2/3 dell'etanolo e si estrae ripetutamente con etere il liquido acquoso residuo. Gli estratti eterei riuniti e seccati (Na_2SO_4) dànno, dopo eliminazione del solvente, un residuo oleoso che viene distillato a pressione ridotta. Tra 100° e 115°, sotto 1,5 mm di Hg, passa il carbinolo grezzo (25,4 g, pari all'88 % del teorico) che è stato usato tal quale per le successive trasformazioni.

L'*acetato* è stato preparato facendo gocciolare sotto raffreddamento in 25 g di carbinolo 30 g di cloruro di acetile. La reazione si inizia subito con spontaneo riscaldamento e sviluppo di HCl e viene completata con un riscaldamento di 2 1/2 ore a bagno d'acqua a 50–60°. La miscela viene versata in acqua ghiacciata contenente 40 g di $NaHCO_3$, e l'estere estratto con etere. Gli estratti eterei, lavati con poca acqua e seccati su Na_2SO_4, dànno per evaporazione un residuo oleoso che viene distillato a pressione ridotta. Si ottengono così 16 g di acetato grezzo p.e. 80–100°/2 mm (resa 46 % del teorico). Per ulteriore frazionamento si ottiene l'acetato puro che bolle a 78° sotto 2 mm di Hg: $n_D^{25} = 1{,}4547$. Analisi:

	trov. %	: N	9,73
per $C_6H_7O_3N$	calc.	:	9,93

Ossidazione cromica del 5–isossazolilcarbinolo (V) *e trattamento con* $NH_3O \cdot HCl$; *ossima della 5–isossazolaldeide* (VII).

In 150 cm³ di H_2SO_4 al 10 % contenuti in un pallone di distillazione e mantenuti costantemente all'ebollizione con una corrente di vapore si fanno gocciolare alternativamente a piccole porzioni la soluzione di 10 g di carbinolo in 100 cm³ di acqua e una soluzione di $K_2Cr_2O_7$ (15 g) in 150 cm³ di H_2O, raccogliendo continuamente il distillato. La distillazione viene interrotta quando un saggio del condensato non dà più precipitato con 2,4–dinitrofenilidrazina. Si sono raccolti così circa *2 litri* di liquido che vengono addizionati di 8 g di cloridrato d'idrossilammina neutralizzato con Na_2CO_3 (g 6,2). La soluzione dell'ossima viene concentrata a metà volume. Si satura con solfato ammonico e si estrae con etere. L'estratto etereo seccato (Na_2SO_4) e svaporato dà un residuo solido imbevuto di olio che viene posto su piatto poroso. Si ottengono così g 1,2 di ossima grezza che, ricristallizzata da $CHCl_3$ forma ciuffi di aghi bianchi a p.f. 121°–123°. Analisi:

	trov. %	: N	24,90
per $C_4H_4O_2N_2$	calc.	:	24,99

Prove di ossidazione del 5–isossazolilcarbinolo con cromato di butile terziario e con MnO_2 in acetone a freddo, intese ad ottenere migliori rendimenti in aldeide, hanno dato risultato negativo.

Azione del cloro sull'ossima (VII): *cloruro dell'acido 5–isossazolilformidrossammico* (III).

Nella sospensione di g 1,1 di ossima in 15 cm³ di CCl_4 secco, raffreddata con acqua ghiacciata, si fa passare una lenta corrente di Cl_2 per 10 minuti. Dopo riposo di una notte a temperatura ambiente si raccoglie sul filtro il cloruro idrossammico separatosi (1,0 g).

Ricristallizzato da $CHCl_3$ forma aghi bianchi a p.f. 165–166°. Analisi:

	trov. %	: N	19,10	19,17
per $C_4H_3ClO_2N_2$	calc.	:	19,12	

Azione dei carbonati sul cloruro dell'acido 5–isossazolilformidrossammico (III): *di–(5–isossazolil)–furossano* (XIV).

A 30 cm³ di una soluzione al 5 % di Na_2CO_3 si aggiungono 0,5 g di clorossima. Il solido si trasforma senza disciogliersi e la soluzione si colora in giallo. Dopo alcuni minuti si filtra il prodotto solido che viene lavato con acqua; resa g 0,15. Ricristallizzato da etanolo forma scaglie a p.f. 135°. Analisi:

	trov. %	: N	25,27
per $C_8H_4O_4N_4$	calc.	:	25,45

Azione del cloruro dell'acido 5–isossazolilformidrossammico (III) *sul bromuro di etinilmagnesio: 3,5'–diisossazolo* (IV).

Alla soluzione in tetraidrofurano di bromuro di etinilmagnesio preparata da 1,03 g di Mg [6] si aggiungono nel corso di 15' raffreddando con acqua ghiacciata e agitando g 2,6 (0,42 moli per mole di magnesiaco) di cloruro idrossammico disciolti in 15 cm³ di tetraidrofurano. Il liquido di reazione si colora rapidamente in scuro. Dopo una notte di riposo si decompone con acqua ghiacciata e HCl. Si estrae con etere, si secca con Na_2SO_4 e si elimina il solvente a pressione ridotta. Il residuo solido rimasto viene sottoposto a distillazione in vapore. Nel distillato passano cristalli bianchi del diisossazolo che vengono ripresi con etere. Per evaporazione della soluzione eterea si ottengono g 1,1 (45 % del teorico) di 3,5'–diisossazolo praticamente puro. Ricristallizzato da esano forma aghetti bianchi a p.f. 86–87°. Analisi:

	trov. %	: N	20,46
per $C_6H_4O_2N_2$	calc.	:	20,58

Azione dell'etilato sodico sul 3,5'–diisossazolo (IV): *3–cianoacetilisossazolo* (XI).

Alla soluzione fredda di etilato sodico preparata da g 0,5 di Na metallico in 15 cm³ di etanolo assoluto si aggiungono g 0,5 di 3,5'–diisossazolo

(6) E. R. H. Jones, K. L. Skattebol e M. C. Whiting, « J. Chem. Soc. », *1956*, 4765.

sciolti in 5 cm^3 di etanolo. La soluzione viene evaporata a secchezza nel vuoto a 25–30° e il residuo ripreso con pochi cm^3 di ac. acetico al 50 %. Per aggiunta di soluzione acetica di p.nitrofenilidrazina e diluizione con acqua precipita l'1–p.nitrofenil–3–(5–isossazolil)–5–imminopirazolone (XII) che, ricristallizzato da alcool, forma ciuffi di aghi giallo–chiari a p.f. 186–187°. Analisi:

	trov. %	:	N 26,25
per $C_{12}H_9O_3N_5$	calc.	:	25,82

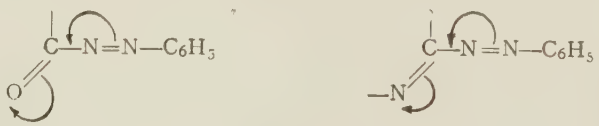
Ringraziamo la dott.ssa Alda Minisci Battaglia per le analisi contenute nel presente lavoro.

Chimica organica. — *Diazometano ed azoici N-eterociclici coniugati simmetrici* (*). Nota di MARTINO COLONNA, presentata (**) dal Socio A. QUILICO.

In una Nota precedente (1) è stato riferito sul comportamento degli azoici N–eterociclici coniugati non simmetrici di fronte al diazometano. Allo scopo di completare le nostre ricerche (2) e di porre in maggior rilievo le analogie di comportamento fra gli azoici carbonilici e gli azoici azometinici (3), ho creduto utile dar continuazione ad una serie di esperienze che convalidassero ulteriormente tali concetti e qui riferisco sulla reazione degli azoici N–eterociclici coniugati simmetrici con diazometano.

Il benzoil–azo–benzolo, la fenil–azo–carbonamide e gli esteri aril–azo–carbonici, come ha dimostrato Jolles (4), reagiscono con diazometano, in soluzione eterea, abbastanza velocemente e con sviluppo di azoto. Però mentre è stato possibile caratterizzare agevolmente, come metilen–derivato, il prodotto di reazione col benzoil–azo–benzolo, non è stato altrettanto facile caratterizzare i prodotti di reazione con la fenil–azo–carbonamide e con gli esteri aril–azo–carbonici.

Anche nella reazione con i diazoalcani ci è stato possibile convalidare le analogie:



Abbiamo infatti dimostrato (1) che gli α– e γ–fenil–azo–derivati della serie piridinica e chinolinica reagiscono, lentamente, con diazometano, nel rapporto molecolare di 1 : 2, per dare i corrispondenti metilen–derivati. La

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica degli Intermedi della Università di Bologna.

(**) Nella seduta del 13 dicembre 1958.

(1) M. COLONNA e A. RISALITI, « Gazz. chim. ital. », *87*, 923 (1957).

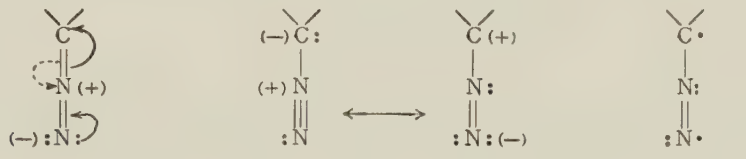
(2) M. COLONNA, A. RISALITI e R. SERRA, *Reazione con acidi alogenidrici*, « Gazz. chim. ital. », *85*, 1508 (1955); M. COLONNA e A. RISALITI, « Gazz. chim. ital. », *86*, 288, (1956); L. PENTIMALLI e A. RISALITI, « Ann. Chimica », *46*, 1037 (1956); L. PENTIMALLI e L. LOLLI, « Ann. Chimica », *47*, 34 (1957); M. COLONNA e L. PENTIMALLI, VIII Congr. Naz. Chimica, Torino, 1958; « Gazz. chim. ital. » (in corso di pubblicazione); M. COLONNA e A. RISALITI, *Reazione col reattivo di Grignard*, « Gazz. chim. ital. », *86*, 688 (1956); A. RISALITI, « Gazz. chim. ital. », *87*, 120 (1957); L. PENTIMALLI e L. LOLLI (loc. cit.).

(3) Riaffiorano qui i vecchi concetti espressi da ANGELI sulle *Analogie fra i derivati dell'ossigeno e dell'azoto*. Questi « Atti », 1917, 480. Tali concetti trovano oggi la loro giustificazione dal punto di vista elettronico.

(4) E. Z. JOLLES, « Gazz. chim. ital. », *68*, 496 (1938).

reazione non si svolge nello stesso senso usando un rapporto molecolare di 1 : 1. In base ad alcune considerazioni di ordine sperimentale venne posta l'ipotesi che la reazione si svolga in due fasi successive: in una prima fase il diazometano agendo da accettore di elettroni (elettrofilo, form.–III), va a formare un sale interno di piridinio (zwitter–ione), ciò che provoca una intensificazione del colore della soluzione dell'azoico ed una attivazione, che favorisce l'entrata della seconda molecola di diazometano, agendo questa volta da datore di elettroni (nucleofilo, form.–II). Nella stabilizzazione (aromatizzazione) del composto intermedio di transizione si ha sviluppo di azoto e rimessa in libertà di una molecola di diazometano.

Anche nei diazoalcani quindi, come in numerose altre sostanze di cui è stato detto in una Nota precedente [5], è possibile una « doppia polarizzazione » :



(I) (II) (III) (IV)
(C–nucleofilo) (C–elettrofilo) (biradicale)

ciò che permette di intravedere la possibilità di una loro più facile radicalizzazione [6].

L'estere azo–dicarbonico reagisce facilmente con i diazoalcani, come hanno dimostrato Müller [7] e Staudinger [8], per dare i corrispondenti metilen–derivati:

In base alle analogie:

era da prevedere che anche gli azoici N–eterociclici coniugati simmetrici potessero reagire nello stesso modo con i diazoalcani.

La 2–2′–azo–piridina e 2–2′–azochinolina reagiscono con diazometano, nel rapporto molecolare di 1 : 2, molto più facilmente degli azoici non sim-

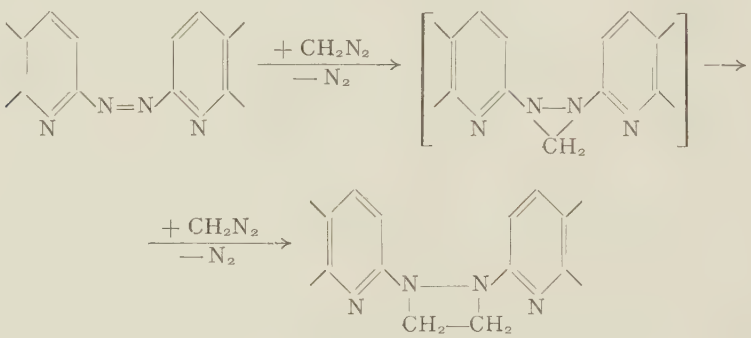
(5) Questi « Atti », 1958.

(6) Sulle reazioni radicaliche del diazometano: *Newer Methods of Preparative Organic Chemistry*, Interscience Publischer Inc., N.Y., 1948, p. 566; R. HUISGEN, « Angew. Chem. », *67*, 439 (1955).

(7) E. MÜLLER, « Ber. », *47*, 3001 (1914).

(8) H. STAUDINGER e A. GAULE, « Ber. », *49*, 1961 (1916).

metrici, con sviluppo di azoto. I prodotti di reazione sono però diversi da quelli ottenuti dagli azoici non simmetrici. I prodotti qui ottenuti sono più stabili, si purificano più agevolmente, non assorbono umidità e per idrolisi acida o alcalina conducono nettamente agli idrazin–derivati, ma non svelano la presenza di formaldeide, come si verifica per i monometilen–derivati. Effettuando la reazione con quantità equimolecolari di reattivi si osservano le stesse manifestazioni e si ottengono, con rese inferiori, gli stessi prodotti di reazione misti a prodotti resinosi. I prodotti di reazione, in base ai valori di analisi, corrispondono agli azoici di partenza con due gruppi metilenici in più. Si potrebbe pensare che anche in questi casi la reazione si svolga in due fasi successive: formazione intermedia di un mono–metilen–derivato e successivo allargamento dello anello [9], così come avviene nella reazione del chetene con diazometano dove, usando un difetto di diazometano, è possibile però ottenere il monometilen–derivato [10]:



Se teniamo conto della possibilità per entrambi i reattivi, azoici simmetrici e diazometano, della doppia polarizzazione, non si esclude che la reazione possa svolgersi secondo un meccanismo radicalico, catalizzato dall'ossigeno dell'aria.

Il fatto notevole da segnalare – a mio parere – e che può esserci di guida all'interpretazione di una reazione, è il modo di reagire talvolta diverso degli stessi azoici simmetrici e non simmetrici, rispetto a determinati reattivi. Nella reazione, ad esempio, col reattivo di Grignard gli azoici carbonilici simmetrici possono reagire in maniera diversa a seconda della natura del residuo idrocarbonico del reattivo. Con bromuro di fenilmagnesio infatti si osserva una reazione di addizione che è comune agli azoici carbonilici [11] e azometinici [12] simmetrici e non simmetrici. In questi casi penso che non ci siano dubbi che si tratti di una reazione ionica. Con altri reattivi di Grignard, in cui il residuo idrocarbonico è alifatico e meglio ancora un residuo alifatico

(9) G. B. Marini-Bettolo, « Gazz. chim. ital. », *884*, 327 (1954), ivi bibliografia.

(10) P. Lipp e R. Köster, « Ber. », *64*, 2823 (1931); P. Lipp, Y. Buchkremer e H. Seeles, « A », *499* (1932).

(11) R. Sollé e W. Reichert, « Jour. prakt. Chem. », *122*, 344 (1929).

(12) M. Colonna e coll., vedi nota (2).

terziario, la reazione degli azoici carbonilici simmetrici procede in modo diverso e nel senso di formare un miscuglio di due prodotti: il prodotto di riduzione e quello di addizione [13]. In questi casi anche il meccanismo di reazione sarà diverso e si potrà invocare un meccanismo radicalico per il quale potrebbe agire da promotore l'ossigeno atmosferico. In accordo con questo modo di vedere stà il fatto che il reattivo di Grignard può assorbire ossigeno molecolare per dare i corrispondenti perossidi, molti dei quali sono stati isolati a basse temperature [14]:

$$R{-}MgX + :\dot{\underset{\cdot\cdot}{O}}{-}\dot{\underset{\cdot}{O}}: \longrightarrow R{-}O{-}O{-}MgX$$

e tale assorbimento varia a seconda della natura di R e nel caso di residui alifatici, che facilitano l'assorbimento, segue l'ordine:

$$\text{terziario} > \text{secondario} > \text{primario}.$$

Il fatto dunque che la 2–2′–azo–piridina e 2–2′–azo–chinolina reagiscono con diazometano in modo diverso dalla 2–fenil–azo–piridina e 2–fenil–azo–chinolina, potrebbe condurci a concludere che i primi reagiscono secondo un meccanismo radicalico – per i secondi abbiamo già dato un meccanismo ionico – favorito dalla loro particolare struttura e catalizzata dall'ossigeno dell'aria, per quanto non sia noto che i diazoalcani in generale e il diazometano in particolare abbiano la proprietà di assorbire ossigeno, come invece avviene agevolmente con gli isosteri cheteni [15].

(13) Sono in corso ricerche miranti a stabilire se analoghi fatti si verificano anche per gli azoici azometinici simmetrici.

(14) C. WALLING e S. A. BUCKLER, « Jour. Am. Chem. Soc. », 77, 6032 (1955).

(15) In alcune esperienze tuttora in corso abbiamo avuto modo di osservare che anche nella reazione con difenilchetene, la 2–2′–azo–chinolina reagisce in modo diverso dalla 2–fenil–azo–chinolina. Nel primo caso infatti, assieme al comune prodotto di addizione si ottiene un secondo prodotto, poco stabile, il quale risulta formato dal prodotto di addizione con due atomi di ossigeno in più; nel caso della 2–fenil–azo–chinolina si ottiene invece il solo prodotto di addizione. Sulla proprietà dei cheteni di assorbire ossigeno vedi H. STAUDINGER, *Die Ketene*, F. Enke, Stuttgart 1912.

Botanica. — *Caratteristiche ecologiche degli organi vegetativi giovanili di* Abies nebrodensis (*Lojac.*) *Mattei, desunte dalla loro struttura* (*). Nota di MARIA ARENA, presentata (**) dal Socio A. CHIARUGI.

Il comportamento ecologico di questa pianta relitta in via di scomparsa ci è sembrato fra i più importanti elementi d'indagine per chiarire la storia della vita dell'Abete dei Nebrodi e le ragioni della sua così scarsa sopravvivenza.

Con questo fine abbiamo studiato le strutture degli organi giovanili dell'unico esemplare maturo di questa specie oggi ancora esistente (1). Sono infatti le parti a ciclo vegetativo più breve, come le foglie, e quelle a cui è affidato il ripetersi della vegetazione ogni anno, come le gemme, che meglio esprimono con la loro struttura le reazioni sviluppate dalle piante per difendersi dalle avversità ambientali e indicano, quindi, quali fra queste siano le più pericolose per la sua sopravvivenza.

La raccolta del materiale dall'unico esemplare adulto che vegeta nel Giardino del Barone Casale a Polizzi Generosa, è stato compito difficile per me, nella escursione del 30 giugno scorso, in quanto mi sentivo inibita dal timore di nuocere in qualche maniera a questo individuo divenuto ormai prezioso e famoso. Mi sono limitata a prelevare soltanto rami molto giovani, portanti ancora le foglie dei vari anni (che persistono fino al sesto anno) e provvisti di gemme vegetative.

RAMETTI. – Le osservazioni si basano su materiale ricavato da due rametti al 2° ed al 6° anno di età.

Nel *rametto del 2° anno* (Tav. I, fig. 1) persiste ancora una epidermide continua o quasi, sotto la quale si è già sviluppato un potente strato di sughero formato da cellule tutt'altro che regolari nel loro assetto, ma deformate per compressione, come se avessero avuto impedimento ad espandersi durante la differenziazione troppo precoce. Questa imponente e tempestiva formazione di sughero rappresenta la risposta più interessante dell'organo alle condizioni ambientali e sopratutto una difesa al precocissimo sopraggiungere dell'estate caldo-arida mediterranea. La coesistenza dell'epidermide ancora vivace coi 3–7 strati di cellule suberose prodotte tumultuosamente, ancora compresse in un perimetro troppo esiguo per le loro dimensioni (diametro radiale: μ 54; diametro tangenziale: μ 39) dimostrano la neces-

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto Botanico dell'Università di Messina diretto dalla Prof.ssa Albina Messeri.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) A. MESSERI, *Nuovi dati sulla sistematica dell'*Abies nebrodensis (*Lojac.*) *Mattei*. « Rend. Accad. Nazion. dei Lincei », s. VIII, vol. XXV, fasc. 6, pp. 547–556 (1958).

sità impellente di questa struttura di difesa per la sopravvivenza dei giovani rami; tale necessità comporta la curiosa coesistenza di strutture primarie, come l'epidermide, e secondarie, come il sughero, che normalmente si sostituiscono nel tempo l'una all'altra.

Al di sotto di questa corazza suberosa segue il fellogeno con un leggero strato di felloderma ed infine la corteccia, percorsa, nella zona più esterna differenziatasi nell'anno precedente, da una cerchia regolare di canali secretori (Tav. I, fig. 1); questi sono generalmente in numero di 13 e sono tappezzati da un duplice strato di epitelio secretore (Tav. I, fig. 3) con 12–15 cellule per ciascuno strato.

Nella massa corticale dell'anno precedente si notano inoltre cellule secretrici di dimensioni variabili, a secreto chiaro e fluido, oppure a secreto scuro e denso misto ad amido; cellule parenchimatiche a contenuto amilaceo e cellule pure parenchimatiche, ma più grandi e quasi prive di contenuto, localizzate specialmente nella porzione più profonda di questa zona; tali cellule sono probabilmente elementi–residuo del cribro precursore. Si osservano inoltre cellule cribrose facilmente identificabili per il contenuto trasparente e scarsamente colorabile e per l'aspetto madreperlaceo della membrana, ed infine sclereidi isolate od in piccoli gruppi sparsi a livello degli ultimi elementi corticali di questa zona.

La zona più interna della corteccia, di recente produzione, con cribro funzionante e con parenchima corticale e radiale molto vivace, è priva di canali secretori, ma è provvista di cellule secretrici ben individuabili per le maggiori dimensioni e per un denso contenuto oleoso. (Tav. I, fig. 2).

Il corpo legnoso (Tav. I, fig. 2), privo di canali secretori e con rare cellule secretrici, è formato da legno primario all'interno, cui fa seguito esternamente una sottilissima cerchia legnosa prodotta nell'anno in corso. Oltre al parenchima radiale si nota rarissimamente parenchima verticale.

Infine il midollo è formato da cellule tondeggianti prive o provviste di un contenuto talora denso, talora trasparente, forse di natura grassa.

Nel *rametto del 6° anno* di età, portante foglie ancora vivaci, si distingue, in sezione trasversale, una corteccia primaria più vecchia, resinogena, delimitata esternamente dal periderma. I canali resiniferi, che sembrerebbero tuttora vitali, sono distribuiti in una unica cerchia nella porzione periferica più vicina al felloderma; sono tappezzati da due strati di epitelio secretore formati da 11–16 cellule ciascuno, il più esterno dei quali contiene amido; il loro secreto, che talvolta occupa anche il lume, si colora in rosso–aranciato col Sudan III. Vi si osservano inoltre numerose cellule a carattere parenchimatico, molto più ampie di quelle descritte per il rametto giovane e del tutto prive di contenuto (Tav. I, fig. 4). Accanto a queste si notano cellule cristallifere, cellule parenchimatiche a contenuto proteico e cellule secretrici, nelle quali alle oleo–resine si unisce l'amido. Gli elementi cribrosi sono funzionanti solo nella porzione ultima differenziata a contatto con la corteccia interna.

Alla corteccia primaria segue una corteccia interna di origine secondaria (Tav. I, fig. 4) formata da un parenchima disposto in caratteristiche serie tangenziali monoseriate, interrotte solo dalle cellule dei raggi. I due parenchimi, radiale e tangenziale, sono ricchi di oleo–resine ed amido; quest'ultimo manca nella regione più prossima al cambio. Agli strati parenchimatici monoseriati si alternano 4–6 serie di cellule cribrose fortemente compresse in senso tangenziale la cui regolarità è però interrotta qua e là da qualche cellula parenchimatica sparsa (Tav. I, fig. 4). In alcuni punti non si riesce a distinguere alcuna seriazione ed il parenchima appare discontinuo e disordinato. Nella corteccia interna mancano i canali secretori e le cellule giganti riscontrate nella corteccia esterna. Sono molto ben evidenti gruppi di grosse sclereidi disposte in una unica cerchia al limite fra corteccia interna ed esterna, con pareti caratteristicamente ispessite e fortemente lamellate (Tav. I, fig. 5).

Il corpo legnoso presenta, oltre ai sei anelli annuali, due falsi anell (Tav. I, fig. 6); il loro spessore quasi costante lungo il perimetro di uno stesso anello, varia da un anello all'altro. Nelle cerchie annuali, molto ben delimitate, il passaggio dal legno primaticcio al legno tardivo è quasi sempre brusco (Tav. I, fig. 6) e solo eccezionalmente graduale. Come di regola, la prima cerchia è a struttura molto omogenea, mentre nelle altre si differenzia assai bene il legno primaticcio dal tardivo. Le quantità di legno primaticcio e tardivo di ciascuna cerchia sono pressocché uguali, meno che nelle ultime cerchie, dove prevale il tardivo sul primaticcio (Tav. I, fig. 6). Le tracheidi primaticcie, a pareti sottili, hanno contorno poligonale; quelle terminali, a pareti più ispessite, sono compresse tangenzialmente, assumendo una forma rettangolare molto schiacciata, specie al termine della cerchia. Nell'ambito del legno primaticcio si notano alcune zone scarsamente lignificate, proprio a contatto del legno tardivo dell'anello successivo. La lignificazione è lungi dall'essere omogenea in tutte le cerchie (Tav. II, figg. 8 e 9). I falsi anelli che incidono sulle ultime cerchie sono sempre inseriti nell'ultima parte del legno tardivo della cerchia e le tracheidi che li costituiscono assumono la fisionomia delle tracheidi primaticcie (Tav. II, fig. 7). Essi testimoniano una ripresa, sia pure lieve, dell'attività cambiale, dopo la pausa estiva, prima del riposo invernale, in accordo con l'andamento del clima mediterraneo. Nelle tracheidi si nota talvolta una notevole quantità di cristalli di ossalato di calcio (Tav. II, fig. 10).

Le punteggiature areolate delle pareti radiali delle tracheidi sono uniseriate, più larghe (12–14 μ) e con apertura rotonda negli elementi del legno primaticcio, più strette (8–10 μ) e con apertura lenticolare negli elementi del legno tardivo, occupando trasversalmente quasi tutta la superficie delle pareti radiali, che sono larghe rispettivamente 14–16 μ nel legno primaticcio e 10–12 μ in quello tardivo. Anche questa sproporzione fra il diametro delle punteggiature e lo sviluppo della parete tracheidale sta a significare che nelle tracheidi di primavera (come nel sughero) la differenziazione precoce impedisce il completo accrescimento degli elementi; naturalmente in queste

tracheidi rimaste nane, le areole che rappresentano strutture più specializzate sfuggono al bloccaggio ed appaiono giganti rispetto all'esiguità delle tracheidi. Le punteggiature al campo d'incrocio dei raggi con le tracheidi verticali sono due, raramente una, taxodioidi con diametro di circa 4 μ nel legno primaticcio; piceoidi con diametro di circa 4 × 2 μ nel legno tardivo (Tav. II, fig. 12). I raggi, tutti monoseriati, sono costituiti da cellule a pareti fittamente punteggiate ed a ricco contenuto amilaceo (Tav. II, fig. 13); mancano le tracheidi orizzontali ed i canali resiniferi. Il parenchima verticale è scarsissimo.

GEMME VEGETATIVE. – Lo strato di resina che, all'atto del prelievo, ricopriva nelle gemme le perule protettrici (Messeri, loc. cit.) è quasi del tutto scomparso, in seguito alle manipolazioni microscopiche.

Sono state sezionate tangenzialmente tre piccole gemme, una assiale e due laterali, inserite su un peduncolo comune. Nei giovani tessuti da cui le gemme sono formate, si differenziano sacche secretrici (Tav. III, fig. 14), che sono particolarmente frequenti alla periferia delle gemme in corrispondenza della base delle perule, degli abbozzi fogliari e nel peduncolo comune alle tre gemme; sono meno frequenti nei tessuti centrali delle gemme stesse. Le sacche sono tappezzate da un duplice epitelio secretore formato da 6–14 cellule nello strato interno e da 9–18 in quello esterno.

Ciascuna gemma è percorsa assialmente da esili fasci di tracheidi spiralate, punteggiate e reticolate, talora cristallifere. Il giovane parenchima che forma il corpo delle gemme consta di elementi compatti a contenuto intensamente colorabile nel corpo centrale di ciascuna gemma, negli abbozzi fogliari e nelle perule e di parenchima meno compatto, a contenuto trasparente scarsamente colorabile nella porzione periferica. Nel parenchima meno differenziato e più compatto troviamo anche cellule amilifere, cristallifere e secretrici; nel parenchima periferico più lasso, oltre a cellule amilifere, sono frequenti sacche secretrici e cellule a carattere parenchimatoide, prive di contenuto, già precedentemente descritte a proposito dei rami.

Le perule (Tav. III, fig. 14), che proteggono il delicato apice vegetativo ed i piccoli abbozzi fogliari presentano una struttura varia.

Nell'ordine più periferico di perule, da 4 a 6 strati di cellule della pagina abassiale hanno la membrana già suberificata e molto ispessita, specialmente le più esterne (Tav. III, fig. 15). Queste perule sono vitali solo alla base, in connessione con i tessuti della gemma, mentre distalmente tutto il mesofillo, comprese le cellule secretrici, è già stato almeno in parte interessato dal processo di suberificazione.

Le perule del secondo ordine, incappucciate da quelle del primo, mostrano l'epidermide adassiale e due–tre strati di cellule del mesofillo già suberificate, ma in esse sono ancora visibili le punteggiature lungo le pareti; le cellule del mesofillo più interno sono vitali come anche le cellule secretrici del mesofillo più profondo.

Quando esiste un terzo ordine di perule, solo nelle cellule epidermiche fittissimamente punteggiate è talvolta in atto il processo di suberificazione, mentre tutte le cellule del mesofillo sono vitali e particolarmente le più profonde, disposte in 2–4 strati, sono ricche di un contenuto resinoso e proprio da esse trasuda la resina che si riversa all'esterno, rivestendo ed impermeabilizzando le gemme.

Gli strati suberosi delle perule più esterne sono in connessione con il manicotto di sughero che circonda il peduncolo comune alle tre gemme (Tav. III, fig. 16) e questo a sua volta è in continuazione col sughero del rametto. Questi strati di tessuto suberificato che rivestono i diversi organi, rametto, gemme, perule, sono assai caratteristici per la irregolarità dell'assetto e del contorno cellulare (Tav. III, figg. 14–16) in quanto generati da un processo di accrescimento tumultuoso, bloccato precocemente dalla differenziazione e morte del tessuto. Il sughero dei rametti e della base della gemma è generato da un fellogeno precocemente funzionante, mentre quello che si forma a livello delle perule è rappresentato da tessuti primari invasi precocissimamente da un processo di suberificazione.

Foglie. – Le foglie del 2° (Tav. III, fig. 17) e del 6° anno (Tav. III, fig. 18) di età mostrano l'*epidermide* fortemente cutinizzata nella pagina superiore (Tav. III, figg. 19 e 20; Tav. IV, fig. 21) ed unistratificata in ambedue le pagine, con cellule a parete ispessita (Tav. III, figg. 19–20; Tav. IV, fig. 21). L'*ipoderma* è unistratificato (Tav. IV, fig. 21), raramente bistratificato (Tav. III, fig. 19) con cellule poligonali a pareti molto più spesse di quelle epidermiche; continuo nella pagina superiore, si interrompe nella pagina inferiore in corrispondenza dei canali secretori e degli stomi, per riapparire a livello della nervatura. Il *palizzata* nella pagina superiore è disposto di regola in due strati, eccezionalmente in tre (foglie vecchie), di cui uno può mancare nella parte più apicale e più basale della foglia, dove talvolta le cellule a palizzata appaiono meno alte rispetto a quelle della porzione centrale. Nella pagina inferiore il palizzata è presente ed è disposto in uno strato di cellule molto corte, pressocché isodiametriche; solo a livello della nervatura esso è normale (Tav. III, figg. 17–18). Il palizzata contiene rari granuli di amido e solo nelle foglie più vecchie una certa quantità di sostanze oleose. Il *tessuto lacunoso* è costituito da cellule grandi, grossolanamente ovali, con ricco contenuto in amido (Tav. IV, fig. 27) e scarso contenuto in olii nelle foglie giovani; con ricchissimo contenuto oleoso nelle foglie vecchie (Tav. IV, fig. 28). Il *tessuto secretore* è rappresentato da canali resiniferi, più grandi nelle foglie al 6° anno di età (Tav. III, fig. 18), sempre in numero di due, posti lateralmente verso la pagina inferiore fra l'ipoderma da una parte ed il palizzata o il lacunoso dall'altra (Tav. III, figg. 17 e 18). Talvolta le stesse cellule ipodermiche ne completano la guaina dalla parte esterna, ma in tal caso esse sono a pareti meno ispessite (Tav. III, fig. 20). I canali sono tappezzati da 7–11 cellule secretrici internamente e da 9–12 cellule esternamente. I valori più alti si riscontrano nelle foglie al 6° anno

di età. Il *tessuto conduttore* è costituito da due fasci cribro–legnosi circondati da una guaina parenchimatica comune, immersi nel tessuto lacunoso (Tav. III, fig. 17).

La lamina fogliare è divisa in due zone dalla nervatura, lungo la quale decorrono tracheidi spiralate, talvolta cristallifere. In corrispondenza della pagina inferiore gli apparati stomatici sono disposti in 7–10 serie longitudinali per ciascuna zona (Tav. IV, fig. 22); su una superficie di 500 μ^2 ve ne sono in media 43 nelle foglie giovani e 38 nelle foglie al 6° anno di età. Le cellule stomatiche del tipo Amarillidaceae–Coniferae sono alte in media μ 45 e larghe complessivamente (coppie stomatiche) μ 34 nelle foglie giovani (Tav. IV, fig. 23) e 55 × 32 μ nelle foglie vecchie, apparendo quì più alte e più strette (Tav. IV, fig. 24). Le cellule del tessuto lacunoso, lunghe e strette, forse plasmolizzate, nelle foglie giovani (Tav. IV, fig. 25) differiscono da quelle più larghe, tozze e turgide delle foglie vecchie (Tav. IV, fig. 26).

Da un punto di vista ecologico il materiale esaminato ci rivela soprattutto due caratteristiche degne di nota: in primo luogo la lentezza di sviluppo vegetativo dei vari organi ed in secondo luogo la precocità della differenziazione dei tessuti nuovi formati, soprattutto dei tessuti protettivi. Queste due tappe dello sviluppo, accrescimento e differenziazione, lungi dall'essere quì ben equilibrati, sono in forte concorrenza l'una con l'altra a favore dell'ultima. Evidentemente solo così l'Abete dei Nebrodi riesce a sopravvivere in un ambiente che oggi gli è manifestamente ostile soprattutto per la severa e precoce siccità estiva e per la eccessiva luminosità.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

TAVOLA I.

Fig. 1. – *Abies nebrodensis* (Lojac.) Mattei. Settore del rametto del 2° anno di età (× 50).
Fig. 2. – Rametto del 2° anno di età: produzione recente di legno (in basso) e libro separati da 3–4 serie di cellule cambiali (× 500).
Fig. 3. – Rametto del 2° anno d'età: canale resinifero con duplice strato di epitelio secretore (× 500).
Fig. 4. – Rametto del 6° anno d'età: aspetto d'insieme della porzione interna (in basso) ed esterna della corteccia (× 70).
Fig. 5. – Particolare di un gruppo di sclereidi nel ramo del 6° anno d'età (× 500).
Fig. 6. – Porzione di un ramo del 6° anno di età; presenza di falsi anelli nella penultima e nell'ultima cerchia normale (× 70).

TAVOLA II.

Fig. 7. – Falsa cerchia: particolare della fig. 6 (× 500).
Fig. 8. – Tracheidi primaticcie e tardive scarsamente lignificate al limite fra un anello e l'altro nel ramo del 6° anno d'età (× 500).

Fig. 9. – Tracheidi primaticcie e tardive fortemente lignificate al limite fra un anello e l'altro nel ramo del 6° anno d'età (× 500).

Fig. 10. – Rametto del 6° anno di età in sez. tang.: tracheidi cristallifere (× 500).

Fig. 11. – Rametto del 6° anno di età: sezione tangenziale al limite tra il legno primaticcio di un anello (a sinistra) ed il tardivo dell'anello successivo (× 500).

Fig. 12. – Rametto del 6° anno di età in sezione radiale: punteggiature al campo di incrocio delle cellule del raggio con le tracheidi verticali, taxodioidi nel legno primaticcio (a sinistra), piceoidi in quello tardivo (× 500).

Fig. 13. – Rametto del 6° anno di età in sezione radiale: cellule del raggio ricchissime di amido; evidentissime le punteggiature delle pareti (× 500).

Tavola III.

Fig. 14. – Gemma vegetativa sezionata tangenzialmente: progressivo processo di suberificazione dagli strati più esterni verso gli strati più interni dei diversi ordini di perule (× 70).

Fig. 15. – Particolare delle cellule suberose della perula più esterna illustrata nella fig. 14 (× 500).

Fig. 16. – Settore periferico del peduncolo comune alle tre gemme, con il caratteristico manicotto di sughero (in alto); è particolarmente evidente la disposizione disordinata delle cellule suberose (× 70).

Figg. 17 e 18. – Porzioni di una foglia giovane e di una foglia vecchia con uno dei due canali secretori posti lateralmente nella pagina inferiore (× 50).

Fig. 19. – Foglia giovane: particolare dello strato epidermico unistratificato ed ipodermico bistratificato solo in qualche settore (× 500).

Fig. 20. – Foglia giovane: particolare di un canale resinifero (× 500).

Tavola IV.

Fig. 21. – Foglia vecchia: particolare del tessuto a palizzata (× 500).

Fig. 22. – Foglia vecchia in sez. tang.: pagina inferiore con serie di stomi su una delle due metà della foglia (70).

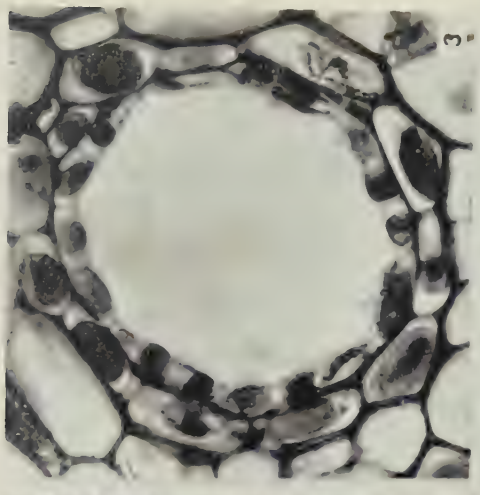
Fig. 23. – Foglia giovane: particolare degli stomi (× 500).

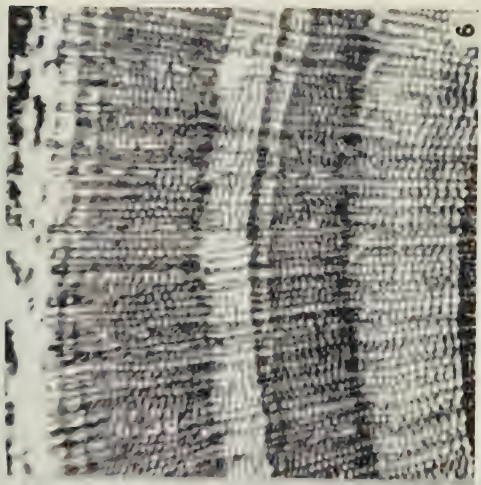
Fig. 24. – Foglia vecchia: particolare degli stomi (× 500).

Figg. 25 e 26. – Sezione tangenziale: tessuto lacunoso rispettivamente in una foglia giovane e in una foglia adulta (70).

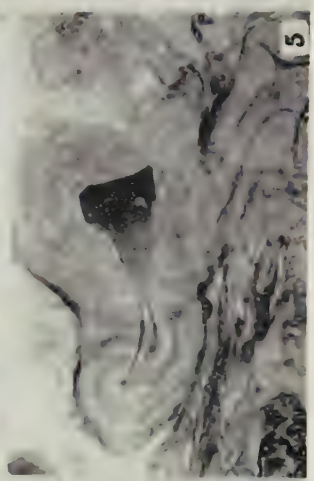
Fig. 27. – Foglia giovane in sez. trasv.: cellule del tessuto lacunoso ricche di amido (× 500).

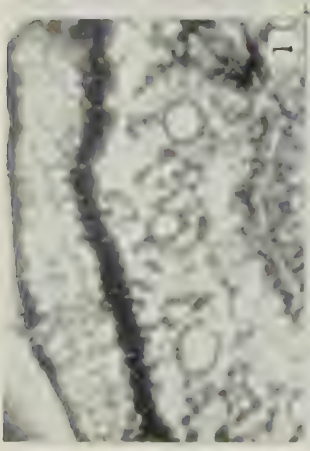
Fig. 28. – Foglia adulta in sez. trasv.: cellule del tessuto lacunoso ricche di un contenuto oleoso (× 500).

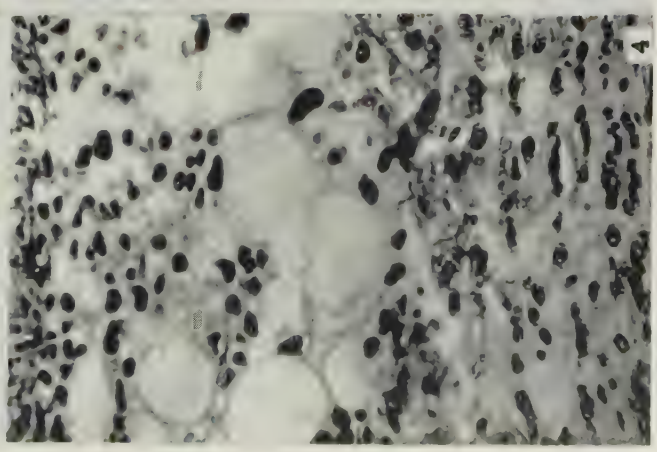

3

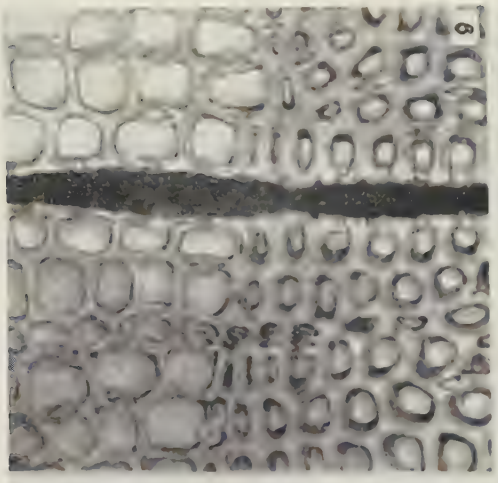

6

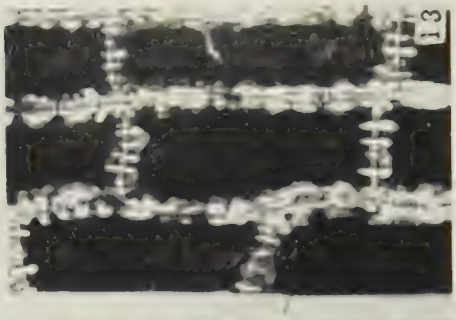
2

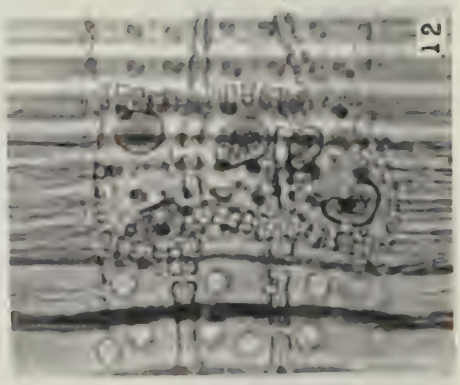

5

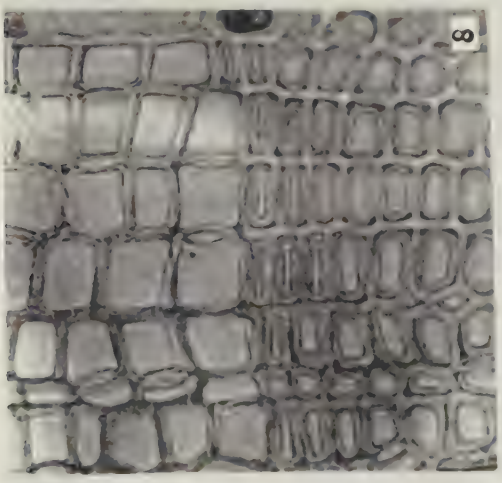

1

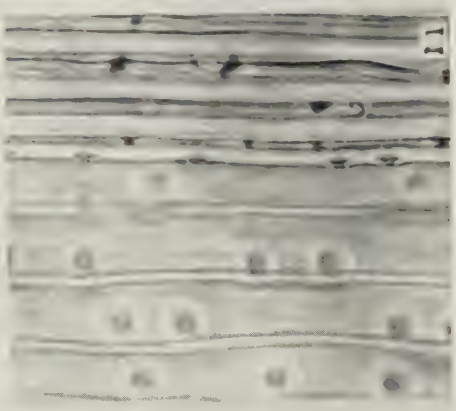

4

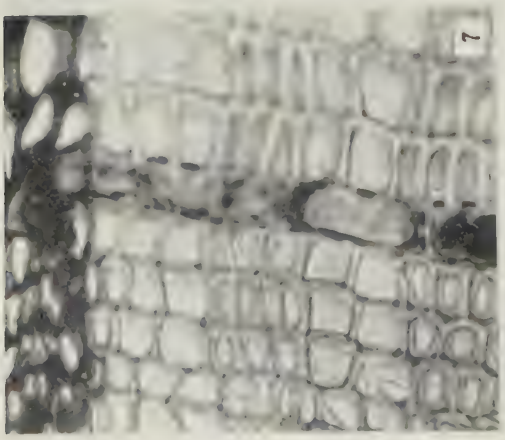

6

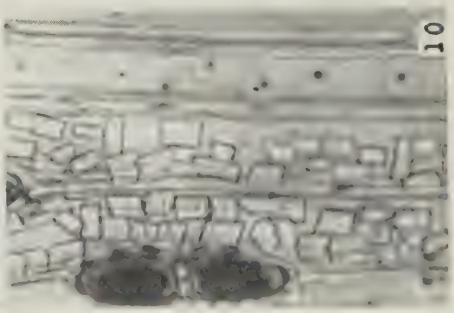

13

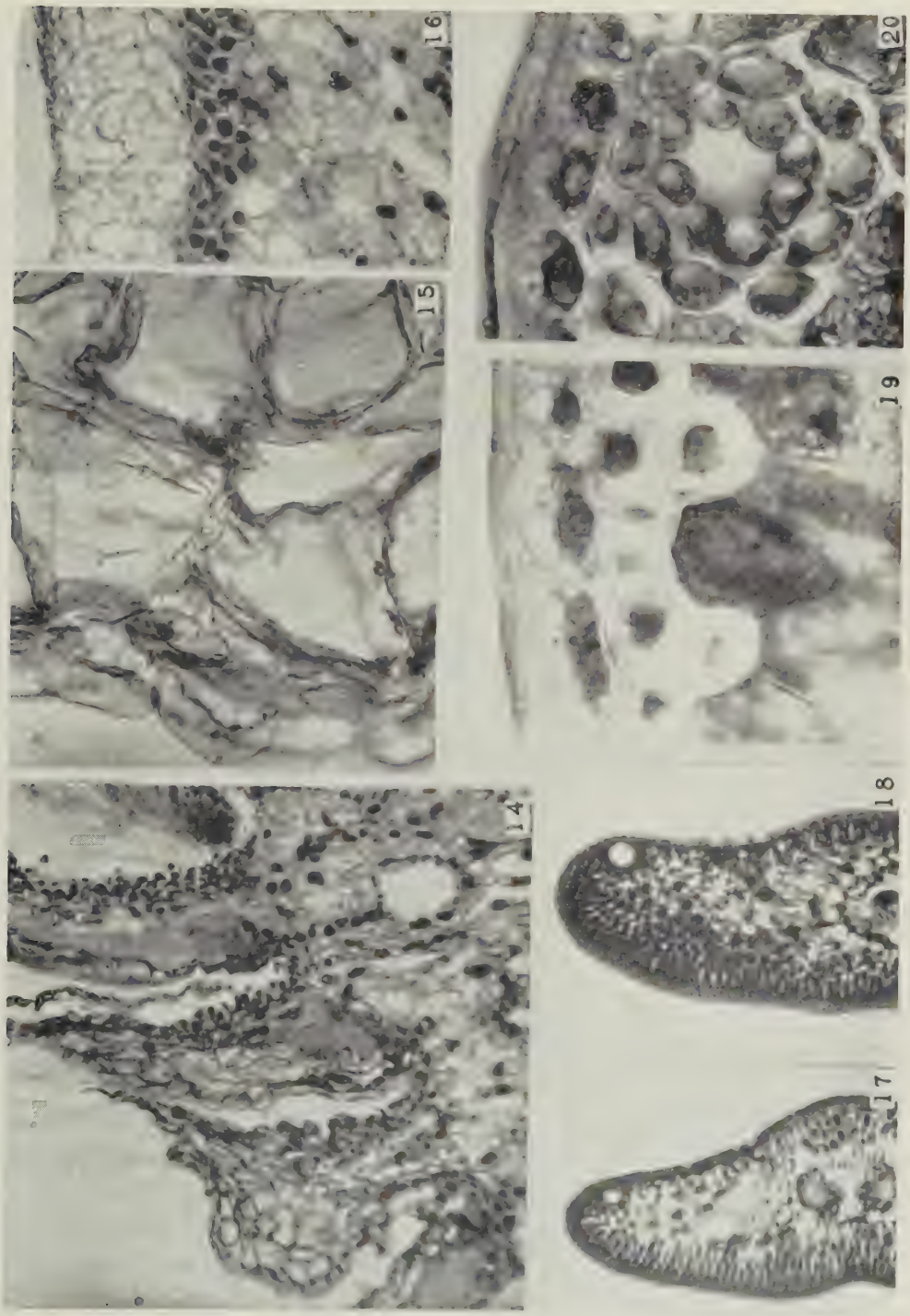

12

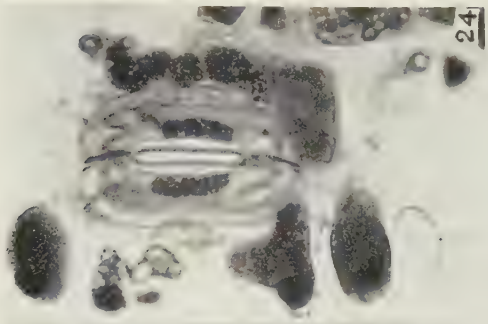

8

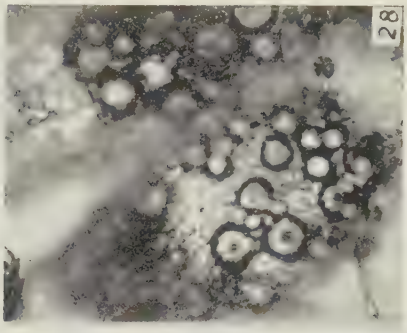

11

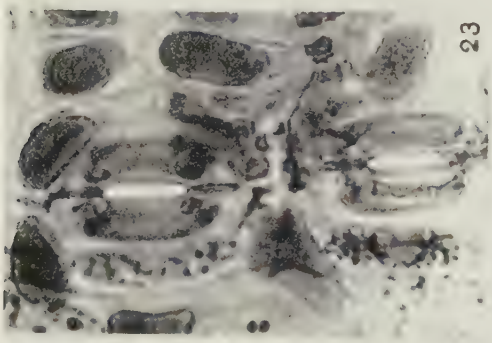

7

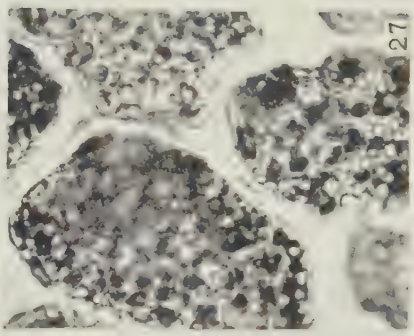

10

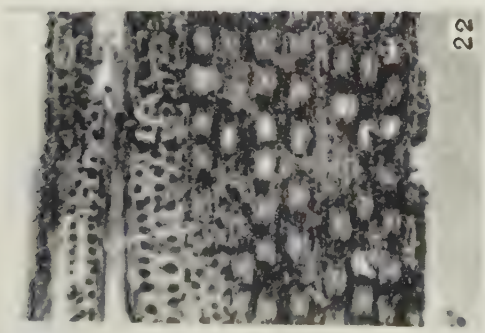

16
20
15
19
14
18
17

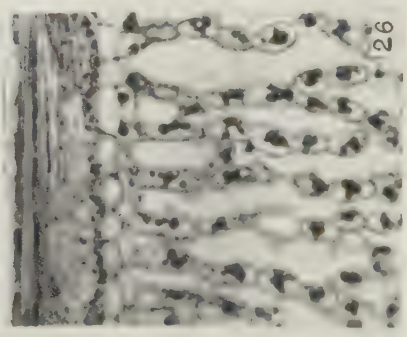

24

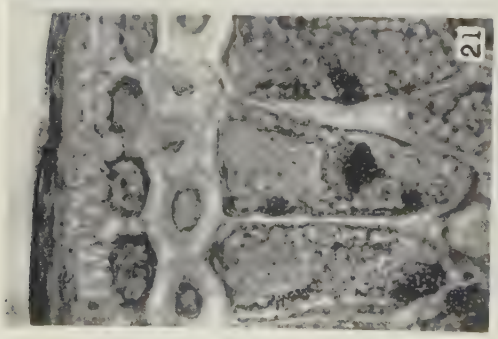

28

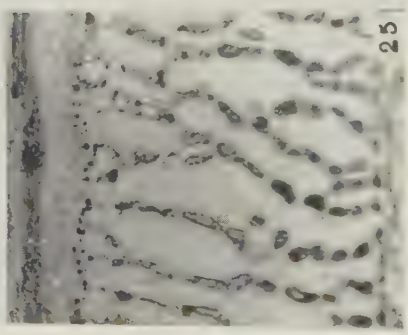

23


27


22


26


21


25

Zoologia. — *Nuove indagini sull'origine ed il differenziamento delle cellule germinali nel Polichete ermafrodita* Spirorbis pagenstecheri [*]. Nota di ENRICO VANNINI e ANNA STAGNI, presentata [**] dal Corrisp. U. D'ANCONA.

L'anatomia microscopica e la morfologia degli *Spirorbis*, note in passato soprattutto per gli studi di Schiveley (1897), Caullery e Mesnil (1897), Zur Loye (1908), Borg (1917), Mc Intosh (1923) e Woskressensky (1924), recentemente sono state oggetto di nuove osservazioni ad opera di Bergan (1953) [1] e Reggiani (1956–57) [2,3].

Il Bergan, fra l'altro, ha ricercato in quattro specie (*Spirorbis borealis*, *Sp. spirillum*, *Sp. granulatus*, *Sp. vitreus*) la sede di origine degli elementi germinali, progenitori dei gameti di ambo i sessi; egli pensa che essi derivino dalla moltiplicazione di due file ventrolaterali di cellule, che in giovani esemplari si scorgono presso il solco epidermico ciliato decorrente lungo la linea mediana ventrale dell'addome.

La Reggiani ha studiato un'altra specie, *Spirorbis pagenstecheri*, della quale l'Autore danese non aveva potuto esaminare esemplari giovanili e (mentre concorda con il Bergan per la generalità delle altre osservazioni) descrive una diversa modalità di origine degli elementi germinali. Nei più giovani individui esaminati, che hanno un addome brevissimo non ancora segmentato, sono reperibili svariate cellule indifferenziate, di natura mesoblastica, sia libere all'estremità posteriore del corpo, nel celoma del pigidio, sia invece aderenti ad un fascetto di fibre muscolari, che attraversa longitudinalmente il celoma della zona acheta. Negli stadi di sviluppo successivi, l'allungamento dell'addome, con formazione dei setti divisori fra un metamero e l'altro, avviene soprattutto ad opera delle cellule mesoblastiche suddette, già contenute nel pigidio e di altre che vi si versano proliferando da quelle aderenti al fascetto muscolare: gran parte di questi elementi infatti si va differenziando nelle strutture del mesoderma addominale. Ben presto altre cellule mesoblastiche ancor più numerose, che si moltiplicano e si distaccano dalla superficie del fascetto muscolare, assumono il significato di

(*) Istituto di Zoologia della Università di Bologna diretto dal prof. E. Vannini e Centro di Studio per la Biologia del C. N. R. diretto dal prof. G. Montalenti.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) P. BERGAN, *On the anatomy and reproduction biology in* Spirorbis *Daudin*, «Nytt Mag. Zoology», vol. I, p. 1 (1953).

(2) M. P. REGGIANI, *Origine delle cellule germinali e maturazione dei gameti in* Spirorbis pagenstecheri, «Boll. Zool.», vol. XXIII, p. 581 (1956).

(3) M. P. REGGIANI, *Osservazioni sull'origine delle cellule germinali e il differenziamento dei gameti nel Polichete ermafrodita* Spirorbis pagenstecheri *Quatr.*, «Riv. Biol.», vol. XLIX, p. 243 (1957).

elementi germinali, differenziandosi in ovociti nel celoma dei due primi segmenti dell'addome e in cellule della serie gametogenetica maschile in tutti gli altri. Il fascetto muscolare rimane sempre visibile nel celoma della zona acheta anche negli esemplari più adulti già pieni di gameti femminili e maschili. In questi individui, nei quali molte uova sono già state fecondate, le cellule mesoblastiche indifferenziate, che tuttora circondano il fascetto muscolare e continuano a proliferare attivamente, costituiscono una valida riserva per i processi gametogenetici futuri.

Dette cellule mesoblastiche perimuscolari sono dunque, secondo la Reggiani, la fonte di origine sia del mesoderma addominale, sia delle cellule germinali di ambo i sessi. Tali elementi pluripotenti sarebbero perciò da omologare, per le loro capacità morfogenetiche, ai « neoblasti » degli altri Policheti.

È da notare che la Reggiani compì le proprie osservazioni ignorando quelle del Bergan, di poco precedenti e pubblicate in una nuova rivista che aveva allora in Italia scarsa diffusione. L'interesse dell'argomento e la possibilità di svilupparlo ulteriormente ci hanno invogliato pertanto a continuare le ricerche su materiale più copioso e anche con metodi di colorazione citochimica finora non utilizzati. Riferiamo per il momento, in via preliminare, alcune nuove osservazioni compiute sempre su *Spirorbis pagenstecheri*; in un tempo successivo contiamo di integrarle con ricerche sperimentali.

L'alto grado di basofilia citoplasmatica, rilevabile negli elementi mesoblastici, ci ha suggerito di colorare la maggior parte del nostro materiale con verde di metile e pironina, eseguendo anche la digestione con ribonucleasi, secondo il metodo di Brachet; così abbiamo potuto rilevare che la basofilia dipende da un alto contenuto in acidi ribonucleici, esistenti sia nel citoplasma, sia in un grosso nucleolo che si scorge nel nucleo di tali elementi cellulari.

Negli esemplari più giovani che abbiamo esaminato sono chiaramente evidenti le regioni cefalica, toracica e acheta, mentre quella addominale si sta differenziando. Nella zona acheta è già presente un fascetto muscolare che si allunga nel celoma e a cui aderiscono gli elementi mesoblastici, disposti in serie longitudinali. Il fascetto muscolare decorre longitudinalmente fino al pigidio, dove un ammasso di cellule mesoblastiche, probabilmente derivate dal fascetto stesso, si trovano libere nel celoma (fig. 1).

In stadi successivi di sviluppo, le cellule mesoblastiche perimuscolari continuano a moltiplicarsi, e molte di esse si staccano dalla superficie del ascetto che faceva loro da supporto, cadendo nel celoma; da queste, mentre l'addome si allunga e si metamerizza, si vanno differenziando le strutture mesodermiche, soprattutto rappresentate dai setti trasversali che dividono segmento da segmento. Verso l'apice caudale dell'addome, un accumulo di tali cellule si conserva inalterato costituendo la zona di accrescimento del pigidio (figg. 2, 3).

La localizzazione di cellule mesoblastiche indifferenziate attorno al fascetto muscolare libero nel celoma si accorda con il fatto che anche altri fasci di muscolatura longitudinale, decorrenti lungo la parete del corpo sotto all'epidermide, risultano tappezzati da uno strato di omologhi elementi cellulari che delimitano il celoma.

Quando, in stadi ancor più progrediti, volge al termine l'allungamento dell'addome e comincia ad esaurirsi la riserva delle cellule mesoblastiche

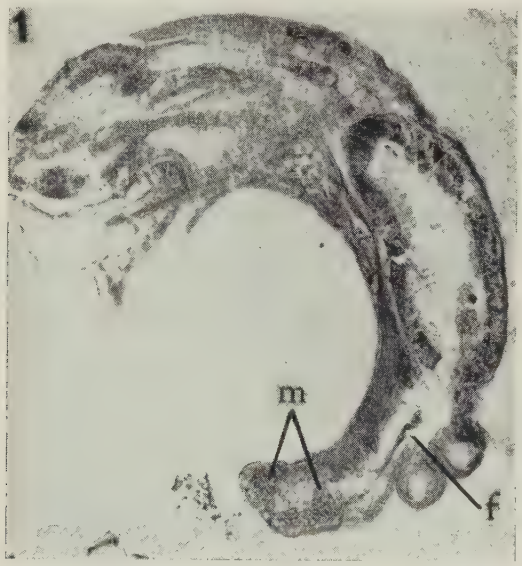


Fig. 1. – Sezione frontale di giovane *Spirorbis*.

Caudalmente, dalla zona acheta al pigidio, decorre il fascetto muscolare (*f*) a cui aderiscono elementi mesoblastici; questi (*m*) si liberano nel celoma del pigidio. 265 ×.

generatrici di nuovi metameri, contenuta nel pigidio, si rileva che continua ininterrotta la proliferazione degli altri mesoblasti, i quali nella zona acheta e nell'addome circondano tuttora il solito fascio muscolare. A livello del primo e del secondo segmento dell'addome e talvolta anche forse in qualche altro segmento più caudale, talune di queste cellule perimuscolari cominciano ad ingrossarsi; nel nucleo si rendono evidenti i vari aspetti della sinapsi; successivamente il nucleolo aumenta di volume mentre cresce contemporaneamente anche la basofilia del citoplasma. Le cellule così accresciutesi assumono l'aspetto di ovociti in previtellogenesi. Il celoma dei rimanenti segmenti addominali, a partire dal terzo, frattanto si va riempiendo di altre cellule mesoblastiche, libere, di grandezza assai minore, distaccatesi in gran numero dalla periferia del fascio muscolare.

In stadi successivi (figg. 4, 5), nei due primi segmenti addominali gli ovociti già comparsi si staccano completamente dal fascio muscolare che li portava, cadendo nel celoma ove si accrescono ulteriormente caricandosi di tuorlo; ma attorno al muscolo altri ovociti più piccoli continuano a for-

marsi (fig. 6). Nei segmenti addominali retrostanti, a cominciare dal terzo verso quello più caudale, la maggior parte delle piccole cellule mesoblastiche già cadute nel celoma assumono il significato di spermatogoni e, quindi, attraversano le varie fasi della gametogenesi maschile. Il fascio muscolare diviene caudalmente sempre meno visibile. Gli eventuali ovociti che talvolta erano comparsi in scarso numero in segmenti addominali diversi

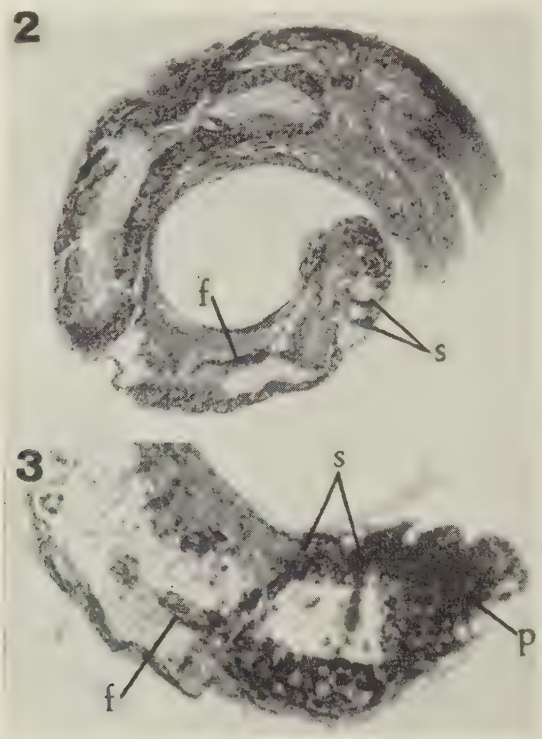


Fig. 2. – Sezione frontale di giovane *Spirorbis*.

Nella zona acheta, ancora il fascetto muscolare (*f*) circondato da cellule mesoblastiche; nell'addome evidenti due setti intersegmentali (*s*). 285×.

Fig. 3. – Particolare della regione caudale di giovane *Spirorbis*.

Le cellule mesoblastiche rivestono l'ultimo tratto del fascetto muscolare (*f*), tappezzano due setti (*s*) e si accumulano nel celoma del pigidio (*p*). 800 ×.

dal primo e dal secondo, degenerano prima di aver completato il proprio accrescimento; residui di ovociti degenerati si riscontrano tuttavia anche nei segmenti femminili.

Uno studio accurato della spermatogenesi degli *Spirorbis* non è mai stato eseguito, ma le nostre osservazioni sembrano dimostrare che, durante la gametogenesi maschile, alcune delle cellule mesoblastiche contenute nel celoma, anziché divenire spermatogoni, aumentano il proprio volume e diventano grosse cellule nutrici attorno alle quali si vedono impiantati numerosi spermatidi.

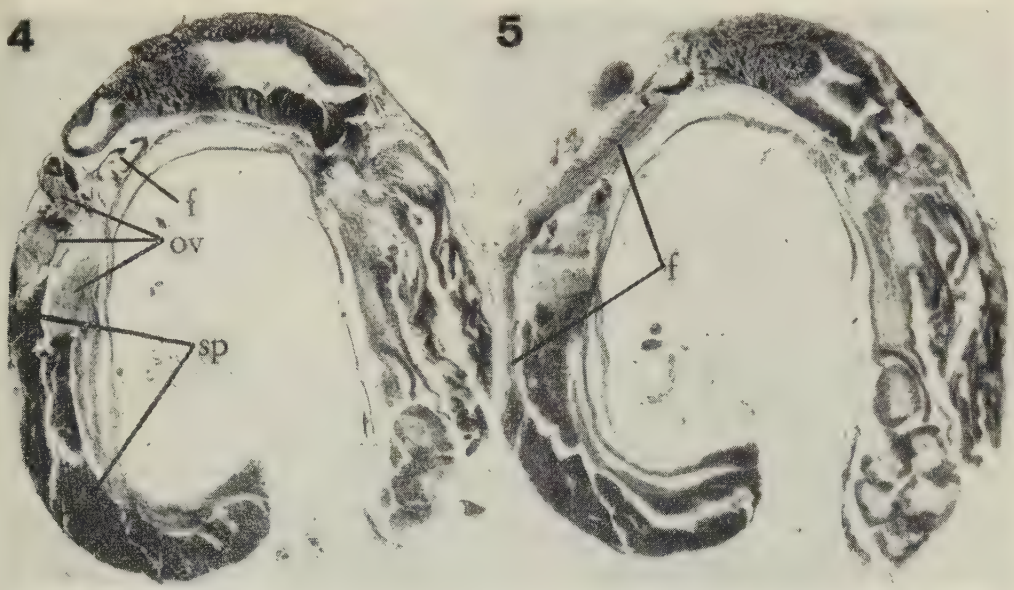


Fig. 4. – Sezione frontale di *Spirorbis* adulto.

Nella zona acheta, sezione del fascetto muscolare (*f*) attorniato da cellule mesoblastiche; nei due primi segmenti addominali, vari stadi di ovociti (*ov*); negli altri, vari stadi della spermatogenesi (*sp*). 100 ×.

Fig. 5. – Altra sezione del medesimo esemplare.

Il fascetto muscolare (*f*) attraversa la zona acheta, la regione addominale femminile e il primo tratto di quella maschile; è qui evidente la continuità fra gonociti maschili e cellule mesoblastiche perimuscolari. 100 ×.

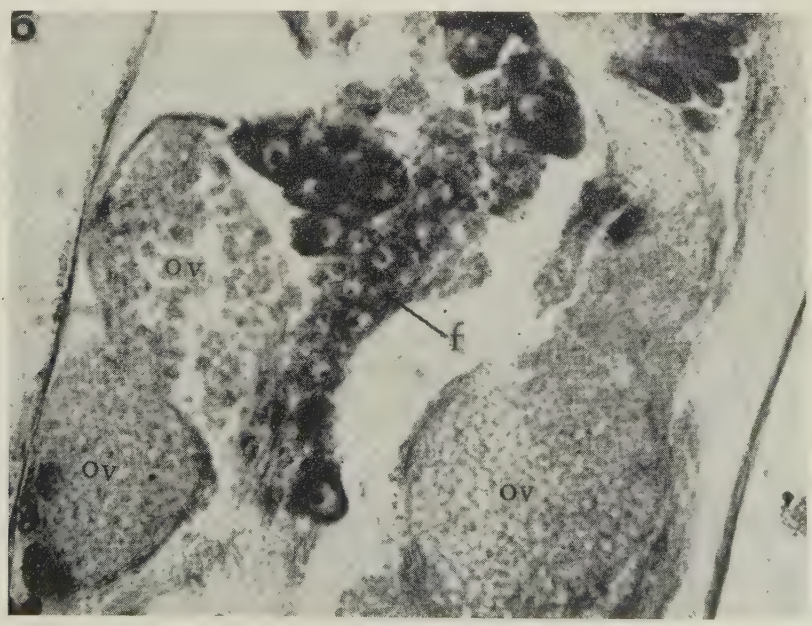


Fig. 6. – Particolare del tratto femminile dell'addome in uno *Spirorbis* adulto.

Al centro, fascetto muscolare (*f*) rivestito di mesoblasti e ovociti in accrescimento; ai lati, ovociti in vitellogenesi (*ov*). 770×

Anche in *Spirorbis* completamente maturi e con l'opercolo già pieno di embrioni, rimane conservato, lungo il celoma della zona acheta e dei primissimi segmenti dell'addome, il solito fascetto di fibre muscolari, attorniato dai consueti numerosi mesoblastociti; questi proliferano provvedendo in tal modo ad un continuo rifornimento di elementi cellulari capaci di maturare nel senso di gameti dell'uno o dell'altro sesso (fig. 7).

Secondo le nostre osservazioni, soltanto questa sarebbe, in *Spirorbis pagenstecheri*, la sede da cui provengono i gonociti; infatti anche in sezioni trasversali dell'addome (fig. 8), non si rilevano quadri evidenti di una proli-

Fig. 7. – Sezione trasversale di *Spirorbis* adulto, nella zona acheta.

In alto, sezione del tubo digerente (*i*); al centro, sezione del fascetto muscolare (*f*) avvolto da cellule mesoblastiche. 560×.

Fig. 8. – Sezione trasversale dello stesso esemplare, nel tratto maschile dell'addome.

In alto, tubo digerente (*i*); ai lati, gonociti maschili (*sp*) liberi nel celoma; in basso, doccia ciliata (*d*) con ammassi gangliari. 835 ×.

ferazione da parte di elementi ventrolaterali, prossimi al solco ciliato, come invece avrebbe osservato Bergan; è opportuno rilevare che gli aspetti istologici in questa regione non sempre sono chiaramente interpretabili anche per la presenza delle masse ganglionari.

Concludendo, le presenti osservazioni ci sembrano mostrare, in maniera particolarmente evidente, *l'origine comune, da un unico ceppo di elementi cellulari, del mesoderma e delle cellule germinali di ambo i sessi* contenute nell'addome di *Spirorbis pagenstecheri*. Ciò concorda con i reperti dell'assenza di un ceppo germinale precocemente segregato, e della derivazione degli elementi germinali da cellule mesoblastiche indifferenziate della parete del

celoma, ottenuti anche in altri Policheti, fra i quali, ad esempio, i Serpulidi dei generi *Filograna*, *Salmacina* [4] e *Pomatoceros* [5].

L'interesse dello studio dell'origine mesoblastica degli elementi germinali in *Spirorbis*, come si è visto, è pure accentuato dal fatto che tali Policheti costituiscono un raro esempio di ermafroditismo, con contemporanea presenza dei gameti maturi dei due sessi in sedi diverse del corpo. Come è già stato notato dalla Reggiani, forse possiamo ritenere che, in modo analogo a quanto avviene in *Salmacina* [6], l'orientamento o femminile o maschile degli elementi germinali dipenda dal livello o cefalico o caudale occupato dal segmento addominale, nel celoma del quale dette cellule sono contenute: l'influsso di un gradiente cefalocaudale (fisiologico e morfogenetico) avrebbe infatti azione determinante femminile nei due soli metameri anteriori, ed azione determinante maschile in tutti gli altri. Le nostre osservazioni ci permettono di completare l'ipotesi, ammettendo che alla base di questa determinazione citosessuale stia la circostanza che nei metameri addominali cefalici a orientamento femminile le cellule germinali primordiali, ancora sessualmente indifferenti, siano indotte dall'influsso del gradiente a rimanere più a lungo connesse alla parete del fascio muscolare, moltiplicandosi poco intensamente ed acquistandovi ben presto il valore di ovociti; questi, soltanto dopo aver raggiunto una notevole grandezza si distaccano dal loro sostegno cadendo nel celoma. Invece nei retrostanti metameri maschili, per influsso del gradiente, le stesse cellule sarebbero indotte a moltiplicarsi in modo assai vivace, cadendo libere precocemente nel celoma e assumendo così il significato di spermatogoni.

Il *destino femminile o maschile degli elementi germinali dipenderebbe dunque dalla loro scarsa moltiplicazione e conseguente persistenza di una loro connessione alla parete, oppure dalla loro proliferazione vivace con distacco dal supporto e caduta nel celoma*: nel primo caso le cellule germinali divengono ovociti, nel secondo si dirigono verso la gametogenesi maschile.

Terminiamo questa sommaria esposizione rilevando che un simile tipo di determinazione citosessuale è stata ammessa anche per altri gruppi di animali ermafroditi: per esempio per i Gasteropodi Polmonati [7], nei quali pure è stato rilevato che si orientano verso l'ovogenesi quegli elementi germinali che non entrano in mitosi e rimangono compresi nella parete delle logge delle gonadi, mentre si orientano verso la spermatogenesi gli altri elementi germinali che si moltiplicano e si liberano dalla parete verso l'interno delle logge. Sembra dunque che si tratti di un meccanismo assai diffuso.

(4) E. VANNINI, *Neoblasti e rigenerazione dei segmenti genitali nel Serpulide ermafrodita* Salmacina incrustans *Clap.*, «Att. Ist. Veneto», vol. CV, p. 50 (1947).

(5) S. JYSSUM, *Investigations of the neoblasts and oogenesis in the Serpulid* Pomatoceros triqueter *L.*, «Nytt Mag. Zoology», vol. V, p. 5 (1957).

(6) E. VANNINI e F. RANZOLI, *Studi sulla sessualità e sui poteri rigenerativi nel Polichete ermafrodita* Salmacina incrustans *Clap.* – II. *Poteri rigenerativi, schizogonia e maturazione sessuale*, «Pubbl. Staz. Zool. Napoli», vol. XXX, p. 210 (1957).

(7) F. RANZOLI, *Osservazioni sulla ovogenesi di* Helix lucorum *L. e sui rapporti fra gametogenesi maschile o femminile e cellule nutrici*, «Boll. Zool.», vol. XXIV, p. 119 (1957).

Zoologia. — *Su un trematode parassita della volpe in Italia*: Lyperosomum vulpis *n. sp.* (*). Nota di Lia Paggi e Ettore Biocca, presentata (**) dal Socio V. Puntoni.

Durante ricerche sistematiche sui parassiti delle volpi italiane (*Vulpes vulpes*) abbiamo rinvenuto in 21 volpi dell'Italia Centrale (catturate nel litorale laziale, nella valle Tiberina e nelle montagne abruzzesi) numerosi trematodi con i caratteri della famiglia *Dicrocoeliidae* Odhner, 1911.

I parassiti erano localizzati nella vescicola biliare e nei grandi vasi biliari; alcuni rari esemplari morti erano qualche volta presenti nell'intestino tenue.

Dall'esame della letteratura parassitologica non ci è stato possibile trovare la segnalazione di questi parassiti nella volpe nonostante l'alta percentuale di volpi da noi trovate infestate (oltre il 10 % di quelle esaminate) e la distribuzione geografica del parassita in regioni climatiche diverse, litoranee e montane dell'Italia Centro–Meridionale (1).

Tale trematode non è stato mai rinvenuto in altri mammiferi domestici e selvatici provenienti dalle stesse zone (cani, gatti domestici e selvatici, faine, puzzole, donnole, tassi, roditori vari, ecc.).

La frequenza di questa infestazione nelle volpi e il numero notevole di parassiti rinvenuto negli animali infestati ci sembra documentare che non si tratti di infestazione accidentale in ospite non abituale, ma di parassita il cui ospite abituale sia la volpe.

Le specie con morfologia più vicina sono rinvenute nel genere *Lyperosomum* Looss, 1899 e *Dicrocoeloides* Dollfus, 1954, parassiti abituali di uccelli. Poiché nessuna delle specie note presenta una morfologia sovrapponibile a quella del parassita in esame, in attesa che eventuali ricerche sul ciclo di vita e su infestazioni sperimentali possano risolvere in forma definitiva il problema, proponiamo provvisoriamente di considerare il trematode della volpe appartenente a specie nuova per la quale proponiamo il nome di *Lyperosomum vulpis* n. sp. appunto per meglio ricordare l'ospite.

Descrizione di *Lyperosomum vulpis* n. sp.

Ospite definitivo: *Vulpes vulpes*.

Localizzazione: vie biliari e cistifellea.

Luogo di provenienza: Italia Centrale.

Esemplare tipo e cotipi depositati presso l'Istituto di Parassitologia dell'Università di Roma.

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Parassitologia dell'Università di Roma.

(**) Nella seduta del 13 dicembre 1958.

(1) Gli stessi parassiti sono stati raccolti dal dott. Nardi in una volpe catturata nel Gargano (provincia di Foggia).

Descrizione della specie e misure dell'esemplare tipo.

Corpo allungato, fusiforme, attenuato leggermente alle due estremità, con maggiore larghezza in genere leggermente dietro i testicoli e in alcuni esemplari sottili, a livello dell'acetabolo. Lunghezza mm 6,90; larghezza massima mm 1,02. Cuticola senza spine.

Ventosa orale subterminale, di forma globosa rotondeggiante. Lunghezza mm 0,32, larghezza mm 0,33.

Ventosa ventrale robusta, anch'essa rotondeggiante globosa, situata al livello circa della metà del terzo antoriore del corpo, di dimensioni poco minori del doppio di quelle della ventosa orale; in alcuni esemplari deborda leggermente dai margini del corpo. Lunghezza mm 0,57, larghezza mm 0,61.

Faringe rotondeggiante. Lunghezza mm 0,20, larghezza mm 0,21.

Esofago lungo circa mm 0,30, si biforca dietro la tasca del cirro. Per questa ragione in molti esemplari la lunghezza dell'esofago non è chiaramente apprezzabile.

Intestino con ciechi semplici che si portano verso i lati del corpo con decorso obliquo e decorrono poi parallelamente ai margini del corpo stesso, terminando nella prima metà del terzo posteriore del corpo a livelli oscillanti nei vari esemplari. Spesso i due ciechi terminano a livelli diversi tra di loro. Essi sono ricoperti dai vitellogeni e in alcuni punti dalle anse dell'utero che arrivano a contatto dei vitellogeni stessi.

Dotti escretori decorrono ai lati del corpo e si uniscono in un dotto unico ad una zona di regola non osservabile nei preparati *in toto* perché ricoperti dalle anse uterine ripiene di uova. Il poro escretore si trova alla estremità posteriore del corpo.

Gonadi rotondeggianti situate nella metà anteriore del corpo, posteriormente alla ventosa ventrale.

Testicoli di grandezza quasi uguale. Sono situati su di una linea obliqua da destra a sinistra e dall'alto in basso. Il testicolo posteriore è separato dall'ovaio da numerose anse uterine le quali poi si insinuano tra i due testicoli e successivamente tra il testicolo anteriore e la ventosa ventrale. Nell'esemplare tipo il testicolo anteriore è minore del testicolo posteriore; misurano rispettivamente mm 0,20 × 0,19 e mm 0,26 × mm 0,22; il margine anteriore dei testicoli dista dal margine posteriore della ventosa ventrale rispettivamente mm 0,19 e 0,41.

Deferenti decorrono verso l'alto e sono facilmente evidenziabili nell'ultimo tratto sopra la ventosa ventrale. Sboccano nella tasca del cirro.

Ovaio anche esso rotondeggiante. Di grandezza alquanto variabile nei vari esemplari, è situato posteriormente al testicolo posteriore, nello stesso lato sinistro del corpo. Misura mm 0,26 × 0,26. Il suo margine anteriore dista dal margine posteriore del testicolo posteriore mm 0,35.

Vitellogeni costituiti da numerosissimi piccoli follicoli, di forma allungata ed omogeneamente distribuiti. Formano due sottili fascie in corrispondenza dei lati del terzo medio del corpo, occupano lo spazio compreso tra le anse uterine e il margine del corpo e ricoprono quasi totalmente i

ciechi in queste regioni. Essi hanno inizio anteriormente a livello del testicolo posteriore o alquanto più anteriormente ad altezze leggermente diverse nei diversi esemplari; spesso il livello in cui hanno inizio i due vitellogeni, destro e sinistro, presenta nello stesso individuo piccole differenze. Posteriormente terminano di regola in vicinanza del punto di unione del terzo medio con il terzo posteriore del corpo a livelli spesso leggermente diversi nei due lati. Nell'esemplare tipo quello di sinistra inizia a livello del testicolo posteriore in corrispondenza dell'unione del terzo posteriore col terzo medio, quello di destra invece a livello dell'unione del terzo medio col terzo anteriore del testicolo stesso. Terminano, quello di sinistra nel punto di unione tra il terzomedio e il terzo posteriore del corpo, quello di destra alquanto anteriormente a mm 0,17 dalla unione del terzo medio col terzo posteriore. Misurano, a sinistra mm 2,35 di lunghezza, a destra mm 2,37. Sono larghi circa mm 0,15.

Fig. 1. – *Lyperosomum vulpis* n. sp.

Vitellodotti hanno origine alquanto prima della metà lunghezza dei vitellogeni, in posizione immediatamente posteriore rispetto all'ovaio; si dirigono verso il centro del corpo con decorso leggermente obliquo verso il basso e si riuniscono in una formazione tondeggiante a margini sfumati, posteriore all'ovaio, situata in posizione mediana rispetto al corpo, in genere totalmente o parzialmente ricoperta dalle anse uterine. L'utero ripieno di uova rende sempre difficile l'apprezzamento e la delimitazione sia del recettacolo seminale, sia della ghiandola di Mehlis. Canale di Laurer non apprezzabile.

Utero molto sviluppato, occupa gran parte della porzione media e posteriore del corpo, costituito da anse discendenti e ascendenti. Anteriormente le anse uterine, dopo essere passate tra i due testicoli, assumono un decorso ascendente e l'utero diviene sottile e leggermente serpiginoso.

Poro genitale situato in posizione quasi mediana, a breve distanza dal margine posteriore del faringe.

Tasca del cirro ben sviluppata, di forma allungata, si trova tra il faringe e la ventosa ventrale e ricopre la biforcazione dell'esofago che di regola avviene a metà altezza della tasca del cirro; nell'esemplare tipo è lunga mm 0,42, larga mm 0,14. Nella parte distale della tasca si osserva una formazione ravvolta o vescicola seminale a cui fa seguito una parte prostatica e il cirro.

Uova misurano mm 0,030–0,033 di lunghezza per mm 0,020–0,023 di larghezza. Sono opercolate, ovalari, con una parte più ottusa che corrisponde all'opercolo e con la parte opposta che termina in una piccola punta.

Tabella.

Misurazioni eseguite su n. 35 esemplari di Lypersomum Vulpis.

Corpo

Lunghezza: mm 4,00–8,95
Larghezza massima: mm 0,53–1,27

Ventosa orale

Lunghezza: mm 0,27–0,41
Larghezza: mm 0,28–0,44

Ventosa ventrale

Lunghezza: mm 0,53–0,74
Larghezza: mm 0,51–0,70

Faringe

Lunghezza: mm 0,16–0,26
Larghezza: mm 0,17–0,33

Uova

Lunghezza: mm 0,030–0,033
Larghezza: mm 0,020–0,023

Diagnosi differenziale.

Mentre la famiglia *Dicrocoeliidae* Odhner, 1911 e la sottofamiglia *Dicrocoeliinae* Looss, 1899, hanno caratteri differenziali ben delimitati e precisi, alcuni generi, ad esse appartenenti, sono basati su caratteri che si confondono a tal punto con quelli di altri generi da creare spesso confusioni. Tale è il caso del genere *Lyperosomum* Looss, 1899, a cui sono stati attribuite numerose specie. Vari Autori si sono interessati a questo genere, il quale ha subìto pertanto numerosi cambiamenti. Travassos, 1919, separava dai liperosomi le forme molto allungate, aventi testicoli disposti obliquamente uno accanto all'altro, creando per esse il genere *Oswaldoia*. Strom, 1940, divideva ancora il genere *Lyperosomum* proponendo i generi *Brachylecithum* e *Corrigia*. Travassos, 1944, sopprimeva il genere *Oswaldoia* e dava come caratteri differenziali principali, per il genere *Lyperosomum*: la forma del corpo allungata; la ventosa ventrale molto forte e molto più grande della ventosa orale; il poro genitale sopra la biforcazione dell'intestino; i testicoli situati dietro la ventosa ventrale e disposti obliquamente. Nel loro lavoro Skrjabin et Evranova, 1952, seguono in gran parte il Travassos, tra l'altro sopprimendo il genere *Oswaldoia*. La diagnosi di genere, riportata da Skrjabin e Evranova, è quella di Strom, 1940, in cui i principali caratteri differenziali sono: ventose ben sviluppate con la ventrale più grande dell'orale; testicoli disposti obliquamente o simmetricamente uno rispetto all'altro, posteriormente alla ventosa ventrale; poro genitale vicino al faringe; vitellogeni relativamente lunghi che iniziano nella regione dei testicoli; parassiti del fegato di uccelli.

Se però si considerano le specie che Skrjabin riporta come appartenenti a questo genere, si vede che non tutte presentano questi caratteri. Infatti sono attribuite a questo genere anche la specie *L. direptum* Nicoll, 1914, *L. lari* Travassos, 1917 e *L. pawlowskyi* Strom, 1928, in cui la ventosa ventrale è poco più grande dell'orale; la specie *L. scitulum* Nicoll, 1914, in cui la ventosa ventrale è più piccola della ventosa orale. Rispetto poi ai vitellogeni esistono uguali difficoltà in quanto in *L. amurensis* Stscherbovitsch, 1946, *L. emberizae* Yamaguti, 1941, *L. gorbunovi* Strom, 1935, *L. mosquensis*

(Skrjabin et Issaitschikoff, 1927), *L. olssoni* Looss, 1907, *L. platynosomoides* (Potechina, 1948), *L. sinuosum* Travassos, 1917 e *L. strigis* Yamaguti, 1939, essi iniziano sotto l'ovaio come in *Dicrocoelium* e frequentemente sono di struttura molto diversa da quella ammessa per il genere *Lyperosomum*. Infine ricordiamo, a proposito dell'ospite, che nel 1942 Stscherbakova ha descritto *L. armenicum* parassita di *Dyromus nitedula* e cioè di un roditore e non di un uccello.

Il Dollfus, 1954, non accetta la soppressione del genere *Oswaldoia* e non ritiene che il genere *Lyperosomum*, così come è stato definito da Travassos, sia omogeneo. Egli si rifiuta di ammettere come appartenenti a *Lyperosomum* quelle forme di media lunghezza non « très étroit allongés, d'oblongs à fusiformes » (Dollfus 1954) con testicoli nettamente obliqui uno rispetto all'altro come *skrjabini* P. S. Soloviov, 1916, *corvi* (S. Yamaguti, 1939), *turdi* (C. T. Ku, 1938), *rossicum* (K. J. Skrjabin et Issaitschikoff, 1927), *alagesi* (K. I. Skrjabin e A. M. Udinzev, 1930).

Per queste forme, aventi *skrjabini* come specie tipo, egli propone il nome di genere *Dicrocoeloides* n. g. Questo genere presenta i seguenti caratteri: « *Dicrocoeliinae* non très étroits–allongés, d'oblongs à fusiformes, moyennement longs, ayant leur plus grande largeur un peu en arrière des testicules ou au niveau des testicules. Ventouse ventrale environ 2 fois, ou plus de 2 fois, plus grande que l'orale. Testicules non symétriques, non acétabulaires, obliquement l'un par rapport à l'autre, le plus souvent en partie au même niveau, non très écartés, séparés cependant par environ une ou deux sinuosités utérines. Ovaire latéral, en arrière du testicule postérieur, dont il est séparé par quelques sinuosités utérines. Vitellogènes en nombreux petits follicules formant 2 champs latéraux étroits, extra–caecaux et caecaux, atteignant antérieurement, mais ne dépassant pas, le testicule postérieur ».

Si distinguono pertanto da *Lyperosomum* (sensu Ph. Dollfus) per la forma meno allungata, più larga; la disposizione dei testicoli e dell'ovaio non quasi sulla stessa linea longitudinale.

Come si vede non si è d'accordo sulla sistematica del genere *Lyperosomum*. Alcuni infatti, come Travassos e Skrjabin, attribuiscono ad esso numerose specie costituendo pertanto un grosso genere non molto omogeneo. Altri invece, come il Dollfus, tendono a suddividere ulteriormente questo genere per renderlo più omogeneo.

I parassiti da noi studiati hanno caratteri che li ravvicinano sia al genere *Lyperosomum* (sensu Dollfus) sia al genere *Dicrocoeloides*. Si allontanerebbero dal genere *Lyperosomum* per essere forme non molto strette allungate e per non avere testicoli e ovaio quasi sulla stessa linea longitudinale, ma per avere i testicoli disposti in posizione chiaramente obliqua; essi si allontanerebbero poi dal genere *Dicrocoeloides* per i vitellogeni che in alcuni esemplari superano il livello del testicolo posteriore arrivando a livello dello spazio intertesticolare e per la ventosa ventrale leggermente inferiore a due volte la grandezza della orale.

Per queste ragioni, pur considerando le difficoltà sistematiche, riteniamo che possano essere classificati più facilmente nel genere *Lyperosomum* che

riunisce ancora specie con caratteri alquanto discordanti. Le specie che, pur differendo nelle misure, più si avvicinano ai parassiti da noi trovati sono *L. longicauda*, *L. corvi*, *L. skrjabini* e *L. schikhobalovi*. Le prime tre sono descritte rispettivamente in *Corvus cornix*, *Corvus corone* e *Corvus cornix* e l'ultima in *Alectoris graeca caucasica*.

I parassiti della volpe differiscono da *L. longicauda* nelle dimensioni generali e delle ventose; da *L. corvi* per le dimensioni delle ventose e delle uova oltre che per il livello a cui iniziano i vitellogeni; da *L. skrjabini* per il diverso rapporto tra ventosa orale e ventosa ventrale e per la minore grandezza delle uova; da *L. schikhobalovi* per le dimensioni inferiori della ventosa orale e di quella ventrale.

Lyperosomum longicauda, parassita abituale di corvidi, è stato più volte ridescritto e le misure fornite dai vari Autori sono in chiaro contrasto tra loro per cui riesce difficile stabilire se si tratti di specie o varietà diverse o della stessa specie suscettibile di grandi variazioni morfologiche. Per cui, secondo noi, alcune delle specie descritte in uccelli (*L. skrjabini*, *L. schikhobalovi*) potrebbero forse rientrare in una delle descrizioni di *L. longicauda*.

Per queste ragioni, sebbene i parassiti della volpe siano più piccoli nelle dimensioni generali del corpo e delle ventose, non è, allo stato attuale delle nostre conoscenze, possibile stabilire in forma assolutamente definitiva, in base al solo studio morfologico, se *L. longicauda* possa, nella volpe, assumere la morfologia da noi osservata. Tuttavia finché non saranno eseguite prove biologiche con riproduzione del ciclo di vita e infestazioni sperimentali (che potrebbero forse portare alla conclusione che molte delle specie descritte non siano che sinonimi di *L. longicauda*) riteniamo, a nostro avviso, più rispondente a verità, considerare il parassita della volpe, come appartenente a specie nuova.

Numerose considerazioni oltre alle differenze morfologiche, ci spingono a questa conclusione e soprattutto il fatto che nessun altro mammifero domestico o selvatico catturato nella stessa zona presentasse tale parassitosi. Ci sembra infatti strano che qualora una specie parassita di uccelli possa parassitare mammiferi non sia stata da noi rinvenuta in altri mammiferi, ma solo nella volpe. Così pure la alta percentuale di volpi trovate infestate e il numero di parassiti presenti nei singoli animali ci spingono a considerare la volpe come ospite abituale e non come ospite eccezionale.

Per le esposte ragioni, proponiamo provvisoriamente il nome di *Lyperosomum vulpis* n. sp.

BIBLIOGRAFIA.

DOLLFUS R. Ph. (1954), *Miscellanea Helminthologica Maroccana* XIII. *Deux* Dicrocoeliinae *d'oiseaux passériformes du Maroc. Discussion de quelques genres de* Dicroceoliinae d'Homéothermes, « Archives de l'Institut Pasteur du Maroc », *4* (9) 583–602.

SKRJABIN K. I. e EVRANOVA V. G. (1952), *Famiglia* Dicrocoeliidae *Odhner*, 1911: in K. I. SKRJABIN, *Trematodi degli animali e dell'uomo*, « Ed. Acc. Sc. URSS », Mosca, 7, 31–604.

Fisiologia vegetale. — *Sul meccanismo di adattamento a condizioni osmotiche estreme in* Dunaliella salina. – II. *Rapporto fra concentrazioni del mezzo esterno e composizione del succo cellulare* (*). Nota di Erasmo Marrè e Orietta Servettaz, presentata (**) dal Socio S. Tonzig.

Abbiamo precedentemente riferito circa il comportamento biologico generale di *Dunaliella salina* quando questa alga viene esposta a estese variazioni della concentrazione del mezzo. Le ricerche riferite in questa seconda Nota riguardano il meccanismo di questo caso estremo di capacità di adattamento; e, in primo luogo la definizione delle forze impiegate dall'alga per resistere, senza apparenti danni fisiologici, o morfologici a brusche escursioni della pressione osmotica esterna, equivalenti a diverse diecine di atmosfere [1].

In sede di ipotesi, la osmoresistenza di *Dunaliella* potrebbe essere spiegata: *a*) da una particolare rigidità strutturale; *b*) da una relativa impermeabilità, o meglio da uno stretto controllo fisiologico della permeabilità all'acqua; *c*) da un equilibrio idrico affidato in larga parte a sostanze ad alto potere di imbibizione, ma osmoticamente poco attive, come proteine o mucillaggini; *d*) da una singolare capacità di fronteggiare le variazioni osmotiche esterne mediante corrispondenti spostamenti della concentrazione interna, che potrebbero ottenersi o per trasformazione di composti preesistenti nella cellula dallo stato osmoticamente inattivo a quello attivo, e viceversa (come nel caso della trasformazione amido–zuccheri), oppure mediante scambio di sostanze osmoticamente attive con l'ambiente.

A favore dell'ultima fra queste ipotesi ci orientavano alcuni fra i dati della nostra precedente ricerca: in particolare l'osservazione di un evidente, se pur passeggero, raggrinzimento o rigonfiamento delle cellule quando siano trasportate in ambiente rispettivamente ipertonico o ipotonico rispetto a quello della cultura originaria. Inoltre il lentissimo (o addirittura mancato) ricupero della primitiva forma e mobilità da parte di alghe trasportate in ambiente reso ipertonico per aggiunta di composti ad alto peso molecolare (saccarosio, mannite), contrastante con la veloce ripresa osservata dopo aggiunta di elettroliti inorganici o di urea, ci suggeriva che a fenomeni di permeabilità alle sostanze osmoticamente attive presenti nel mezzo dovesse spettare una funzione importante nel meccanismo di adattamento in esame.

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto Botanico dell'Università di Milano, Centro di studio del C.N.R. per lo studio delle ossido-riduzioni nei vegetali.

(**) Nella seduta del 10 gennaio 1959.

Per saggiare la validità di queste prime indicazioni abbiamo intrapreso una analisi del rapporto fra composizione del succo cellulare di alghe ambientate in mezzi a concentrazione salina molto diversa, e composizione dei mezzi stessi; con particolare attenzione a quei fattori che apparivano più suscettibili di intervenire nel fenomeno, come pressione osmotica, concentrazione in elettroliti e in composti solubili organici. Questa parte del nostro lavoro ha trovato integrazione e conferma in altre esperienze in cui si è studiata la permeabilità delle cellule di *Dunaliella* agli ioni sodio, analisi di cui vengono qui riferiti, in via preliminare, alcuni primi risultati.

MATERIALI E METODI.

Il ceppo di *Dunaliella* usato è stato lo stesso di una precedente ricerca, cui rimandiamo anche per quanto riguarda la composizione del mezzo base. Nel caso in cui si sono impiegate alghe ambientate in mezzi a pressioni osmotiche diverse, queste si ottenevano variando la concentrazione del solo NaCl, e lasciando immutata quella degli altri componenti. Per tutte le analisi il materiale veniva raccolto centrifugando le alghe per 20 minuti a circa 20.000 × g, asciugando accuratamente la parte libera dei tubi da centrifuga e il bordo del sedimento, e quindi pesando il materiale raccolto. Il sedimento così ottenuto è composto di alghe strettamente aderenti, ma non danneggiate per quanto riguarda la forma, e può considerarsi come inquinato da una quantità di liquido di coltura non superiore al 3 %. Dopo pesato, il materiale veniva rapidamente gelato a —25° C, quindi sgelato, diluito con 9 volumi di acqua distillata, e il pH misurato potenziometricamente. La sospensione veniva quindi portata per 2 minuti a 100° C in bagnomaria, raffreddata, i solidi insolubili separati per centrifugazione a 25.000 × g e il residuo di prima centrifugazione riestratto con una piccola quantità di acqua. I sopranatanti riuniti costituivano la frazione rappresentante il succo cellulare, diluito a titolo noto. Su questa venivano determinati: la pressione osmotica mediante crioscopia [2] la conducibilità mediante apposito apparecchio della Ditta Leeds and Northrup, il contenuto in ioni cloro per titolazione con nitrato di argento in presenza di cromato di potassio; il contenuto in anioni organici totali seguendo il metodo Pucher e Vichery [3] come usato da Eny [4]; l'azoto solubile mediante il micrometodo di Kjeldahl, il contenuto in riduttori e saccarosio secondo Marrè [5]. Le determinazioni della percentuale in peso secco sia nella frazione insolubile che nel succo cellulare è stata eseguita portando a peso costante a temperatura di 90° C. Nelle esperienze con sodio radioattivo è stato usato l'isotopo Na^{24}, ottenuto come $Na^{24}CO_3$ dalla Isotope Division di Harwell. La radioattività è stata misurata, sul materiale raccolto per centrifugazione e sospeso in acido metafosforico 5 %, mediante contatore Geyger Muller di tipo convenzionale. Esperienze preliminari avevano dimostrato che i livelli di radioattività da noi raggiunti non influivano sensibilmente, per un periodo di 48 ore, sulla rapidità di crescita delle colture di *Dunaliella*. I dati riportati nelle tabelle rappresentano l'andamento tipico dei fenomeni in esame, quale emerso, in maniera sostanzialmente uniforme, da numerose esperienze.

RISULTATI.

A) *Composizione del succo cellulare in funzione della concentrazione salina del mezzo.*

I risultati della Tabella I sembrano rispondere esaurientemente ai quesiti posti nell'introduzione. Da essi si rileva infatti che: *a*) la forza con cui *Dunaliella* controbatte le elevate pressioni osmotiche esterne è pure essa

di natura strettamente osmotica: infatti la pressione osmotica interna si mantiene, per le alghe ambientate nel mezzo a salinità minore rispetto quelle in mezzo a salinità maggiore, su valori sensibilmente vicini, anzi lievemente superiori, a quelli del mezzo esterno; *b*) il materiale impiegato dall'alga per creare questa forza osmotica interna è essenzialmente lo stesso presente nel mezzo esterno, e cioè il cloruro di sodio. Esso non deriva quindi, come avrebbe potuto supporsi, da sintesi o mobilitazione idrolitica di materiali organici osmoticamente attivi; la conducibilità elettrica risulta infatti pressoché uguale nel succo cellulare e nell'ambiente esterno, e così pure il tenore in anioni cloro, il che, insieme al dato circa il valore prossimo alla neutralità del pH, dimostra la presenza di una corrispondente concentrazione in cationi (evidentemente soprattutto Na^+, come sarà meglio dimostrato più avanti).

TABELLA I.

Composizione del succo cellulare di Dunaliella *in funzione della concentrazione salina del mezzo.*

	Mezzo a salinità minore (NaCl 1,5 M)		Mezzo a salinità maggiore (NaCl 3,9 M)	
	Mezzo di cultura	Succo cellulare	Mezzo di cultura	Succo cellulare
Pressione osmotica (atmosfere)	67	76	170	195
Conducibilità spec. a diluizione 1/1000 (mhos)	$5,1 \times 10^{-5}$	$4,8 \times 10^{-5}$	$1,3 \times 10^{-4}$	$1,2 \times 10^{-4}$
Cl^- (equivalenti/litro)	1,5	1,6	3,9	4,1
Acidi organici totali (equivalenti/litro)	—	0,45	—	0,38
Azoto solubile (gm atomo/litro)	—	0,34	—	0,40
Solidi solubili (gm/litro)	—	19,8	—	36,0
Zuccheri riduttori e saccarosio	—	tracce	—	tracce
pH	6,3	6,15	6,3	6,25
H_2O nelle cellule (gm/100 gm peso fresco)	—	65	—	60,3
Solidi insolubili (gm/100 gm peso fresco)	—	21,4	—	18,1
Polisaccaridi acido idrolizzabili (gm/100 gm p fresco)	—	6,5	—	8,1

Inoltre il contenuto complessivo in acidi organici, composti azotati e glucidi solubili (questi ultimi apparentemente quasi assenti), non solo è assolutamente insufficiente a spiegare il valore osmotico anche del succo delle cellule coltivate nel mezzo a salinità minore, ma si presenta, rispetto queste, pressoché invariato o addirittura minore (caso degli acidi organici) nel caso delle cellule coltivate in ambiente a salinità maggiore, che pure hanno una pressione osmotica interna di circa 2,5 volte più alta.

TABELLA II.

Assunzione di ioni sodio da parte di cellule di Dunaliella *trasportate da mezzi a salinità ridotta a mezzi ad alta salinità.*

Conc. in NaCl nel mezzo		Radioattività da Na^{24}, cpm/cc	
di origine	finale	nel mezzo	nel succo cellulare
2,5 M	7 M	165.000	81.000
1,25 M	7 M	163.000	112.000

Aliquote di alghe sospese in 4 cc del mezzo di origine (privo di isotopo) sono state dializzate per 10 ore contro 20 volumi del mezzo finale, contenente Na^{24}.

TABELLA III.

Scambio di ioni sodio tra mezzo esterno e succo cellulare.

Conc. in NaCl del mezzo	Radioattività da Na^{24}, cpm/cc		
	dopo 10 h di permanenza in mezzo contenente l'isotopo		30 minuti dopo il trasporto delle cellule dall'ambiente contenente Na^{24} ad ambiente senza isotopo
	nel mezzo	nel succo cellulare	nel succo cellulare
2,5 M	129.000	71.000	360
3,75 M	124.000	94.000	150

Il mezzo di origine non conteneva isotopo. Questo era introdotto con attività specifica tanto alta da non alterare praticamente la concentrazione in Na ioni del mezzo. Dopo 10 h di permanenza nella soluzione radioattiva, la sostituzione con mezzo non contenente isotopo veniva eseguita separando per centrifugazione le alghe e risospendendole in abbondante volume di soluzione nutritizia, a salinità sempre eguale alla originaria, ma priva di Na^{24}. Tutti i dosaggi di radioattività sulle cellule venivano eseguiti su aliquote delle medesime separate per centrifugazione a 20.000 g.

B) *Permeabilità delle cellule di* Dunaliella *agli ioni sodio.*

Le conclusioni della tabella I, confrontate con la già citata osservazione circa il raggrinzimento iniziale e il successivo ricupero della forma primitiva in alghe portate bruscamente nel mezzo a salinità superiore, suggeriscono per *Dunaliella* una permeabilità agli elettroliti, e in particolare al cloruro di sodio, estremamente rapida e del tutto caratteristica. La conferma di questa conclusione è data dai risultati delle Tabelle II e III. Dalla prima di queste si rileva infatti il rapido aumento della radioattività in celulle ambientate in mezzo privo di isotopo, e trasferite per dialisi [1] in mezzo a concentrazione più elevata e contenente ioni Na^{24}. Il fatto che, al momento del dosaggio, la radioattività interna appaia alquanto minore di quella esterna, può interpretarsi nel senso che durante il graduale ambientamento il sodio si muova solo dall'esterno all'interno, lo scambio dall'interno all'esterno essendo sostanzialmente sospeso, cosicché al contenuto iniziale di sodio non marcato, venga a sommarsi l'apporto del sodio esterno contenente l'isotopo. I dati della Tabella III, relativi ad alghe trasferite dal mezzo originario a mezzi isotonici, ma contenenti Na^{24}, lasciate parzialmente equilibrarsi in questi ultimi, quindi riportate in mezzo senza isotopo, dimostrano come, in queste condizioni, lo ione Na^{+} venga attivamente scambiato tra interno e esterno. Un punto interessante di questi risultati sta nella maggiore capacità di scambio delle cellule ambientate in mezzo a salinità maggiore: dato che corrisponde suggestivamente a quello, precedentemente riferito, della maggiore rapidità di adattamento delle alghe provenienti da ambienti osmotici elevati a escursioni estese della salinità del mezzo [1].

Conclusioni.

Le presenti ricerche dimostrano che : I) la rapida adattabilità di *Dunaliella* sia a sbalzi bruschi della concentrazione osmotica esterna, che a valori elevatissimi della medesima, corrisponde al rapido equilibrarsi della pressione osmotica del succo cellulare con quella dell'ambiente; II) il materiale usato per il raggiungimento dell'equilibrio osmotico è quello stesso osmoticamente attivo nel mezzo esterno, e in particolare, nel caso studiato, il cloruro di sodio; III) le cellule di *Dunaliella* sono dotate di una singolare permeabilità allo ione sodio, permeabilità maggiore per le alghe ambientate nel mezzo a più alta salinità che in quelle ambientate in mezzo a salinità minore.

Questi risultati, più che esaurire il problema del meccanismo di osmoresistenza qui studiato, possono servire per impostarne l'ulteriore studio. Essi infatti si limitano a definire la natura della forza fisica in gioco; ma, d'altro lato, lungi dallo spiegarne il controllo fisiologico e l'inserimento nel quadro delle attività cellulari, vengono a porre nuovi problemi di portata anche più generale. In primo luogo, è noto come il passaggio di ioni attra-

verso la membrana ectoplasmatica sia strettamente controllato, come regola generale, da ben definite forze fisiologiche; tanto che normalmente la composizione ionica del succo cellulare appare del tutto diversa da quella dell'ambiente [6]. Il rapido livellamento delle concentrazioni interna ed esterna in *Dunaliella* sembra costituire una eccezione in tal senso, e, in base ai dati sopra riferiti, potrebbe apparire come fenomeno sostanzialmente passivo. Senonché i primi risultati di ricerche attualmente in corso tendono a farci considerare questa eccezione come soltanto apparente: ad esempio, il ricupero della forma primitiva, dopo raggrinzimento per passaggio a mezzo ipertonico, risulta di molto rallentato dall'aggiunta di un veleno respiratorio, il 2,4-dinitrofenolo: il che suggerisce che, anche in *Dunaliella*, il passaggio degli ioni attraverso l'ectoplasma sia in realtà condizionato e controllato dall'energia metabolicamente utilizzabile prodotta nella respirazione.

Da un altro punto di vista, il raggiungimento di concentrazioni ioniche così estremamente elevate nelle stesse cellule di questo organismo, pone il problema delle loro possibili ripercussioni sullo stato chimico-fisico del plasma: in particolare di quelle sue strutture proteiche così notoriamente sensibili a modificazioni anche modeste nell'ambiente ionico. E qui ci si presentano due alternative principali; o la concentrazione salina del succo cellulare è distribuita omogeneamente, con valori uguali nel plasma e nei vacuoli, oppure essa è discontinua, con punte massime nei vacuoli e minime nel plasma. Nel primo caso il problema che si pone è quello del meccanismo che permette una normale attività proteica (ad esempio enzimatica) in queste condizioni ioniche anormali; nel secondo caso si riproporrebbe, ma a livello ben più profondo, il problema della capacità di adattamento, questa volta da parte non di cellule, bensì di strutture endocellulari, a condizioni di pressione osmotica esterna assolutamente eccezionali.

BIBLIOGRAFIA.

[1] E. MARRÈ, O. SERVETTAZ e F. ALBERGONI, « Rend. Acc. Naz. dei Lincei », vol. XXV, fasc. 6, p. 567 (1958).
[2] W. E. LOOMIS and C. A. SHULL, *Methods in Plant Physiology*, McGrow-Hill (1937).
[3] G. W. PUCHER, H. B. VICKERY and A. J. WAKEMAN, « Industr. Eng. Chem., Anal. Ed. », *6*, 140 (1934).
[4] D. M. ENY, « Plant Physiol. », *25*, 478 (1950).
[5] E. MARRÈ, « N. Giorn. Bot. It. », n. s., *60*, 914 (1953).
[6] D. R. HOAGLAND, *Inorganic Plant Nutrition*, « Chronica Botanica » (1948).
[7] R. COLLANDER, « Ann. Rev. of Plant Physiol. », *8*, 335 (1958).

Fisiologia vegetale. — *Ricerche sulla fisiologia dell'acido ascorbico.* – XXIV. *La capacità dell'acido ascorbico di inibire la crescita è legata alla sua ossidazione ad acido deidroascorbico* (*). Nota di Luigi Tognoli e Erasmo Marrè, presentata (**) dal Socio S. Tonzig.

L'azione inibente che il trattamento con acido ascorbico (AA) esercita sulla crescita tanto di piante intere che di loro parti isolate è stata ampiamente documentata da precedenti lavori [1–5]. Numerosi tra i risultati ottenuti durante l'analisi del meccanismo di questa inibizione hanno suggerito che non l'AA in quanto tale, ma un suo derivato ossidato, l'acido deidroascorbico (DHA), sia il principale agente inibitore anche nel caso del trattamento con AA. I principali argomenti a favore di questa ipotesi possono così riassumersi: *a*) nei tessuti trattati con AA si accumulano tanto l'AA che il DHA; ma l'inibizione della crescita appare proporzionale all'aumento del DHA piuttosto che a quello dell'AA [6–8]; *b*) il trattamento con AA induce nei tessuti una rapida diminuzione del rapporto glutione ridotto/glutatione ossidato, e questa diminuzione si interpreta nel modo più soddisfaciente come dovuta alla capacità del DHA di ossidare il glutatione tramite l'enzima DHA riduttasi [9–10]; *c*) il trattamento con AA determina nei tessuti, accanto all'inibizione della crescita, anche una depressione dell'attività respiratoria; e ricerche *in vitro* su mitocondri isolati e su enzimi solubili dimostrano che il DHA inibisce energicamente l'attività ossidativa e fosforilativa di questi sistemi, mentre non si è potuto finora dimostrare alcuna azione di questo tipo per l'AA [11–12].

Le ricerche riferite in questa Nota portano una conferma più diretta dell'ipotesi che l'AA inibisca la crescita essenzialmente in quanto si trasforma in DHA. Infatti esse dimostrano che nel trattamento con AA questo tende a trasformarsi rapidamente, appena giunto in contatto con la superficie esterna del materiale trattato, in DHA. Inoltre l'azione inibente del trattamento con AA appare di molto diminuita quando questa sua trasformazione a DHA sia ostacolata da inibitori specifici dell'enzima ascorbico ossidasi, principale responsabile dell'ossidazione dell'AA in questi tessuti.

Materiali e metodi.

Crescita e variazione del contenuto in AA e DHA sono state determinate usando segmenti lunghi 6 o 10 mm, a seconda dei casi, prelevati dalla parte apicale del terzo internodio di piante eziolate di pisello coltivate all'oscurità a 25° C, per 7 giorni. Veni-

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto Botanico dell'Università di Milano. Centro di studio del C.N.R. per le ossido-riduzioni nei vegetali.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

vano utilizzate solo quelle, tra le piantine, in cui il terzo internodio presentava una lunghezza tra 1/3 e 2/3 di quella raggiungibile a crescita ultimata. Appena recisi, i segmenti venivano portati in acqua distillata e suddivisi in lotti di 15–20. Alcuni di tali gruppi di segmenti venivano allora lavati per cinque minuti con dietilditiocarbammato di sodio (DIECA) a concentrazioni 0,5 %, altri – i controlli – con semplice acqua distillata. I diversi lotti venivano quindi portati in capsule petri contenenti 1 cc per segmento di soluzione (contenente o meno AA) tamponata a pH 5,2 con fosfato 0,003 M. Questo basso valore del pH era imposto dalla esigenza di ritardare per quanto possibile il passaggio del DHA ad acido dichetogulonico, inattivo. Ai tempi stabiliti veniva determinata nei segmenti la crescita, come aumento di peso fresco; e nei segmenti stessi come anche nella soluzione costituente il mezzo esterno, veniva determinato il contenuto in AA e DHA, mediante il metodo di Roe e Kuether [13].

RISULTATI.

A) *Ossidazione dell'*AA *a* DHA *nel mezzo esterno e nei tessuti trattati.*

Esperienze precedenti [6–8] avevano messo in evidenza come il trattamento con AA determini un aumento, nei tessuti, non solo dell'AA ma anche, e soprattutto, del DHA. I dati della Tabella I, oltre a confermare questi risultati, dimostrano che già nel mezzo esterno l'AA somministrato viene trasformato rapidamente dai tessuti in DHA: *cosicché, a poche ore dall'inizio dell'esperienza, il trattamento con* AA *è ormai trasformato, di fatto, in un trattamento con* DHA.

TABELLA I.

*Ossidazione dell'*AA *nel mezzo e nei tessuti di internodi di pisello.*

	Concentrazione in γ/gm peso fresco iniziale o cc					
	Iniziale		Dopo 3 ore		Incremento in 3 ore	
	AA	DHA	AA	DHA	AA	DHA
Nel mezzo	1900	80	330	1600	— 1740	1520
Nei segmenti (interi). . . .	231	77	268	182	37	105
Nelle porzioni estreme dei segmenti	228	85	262	254	34	169
Nella porzione mediana dei segmenti	233	75	274	121	41	46

All'inizio dell'esperienza erano stati aggiunti 2 mg/cc di AA a tutte le capsule. Il dosaggio dell'AA e del DHA nelle diverse parti dei segmenti è stato eseguito dividendo questi in tre porzioni, con due tagli trasversali a distanza di 2,5 mm dagli estremi, subito prima della estrazione; di conseguenza lotti diversi sono stati usati per la determinazione dei valori iniziali e finali.

Per quanto riguarda l'aumento del DHA nei segmenti, si osserva come questo sia molto maggiore nelle parti estreme dei segmenti che nella loro porzione mediana. Il fatto che l'aumento di AA sia invece pressochè uguale

nella parte mediana come in quelle esterne suggerisce che il maggior accumulo di DHA nelle porzioni esterne è imputabile non solo alla maggior permeabilità delle superfici di taglio, ma anche ad una maggiore attività ossidativa a carico dell'AA.

B) *Azione del* DIECA *sull'ossidazione dell'*AA.

Che l'aumento del DHA nel mezzo esterno sia di natura enzimatica e che l'enzima interessato sia una AA ossidasi tipica è indicato dai risultati della Tabella II. Si osserva infatti che, mentre il versene (inibitore dell'ossidazione non enzimatica dell'AA) è praticamente inattivo nei riguardi di questo fenomeno, il semplice lavaggio per 5 minuti con DIECA dei segmenti appena recisi determina una fortissima riduzione della capacità dei segmenti di ossidare l'AA nel mezzo esterno. Poiché il DIECA inibisce, tra i sistemi enzimatici ossidanti l'AA, la AA ossidasi e la polifenolossidasi; e poiché, di questi, solo il primo è presente nei tessuti di pisello, sembra potersi dedurre che l'ossidazione dell'AA del mezzo è imputabile ad una AA ossidasi presente nei segmenti.

TABELLA II.

Effetto del pretrattamento con DIECA *sulla capacità dei segmenti di ossidare l'*AA.

Pretrattamento con:	Aumento del DHA in 3 ore, in γ/gm peso fresco o cc	
	Nel mezzo	Nei segmenti
H_2O distillata	1400	105
Versene 10^{-3}	1350	95
Dieca 2×10^{-3}	200	51

Concentrazione iniziale dell'AA aggiunto al mezzo: 2 mg/cc.

La comparsa di questa intensa azione ascorbico ossidasica sembra doversi considerare d'altronde, piuttosto come dovuta a condizioni di sofferenza dei tessuti che alla normale attività di un enzima fisiologicamente funzionante nei tessuti sani del pisello. Già Eichenberger e Thimann [14] avevano dimostrato che solo una minima parte del consumo respiratorio di ossigeno può imputarsi alla ascorbico ossidasi, in questo materiale. I dati della Tabella III indicano, d'altra parte, che l'ossidazione DIECA–sensibile dell'AA avviene soprattutto nella zona prossima agli strati di cellule danneggiate dal taglio. Si osserva infatti come, sia in assenza che in presenza di AA nel mezzo, il trattamento con DIECA protegge l'AA in modo netta

mente più spiccato nei territori del segmento vicini alle superfici di taglio che nella porzione mediana.

TABELLA III.

Effetto del pretrattamento con DIECA *sulle variazioni del tenore in* AA *e* DHA *nei segmenti in presenza e in assenza di* AA *nel mezzo.*

AA aggiunto al mezzo	Porzioni dei segm. considerate	Incrementi in AA e DHA, in tre ore, in γ/gm peso fresco/cc			
		Non pretrattati		Pretrattati con DIECA	
		AA	DHA	AA	DHA
0	estreme	— 177	— 6	— 75	— 6
0	mediana	— 108	— 9	— 57	— 6
2 mg	estreme	34	169	246	53
2 mg	mediana	41	46	146	63

I dati della Tabella IV portano un'altra conferma allo stesso concetto. Essi infatti mostrano come segmenti che, trattati con DIECA, avrebbero in gran parte perduto la capacità di ossidare l'AA nel mezzo, riacquistino questa capacità quando ad essi si asportino, dopo il lavaggio con DIECA, le zone estreme. L'interpretazione più semplice di questo risultato è evidentemente quella di una attivazione dell'ascorbico ossidasi nelle zone danneggiate dalla nuova ferita.

TABELLA IV.

*Ossidazione dell'*AA *nel mezzo da parte di segmenti ai quali, dopo il pretrattamento con* DIECA, *erano state asportate le porzioni estreme, per la lunghezza di 1,5 mm.*

Trattamento dei segmenti	Aumento del DHA nel mezzo, in γ/cc in 3 ore
Nessuno	1120
DIECA	70
DIECA, quindi asportazione delle porzioni estreme	670

Concentrazione iniziale dell'AA aggiunto al mezzo: 2 mg/cc.

C) *Azione del* DIECA *sulla crescita.*

I dati della Tabella V mostrano come il pretrattamento con DIECA, praticamente senza effetto sulla crescita in mancanza di AA nel mezzo esterno, stimoli invece sensibilmente questo processo in presenza di AA. In altri termini il pretrattamento con DIECA impedisce, in misura notevole, l'inibizione da AA della crescita.

TABELLA V.

Effetto del pretrattamento con DIECA *sulla capacità dell'*AA *di inibire la crescita*

Numero dell'esperienza	AA aggiunto al mezzo	Crescita, come incremento % dal peso fresco iniziale in 3 ore		Inibizione percentuale dovuta all'AA	
		Non pretrattati	Pretrattati con DIECA	Non pretrattati	Pretrattati con DIECA
I	0	14,6	13,3	—	—
	2 mg/cc	10,7	13,4	21,2	0
II	0	9,5	8,7	—	—
	2 mg/cc	3,0	6,2	68,0	28,7
III	0	6,3	6,7	—	—
	2 mg/cc	4,6	6,7	26,9	0
IV	0	22,9	11,3	—	—
	2 mg/cc	6,4	7,4	46	35
V	0	9,3	8,4	—	—
	2 mg/cc	5,8	7,8	37,6	7,3
VI	0	6,0	6,5	—	—
	2 mg/cc	4,7	5,6	21,7	13,8
Media	0	9,6	9,1	—	—
	2 mg/cc	5,8	7,8	39,6	14,3

Un confronto tra questi risultati, e quelli di cui s'è fatto primo cenno, suggerisce la conclusione che l'azione del DIECA sia dovuta alla sua capacità di inibire l'attività AA ossidasica dei tessuti; quella soprattutto che compare nelle parti estreme del segmento in seguito al danno procurato dalla ferita. Ne conseguono due fenomeni distinti, peraltro convergenti: l'inibizione dell'ossidazione dell'AA, e quindi dell'accumulo di DHA nel mezzo esterno; e il rallentamento della trasformazione in DHA dell'AA che nei tessuti penetra soprattutto attraverso le superfici di taglio. In entrambi i casi l'azione di stimolo – o di disinibizione – del DIECA sulla crescita appare facilmente interpretabile solo se si ammette che il composto attivo nell'inibire la crescita sia il DHA piuttosto che l'AA.

CONCLUSIONI.

I risultati più interessanti di questa ricerca possono riassumersi dicendo che, per la prima volta, viene qui data una dimostrazione diretta non solo del fatto che l'azione inibente dell'AA è imputabile alla sua trasformazione in DHA, ma anche del fatto che *la velocità di crescita di un tessuto dipende – per lo meno in determinate condizioni – dal livello di attività di un sistema ossidante l'acido ascorbico* e quindi dalla presenza di qualsiasi fattore fisiologico capace di regolare il ritmo di ossidazione e riduzione del sistema AA/DHA nella cellula. Ciò avvalora l'ipotesi, precedentemente formulata, che l'azione della auxina nell'aumentare il rapporto AA/DHA nei tessuti [8, 9] costituisca un anello importante, e forse obbligato, della catena di reazioni che congiunge il primo inserimento dell'ormone sui meccanismi cellulari ai suoi effetti finali sulla crescita e sul metabolismo.

D'altro lato, i risultati di questa stessa ricerca sono utili nel mettere in guardia sulla piena validità fisiologica di alcuni aspetti di ricerche condotte esclusivamente su parti isolate di pianta; lo stesso fatto che l'attività ascorbico ossidasica risulti legata a condizioni in qualche modo patologiche del tessuto, solleva il problema di quanto il meccanismo ascorbico ossidasico sia in realtà funzionante nei tessuti della pianta sana; di quanto, in altre parole, la regolazione di questo meccanismo ad opera dell'auxina possa essere fisiologicamente importante.

Ne deriva la conclusione che per l'ulteriore approfondimento dello studio del meccanismo d'azione dell'AA, come di quello stesso dell'auxina, è indispensabile una più esatta conoscenza del metabolismo ossidativo dell'ascorbico in condizioni fisiologiche e, in particolare, di due punti: 1° quello relativo alla velocità con cui, nella cellula, l'AA e il DHA vengono rispettivamente ossidato e ridotto; 2° quello della natura dei sistemi coinvolti in questo gioco ossido–riduttivo. Argomento, quest'ultimo, che sarà affrontato più a fondo in una prossima Nota.

BIBLIOGRAFIA.

[1] S. TONZIG e F. TREZZI, « N. Gior. Bot. It. », n. s., *57*, 515 (1950).
[2] S. TONZIG e F. TREZZI, « N. Giorn. Bot. It. », n. s., *57*, 535 (1950).
[3] S. TONZIG e F. TREZZI, « N. Giorn. Bot. It. », n. s., *57*, 549 (1950).
[4] S. TONZIG, F. TREZZI, G. LAUDI e E. MARRÈ, « Atti Acc. Lincei », ser. VIII, vol. 4, 109 (1955).
[5] F. TREZZI, « Rend. Acc. Lincei », *21*, 210 (1956).
[6] E. MARRÈ e G. LAUDI, « Rend. Acc. Lincei », *20*, 77 (1956).
[7] E. MARRÈ e G. LAUDI, « Rend. Acc. Lincei », *20*, 638 (1956).
[8] E. MARRÈ e O. ARRIGONI, « Physiologia Plant. », *10*, 289 (1957).
[9] S. TONZIG e E. MARRÈ, « Rend. Ist. Lombardo Sc. e Lett. », *89*, 243 (1955).
[10] E. MARRÈ e G. LAUDI, « Rend. Acc. Lincei », *20*, 807 (1956).
[11] E. MARRÈ, G. FORTI e O. ARRIGONI, « Rend. Acc. Lincei », *21*, 460 (1956).
[12] E. MARRÈ, G. FORTI e G. PECE, « Rend. Acc. Lincei », *20*, 646 (1956).
[13] J. H. ROE e C. A. KUENTHER, « J. Bio. Chem. », *147*, 399 (1943).
[14] J. EICHENBERGER e K. V. THIMANN, « Arch. Bioch. », *67*, 466 (1957).

Fisiologia. — *Dimostrazione dell'esistenza di proiezioni localizzate cerebello–deitersiane* (*). Nota di Ottavio Pompeiano e Edelweiss Cotti, presentata (**) dal Socio G. C. Pupilli.

Risulta da ricerche anatomiche [Allen (1), Mussen (2), Rasmussen (3), Rand (4), Jansen (5), Thomas, Kaufman, Sprague e Chambers (6)] che il nucleo vestibolare laterale o nucleo di Deiters è intercalato nel decorso di vie cerebellifughe originate dalla corteccia vermiana del *lobus anterior*. Recenti osservazioni elettrofisiologiche [De Vito, Brusa e Arduini (7)] hanno confermato questo fatto e hanno tra l'altro dimostrato che l'attività elettrica « spontanea » di singole unità registrata dal nucleo di Deiters può essere inibita o aumentata per stimolazione galvanica della corteccia cerebellare vermiana del *lobus anterior*, al contrario di altre unità che non sono affatto modificate dalle suddette stimolazioni corticocerebellari.

Poiché indagini anatomiche eseguite nel Gatto hanno dimostrato che la via vestibolo–spinale è organizzata in maniera somatotopica [Pompeiano e Brodal (8)], è verosimile supporre che anche le proiezioni cerebello–deitersiane, originanti dalla corteccia vermiana del *lobus anterior*, presentino una particolare distribuzione regionale; ma le ricerche anatomiche e fisiologiche sopra citate non hanno fatto noto alcun dato a questo riguardo.

Le presenti indagini concernono principalmente l'organizzazione delle proiezioni cerebello–deitersiane, con particolare riguardo all'influenza esercitata dalla stimolazione elettrica di parti localizzate della corteccia vermiana del *lobus anterior* sulla scarica di *spikes* di singole unità deitersiane. Il risultato degno di nota è che singole lamelle della corteccia vermiana del *lobus anterior*, con l'esclusione di altre, proiettano in maniera altamente localizzata su una data unità deitersiana e che queste proiezioni cerebello–deitersiane presentano un certo grado di organizzazione somatotopica.

(*) Lavoro eseguito, col sussidio del Consiglio Nazionale delle Ricerche, nell'Istituto di Fisiologia umana dell'Università di Bologna.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) W. F. Allen, « J. comp. Neurol. », XXXVI, 399 (1924).

(2) A. T. Mussen, « Brain », L, 313 (1927).

(3) A. T. Rasmussen, « J. comp. Neurol. », LVII, 165 (1933).

(4) R. W. Rand, « J. comp. Neurol. », CI, 167 (1954).

(5) J. Jansen, *Efferent cerebellar connections*. In J. Jansen a. A. Brodal, *Aspects of cerebellar anatomy* (pp. 189–248). Oslo, Johan Grundt Tanum (1954).

(6) D. M. Thomas, R. P. Kaufman, J. M. Sprague a. W. W. Chambers, « J. Anat. », XC, 371 (1956).

(7) R. V. De Vito, A. Brusa a. A. Arduini, « J. Neurophysiol. », XIX, 241 (1956).

(8) O. Pompeiano a. A. Brodal, « Arch. it. Biol. », XCV, 166 (1957).

Gli esperimenti sono stati eseguiti su Gatti decerebrati a livello precollicolare, secondo una tecnica descritta altrove [Moruzzi e Pompeiano [9]]. L'attività unitaria deitersiana veniva registrata mediante microelettrodi rigidi di acciaio, assottigliati elettroliticamente alla punta, fino ad un diametro di 10–20 μ. I microelettrodi, completamente isolati fuorché in punta, venivano orientati con l'apparecchio stereotassico, usando un micromanipolatore che permetteva spostamenti micrometrici. I potenziali venivano amplificati per mezzo di preamplificatori Grass P 4 e rivelati mediante un oscillografo catodico Du Mont 322 A. La registrazione avveniva per mezzo di un fotochimografo Grass mod. C 4 D. Per l'attivazione di singole lamelle corticocerebellari abbiamo usato il metodo unipolare di stimolazione galvanica superficie–positiva del cervelletto [Gauthier, Mollica e Moruzzi [10]]. La stimolazione era limitata principalmente ai lobuli IV e V di Larsell [11], essendo inaccessibili all'esplorazione diretta i rimanenti lobuli del *lobus anterior* ricoperti dai collicoli posteriori. In ogni caso, alla fine dell'esperimento si procedeva alla localizzazione anatomica della punta dell'elettrodo con una lesione microelettrolitica, successivamente identificata in sezioni istologiche seriate, colorate alternativamente coi metodi di Nissl e di Weil. Per la delimitazione microscopica del nucleo di Deiters ci siamo serviti dei risultati di recenti ricerche sulla citoarchitettura e l'odologia dei nuclei vestibolari [Brodal e Pompeiano [12], Pompeiano e Brodal [8]]. I risultati ottenuti sono i seguenti.

1° La polarizzazione anodica della corteccia cerebellare vermiana del *lobus anterior* (lobuli IV e V), ipsilateralmente al lato della registrazione, con correnti di 0,05–1 mA produce in alcuni casi un'accelerazione, in altri invece un rallentamento della frequenza di scarica dell'unità deitersiana; altre unità infine non rispondono affatto alla polarizzazione dell'emiverme ipsilaterale anche per stimoli di intensità sopraliminale [conferma di De Vito *et alii* [7]].

2° Tra le unità deitersiane influenzabili, alcune rispondono soltanto alla polarizzazione liminale di un'area estremamente localizzata della corteccia cerebellare. In particolare è possibile ottenere questi effetti localizzati stimolando la parte vermiana ipsilaterale di una sola lamella del *culmen*. Le intensità richieste per cercare queste risposte unilamellari variano da 0,05 a 0,4 mA. Solo per intensità di stimolazione piuttosto elevate (0,4–1 mA) si ottengono risposte anche dalla lamella immediatamente antistante o retrostante al *folium* attivo, probabilmente per diffusione fisica di corrente.

3° Esperimenti di controllo dimostrano che le risposte localizzate unilamellari sorgono nella corteccia cerebellare immediatamente sottostante all'elettrodo attivo. Infatti il trattamento locale del *folium* stimolato con

(9) G. MORUZZI a. O. POMPEIANO, « Arch. it. Biol. », XCV, 31 (1957).
(10) C. GAUTHIER, A. MOLLICA a. G. MORUZZI, « J. Neurophysiol. », XIX, 468 (1956).
(11) O. LARSELL, « J. comp. Neurol. » XCIX, 135 (1953).
(12) A. BRODAL a. O. POMPEIANO, « J. Anat. », XCI, 438 (1957).

una soluzione di cloridrato di cocaina al 5 % o di Nembutal al 6 %, effettuato mediante l'applicazione di un quadrato di carta da filtro di 2 mm per lato e per la durata di 1 min, innalza di 2–4 volte la soglia, che passa da 0,1–0,2 mA a 0,4–0,8 mA. In questo caso l'effetto non rimane più localizzato, ma si ottiene stimolando l'intera superficie del *culmen*.

4° Un altro gruppo di unità deitersiane rispondeva soltanto in modo apparentemente diffuso alla polarizzazione di tutta la superficie vermiana del *culmen*, corrispondente ai lobuli IV e V di Larsell. La soglia per queste risposte è più elevata di quella efficace a produrre gli effetti descritti nel paragrafo 2 e corrisponde a 0,4–0,8 mA.

5° Dall'esame istologico eseguito sistematicamente risulta come le unità deitersiane che rispondono alla polarizzazione di singole lamelle del *culmen*, siano localizzate principalmente nella metà rostrale del nucleo di Deiters. È significativo che nella suddetta regione deitersiana le unità situate a livelli più rostrali e ventrali sono influenzate elettivamente dalle lamelle dorsali del *culmen* immediatamente contigue alla *fissura prima*, mentre le unità situate a livelli più caudali sono attivate principalmente dalle lamelle più ventrali del *culmen*.

Le unità influenzate dalla stimolazione di tutta la superficie del *culmen* sono occasionalmente presenti nella metà rostrale del nucleo di Deiters, ma il maggior numero di esse risulta localizzato nella metà caudale di detto nucleo. Infine le unità che non rispondono alla stimolazione anche sopraliminale del *culmen*, risultano localizzate principalmente nelle regioni più ventrali del nucleo di Deiters.

L'attualità di risposte deitersiane a stimolazioni corticocerebellari unilamellari permette di concludere che le proiezioni cerebello–deitersiane sono altamente localizzate. D'altra parte la dimostrazione di risposte deitersiane a stimolazioni di tutte le lamelle dei lobuli IV e V non avvalora il concetto che esista una proiezione cerebello–deitersiana diffusa: se così fosse questi effetti si dovrebbero ottenere con basse intensità di stimolazione simili a quelle che permettono di attivare nello stesso preparato altre unità deitersiane in maniera localizzata. Infatti effetti diffusi si ottengono generalmente soltanto con più alte intensità di polarizzazione. I controlli istologici da noi eseguiti a questo riguardo dimostrano che le unità deitersiane che rispondono alla stimolazione galvanica sopraliminale di tutta la superficie del *culmen*, sono localizzate principalmente nella parte caudale del nucleo di Deiters, dalla quale originano le fibre vestibolo–spinali destinate ai segmenti lombo–sacrali del midollo [Pompeiano e Brodal [8]]. Tenuto conto della nota disposizione somatotopica delle risposte posturali alla stimolazione elettrica del *lobus anterior* [Hampson, Harrison e Woolsey [13], Mc Donald [14]], dalla quale risulta che le risposte dell'arto pelvico si ottengono stimolando il *lobulus cen-*

(13) J. L. Hampson, C. R. Harrison a. C. N. Woolsey, « Res. Publ. Ass. nerv. ment. Dis. », XXX, 299 (1952).

(14) J. V. Mc Donald, « J. Neurophysiol. », XVI, 69 (1953).

tralis e le lamelle più ventrali del *culmen*, mentre le risposte dell'arto toracico si hanno stimolando il *culmen* soprattutto nelle sue lamelle più dorsali, appare chiaro come le unità deitersiane localizzate nella parte più caudale del nucleo di Deiters debbano sfuggire ad un'attivazione diretta per effetto di una stimolazione limitata alla corteccia vermiana del *culmen*. In tal caso queste unità potranno essere attivate soltanto indirettamente, con più alte intensità di corrente.

Le unità deitersiane che rispondono invece alla stimolazione localizzata di singole lamelle del *culmen*, risultano situate nella parte rostrale del nucleo di Deiters, vale a dire in quella regione che invia fibre vestibolo–spinali ai segmenti cervicale e toracico del midollo spinale [Pompeiano e Brodal [3]]. La dimostrazione di una localizzazione somatotopica delle risposte deitersiane alla polarizzazione della corteccia dell'emiverme ipsilaterale del *lobus anterior* induce a credere che la via cerebello–fastigio–deitersiana diretta, che verosimilmente trasmette le risposte da noi studiate, sia organizzata in maniera somatotopica.

Il fatto che alcune unità deitersiane non siano influenzate dalla stimolazione galvanica sopraliminale della corteccia vermiana del *lobus anterior* non può spiegarsi come la conseguenza di un deterioramento della corteccia cerebellare, dal momento che altre unità deitersiane nello stesso preparato erano chiaramente influenzate da stimolazioni vermiane di bassa intensità. Si può supporre che queste unità deitersiane non responsive siano guidate non già da impulsi originanti dalla corteccia vermiana del *lobus anterior*, che seguono il decorso della via fastigio–bulbare diretta, bensì da impulsi che originano dalla corteccia vermiana del lobo posteriore e seguono il decorso della via fastigio–bulbare crociata [Jansen [5]]: risulta infatti che il fascio uncinato di Russell invia fibre alla parte ventrale del nucleo di Deiters [cfr. Thomas et alii [6]], vale a dire a quella regione nella quale sono localizzate le unità deitersiane non influenzate dalla corteccia vermiana del *lobus anterior*.

Fisiologia. — *Effetti del trattamento cloralosico locale sui potenziali corticocerebellari spontanei e su quelli provocati dall'attivazione della via ottica primaria* (*). Nota di ETTORE FADIGA, GIAN PIETRO VON BERGER e MARIA BONA CARUTTI, presentata (**) dal Socio G. C. PUPILLI.

Recenti indagini [Fadiga, Pupilli e von Berger (1)] hanno dimostrato come la risposta corticocerebellare alla stimolazione della via ottica primaria sia registrabile anche nel Gatto non narcotizzato. Il potenziamento di tale risposta nell'animale in narcosi cloralosica è per altro un dato stabilito con certezza: si è supposto che il farmaco eserciti la sua azione facilitante, aumentando la permeabilità dei *relais* del tronco dell'encefalo ovvero agendo direttamente sui neuroni della corteccia cerebellare [Snider e Stowell (2); Gastaut, Naquet, Badier e Roger (3)]. Queste due ipotesi evidentemente non si escludono a vicenda, né sono in contrasto con quanto è noto circa all'azione farmacodinamica del cloralosio [cfr. Moruzzi (4)].

Le indagini esposte nella presente Nota riguardano gli effetti che sulla attività elettrica della corteccia cerebellare di Gatto provoca l'applicazione locale di cloralosio. Abbiamo preso in esame sia l'attività provocata da impulsi trasmessi per la via ottica sia quella spontanea, derivata con macroelettrodi di superficie ovvero mediante microelettrodi.

La tecnica impiegata per lo studio dei potenziali evocati è quella medesima esposta nel lavoro precedentemente citato (1) e in Note di recente apparse in questi Rendiconti [Fadiga, Pupilli e von Berger (5); von Berger, Fadiga e Pupilli (6)]. Si è utilizzata sia la stimolazione luminosa della retina sia quella elettrica del N. ottico, sempre da un lato solo; le derivazioni macroelettrodiche dell'attività spontanea sono state effettuate mediante gli stessi elettrodi comunemente usati per lo studio delle risposte, registrando naturalmente l'attività stessa nella rispettiva gamma frequenziale. Per esaminare le pulsazioni unitarie dei neuroni corticocerebellari, ci siamo serviti

(*) Lavoro eseguito, col sussidio del Consiglio Nazionale delle Ricerche, nell'Istituto di Fisiologia umana della Università di Bologna.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) E. FADIGA, G. C. PUPILLI e G. P. VON BERGER, « Arch. Sci. biol. », XL, 541 (1956).

(2) R. S. SNIDER a. A. STOWELL, « J. Neurophysiol. », VII, 331 (1944).

(3) H. GASTAUT, R. NAQUET, M. BADIER et A. ROGER, « J. Physiologie », XLIII, 737 (1951).

(4) G. MORUZZI, « Arch. Fisiol. », XLI, 87 (1941).

(5) E. FADIGA, G. C. PUPILLI e G. P. VON BERGER, « Rend. Accad. naz. Lincei », Cl. Sci. fis., mat. nat., Ser. 8ª, XX, 426 (1956).

(6) G. P. VON BERGER, E. FADIGA e G. C. PUPILLI, « Rend. Accad. naz. Lincei », Cl. Sci. fis., mat. nat., Ser. 8ª, XXI, 35 (1956).

della tecnica usata da Crepax, Nigro e Parmeggiani [7] nel Gatto decerebrato: la derivazione dei potenziali avveniva dalla profondità della corteccia [cfr. Brookhart, Moruzzi e Snider [8]]; come elettrodo critico [9] s'impiegava un filo di Pt del diametro di 20 μ e della resistenza di circa 20.000 Ω, inguainato fino in prossimità della punta da un sottilissimo strato di vetro, il quale assicurava al conduttore metallico la rigidità necessaria per poterlo agevolmente approfondare nel tessuto mediante l'uso di un micromanipolatore; gli elettrodi di derivazione erano collegati col preamplificatore attraverso un ripetitore catodico. Abbiamo utilizzato focolai il cui ritmo pulsatorio corrispondeva a 30–60 punte per secondo, giacché tale frequenza di *spiking* si era dimostrata la più regolare e duratura; quanto ad altri particolari concernenti il procedimento sperimentale e i criteri da seguirsi per la interpretazione degli elettrogrammi, rimandiamo il lettore al lavoro dianzi citato [7].

In tutti gli esperimenti, l'amplificazione e la registrazione dei potenziali venivano effettuate con l'impiego di un preamplificatore Grass mod. P 4, un oscillografo Du Mont mod. 322 A e un fotochimografo Grass mod. C–4 C; per la registrazione dell'attività unitaria, la linea isopotenziale era stabilizzata da un condensatore della capacità di 330 pF, posto all'ingresso dell'oscillografo. Prima di iniziare le osservazioni si immobilizzava l'animale con Sincurarina (5 mg/kg, per via intravenosa), lo si soccorreva con la respirazione artificiale (pompa Beaudouin) e si attendeva che fossero trascorse almeno 2 h dall'intervento preparatorio, eseguito in narcosi eterica. Gli effetti del cloralosio sono stati studiati saggiando soluzioni (in NaCl al 0,9 %) di concentrazioni corrispondenti a $1 : 10^4$–$1 : 10^3$–$3{,}5 : 10^3$–$7 : 10^3$; il trattamento avveniva secondo il metodo di Baglioni e Magnini [10], disponendo sulla corteccia cerebellare un dischetto di carta da filtro imbevuta della soluzione in esame e rinnovando l'applicazione ogni 5 min; sono state esplorate lamelle appartenenti al *declive*, al *folium* e al *tuber vermis*. I risultati ottenuti si possono esporre come segue.

L'applicazione topica di cloralosio in soluzione di concentrazione pari a $1 : 10^4$ non modifica i potenziali evocati presi in esame [11]; gli effetti del trattamento appaiono saggiando soluzioni più concentrate ($1 : 10^3$–$3{,}5 : 10^3$–

(7) P. Crepax, A. Nigro e P. L. Parmeggiani, «Arch. Sci. biol.», XLI, 163 (1957).

(8) J. M. Brookhart, G. Moruzzi a. R. S. Snider, «J. Neurophysiol.», XIII, 465 (1950).

(9) L'elettrodo indifferente era costituito da una sfera di Ag–AgCl del diametro di circa 1 mm, posta a contatto con la superficie cauterizzata del *M. temporalis* di un lato.

(10) S. Baglioni e M. Magnini, «Arch. Fisiol.», VI, 240 (1909).

(11) Come risulta dal lavoro citato all'inizio [1], le risposte corticocerebellari agl'impulsi trasmessi per la via ottica sono costituite essenzialmente da una oscillazione difasica, la cui forma è indipendente dalla natura dello stimolo usato: i risultati che illustreremo si riferiscono a prove eseguite tanto con la stimolazione luminosa quanto con quella elettrica del N. ottico. La stimolazione diretta del nervo è stata impiegata con maggiore frequenza, giacché diversamente da quella fotica provoca nel Gatto non narcotizzato effetti costanti.

$7 : 10^3$) e sono paragonabili sostanzialmente a quelli della stricnina, palesandosi con una esaltazione di entrambe le componenti della risposta (fig. 1) e un abbassamento della rispettiva soglia (fig. 2). Queste modificazioni si manifestano 2–3 min dopo l'inizio dell'applicazione, sono massimali dopo 10 min circa e regrediscono col lavaggio. Prolungandosi il trattamento, nelle prove eseguite con la soluzione più concentrata ($7 : 10^3$), si può talora osservare una inversione di segno dell'effetto: tale diminuzione di ampiezza della risposta può tuttavia essere riferita alla eccessiva dose del farmaco,

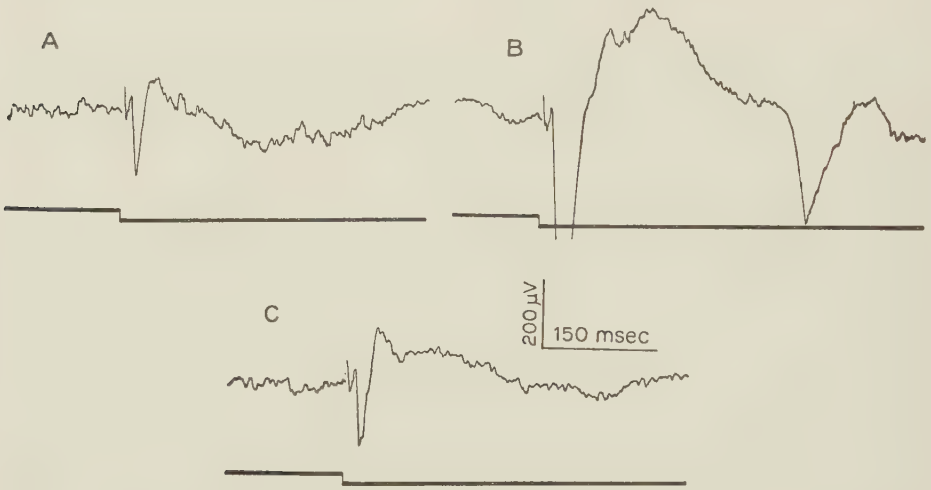


Fig. 1. – Effetti provocati dal trattamento cloralosico locale sull'ampiezza e sulla durata della risposta corticocerebellare alla stimolazione della via ottica primaria.

Gatto non narcotizzato; derivazione dalla superficie del *folium vermis*. A, risposta alla stimolazione elettrica del N. ottico, effettuata prima del trattamento; B e C, risposte a stimoli eguali al precedente, registrate rispettivamente 5 min dopo l'applicazione di una soluzione di cloralosio $7 : 10^3$ sulla corteccia e 10 min dopo lavaggio con soluzione fisiologica. Il tempo di applicazione dello stimolo è indicato dall'artefatto inscritto nei tracciati dell'attività cerebellare e dalla deflessione del secondo pennello catodico; la calibrazione di C vale anche per A e B. In questa figura e nelle successive, la deflessione verso l'alto esprime la polarità negativa.

giacché anche somministrando la sostanza per via generale, per dosi elevate si osservano fenomeni depressivi in distretti del sistema nervoso centrale, sui quali dosi minori hanno un chiaro effetto aumentatore [cfr. King [12] e Moruzzi [4]]. Oltre che il voltaggio, anche la durata della risposta aumenta dopo l'applicazione di cloralosio sulla corteccia, il fenomeno essendo più evidente nell'onda negativa (fig. 1, B); e un altro effetto del trattamento è talora costituito dalla comparsa di risposte ripetitive in preparati che in condizioni normali non presentano tale tipo di reazione. Facciamo rilevare come la piccola deflessione negativa [1,5], che a volte precede la componente superficie–positiva della risposta, non si modifichi in nessun modo per effetto del farmaco (cfr. fig. 1), analogamente a quanto è stato osservato in precedenti indagini saggiando l'azione locale di altre sostanze, come la stric-

(12) E. E. King, « J. Pharmacol. exp. Therap. », CXVI, 404 (1956).

nina, la cocaina e il Nembutal; il che conferma la interpretazione che della deflessione stessa era stata prospettata [cfr. Fadiga, Pupilli e von Berger [1]] e secondo la quale l'accidente sarebbe dovuto alla diffusione fisica dei potenziali delle vie afferenti profonde.

Per quanto concerne i tracciati dell'attività spontanea della corteccia cerebellare, ottenuti mediante la derivazione con macroelettrodi, gli effetti del trattamento cloralosico locale si sono palesati solo saggiando la soluzione più concentrata ($7 : 10^3$): consistono in una lieve diminuzione di am-

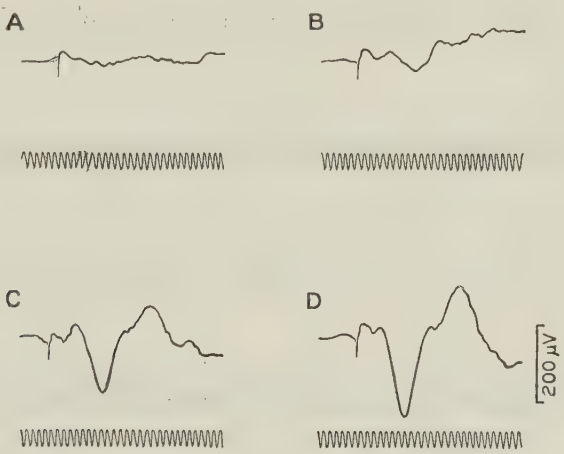


Fig. 2. – Effetti provocati dal trattamento cloralosico locale sulla soglia della risposta corticocerebellare alla stimolazione della via ottica primaria.

Gatto non narcotizzato; derivazione dalla superficie del *folium vermis*; marcatempo, 500 Hz. L'eccitamento del N. ottico è provocato mediante stimoli elettrici, di voltaggio pari a V 4 in A e in C, a V 5 in B e in D; tra B e C, applicazione di una soluzione di cloralosio $1 : 10^3$ sulla corteccia e intervallo di 8 min. Il tempo di applicazione dello stimolo è indicato dall'artefatto; la calibrazione riportata in D vale per tutti gli elettrogrammi.

piezza delle onde. L'attività unitaria derivata dai singoli *pools* neuronici corticali risulta invece aumentata dopo l'applicazione topica del farmaco in concentrazioni corrispondenti a quelle efficaci sui potenziali evocati: per effetto del cloralosio si osserva infatti un aumento della frequenza degli *spikes* (fig. 3), il quale si manifesta 1–2 min dopo la sua applicazione ed è massimale dopo 10 min circa; la più elevata frequenza che abbiamo potuto osservare dopo il trattamento, corrisponde a circa 150 punte per secondo (fig. 3, D). Quando l'aumento è così rilevante, si registrano spesso anche *spikes* più ampi di quelli derivati prima del trattamento: tale fenomeno non contraddice la legge del tutto o nulla, essendo riferibile all'attivazione di unità precedentemente inattive [13]. A volte si rileva come dopo prolungate

(13) Secondo una spiegazione meno probabile, il fenomeno potrebbe anche attribuirsi a processi di sommazione. Lo *spiking* che si registra da un singolo focolaio nelle condizioni di esperimento da noi adottate, ovviamente non è riferibile a una sola unità pulsante, ma all'attività globale del *pool* neuronico esplorato [cfr. Brookhart, Moruzzi e Snider [8] e Crepax, Nigro e Parmeggiani [7]].

applicazioni del farmaco la frequenza dello *spiking* possa diminuire (fig. 3, E), indipendentemente dalla concentrazione saggiata. Siccome l'attività unitaria dei focolai esplorati è piuttosto labile [7], ci sembra che detta diminuzione non abbia un significato specifico e debba tenersi distinta da quella osservata nell'ampiezza delle risposte di superficie ottenute dopo l'applicazione protratta delle soluzioni più concentrate (*vide supra*).

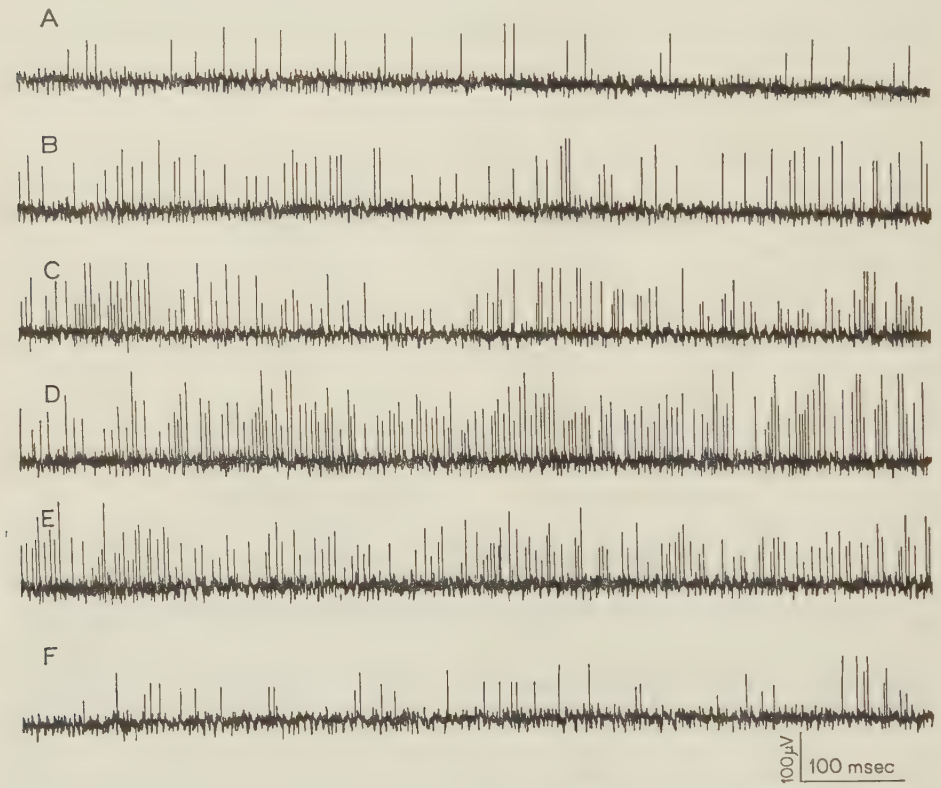


Fig. 3. – Effetti provocati dal trattamento cloralosico locale sull'attività unitaria dei neuroni corticocerebellari.

Gatto non narcotizzato; derivazione microelettrodica dalla profondità di una lamella del *declive*. A, attività normale, registrata 6 min circa dopo l'approfondamento dell'elettrodo; B, 5 min dopo l'applicazione di una soluzione di cloralosio $7 : 10^3$ sulla corteccia; C, 2 min dopo B; D, 3 min dopo C; E, 5 min dopo D (15 min dall'inizio del trattamento); F, 10 min dopo lavaggio con soluzione fisiologica. La frequenza media degli *spikes* corrisponde in A, B, C, D, E e F rispettivamente a 30, 68, 134, 156, 139 e 45 punte per secondo. La calibrazione riportata in F vale per tutti gli elettrogrammi.

L'azione facilitante che il cloralosio manifesta, per applicazione topica, sulla risposta corticocerebellare evocata dagl'impulsi trasmessi per la via ottica e sull'attività unitaria dei neuroni della corteccia del cervelletto, è conforme agli effetti aumentatori che il cloralosio stesso provoca sulla eccitabilità dei centri soprasegmentali [cfr. Moruzzi [4] e King [12]]. Con tali proprietà non è in contrasto il fatto che nei tracciati dell'attività spontanea corticocerebellare derivata mediante macroelettrodi l'azione del farmaco si palesi, e solo per l'uso delle soluzioni più concentrate, con una lieve dimi-

nuzione di ampiezza delle oscillazioni di potenziale: stando a quanto è noto, le onde elettriche derivabili dalla corteccia cerebellare mediante elettrodi di grandi dimensioni non fornirebbero una precisa rappresentazione dell'azione esercitata da un farmaco sui neuroni corticali [cfr. Crepax, Nigro e Parmeggiani [7]]. E del resto anche la stricnina, che applicata localmente provoca sugli *spikes* unitari [Brookhart, Moruzzi e Snider [8]] e sui potenziali evocati [Bremer e Bonnet [14]; Fadiga, Pupilli e von Berger [1]] effetti assai simili a quelli dianzi descritti per il cloralosio, non modifica l'attività spontanea di superficie [Gualtierotti e Capraro [15]] o provoca una lieve diminuzione della sua ampiezza [Dow [16]]; del tutto analogo è quanto noi abbiamo osservato.

I risultati delle presenti indagini inducono a credere che ad un aumento della eccitabilità dei neuroni corticocerebellari, per effetto del cloralosio somministrato per via generale in dosi narcotiche, vada in realtà attribuita importanza nello spiegare l'azione facilitante che il farmaco palesa sulle reazioni della corteccia del cervelletto agl'impulsi destati con l'attivazione della via ottica primaria. Ciò non esclude che a provocare tale potenziamento possano concorrere altre cause, secondo quanto esporremo nel lavoro *in extenso*.

(14) F. Bremer et V. Bonnet, « J. Physiologie », XLIII, 662 (1952).
(15) T. Gualtierotti e V. Capraro, « Arch. Sci. biol. », XXVII, 247 (1941).
(16) R. S. Dow, « J. Physiol. », XCIV, 67 (1938).

Biologia. — *Autofecondazione nelle colonie di* Botryllus schlosseri (*Pallas*) (*). Nota di Armando Sabbadin, presentata (**) dal Corrisp. U. D'Ancona.

Oka e Watanabe (1) hanno recentemente dimostrato che nelle colonie di *Botryllus primigenus* non si verifica l'autofecondazione e che incompatibilità sessuale esiste anche fra colonie genitrici e colonie figlie e, in rapporti definiti, fra colonie sorelle. Questi esperimenti sull'« affinità sessuale » ed analoghi esperimenti sull'« affinità vegetativa » delle colonie, cioè sulla loro capacità di fondersi quando giungono in contatto, sembrano aprire una via promettente all'indagine genetica, che ci siamo proposti di estendere a *Botryllus schlosseri*. L'autofecondazione, ammessa in via d'ipotesi, non era stata ancora dimostrata neanche per questa specie e, quanto all'« affinità vegetativa » fra le colonie, i pochi dati fornitici da Bancroft (2) non discordano dai risultati ottenuti dagli Autori succitati in *B. primigenus*.

Poiché gli zooidi di una colonia derivano tutti, attraverso una serie ininterrotta di generazioni blastogenetiche, da un'unica larva metamorfosata nell'oozooide, fondatore della colonia, e rappresentano quindi una linea pura di individui ad identico patrimonio genetico, l'autofecondazione assume l'aspetto particolare di unione fra gameti prodotti nell'ambito della colonia, non necessariamente dallo stesso individuo.

Nei singoli zooidi di una data generazione blastogenetica ovario e testicolo maturano da ciascun lato del corpo in coincidenza con il passaggio della gemma alla maturità funzionale annunciato dall'apertura dei sifoni. I gameti maturi attraverso il deferente e l'ovidotto raggiungono la cavità atriale, dove le uova si annidano in tasche incubatrici, vengono fecondate e si sviluppano. Le larve sono espulse attraverso la cloaca verso il termine del ciclo vitale dei genitori, poco prima della loro regressione.

La possibilità o meno dell'autofecondazione può essere studiata agevolmente in laboratorio su colonie sessualmente mature prelevate in natura e mantenute strettamente isolate. Sarà sufficiente studiare il destino delle uova prodotte dalle generazioni blastogenetiche che si succedono a quella che era funzionalmente matura al momento del prelievo in natura. Come

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Zoologia e Anatomia comparata dell'Università di Padova.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(1) H. Oka e H. Watanabe, *Colony-specificity in compound Ascidians as tested by fusion experiments*, « Proc. Jap. Acad. », *33*, 657–659 (1957).

(2) F. W. Bancroft, *Variation and fusion of colonies in compound Ascidians*, « Proc. California Acad. Sci. », 3rd ser., *3*, 137–186 (1903).

controlli servono altre generazioni blastogenetiche delle stesse colonie, unendo le colonie a coppie in uno stesso recipiente al momento della maturazione degli zooidi e mantenendole unite per 2–3 giorni, così da consentire la fecondazione incrociata, e poi isolandole di nuovo in modo da poter raccogliere separatamente le loro discendenze.

Risultati positivi ottenuti in simili esperimenti non dimostrerebbero tuttavia necessariamente l'autofecondazione, poiché le colonie prelevate in natura possono risultare dalla fusione completa di 2 o più colonie spesso non riconoscibile. Tale difficoltà è stata aggirata, usando il metodo descritto su colonie nate in laboratorio e portate alla maturità sessuale sotto costante controllo. La tecnica di allevamento è stata descritta altrove [3]. Essa dà risultati soddisfacenti se si provvede ad un ricambio frequente dell'acqua di allevamento e ad una alimentazione abbondante a base di Nitzschia e Chlamydomonas. Le colonie, allevate ad una temperatura costante di 18,5° C, si mantengono in fase di attiva riproduzione sessuale per molte generazioni blastogenetiche, che si avvicendano in media ogni 7 giorni, consentendo così lunghi periodi di sperimentazione.

Esperimenti di autofecondazione sono stati eseguiti su 8 colonie e replicati su differenti generazioni blastogenetiche delle stesse, per un complesso di 48 prove. In ciascuna di queste sono state ottenute larve, o uova segmentate o uova fecondate, riconoscibili come tali dalla presenza dei polociti.

È da escludere che in questi esperimenti vi sia stato apporto di spermi dall'esterno con l'acqua di allevamento, poiché questa veniva conservata per più giorni in laboratorio prima dell'uso. Del resto, per eliminare ogni dubbio, è stata usata alcune volte, con pieno successo, acqua pasteurizzata per 30 minuti a 70° C, e successivamente aereata e riportata alla salinità costante del 33,50 ‰ con aggiunta di acqua distillata.

In *Botryllus schlosseri* l'autofecondazione è dunque perfettamente possibile, al contrario di quanto si verifica in *B. primigenus*.

Nella Tabella annessa, per ciascuna delle colonie usate, indicate con il loro numero di protocollo, nell'intervallo di generazioni sperimentate, è riportato il numero complessivo di larve, di uova in sviluppo e di uova non segmentate che venivano raccolte al termine del ciclo vitale delle varie generazioni. Fra le « larve » sono inclusi talora individui a sviluppo non completo e forse anormale. La categoria delle « uova in sviluppo » è rappresentata da uova in fase di segmentazione, in genere chiaramente irregolare, con blastomeri di dimensioni fortemente diseguali. Buon numero delle « uova non segmentate » sono uova fecondate, con evidenti globuli polari.

(3) A. SABBADIN, *Osservazioni sullo sviluppo, l'accrescimento e la riproduzione di* Botryllus schlosseri (*Pallas*), *in condizioni di laboratorio*, « Boll. Zool. », *22*, 243–263 (1955); *Analisi sperimentale dello sviluppo delle colonie di* Botryllus schlosseri (*Pallas*), « Arch. It. Anat. Embriol. », *63*, 178–221, (1958).

TABELLA I.

Per autofecondazione						Per fecondazione incrociata					
Colonia	Generaz. impiegate	Discendenza				Colonia	Generaz. impiegate	Discendenza			
		larve	Uova in sviluppo	Uova non segment.	Totale			Larve	Uova in sviluppo	Uova non segment.	Totale
65	9	26	91	9	126	65	3	63	0	0	63
67	3	49	3	9	61	67	3	51	2	3	56
68	7	25	22	10	57	68	1	20	0	0	20
69	4	20	1	4	25	69	2	30	0	0	30
77	4	60	2	1	63	77	2	10	0	0	10
78	10	294	11	9	314	78	2	43	0	0	43
97	4	31	0	0	31	—	—	—	—	—	—
100	7	80	12	28	120	100	3	172	0	1	173
—	—	—	—	—	—	35	1	9	0	0	9
Totale	48	585	142	70	797	Totale	17	398	2	4	404

Il numero totale di uova e larve raccolte non corrisponde al numero effettivo di uova prodotte, sia perché alcune possono essere andate perdute nella raccolta, e soprattutto perché un numero notevole di uova nelle condizioni di laboratorio possono non raggiungere le dimensioni massime proprie dello stato di maturità e vengono successivamente riassorbite. Non è stato possibile per ora stabilire se anche una parte delle uova a sviluppo alterato o non sviluppate seguono lo stesso destino.

Dalla Tabella I si rileva che caratteristica dell'autofecondazione è la frequente presenza di tutta una serie di alterazioni che bloccano lo sviluppo a differenti stadi. Esse colpiscono in misura diversa le varie colonie e le varie generazioni di una stessa colonia, talora limitando assai sensibilmente il numero di discendenti vitali.

Questo fenomeno va ulteriormente studiato.

Istruttivo risulta il confronto dei dati dell'autofecondazione con quelli della fecondazione incrociata, pure riportati nella Tabella.

Anche negli incroci è da attendersi che una parte della discendenza di ciascuna delle due colonie incrociate derivi da autofecondazione. I risultati indicano una diminuzione della percentuale di uova non sviluppate o a sviluppo alterato. Talora essa è così forte da far supporre che la fecondazione incrociata sia nettamente favorita rispetto all'autofecondazione.

Sono in corso osservazioni per determinare, sulla scorta di caratteri genetici della pigmentazione, quale sia la reale incidenza dell'autofecondazione sulla discendenza di colonie incrociate.

COMMEMORAZIONI

Commemorazione del Socio Gaetano Quagliariello

tenuta (*) dal Corrisp. Alessandro Rossi-Fanelli

Signor Presidente, Signore, Signori, Illustri Colleghi,

È con animo profondamente commosso e trepidante che mi accingo a rievocare innanzi a Voi la figura di Gaetano Quagliariello il cui eletto spirito ancora oggi aleggia in quest'aula dove per più di trent'anni ha partecipato tra questi banchi alla vita attiva e feconda della nostra gloriosa Accademia. Non so se con le mie modeste parole riuscirò a dare, se pur incompleta e scialba, un'immagine della sua grande figura di Scienziato e di Maestro. Questa mia rievocazione vuol essere solo l'ultimo, commosso tributo di affetto e di riconoscenza di un allievo devoto e fedele al grande Maestro scomparso.

Gaetano Quagliariello nacque a Salerno il 19 dicembre 1883 da Francesco, esimio avvocato del Foro Salernitano e da Anna Santoro, donna adorna di preclare virtù. Compiuti a Salerno gli studi medi si trasferì a Napoli dove si iscrisse alla Faeoltà di Medicina e Chirurgia di quella Università. Splendeva in quell'epoca nel firmamento del glorioso Ateneo Partenopeo un astro di straordinaria grandezza – Filippo Bottazzi – che allora insegnava Fisiologia Umana in quella Università.

Il giovanissimo Quagliariello dovette essere affascinato dalla luminosa figura del grande Maestro tanto che chiese, ed ottenne di entrare come allievo interno nell'Istituto di Fisiologia Umana dove si mise subito al lavoro con grande entusiasmo e passione. Dopo la laurea, conseguita con il massimo dei voti e la lode, venne nominato assistente ordinario e dopo poco aiuto.

Certo la vita scientifica di Quagliariello fu profondamente influenzata sin dai primi passi dalla geniale e forte personalità del Maestro che l'amò teneramente e vide in lui il discepolo affezionato ed intelligente, capace di continuare la sua coraggiosa opera innovatrice e destinato ad un grande e luminoso avvenire. Fu Bottazzi che trasfuse in lui la passione per la Chimica Biologica in quell'epoca ancora ancella della Fisiologia ma che la fervida mente del grande Scienziato già vedeva scienza fondamentale dell'avvenire.

Nel 1913 conseguì la Libera Docenza in Fisiologia Umana e nel 1920 gli venne affidato l'incarico di questa materia, incarico che egli tenne entu-

(*) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

siasticamente fino al dicembre del 1923 quando, con voto unanime della Facoltà di Medicina e Chirurgia di Catania fu chiamato a dirigere, prima come Professore incaricato e poi in seguito a concorso come Professore di ruolo, l'Istituto di Fisiologia Umana di quella Università.

Fu con grande dolore che Quagliariello lasciò il laboratorio di S. Andrea delle Dame ed il suo amato Maestro; ma una luce nuova si doveva leggere nei suoi occhi quando Bottazzi lo salutò alla sua partenza per la Sicilia, una luce di fede e di speranza di poter un giorno ritornare nella città partenopea a lui tanto cara. Fu solo nel 1926 che con trepidante gioia, Quagliariello vide realizzato il suo grande sogno. In quell'anno infatti Filippo Bottazzi aveva ottenuto che la Facoltà di Medicina e Chirurgia di Napoli destinasse una Cattedra di ruolo alla Chimica Biologica e che a ricoprirla chiamasse l'allievo suo prediletto.

Cominciò allora la paziente e tenace opera di creazione ed organizzazione dell'Istituto di Chimica Biologica di Napoli che divenne ben presto uno dei Centri di studio più attrezzati ed attivi d'Italia. Istituto che diresse con passione e fermezza per quasi 30 anni e cioè fino al 1954 quando, raggiunti i limiti di età, fu collocato a riposo.

Si era appunto da poco iniziata la sistemazione dell'Istituto di Chimica Biologica che io ebbi la ventura di entrare come allievo interno e di incontrare e conoscere l'uomo che ho venerato ed amato di più nella mia vita. Rimarrà per sempre impressa nella mia mente l'immagine serena e cordiale del Maestro che con calde parole di simpatia e di pacata bontà mi accolse nel suo piccolo studio nel laboratorio di Via Costantinopoli. Certamente quello fu un giorno decisivo per la mia vita: dovetti essere conquistato dalla sua radiosa potente personalità per decidermi ad intraprendere, senza esitazione, una carriera che in quell'epoca si annunziava tutt'altro che facile e promettente. Ma la sua fede nel lavoro, l'esempio suo luminoso mi sorressero sin dall'inizio e poi negli anni successivi nell'aspro e difficile cammino intrapreso. Affettuoso ed affabile con tutti, profondamente buono ed umano sapeva conquistare subito la simpatia e l'ammirazione dei giovani. Aiutava tutti quelli che si rivolgevano a Lui e particolarmente chi più abbisognava della sua guida affettuosa, del suo vigile e paterno interessamento. A tutti perdonando anche a quelli che mal ricambiavano quel che lui donava.

È certo anche in forza di questa « sensazione » di calda amicizia, di rispetto e di fiducia assieme, che sapeva suscitare negli altri, di quel senso di fede sconfinata nel bene, che Gaetano Quagliariello attirò intorno a sé una schiera sempre più numerosa di giovani studiosi e di collaboratori che a mano a mano andarono formando la rigogliosa scuola napoletana.

In quasi cinquant'anni di feconda attività scientifica Gaetano Quagliariello ha lasciato una traccia indelebile e personalissima in molti campi della Chimica Biologica. I risultati delle sue ricerche e le sue opere hanno reso noto il suo nome in tutto il mondo scientifico ed hanno onorato la Scienza Italiana.

Voler riportare tutta la sua vasta produzione e l'attività sua multiforme in poche pagine è cosa impossibile; cercherò di riassumere solo i risultati più salienti dell'opera sua.

La produzione scientifica di Gaetano Quagliariello si articola e si svolge essenzialmente in tre campi fondamentali di ricerche:

1° La natura chimica e le proprietà chimico–fisiche delle proteine del sangue e dei muscoli.

2° Il metabolismo dei lipidi.

3° La nutrizione e l'alimentazione.

In tutta la produzione di Gaetano Quagliariello traspare la sua originale personalità di ricercatore minuzioso, coscenzioso e geniale. Sotto questo aspetto Egli rappresenta forse una delle ultime figure della gloriosa epoca della ricerca biologica italiana nella quale pochi ricercatori (sperimentatori) riuscirono con mezzi limitati, con tecniche assai semplici e attraverso immense difficoltà, ma con passione e con entusiasmo senza pari, ad imporre la loro personalità ed a portare la Biologia Italiana in primo piano nel mondo scientifico.

Si pensi che quando Quagliariello in collaborazione con D'Agostino fece le sue fondamentali ricerche sulle proprietà chimico–fisiche delle proteine del siero di sangue (ed alle quali accenneremo più avanti) non esistevano nemmeno i misuratori di pH e Quagliariello ci raccontava che aveva dovuto incominciare a distillare il mercurio ed a costruirsi la pila campione. E i giovani che oggi, mettendo pochi milligrammi di idrolizzato proteico sulla lunga colonna cromatografica dell'apparecchio automatico di Moore–Stein e che, dopo aver azionato una leva del complicato congegno, al mattino seguente trovano in un magnifico grafico sapientemente tracciato dal prodigioso apparecchio, l'analisi completa degli aminoacidi contenuti in quei pochi milligrammi di proteina, pensino che all'epoca nella quale Quagliariello studiava la composizione delle proteine, bisognava determinare i vari aminoacidi isolandoli ad uno ad uno con i metodi analitici classici.

Egli è stato un ricercatore instancabile capace di lavorare ore ed ore ininterrottamente con pazienza, minuzia e tenacia ineguagliabile in tranquilla serenità. Indubbiamente il lungo periodo di tormentato lavoro richiesto per condurre a termine una esperienza, permettendo un continuo riesame ed una scrupolosa e ponderata valutazione dei risultati ottenuti, conferiva alla ricerca stessa un carattere del tutto personale, uno stampo indistinguibile del ricercatore. E ricordo che Egli soleva ripetermi spesso, incoraggiandomi e sostenendomi nei momenti più difficili del mio lavoro, che l'essenziale era lavorare sodo e bene con serenità e con calma in pura onestà di intenti senza ansia né fretta che turbano il raccoglimento e la calma indispensabili alla laboriosa vita del ricercatore.

I suoi due primi lavori sulle proteine del siero di sangue portano la data del 1909 e riguardano le modificazioni chimico–fisiche che il siero di sangue subisce per effetto del riscaldamento. I risultati ottenuti mostrano per la prima volta che l'aumento di temperatura fa ritardare la precipitazione

della globulina in seguito a dialisi, produce un aumento di viscosità e ritarda la velocità della coagulazione del siero stesso. In queste ricerche, come in tutte quelle di questo gruppo, si sente in modo particolare l'influenza che sullo spirito del giovane Quagliariello aveva avuto la vicinanza di Filippo Bottazzi, grande spirito innovatore, che in quell'epoca andava introducendo in Italia quelle idee nuove che segnarono una svolta decisiva all'indirizzo di tutta la Fisiologia Umana Italiana.

Già da questi primi lavori di Gaetano Quagliariello traspare l'originale impostazione che Egli andava dando alla ricerca Biochimica applicando, per la risoluzione dei problemi biochimici, tecniche di pura chimica e chimico-fisica.

Ricordo i suoi studi pregevoli sulle proprietà chimico-fisiche dei liquidi biologici (come la bile, l'urina, la linfa ed il sangue). In essi, applicando tra i primi il metodo elettrometrico alla misura della concentrazione idrogenionica, fornisce dati nuovi e originali così precisi che ancora oggi sono riportati nei libri di testo. In una serie di interessanti lavori eseguiti alla Stazione Zoologica di Napoli « su la reazione del sangue degli animali marini » dimostra per la prima volta che la reazione del sangue dei liquidi celomatici di questi animali, sia vertebrati che invertebrati, è leggermente alcalina (con un pH = 7,5) e che fanno eccezione soltanto i celenterati che hanno un pH = 8,5 ed i tunicati che hanno un pH intorno a 6.

Ma le ricerche più interessanti e rinomate sono quelle nelle quali studia le proprietà chimico-fisiche delle proteine del siero di sangue, in esse riesce tra l'altro a stabilire con soddisfacente esattezza dallo studio delle curve di neutralizzazione, la grandezza molecolare e le costanti di dissociazione della siero-albumina e di altre proteine seriche.

L'importanza di queste ricerche è stata recentemente sottolineata da Edsall, una delle maggiori autorità nel campo della chimica delle proteine, il quale nel suo volume « Sulle proteine, aminoacidi, e peptidi come ioni e ioni dipolari », parlando delle ricerche di Quagliariello afferma che esse « hanno segnato lo sviluppo di una nuova fase nello studio della chimica-fisica delle proteine » (sono le sue parole).

A questo gruppo appartengono anche le ricerche magistrali sull'emocianina e sull'emoglobina le quali meritano un cenno particolare. Esse si iniziano con studi sull'indice di rifrazione e sul punto isoelettrico dell'emocianina che forniscono dati che ancora oggi vengono riportati come modello nei più moderni trattati Italiani e stranieri. La conoscenza della rifrazione specifica dell'emocianina lo porta a elaborare un sensibile metodo per la determinazione di questo pigmento in soluzioni molto diluite che gli permette di determinare questo pigmento anche nel sangue di quegli animali nei quali per lo scarso contenuto di emocianina i comuni metodi non si potevano applicare. Per lo studio dello stato chimico-fisico delle proteine nei liquidi organici elabora poi un apparecchio di cataforesi molto ingegnoso e geniale per quell'epoca e che può considerarsi un precursore dei moderni apparecchi di elettroforesi. Con esso determina con sorprendente esattezza

il punto isoelettrico e le costanti di dissociazione acida e basica dell'emocianina dimostrando per la prima volta che questo pigmento nel sangue dell'*octopus macropus* si trova dissociato come acido. I risultati di queste ricerche integrate più tardi con altri, ottenuti studiando le proprietà chimico–fisiche del fibrinogeno, lo portano a concludere che « tutte le sostanze proteiche trovansi negli organismi, più o meno, ma sempre lontane dal loro punto isoelettrico il che è quanto dire nelle condizioni migliori per la loro stabilità ». E questo, data la reazione leggermente alcalina della maggior parte dei liquidi biologici, equivale ad affermare che le proteine negli organismi animali si devono trovare dissociati come anioni e non come cationi. Asserzione questa di importanza fondamentale, assolutamente nuova e contraria a quanto si conosceva in quell'epoca in questo campo, ma oggi riconosciuta esatta ed accettata da tutti. Proseguendo le sue ricerche su questo pigmento con eleganti studi spettrofotometrici ed immunologici dimostra due fatti di notevole interesse e cioè che l'assorbimento caratteristico dell'emocianina non dipende dal rame, né libero né in forma organica, ma dalla parte proteica della molecola e che esistono diverse emocianine a seconda della specie animale dalla quale esse provengono.

Non meno interessanti e originali sono le ricerche sulla emoglobina. Studia prima l'azione degli acidi e degli alcali su alcune proprietà chimico–fisiche di questa sostanza dimostrando che la tensione superficiale in vicinanza del punto isoelettrico, analogamente alle altre costanti chimiche–fisiche come viscosità, stabilità, dissociazione, presenta valori minimi. Lo studio spettrofotometrico della ferriemoglobina lo porta a concludere che l'assorbimento nel giallo e nel verde di questo pigmento è caratteristico di questa sostanza e non dipende dalla presenza di ossiemoglobina in soluzione, escludendo così la possibilità che per azione degli alcalini la ferriemoglobina si trasformi in ossiemoglobina come era sostenuto in quell'epoca. Subito dopo con fini metodi chimico–fisici, stabilisce che la ossiemoglobina trasformandosi per effetto degli acidi in ferriemoglobina perde metà dell'ossigeno dissociabile, dando la prima dimostrazione che la ferriemoglobina contiene la metà dell'ossigeno dell'ossiemoglobina. Questi dati, subito confermati da numerosi autori in Italia ed all'Estero, e oggi universalmente accettati, sono entrati a far parte del patrimonio di nozioni generali della Chimica Biologica. Infine partendo dalle note ricerche del suo Maestro Bottazzi, col quale ha attivamente collaborato su questo argomento per vari anni, esegue un gruppo di lavori sulle proteine muscolari giungendo all'interessante conclusione dell'esistenza nel muscolo di due proteine diverse sia per struttura chimica, sia per attività biologica. Questi concetti ulteriormente sviluppati ed estesi sull'azione della veratrina sulle curve di contrazione muscolare, vengono esposti in modo mirabile in due vaste e complete monografie pubblicate sullo Zeitschrift für Biologie. Ai muscoli dedica ancora numerose ricerche come quelle sulle differenze dei muscoli bianchi e rossi, sul contenuto in acqua, in azoto totale ed estrattivo, in acido fosforico, in grassi, in colesterolo, che sono le prime della letteratura. Tutti questi studi

ed altri riguardanti le proteine muscolari degli invertebrati, formano oggetto di una brillante relazione sulla *Imbibizione dei muscoli e teorie sulla contrazione muscolare* tenuto all'XI Congresso Internazionale di Fisiologia del 1932 ad Edimburgo.

Devo infine ricordare le ricerche sullo stato di alcuni ioni, come il potassio, il calcio, il magnesio nel muscolo, ricerche che hanno per la prima volta dimostrato che una parte di questi elementi si trova nel muscolo in forma non ultrafiltrabile e cioè saldamente legata alle proteine muscolari.

Un altro campo di ricerca che ha appassionato Gaetano Quagliariello è stato quello del metabolismo dei lipidi. Applicando la tecnica di Warburg con tessuti sopravviventi dimostra che il Q. R. del tessuto adiposo di animali in rialimentazione è nettamente superiore sia a quello di animali normali, sia a quello di animali tenuti a digiuno, questa costituisce la prima prova a favore della ipotesi che la trasformazione dei glucidi in lipidi si verifica anche nell'interno delle cellule del tessuto adiposo.

Questo primo brillante risultato l'entusiasma e, intuendo d'aver trovato una via per chiarire le complesse reazioni enzimatiche che si svolgono nel tessuto adiposo, dedica a queste ricerche molti anni di febbrile lavoro. Nel 1930 scopre nel tessuto adiposo l'esistenza di una lipasi che agisce sui trigliceridi superiori ed inferiori e nel 1932 identifica nello stesso tessuto una deidrogenasi attiva sugli acidi grassi, ma inattiva sui loro esteri. Questa fondamentale osservazione, convalidata da altre fatte dai suoi allievi sotto la sua guida diretta, lo portano a formulare la teoria, oggi universalmente accettata, che la mobilitazione del grasso di deposito avviene dopo idrolisi dei trigliceridi e successiva deidrogenazione enzimatica degli acidi grassi. Secondo Quagliariello anche il processo inverso, cioè la penetrazione del grasso nelle cellule del tessuto adiposo avviene con meccanismo analogo.

Questi concetti si devono considerare come punto di partenza di tutta la moderna Biochimica dei lipidi.

Ma il Quagliariello è stato anche uno dei più attivi pionieri nel campo dell'alimentazione, scienza ancora giovane, ma già oggi in pieno e rigoglioso sviluppo. A nostro avviso possiamo far risalire l'inizio dell'attività di Quagliariello in questo settore al 1912 quando affronta il problema dell'utilizzazione e del metabolismo delle proteine negli organismi animali dimostrando che alcune proteine, come la sieroproteina, sono incapaci a mantenere l'equilibrio azotato nell'organismo contrariamente a quanto era allora sostenuto dalla maggior parte dei Biologi che consideravano la proteina del siero come la sorgente fisiologica di azoto per i tessuti viventi.

Se si pensa che in quell'epoca poco o niente si conosceva sulla forma ed il modo con il quale le sostanze proteiche venivano assorbite e quindi utilizzate dai tessuti, si comprende l'importanza dei risultati di queste prime ricerche di Quagliariello.

Dei problemi inerenti all'alimentazione ha continuato poi ad occuparsi con passione ed entusiasmo fino agli ultimi anni della sua carriera, studi suoi e dei suoi allievi sulla composizione chimica degli alimenti, sul meta-

bolismo di base degli Italiani, sullo stato di nutrizione dei bambini delle scuole elementari italiane, sulla alimentazione della donna in gravidanza ecc. sono ricchi di dati originali ed interessanti e costituiscono altrettanti capitoli di questa nuova ed affascinante disciplina.

Ma l'attività di Quagliariello in questo settore non si è limitata ai soli contributi sperimentali. Il lato sociale del complesso problema dell'alimentazione lo appassiona. Attraverso conferenze, scritti di divulgazione e di aggiornamenti si prodiga per rendere comprensibile al gran pubblico i più importanti concetti sull'alimentazione, contribuendo in modo decisivo allo sviluppo sociale di questo importante problema purtroppo tanto a lungo ignorato e trascurato nel nostro Paese.

Relatore alla XIV Riunione della Società Italiana per il Progresso delle Scienze, tenutasi a Perugia nel 1927, solleva per la prima volta il problema della deficienza qualitativa dell'alimentazione umana; illustra in seguito, al II Congresso Italiano di Genetica ed Eugenica, tenutosi a Roma nel 1929, l'influenza fondamentale dell'alimentazione sulla riproduzione e sui caratteri della prole. Al Congresso Volta riferisce i suoi dati sul metabolismo di base degli Italiani, studio che rappresenta la prima ricerca sistematica al riguardo eseguita in Italia con larghi mezzi e su vasta scala.

Relatore ufficiale al XVI Congresso Internazionale di Fisiologia di Zurigo, parla sui problemi dell'alimentazione popolare ed al II Congresso Internazionale di Igiene alimentare, sulla organizzazione sociale dell'Igiene alimentare in Italia. Di grandissimo interesse dal punto di vista statistico sono le inchieste da lui condotte per conto della Commissione dell'Alimentazione del CNR (e particolarmente quelle sulle colonie marine) e quelle sullo stato di nutrizione degli alunni delle scuole comunali eseguite subito dopo la guerra su più di tremila soggetti che costituiscono uno dei pochi e purtroppo tristi documenti scientifici della deficienza alimentare verificatasi nel nostro Paese per effetto della guerra.

La grande attività nel campo dell'alimentazione lo porta a fondare nel 1943 insieme a Bottazzi, Niceforo e Visco i «Quaderni della Nutrizione». A questa rivista, nella quale vengono riportati i più completi contributi sperimentali nel campo dell'alimentazione eseguiti in Italia, ha continuato a dare la sua opera direttiva fino agli ultimi giorni della sua vita.

Quagliariello non fu solo un grande scienziato, un ricercatore instancabile e geniale, ma fu anche un grande Maestro. Grande e vero Maestro infatti è soprattutto colui che col continuo contatto coi giovani stabilendo quella comunione di spiriti, quell'intesa d'intenti e di ideali che suscitano negli animi l'entusiasmo sano e bruciante per la ricerca del vero e del nuovo, plasma gli animi, li fa migliori, li fortifica e li rende degni delle più alte e nobili aspirazioni.

Non posso infine non ricordare il contributo che Egli ha dato al progresso della Scienza e della cultura come autore di trattati e di monografie. Scrittore forbito, critico profondo, i suoi scritti hanno uno stile chiaro ed incisivo, sono densi di pensieri e ricchi di nozioni: dal *trattato di Fisiologia*

del Tigerstedt che ha tradotto ed ampliato, rifacendone interi capitoli, al suo libro di *Chimica Biologica* che rappresenta una delle più complete ed aggiornate opere che possediamo e sul quale tanti giovani si sono formati ed hanno imparato a conoscere ed apprezzare questa nostra scienza, al suo volume sulla *Scienza dell'Alimentazione*, agli studi monografici, come quello sui Molluschi pubblicato nel trattato *Handbuch der vergleichenden Physiologie* e quello sull'emocianina pubblicato da « Naturwissenschaften ».

Né tanta attività scientifica e didattica gli impediscono di portare la sua grande autorità in vari consessi amministrativi. Ha fatto parte per diversi anni del Consiglio di Amministrazione della Università di Napoli, è stato Preside della Facoltà di Farmacia e poi Rettore, è stato Membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione dove ha difeso efficacemente gli interessi delle Scienze sperimentali e in particolare della Biochimica e contribuito grandemente con la sua opera al riconoscimento di questa disciplina fra le materie fondamentali per l'insegnamento della Medicina e Chirurgia. Al Senato della Repubblica con un suo incisivo discorso su « Questioni Universitarie » ha illustrato e discusso il grave problema della difficile situazione nella quale si trovava l'insegnamento universitario e la ricerca scientifica per effetto della guerra additando la strada da seguire per una pronta e sicura rinascita. Designato dai Biologi Italiani successe al suo Maestro Filippo Bottazzi come segretario generale della Società Italiana di Biologia Sperimentale, è stato per vari anni amato Presidente della Società Italiana di Biochimica.

Numerose Accademie Italiane e straniere hanno avuto l'onore di averlo come Socio. È stato accademico pontificio, socio della nostra Accademia dal 1930 al 1935 come corrispondente, e dal 1935 come Nazionale, socio della Deutsche Akademie der Naturforscher (Halle), della Società Nazionale delle Scienze, Lettere e Arti di Napoli, Corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Torino, di Bologna e dell'Accademia Medica di Roma, della Società di Medicina e Chirurgia di Perugia e di Catania « Officier d'Academie », è stato insignito dal Ministro della Pubblica Istruzione della Medaglia d'Oro per la scuola, la cultura e l'arte.

Tuttavia in Quagliariello i meriti dello scienziato e le benemerenze di cittadino pur così notevoli divengono forse ben poca cosa di fronte alle sue qualità umane. Colpito duramente nei suoi più cari affetti familiari con la morte di due amatissimi fratelli, con slancio spotaneo e generoso si assume il grave compito della guida della Famiglia e i nipoti trovano in lui un nuovo Padre affettuoso e vigile.

Modesto, schivo di onori e di pompe, silenzioso e pur dotato di un grande calore affettivo, Egli è stato profondamente amato dai suoi allievi. E non solo da quelli che, come chi vi parla, hanno avuto con lui più stretti e più lunghi vincoli spirituali, ma anche dalle diecine e diecine di studiosi, Medici e Chimici, che hanno seguito il suo insegnamento e frequentato il suo Istituto. E tanto spesso mi capita di incontrare e ritrovare questi cari compagni di tempi passati e con loro ricordare con emozione e rimpianto gli anni tra-

scorsi nell'Istituto di Biochimica di Napoli quando l'ansia della ricerca scientifica, vissuta in pura onestà di intenti, affratellava i più giovani ai meno giovani sotto l'occhio benevolo del Maestro.

Profondamente religioso ha accettato la morte con cristiana rassegnazione, con pacata serenità come colui che guardando a ritroso mira pago il lungo cammino percorso di una vita luminosa senza ombre né mezze luci tutta spesa nel bene per gli altri solo dando e nulla chiedendo.

Nel dolore profondo ed ancora vivo per la sua dipartita come per ogni cosa grande che tramonta ci sia di conforto il pensiero che la parte più bella e più nobile dell'anima sua resterà per sempre viva ed operante tra noi se sapremo, come Lui fece, trasfondere nei giovani quel che Lui ci ha donato nell'alterna vicenda di ciò che muore e finisce, e di ciò che è destinato a rivivere per non mai più perire.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Socio anziano Giuseppe Levi chiede di essere dispensato dalla presidenza e analoga richiesta è formulata dal Socio Crocco che segue nell'ordine di anzianità il prof. Levi. La presidenza viene pertanto assunta, secondo il suddetto ordine, dal Socio Cassinis.

Il prof. Cassinis, dopo aver comunicato che il Presidente Giordani non è potuto intervenire alla presente seduta, è lieto di informare la Classe che le sue condizioni di salute sono molto migliorate e, a nome di tutti i Colleghi, formula il sincero ed affettuoso voto che il Presidente possa riprendere ben presto la sua fervida attività.

Il Socio Severi, impossibilitato a prender parte all'adunanza, ha fatto pervenire il suo ringraziamento per il gradito messaggio d'augurio inviatogli dalla Classe in occasione della seduta del 10 gennaio.

Il Presidente, prima di invitare il Collega Rossi–Fanelli a commemorare il compianto Socio Gaetano Quagliariello, ne ricorda con commosse parole la nobile figura di scienziato e di uomo.

Comunica poi che alla cerimonia hanno dato la loro adesione S. E. il Cardinale Castaldo, Arcivescovo di Napoli, S. E. Mons. Demetrio Moscati, Arcivescovo di Salerno, S. E. Padre Gemelli, il Ministro della Sanità prof. Monaldi, il dott. Di Domizio, Direttore Generale dell'Istruzione Superiore, il Prefetto di Salerno, il Socio Clementi, il prof. Boeri dell'Università di Ferrara, il prof. Cedrangolo dell'Università di Napoli, il prof. Saviano dell'Università di Modena, il prof. Moruzzi dell'Università di Bologna e il prof. Baccari dell'Università di Firenze.

Il Vicepresidente Arangio–Ruiz ha pregato il Socio Cassinis di rendersi interprete dei sentimenti di adesione della Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche e sua personale.

Sono presenti i familiari del Socio Quagliariello e numerosi amici e discepoli, nonché il dott. Messina, Ispettore del Ministero della P. I., in rappresentanza del Direttore Generale dell'Istruzione Superiore dott. Di Domizio, e della Direzione stessa.

Il Socio Rossi–Fanelli pronuncia l'orazione commemorativa.

Il Presidente, dopo aver ringraziato l'oratore per le sue elevate parole, rinnova ai familiari del prof. Quagliariello l'espressione del più vivo cordoglio dell'Accademia per la perdita dell'illustre Collega.

COMUNICAZIONI VARIE

Il Presidente porge il cordiale saluto della Classe e suo personale al prof. Miroslaw Krzyzansky dell'Università di Cracovia, che assiste all'adunanza. Comunica poi che il Premio Internazionale per le Comunicazioni «Cristoforo Colombo» 1959 è riservato alle telecomunicazioni e verrà solennemente con-

ferito nella ricorrenza del «Columbus day» (12 ottobre), durante le celebrazioni che la città di Genova indice ogni anno in tale occasione.

Le segnalazioni motivate delle persone o degli Enti che siano ritenuti meritevoli del citato Premio, in considerazione del lavoro scientifico e tecnico svolto nell'ultimo quadriennio, non sono legate alla nazionalità dell'istituzione proponente e debbono pervenire entro il 30 giugno 1959 alla Presidenza del Consiglio Nazionale delle Ricerche per essere sottoposte all'apposita Commissione giudicatrice, presieduta dallo stesso Presidente del C.N.R.

PRESENTAZIONE DI NOTE E MEMORIE

Presentano Note per la pubblicazione nei Rendiconti i Soci: Chiarugi, Tonzig, D'Ancona, Andreatta, Caloi, Finzi, Boaga, Quilico, Solaini, Perucca, Picone, Bonino e Caglioti.

Il Socio Stefanelli presenta una Memoria di G.M. Baffoni dal titolo: «Corpi cromatoidi, eterocromosomi e cromatina sessuale in crostacei decapodi».

Per l'esame della suddetta Memoria, viene nominata una Commissione composta, oltre che dal predetto Socio Stefanelli, dai Colleghi Cotronei e Grandi.

Viene letto l'elenco delle Note pervenute alla Cancelleria. Le seguenti Note saranno pubblicate in fascicoli successivi:

Cambi L. e Paglia E. – Sui cianuri complessi derivati per ossidazione del Co^{II}–pentacianuro (pres. dal Socio L. Cambi).

Salvetti O. – Osservazioni sulla configurazione elettronica dello ione complesso $[Pd(CN)_4]$ (pres. dal Socio G. B. Bonino).

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Carobbi, anche a nome dei Colleghi Vardabasso e Fenoglio, legge la relazione sulla Memoria di G. Cocco e G. Pecorini dal titolo: «Osservazioni sulle bauxiti della Nurra (Sardegna nord–occidentale)».

Messa ai voti, la suddetta relazione, che conclude proponendo la pubblicazione del citato lavoro nelle Memorie accademiche, viene approvata alla unanimità.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Presidente presenta il fascicolo N. 6 (dicembre 1958) dei Rendiconti, mettendo in evidenza come il lieve ritardo nell'uscita della pubblicazione sia compensato dal numero veramente notevole di lavori, la cui stampa ha richiesto ben 170 pagine. Conclude compiacendosi con i Segretari Accademici e con gli Uffici che hanno curato la pubblicazione stessa.

Illustra poi brevemente il volume primo dell'opera di B. Menkes dal titolo: «Cercetări de embriologie experimentală». Il Segretario Accademico presenta infine le altre pubblicazioni inviate in omaggio all'Accademia.

CONGRESSI

Il Socio Montalenti, anche a nome dei Colleghi Califano, Chiarugi e D'Ancona, riferisce in merito all'organizzazione del prossimo Convegno sul tema «Evoluzione e Genetica». Si sono già avute numerose adesioni di scienziati italiani e stranieri e si è pertanto potuto già predisporre un programma di massima dello svolgimento dei lavori.

Il Socio Montalenti conclude, esprimendo i più vivi ringraziamenti al prof. Giordani e al Collega Califano che, nelle loro rispettive qualità di Presidente del Consiglio Nazionale delle Ricerche e di Presidente del Comitato per la Biologia e la Medicina del Consiglio stesso, hanno munificamente stanziato i mezzi finanziari necessari per lo svolgimento del Convegno.

Il Presidente ringrazia il Collega Montalenti ed esprime il suo più sincero augurio perché l'importante manifestazione internazionale sia coronata dal successo che indubbiamente merita.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 14 febbraio 1959

Biohimija i fiziologija rastenij. Sbornik naučnyh rabot. Minsk, Izdatel'stvo Akademii Nauk BSSR, 1958. Pp. 298, in–8°, con figg.

CASELLI Vincenzo. — *Espressione analitica di tutti i numeri primi dispari*. Firenze, Casa Ed. Felice Le Monnier, 1958. Pp. 19, in–8°.

GOLUB T. E. — Vedi: LUPINOVIC I. S. i GOLUB T. E.

INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON MACROMOLECULAR CHEMISTRY HELD UNDER THE AUSPICES OF THE INTERNATIONAL UNION OF PURE AND APPLIED CHEMISTRY. PRAGUE. SEPTEMBER 1957. – *Lectures*. Prague, Czechoslovak Chemical Society, 1957. Pp. 306, in–8° (Special Issue of the Collection of Czechoslovak Chemical Communications, vol. XII, 1957).

Klucze do Oznaczania Owadów Polski. Fasc. XIX: *Coleoptera*, n. 50–51: *Byrrhidae Nosodendridae*. Warszawa, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1958. Pp. 30, in–8°, con figg.

LUPINOVIC I. S. i GOLUB T. F. — *Torfiano–bolotnye počvy BSSR i ih plodorodie. Izdanie vtoroe pererabotannoe i dopolnennoe*. Minsk, Izdatel'stvo Akademii Nauk BSSR, 1958. Pp. 316, in–8°, con tavv.

MAHNAC A. S. — *Drevnepaleozojskie otloženija Belorussii*. Minsk, Izdatel'stvo Akademii Nauk BSSR, 1958. Pp. 228, in–8°, con tavv.

Materialy V Soveščanija po ljuminescencii (kristallofosfory). Tartu, 25–30 ijunja 1956 g. Tartu, Akademija Nauk Éstonskoj SSR, 1957. Pp. 391, in–8°, con tavv.

MENKES B. — *Cercetări de embriologie esperimentală*. Vol. I. [București], Editura Academiei Republicii Populare Romîne, 1958. Pp. 807, in–4°, con tavv.

METTE Alexander, MISGELD Gerhard und WINTER Kurt. — *Der Arzt in der sozialistischen Gesellschaft*. Berlin, Akademie Verlag, 1958. Pp. 92, in–8°.

MINISTERO DEI LAVORI PUBBLICI. COMMISSIONE PER LO STUDIO IDROLOGICO DEL LAGO TRASIMENO. – *Relazione preliminare*. Roma, Ministero dei Lavori Pubblici, 1958. Pp. 95, in–8°, con grafici, fotografie e 1 carta

MISGELD Gerhard. – Vedi: METTE Alexander, MISGELD Gerhard und WINTER Kurt.

OSVALDS V. — *Trigonometric parallaxes of fifty stars determined by photography with the McCormick 26–inch refractor*. Estr. da « Astronomical Journal », vol. LXII, 1957, n. 8.

Reports of the Swedish Deep–Sea Expedition 1947–1948. Vol. VIII: *Sediment Cores from the Mediterranean Sea and the Red Sea*. Fasc. I. Göteborg, Göteborgs Kungl. Vetenskaps och Vitterhets–Semhälle, 1958. Pp. 136, in–4°, con tavv.

Research and use of clays. Brief summary of reports made at the Conference in Lvov on May 27–June 7, 1957. Lvov, University Publishing House, 1958. Pp. 36, in–8° (Ivan Franko State University of Lvov).

Sapropely i ih ispol'zovanie (Po materialam Konferencii po sapropeljam 1956 g). Minsk, Izdatel'stvo Akademii Nauk BSSR, 1956. Pp. 130, in–8°.

Sixty Years of the Japan Society of Mechanical Engineers 1897–1957. [Tokyo], Isme, [1958]. Paginaz. varia, in–8°.

SOK–HEANG SUN. — *L'hémoglobine E au Cambodge*. Paris, École Française d'Extrême Orient, 1958. Pp. 77, in–8°, con figg. (Publications hors série de l'École Française d'Extrême Orient).

SYMPOSIUM ON THE STRESS MEASUREMENT FOR BRIDGE AND STRUCTURES. DECEMBER 1957. — *Proceedings*. Compiled by Japan Society of Civil Engineers and Architectural Institute of Japan. Tokyo,

Japan Society for the Promotion of Science, 1957. Pp. 6 n.n. – 189, in–8°, con figg.

THALMANN Hans E. — *Bibliography and index to new geners, species and varieties of Foraminifera for the year 1955*. Estr. da « Journal of Paleontology », vol. XXXII, 1958, n. 4.

THOR PENG-THONG. — *La thalassémie au Cambodge*. Paris, École Francaise d'Extrême Orient, 1958. Pp. 67, in–8°, con figg. (Publications hors série de l'École Française d'Extrême Orient).

TRENER Giovanni Battista. — *Scritti geografici e geologici*. Memorie scientifiche raccolte e ristampate a cura dei professori A. Bianchi, G. B. Dal Piaz, G. Morandini ... e G. Dalla Fior, M. Ferrari, V. Marchesoni, L. Tomasi. Vol. I e II. Trento, Museo di Storia Naturale della Venezia Tridentina, 1957. Voll. 2, in–8°, con figg. (Studi Trentini di Scienze Naturali, a. XXXIV, nn. 1–2).

VINOKUROV E. F. – *Metody rascetov osnovanij i fundamentov. Promyšlennoe i grazdanskoe stroitel'stvo*. Minsk, Izdatel'stvo Akademii Nauk Belorusskoj SSR, 1958. Pp. 254, in–8°.

WENGER Paul E. — *À propos de quelques aspects de la science*. Genève, Librarie de l'Université Georg. et C.ie S. A., 1956. Pp. 21, in–8° (Publications de l'Université de Genève).

WINTER Kurt. — Vedi: METTE Alexander, MISGELD Gerhard und WINTER Kurt.

A. SIGNORINI e G. COTRONEI.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Seduta del 14 marzo 1959

Presiede il Socio G. CASSINIS

NOTE DI SOCI

Gasdinamica transonica. — *Sul flusso transonico con onda d'urto attaccata* ($M_\infty < 1$); *caso del moto stazionario.* – II. *Singolarità nel piano odografico* (*). Nota (**) del Corrisp. CARLO FERRARI.

1. INTRODUZIONE. – In una Nota precedente pubblicata col medesimo titolo in questi « Rendiconti » avevo dimostrato che nel flusso transonico attorno a un profilo alare con onda d'urto attaccata ($M_\infty < 1$) il punto A_f del profilo da cui l'onda parte è punto di *indeterminazione* per la derivata della velocità nella direzione normale alla parete lambita, mentre la derivata della velocità stessa nella direzione di questa presenta un infinito logaritmico. Scopo di questa breve Nota è di ricavare quale comportamento deve presentare corrispondentemente la funzione di corrente del campo nel punto $A_{0,2}$ del piano odografico, che è omologo al punto A_f del piano fisico; la ricerca ha interesse per una soluzione numerica del problema della determinazione (in grande, non puramente locale) del flusso con onda d'urto attaccata.

2. COMPORTAMENTO DELLA FUNZIONE DI CORRENTE NEL PUNTO $A_{0,2}$. – Siano: ψ la funzione di corrente; U e V le componenti della velocità nella direzione dell'asse x (tangente al profilo in A_f), e nella direzione del-

(*) La presente ricerca è stata fatta in parte sotto il patrocinio dello Air Research and Development Command, United States Air Force (contratto AF 61 [514] – 1124) attraverso l'Ufficio Europeo, A.R.D.C.

(**) Presentata nella seduta del 14 marzo 1959.

l'asse y; ρ_c e V_c rispettivamente la densità critica e la velocità critica. Si pone

$$(1) \qquad \tau = \frac{U - V_c}{V_c} \quad ; \quad \theta = \operatorname{arctg} \frac{V}{U} \quad ; \quad \psi = \rho_c V_c \bar{\psi} ;$$

si ricava

$$(2) \qquad \begin{cases} \dfrac{1}{V_c}\dfrac{\partial U}{\partial x} = -\dfrac{\dfrac{\partial \bar{\psi}}{\partial \theta} + 2\theta \dfrac{\partial \bar{\psi}}{\partial \tau}}{\left(\dfrac{\partial \bar{\psi}}{\partial \tau}\right)^2 - \tau(\gamma+1)\left(\dfrac{\partial \bar{\psi}}{\partial \theta}\right)^2} ; \\ \dfrac{1}{V_c}\dfrac{\partial U}{\partial y} = \dfrac{\dfrac{\partial \bar{\psi}}{\partial \tau} - \theta \dfrac{\partial \bar{\psi}}{\partial \theta}}{\left(\dfrac{\partial \bar{\psi}}{\partial \tau}\right)^2 - \tau(\gamma+1)\left(\dfrac{\partial \bar{\psi}}{\partial \theta}\right)^2} \end{cases}$$

che per $\theta = 0$ dànno

$$(2') \qquad \begin{cases} \dfrac{1}{V_c}\dfrac{\partial U}{\partial x} = -\dfrac{(\bar{\psi}_\theta)_0}{(\psi_\tau)_0^2 - (\gamma+1)\tau(\psi_\theta)_0^2} ; \\ \dfrac{1}{V_c}\dfrac{\partial U}{\partial y} = \dfrac{(\bar{\psi}_\tau)_0}{(\bar{\psi}_\tau)_0^2 - \tau(\gamma+1)(\bar{\psi}_\theta)_0^2} \end{cases}$$

in cui l'indice *zero* indica che i valori delle grandezze debbono essere calcolati per $\theta = 0$.

Poiché $\partial V/\partial x$ ha un infinito logaritmico per $\theta = 0$ e $\tau \to \tau_A$ (se τ_A è il valore di τ in $A_{0,2}$), mentre $\partial V/\partial y$ è in A_f indeterminato si deduce

$$(\bar{\psi}_\tau)_0 = 0 \quad ; \quad (\bar{\psi}_\theta)_0 = 0 \qquad \text{per} \quad \tau = \tau_A ;$$

mentre $\dfrac{(\bar{\psi}_\tau)_0}{(\bar{\psi}_\theta)_0^2}$ deve essere *finito, non nullo,* ed avere un valore diverso a seconda della retta del piano odografico su cui si tende ad $A_{0,2}$.

In prossimità di $A_{0,2}$ si ha di conseguenza

$$(2'') \qquad \begin{cases} \dfrac{1}{V_c}\dfrac{\partial U}{\partial x} = -\dfrac{(\bar{\psi}_\theta)_0}{-(\gamma+1)\tau(\psi_\theta)_0^2} = \dfrac{1}{\gamma+1}\dfrac{1}{\tau(\psi_\theta)_0} \\ \dfrac{1}{V_c}\dfrac{\partial U}{\partial y} = \dfrac{(\bar{\psi}_\tau)_0}{-\tau(\gamma+1)(\psi_\theta)_0^2} . \end{cases}$$

La $\bar{\psi}$ ha il comportamento prescritto se nell'intorno di $A_{0,2}$ si riduce alla

$$(3) \qquad \bar{\psi} = \mathfrak{A}_1 \frac{\tau\theta}{\log[(\tau - \tau_A)^2 + \theta^2]} + \mathfrak{A}_2 \int_{\tau_A}^{\tau} \frac{d\tau_1}{\{\log[(\tau_1 - \tau_A)^2 + \theta^2]\}^2} + \mathfrak{S}(\tau, \theta)$$

in cui la $\mathfrak{S}(\tau, \theta)$ è una funzione che si annulla colle sue derivate prime per $\theta = 0$; $\tau = \tau_A$ *più rapidamente* che le corrispondenti derivate dei primi

termini a secondo membro, mentre $\mathcal{A}_1$ e $\mathcal{A}_2$ sono opportune costanti. In effetto, nell'intorno di $A_{o,2}$, la (3) dà

$$(4) \qquad \bar{\psi}_\theta \approx \mathcal{A}_1 \frac{\tau}{\log[(\tau-\tau_A)^2+\theta^2]} \quad ; \quad \bar{\psi}_\tau \approx \frac{-\mathcal{A}_1 \tau \operatorname{sen}\varphi\cos\varphi + \mathcal{A}_2}{\{\log[(\tau-\tau_A)^2+\theta^2]\}^2}$$

essendo

$$(5) \qquad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{\theta}{\tau-\tau_A} .$$

Ne risulta

$$(6) \qquad \begin{cases} \dfrac{1}{V_c}\dfrac{\partial U}{\partial x} = \dfrac{1}{\gamma+1}\dfrac{1}{\tau_A^2}\dfrac{\log[(\tau+\tau_A)^2+\theta^2]}{\mathcal{A}_1} \\ \dfrac{1}{V_c}\dfrac{\partial U}{\partial y} = -\dfrac{1}{\gamma+1}\dfrac{1}{\tau_A^2}\dfrac{\mathcal{A}_2-\mathcal{A}_1\tau_A\operatorname{sen}\varphi\cos\varphi}{\mathcal{A}_1^2} . \end{cases}$$

La seconda delle (6) dà il carattere indeterminato della $\partial V/\partial y$ a seconda della direzione secondo cui si tende ad A_f. Poiché è poi, sulla linea di corrente $\psi = 0$ che corrisponde al profilo,

$$(7) \qquad dx = (\gamma+1)\,\tau\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\tau}d\tau \approx \mathcal{A}_1(\gamma+1)\frac{\tau_A^2}{2\log(\tau-\tau_A)}d\tau$$

si ricava

$$x = \mathcal{A}_1\frac{\gamma+1}{2}\tau_A^2\, li\,(\tau-\tau_A)$$

indicando con il simbolo *li* la funzione *integral-logaritmo*. Per piccoli valori di $\tau-\tau_A$ si può porre

$$li\,(\tau-\tau_A) \approx \frac{\tau-\tau_A}{\log(\tau-\tau_A)}$$

di guisa che risulta

$$x \approx \mathcal{A}_1\frac{\gamma+1}{2}\tau_A^2\frac{\tau-\tau_A}{\log(\tau-\tau_A)}$$

da cui

$$\tau-\tau_A = \frac{x}{-\mathcal{A}_1\dfrac{\gamma+1}{2}\tau_A^2}\,[-\log(\tau-\tau_A)] ;$$

$$\log(\tau-\tau_A) = \log x - \log\left[-\mathcal{A}_1\frac{\gamma+1}{2}\tau_A^2\right] + \log[-\log(\tau-\tau_A)] =$$
$$= \log x\,(1+\cdots)$$

in cui i termini non scritti *tendono a zero col tendere di x a zero*. Si ricava perciò:

$$\frac{1}{V_c}\frac{\partial U}{\partial x} = \text{cost.}\,(\log x + \cdots)$$

che corrisponde al comportamento richiesto per la $\partial V/\partial x$.

Il risultato espresso dalla (3) mette bene in evidenza la difficoltà gravissima, che deve essere superata per determinare sul piano dell'odografo il flusso attorno ad un profilo con curvatura continua e con onda d'urto attaccata.

Geofisica. — *Sulla determinazione della densità media del Geoide per mezzo di gravità osservate a latitudini diverse.* Nota (*) del Socio Giovanni Boaga.

Nella fondamentale Memoria di C. Somigliana *Sul campo gravitazionale dell'ellissoide di rotazione* (1) è riportata la seguente formula:

$$(1) \qquad \frac{1}{b}\cdot g = A\sqrt{1 + i^2\cos^2\varphi} + \frac{B}{\sqrt{1 + i^2\cos^2\varphi}}$$

dove:

$$A = A_1\cdot\rho + A_2$$

con

$$(2) \qquad A_1 = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot\varepsilon \quad , \quad A_2 = \frac{2}{3}\cdot\frac{w^2}{(3 + i^2)\cdot\Psi(i) - 1}$$

e

$$(3) \qquad B = -2w^2\cdot\frac{(1 + i^2)\cdot\Psi(i)}{(3 + i^2)\cdot\Psi(i) - 1}$$

essendo: ρ la densità media del Geoide ellissoidico di rotazione, ε la costante gravitazionale, w la velocità angolare del pianeta, i la sua eccentricità aggiunta, definita dalla

$$i^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

con a, b semiassi equatoriale e polare rispettivamente, g gravità alla latitudine φ.

La funzione $\Psi(i)$ è così definita:

$$(4) \qquad \Psi(i) = \frac{1}{i^3}(i - \text{arc tang } i) = \sum_0^\infty{}_n \frac{(-1)^n}{2n + 3}\cdot i^{2n} = \frac{1}{3} - \frac{i^2}{5} + \frac{i^4}{7} - \frac{i^6}{9} + \cdots$$

Assumendo per a ed α (schiacciamento) i valori dell'ellissoide terrestre adottato dalla Unione Geodetica e Geofisica Internazionale:

$$(5) \qquad a = 6\ 378\ 388\ \text{m} \qquad \alpha = \frac{1}{297}$$

risultano:

$$(6) \qquad \begin{cases} b = a(1 - \alpha) = 6\ 356\ 912\ \text{m} \\ i^2 = 0{,}006.768.170\ \ldots \end{cases}$$

(*) Presentata nella seduta del 14 marzo 1959.

(1) Cfr. «Memorie della Società Astronomica Italiana», Vol. IV, da p. 425 a p. 469.

e successivamente:

$$i^4 = 0{,}000.045.808\ldots$$

$$i^6 = 0{,}000.000.310\ldots$$

$$i^8 = 0{,}000.000.000\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Da qui la *rapida* convergenza della serie (4).

I coefficienti della (1) contengono soltanto la costante geometrica i, ossia essi sono indipendenti dai valori assoluti degli assi.

La (1) [2], che fino ad oggi è stata utilizzata per determinare i valori teorici (o normali) delle gravità alle latitudini φ, si presta assai bene – come proveremo – note che siano le *gravità osservate* in località (*stazioni*) di note latitudini e di note altezze sul livello del mare, a *determinare la densità media del Geoide tenendo conto della sua forma ellissoidica e della forza centrifuga.*

Risolvendo la (1) rispetto ρ e svolgendo in serie i radicali in essa presenti, si perviene facilmente alla:

$$(7)\qquad \rho = \frac{g(\varphi)}{b\cdot A_1}\cdot\sum_0^\infty{}_n\,(-1)^n\cdot\frac{2n-1}{2^n}\cdot i^{2n}\cdot\cos^{2n}\varphi - \frac{A_2}{A_1} - \frac{B}{A_1}\cdot\sum_0^\infty{}_n\,(-1)^n\cdot i^{2n}\cdot\cos^{2n}\varphi$$

e sinteticamente alla:

$$(8)\qquad \rho = g(\varphi)\cdot M(\varphi) - N(\varphi)$$

dove per brevità è stato posto:

$$(9)\qquad M(\varphi) = \frac{1}{bA_1}\left(1 - \alpha_1\cos^2\varphi + \alpha_2\cos^4\varphi - \alpha_3\cos^6\varphi + \cdots\right)$$

$$(10)\qquad N(\varphi) = \frac{A_2}{A_1} + \frac{B}{A_1}\left(1 - \beta_1\cos^2\varphi + \beta_2\cos^4\varphi - \beta_3\cos^6\varphi + \cdots\right)$$

con

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}i^2 \qquad \beta_1 = i^2$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{8}i^4 \qquad \beta_2 = i^4$$

$$\alpha_3 = \frac{5}{16}i^6 \qquad \beta_3 = i^6$$

$$\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots$$

(2) Essa si riduce alla formula comunemente usata considerando in prima approssimazione la Terra come sferica e non rotante, e quindi con eguali i semiassi a, b ed eguali le gravità all'equatore ed al polo.

TABELLA

Stazione	latitudine	longitudine E di Gr.	quota	gravità osservata g	gravità ridotta g_0
			m	gal	gal
Sabine Is	74°32',3	— 19°00',0	8	982,886	982,888
Hammerfest	70 39,7	23 41,1	16	,631	,636
Bodö	67 16,8	14 23,7	13	,386	,390
Oslo	59 55,1	10 46,6	31	981,927	981,957
Uccle	50 48,1	4 21,5	102	,112	,143
Monaco	48 10,0	11 30,3	511	980,745	980,903
Roma	41 51,5	11 29,7	49	367	,382
Nagoya	35 09,2	136 58,3	53	979,744	979,760
S. Bartolomeo (I. Canarie)	27 55,0	— 15 36,0	895	,229	,505
Bända	25 28,7	80 19,9	128	978,943	978,983
Abu Hamad	19 32,0	33 19,9	339	,538	,643
Kartoum	15 36,6	32 32,9	383	,308	,426
Assab	13 00,5	42 44,8	8	,335	,337
Argao	9 53,0	123 35,8	5	,236	,238
Colombo	6 56,0	79 49,4	7	,137	,139
Singapore	1 18,3	103 49,8	17	,085	,090
Midu	0 35,9	73 10,7	2	,104	,104
Equador	— 0 01,0	35 32,7	2755	977,265	978,115
Boeroeboudoer	— 7 36,4	110 12,1	266	978,184	,266
C. Town	— 33 56,0	18 29,0	16	979,650	979,655

Assumendo per i calcoli numerici i valori (5) per b ed i^2; $66{,}7\times10^{-9}$ per ε; $5{,}31747224\times10^{-9}$ per w^2; 3,14159265 per π, la (7) assume la seguente forma atta alla immediata applicazione numerica:

$$(11)\qquad \rho = 0{,}56304\,(1 - \alpha_1\cos^2\varphi + \alpha_2\cos^4\varphi)\cdot g\,(\varphi) - \\ - 7{,}08995\,(1 - \beta_1\cos^2\varphi + \beta_2\cos^4\varphi) + 7{,}07070$$

con

$$\alpha_1 = 0{,}00338\ldots \qquad \beta_1 = 0{,}00677\ldots$$
$$\alpha_2 = 0{,}00017\ldots \qquad \beta_2 = 0{,}00005\ldots$$
$$\alpha_3 = 0{,}00000\ldots \qquad \beta_3 = 0{,}00000\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots$$

Circa la *sensibilità numerica* della (11) osserviamo che una variazione di g di circa 16 mgal [3] comporta una variazione di ρ di 0,0001; pertanto attribuendo alla g messa in evidenza nella (11) un valore osservato, se l'altezza della stazione sul livello del mare è inferiore a 50 m, si può trascurare per la determinazione di ρ, a meno di una unità decimale del quarto ordine, la riduzione al livello del mare della gravità g (correzione in aria libera o di Faye).

Analoga incertezza naturalmente si ottiene nel caso di *anomalie gravimetriche* dello stesso importo.

Il contributo degli ultimi due termini dipendenti dalla rotazione del pianeta, quando la gravità che si considera varia dall'equatore al polo, assume valori compresi nell'intervallo $-0{,}0191 \cdots + 0{,}0284$, eppertanto tale contributo agli effetti della presente ricerca non è trascurabile.

Ciò posto, abbiamo estratto dai *Rapporti internazionali sulle misure di gravità* [4] n. 20 stazioni gravimetriche, osservate da diversi operatori, in epoche differenti, con apparati diversi ed a varie latitudini comprese nella fascia determinata dai paralleli 74° Nord e 34° Sud.

I valori delle gravità osservate e ridotte al livello del mare, per l'altezza H (espressa in metri), con la formula:

$$g_0 = g + \frac{2h}{R} \cdot g = g + 3086 \times H^{(m)}$$

i nominativi delle stazioni, le loro coordinate geografiche e le rispettive altezze sul livello del mare, sono riportate nella Tabella.

Con i valori delle gravità ridotte al livello marino (inseriti nell'ultima colonna della Tabella) utilizzando la (11) si sono ottenuti i seguenti venti valori per la *densità media del Geoide*:

1)	5,5172	8)	5,5171	15)	5,5174
2)	65	9)	97	16)	77
3)	64	10)	61	17)	77
4)	68	11)	76	18)	78
5)	76	12)	86	19)	82
6)	68	13)	78	20)	73
7)	70	14)	77		

a cui corrisponde il *valore medio*:

$$\rho = 5{,}5174 \pm 0{,}0002 \text{ (errore medio)}$$

praticamente coincidente con il valore **5,52** ricavato dalle esperienze ed accettato dalla Unione Geodetica e Geofisica Internazionale. Ricordiamo anzi che nella Memoria dell'Hopfner *Figur der Erde, Dichte und Druck im Erdinnern*

(3) 1 mgal = 0,001 Gal; 1 Gal = 1 cm sec^{-2}.

(4) Cfr. «Travaux de l'Association de Géodésie de l'U.G.G.I.», *Les mesures relatives de l'intensité de la pesanteur executées pendant les années 1922–1938* (E. SOLER) et 1948–1957 (G. BOAGA).

inserita nell'« Handbuch der Geophysik », Band 1, alla p. 286, troviamo i seguenti valori:

Braun	5,527
Boys	5,527
Thabert	5,520
Gutemberg	5,520
Prey	5,520
Richars	5,505
Poynting	5,493

a cui corrisponde mediamente il valore

$$\varrho = 5{,}516 \pm 0{,}005 \text{ (errore medio)}.$$

Abbiamo voluto mettere in evidenza questa determinazione per provare sotto un altro punto di vista la grande portata pratica della formula (1) del Somigliana.

Elettrochimica. — *Comportamento elettrodico di monocristalli di piombo.* Nota di ROBERTO PIONTELLI, GUIDO POLI e BRUNA RIVOLTA, presentata (*) dal Corrisp. R. PIONTELLI.

In una Nota precedente (1), sono stati riassunti i risultati di misure di sovratensione di elettrodi, anche monocristallini, a vario orientamento, di piombo.

I progressi, successivamente realizzati, in questo laboratorio, per quanto riguarda, in particolare, i metodi di depurazione delle soluzioni (2) e le celle di misura (3), ed il fatto che ad esempio con il cadmio (4), la depurazione galvanica conduce ad eliminare i massimi transitori di sovratensione, ci ha indotto a riesaminare il problema anche nel caso degli elettrodi monocristallini di piombo.

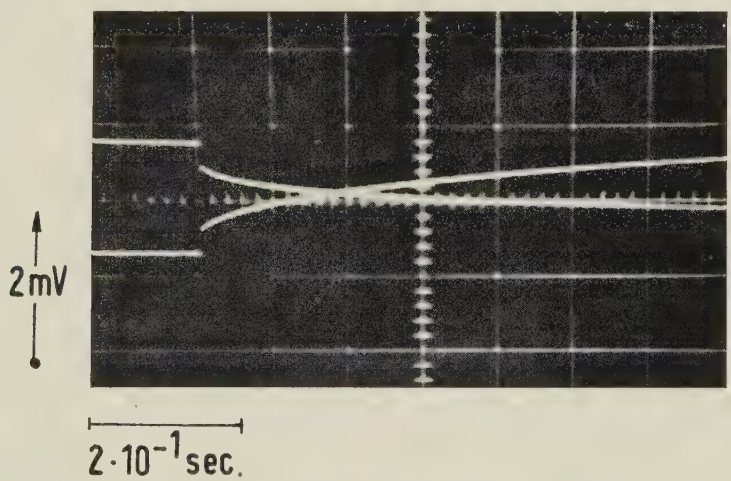


Fig. 1. – Registrazione oscillografica della tensione dell'elettrodo: $Pb(111)/Pb(NH_2SO_3)_2$ 0,5 M + NH_2SO_3H 0,5 M – Anodica – 50 A/m².

Soltanto quando, con metodi di depurazione, oltremodo spinta, come la nostra depurazione galvanica, è possibile pervenire all'eliminazione praticamente completa delle impurezze, il comportamento elettrodico, dei metalli a scambi ionici veloci (da noi usualmente detti « normali ») assume una fisionomia più caratteristica del metallo.

(*) Nella seduta del 14 marzo 1959.

(1) R. PIONTELLI–G. POLI, « Z. Elektrochemie, », *62*, 320 (1958).

(2) R. PIONTELLI–G. POLI, « Rend. Ist. Lombardo Sc. Lett. (A) », *92*, 601 (1958).

(3) R. PIONTELLI–G. SERRAVALLE–G. POLI, questi « Rend. », XXV, 431 (1958).

(4) R. PIONTELLI–G. POLI–L. PAGANINI, « Rend. Ist. Lombardo Sc. Lett. (A) » (in corso di stampa).

Le esperienze (tutte a 25° C), di cui riassumiamo, in questa sede, i risultati, hanno riguardato soluzioni: $Pb(NH_2SO_3)_2$; $Pb(BF_4)_2$; $Pb(ClO_4)_2$; 0,5 M in Pb e 0,5 M nel corrispondente acido [5]; mentre le superfici elettrodiche erano orientate secondo i piani: (111), (110) e (100).

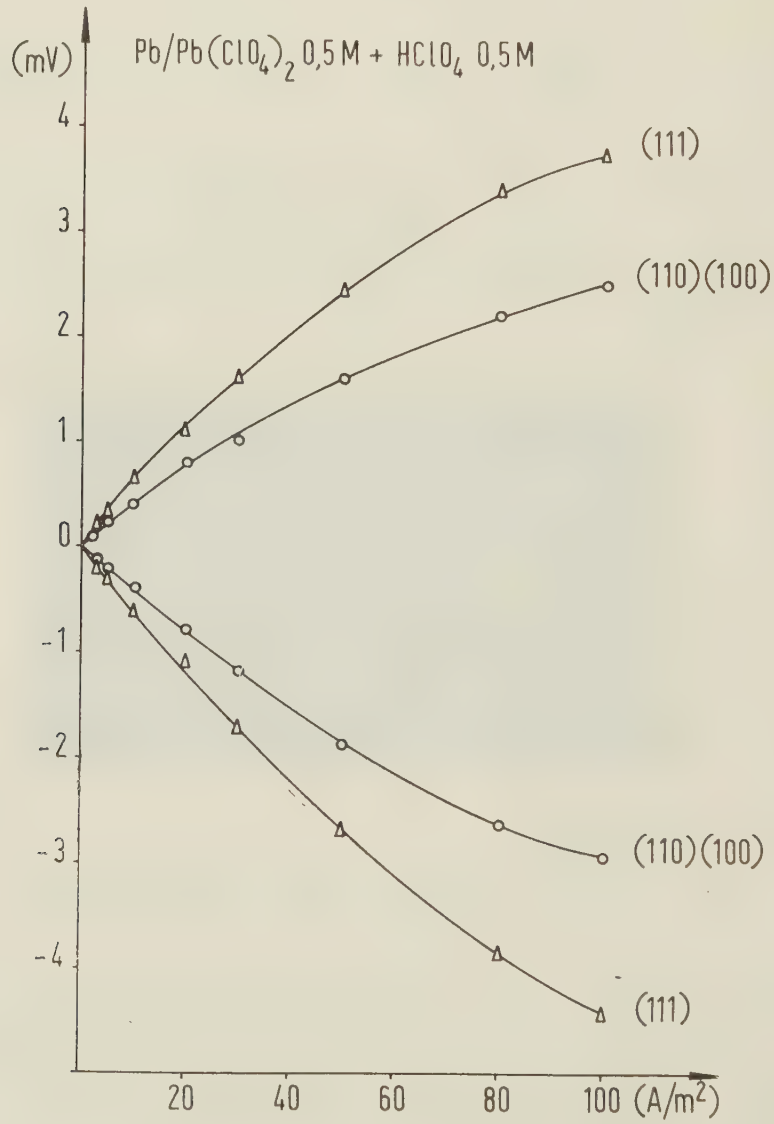


Fig. 2. – Valori di sovratensione in funzione della densità di corrente in bagno perclorico.

(5) Anche in bagni ad acidità libera così elevata, i rendimenti catodici di deposizione sono praticamente teorici; mentre la velocità di dissoluzione, in assenza di corrente imposta, si mantiene insignificante, per elettrodi e per durata di esperienza del nostro tipo.

Per la tecnica sperimentale (comprese le modalità di preparazione e adattamento dei monocristalli) rimandiamo alle pubblicazioni precitate, e ci limiteremo a precisare le condizioni della depurazione galvanica: superficie catodica attiva, all'inizio del processo di depurazione: 0,05 cm^2, per cm^3 di soluzione da trattare: corrente circolante (per 24^h): 5 *m*A per cm^3 di soluzione; 25° C. L'anodo era dello stesso piombo ultrapuro (> 99,999) usato per la preparazione dei monocristalli.

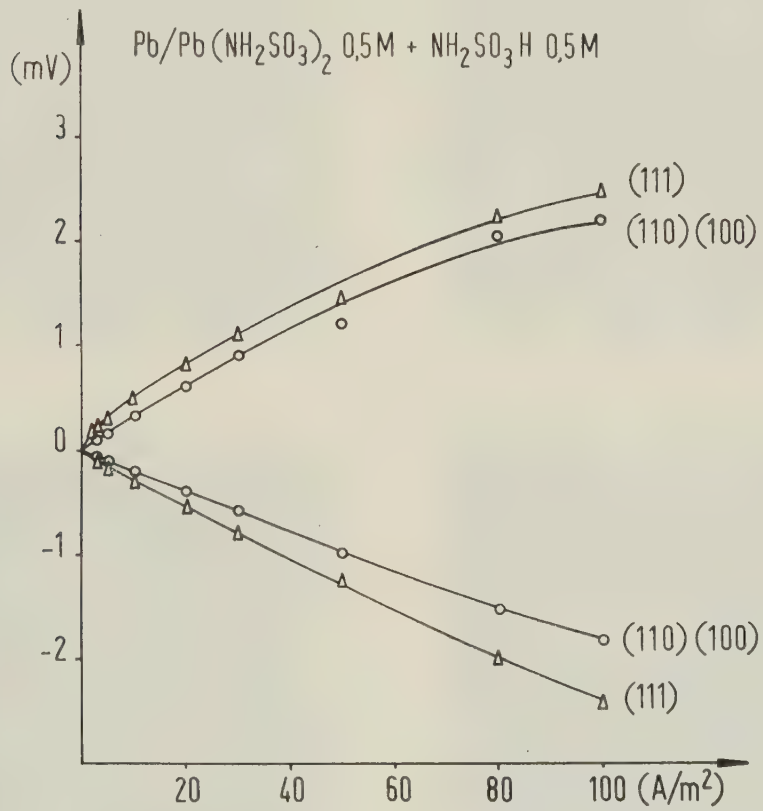


Fig. 3. – Valori di sovratensione in funzione della densità di corrente in bagno solfammico.

La determinazione delle sovratensioni è stata effettuata mediante registrazioni con oscillografo catodico (Tektronix 532).

La fig. 1 illustra il tipo di legge di variazione delle tensioni di elettrodo con il tempo, a intensità di corrente costante. Le figg. 2 e 3 rappresentano le leggi di dipendenza dalla densità di corrente dei valori quasi stazionari. Le figg. 4 (*a*, *b*, *c*, *d*) esemplificano alcuni tipici aspetti strutturali del funzionamento elettrodico.

Oltre alla scomparsa degli elevati valori transitori iniziali di sovratensione, riscontrati nelle precedenti esperienze, i principali risultati delle espe-

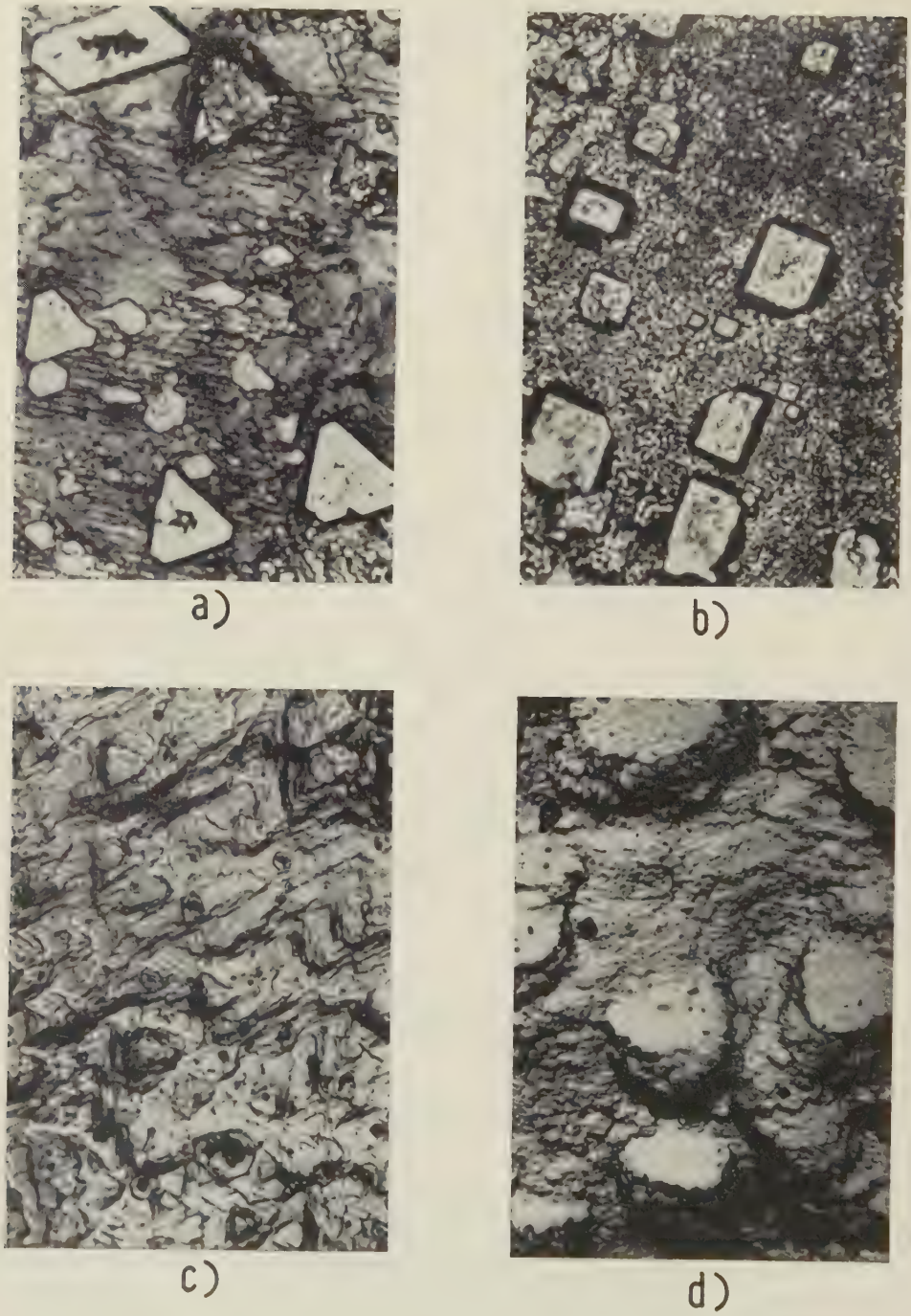


Fig. 4. – Micrografie di superfici elettrodiche monocristalline:

a) (111) dopo attacco anodico in perclorato (× 450)
b) (100) dopo attacco anodico in fluoborato (× 450)
c) (111) dopo deposito catodico in perclorato (× 225)
d) (100) dopo deposito catodico in solfammato (× 225).

rienze attuali sono costituiti dal fatto che le sovratensioni sia anodiche sia catodiche sono:

1) con tutti i tipi di anioni, più elevate (in valore assoluto), per elettrodi orientati secondo il piano (111), che sugli altri;

2) con tutti gli orientamenti, inferiori, con soluzione solfammica, che con quelle perclorica e fluoborica (pochissimo diverse tra loro). È interessante rilevare, a questo riguardo, che, nel bagno solfammico, la tensione di elettrodo del piombo, in assenza di corrente, è meno nobile.

Sulla possibile influenza dell'idrogeno (nei bagni ad alta acidità libera, qui sperimentati) sui valori: tanto delle tensioni di elettrodo in assenza di corrente, quanto delle sovratensioni, ritorneremo nelle successive Note di questa serie, in cui saranno discussi anche gli aspetti teorici dei risultati.

Per quanto riguarda gli aspetti strutturali più tipici del comportamento degli elettrodi monocristallini, rileveremo che sui piani (111) e (100) (e viceversa non su quello (110)) si riscontrano: figure anodiche d'attacco, e deposizioni catodiche a strati orientati (ved. figg. 4 (*a*, *b*, *c*, *d*)).

Chimica inorganica. — *Sui cianuri complessi derivati per ossidazione del* Co^{II}*–pentacianuro* (*). Nota di Livio Cambi e di Ernestina Paglia, presentata (**) dal Socio L. Cambi.

Premesse. – È ormai acquisito, che il sale cristallino violetto, ottenuto da antica data per azione dei cianuri alcalini sui sali di Co^{II}, non corrisponde all'esacianuro $Me^{I}_{4}[Co^{II}(CN)_6]$, come generalmente si è ammesso, ma al pentacianuro $K_3\{Co^{II}(CN)_5\}$, probabilmente dimero, come indica il comportamento diamagnetico.

A. W. Adamson (1), ha dimostrato anche che il pentacianuro stesso, in soluzione con eccesso di KCN, assume lo stato paramagnetico, corrispondente ad 1 spin per 1 Co, per evidente dissociazione del dimero probabile.

Nel corso delle nostre esperienze, abbiamo dimostrato che la cianurazione operata dall'HCN sui sali di Co^{II} porta di frequente a pentacianuri e in alcuni casi reca a tetracianuri (2). Cioè, si deve ammettere la cianurazione graduale, e la frequenza con cui appaiono i pentacianuri ci ha portato a considerare l'ione $\{Co^{II}(CN)_5\}^{-3}$, come il termine intermedio più probabile nei processi stessi.

Perciò, abbiamo sottoposto in condizioni adatte, come in sospensione acquosa a 0°, il sale $K_3\{Co^{II}(CN)_5\}$ all'azione di ossidanti vari del Co^{II} complessato ed abbiamo notato le reazioni su cui riferiremo in seguito, fra l'altro quella dell'assorbimento di SO_2, con la formazione del tipico solfossilato $[\{(CN)_5Co^{III}\}_2S^{II}O_2]^{-6}$ che abbiamo illustrato (3). In questa Nota ci occupiamo delle reazioni dirette con l'ossigeno e con i gas nitrosi (anidride nitrosa).

II. *Ossidazione all'aria.* – Il pentacianuro violetto di recente preparato (4) solido, cristallino, lavato ripetutamente con alcool ed etere, venne lasciato a sè in strato sottile, sotto campana di vetro a lenta circolazione di aria, a tem-

(*) Ricerca compiuta presso il Centro di Chimica Metallurgica del C.N.R. presso la Università di Milano.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

Questo lavoro fa parte della serie di ricerche che si compiono presso questo Centro particolarmente sulle reazioni dell'HCN con i sali dei metalli dell'VIII gruppo e con i metalli stessi.

La Signorina dott. E. Paglia ha collaborato validamente anche per lo sviluppo teorico delle ricerche stesse. L. C.

(1) « J. Am. Chem. Soc. », LXXIII, 5710 (1951).

(2) L. Cambi, E. Paglia, « Gazz. Chim. It. », *88*, 691, (1958; E. Paglia, questi « Rend. », XXIV, 725, (1958).

(3) L. Cambi, E. Paglia, loc. cit.

(4) Abbiamo seguito il metodo descritto da A. Rosenheim e I. Koppel, facendo agire su una soluzione concentrata di $CoCl_2$ raffreddata a —10°C, il KCN. Il sale precipita come scagliette lucenti viola scuro (« Zeit. anorg. Chem. », *17*, 35 (1898).

peratura di 12° circa e all'oscuro. Ottenemmo alla fine una massa salina di colore rosso violetto cupo, estremamente igroscopica che, frazionata per dissoluzioni in acqua e riprecipitazioni ripetute con alcool, ha dato una frazione avente la composizione [5]:

$$K_2\{Co^{III}(CN)_5\}\cdot H_2O.$$

Il sale, diamagnetico, in soluzione presenta color rosso vinoso intenso. L'ossidazione si attua, per lo meno in parte, secondo lo schema [6]:

$$2\{Co^{II}(CN)_5\}^{-3} + H_2O + (O) \rightarrow 2\{Co^{III}(CN)_5\}^{-2} + 2\,OH^- .$$

Questo sale presenta reazioni peculiari su cui riferiamo più oltre. Aggiungiamo che sono allo studio i complessi che si formano concomitantemente al Co^{III} pentacianuro predetto.

III. *Ossidazione con i vapori nitrosi.* – A. Rosenhein e I. Koppel [7], da antica data avevano studiato l'azione dell'anidride nitrosa sul pentacianuro di Co^{II}, allora assunto come esacianuro, ed ottennero una soluzione di colore rosso cupo, da cui l'alcool precipita un olio pesante rosso bruno intenso. A questo sale attribuirono la formula $K_4[Co_2(CN)_9NO_2]$, invero incerta, come risulta dalle analisi prodotte. Osservarono fra l'altro che il sale si decomponeva in acqua svolgendo NO.

Noi ottenemmo risultati variabili, con un contenuto di composti nitrosi più o meno elevato. Sottoponendo l'olio ad una purificazione spinta, mediante dissoluzione ripetuta in acqua a 0°, all'oscuro, e riprecipitazione con alcool, riuscimmo alfine ad ottenere un sale praticamente denitrosato [8] di colore rosso scuro, che presenta la stessa composizione e gli stessi caratteri del sale rosso cupo predetto, ottenuto dall'ossidazione diretta con aria:

$$K_2\{Co^{III}(CN)_5\}\cdot H_2O$$

Il processo di ossidazione può riportarsi allo schema:

$$2\{Co^{II}(CN)_5\}^{-3} + 2\,HNO_2 \rightarrow 2\{Co^{III}(CN)_5\}^{-2} + 2\,NO + 2\,OH^-$$

IV. *Azione di* HCN *sul* Co^{II} *nitrito.* – Rimandiamo alla Nota precedente di uno di noi [9]. Il processo è analogo a quello di Rosenheim e

(5) Assumiamo la formula $K_2\{Co^{III}(CN)_5\}\cdot H_2O$ senza parentesi quadra, per indicare la probabile struttura dimera cui accenniamo.

(6) Abbiamo ricercato ossidi o perossidi intermedi, ma finora non ne abbiamo svelata la presenza. Avvertiamo che l'ossidazione con ossigeno del sale violetto in sospensione acquosa porta a decomposizioni profonde.

(7) Loc. cit.

(8) L'eliminazione dei nitriti derivati, prodotti secondari, è difficile; necessita un trattamento spinto di purificazione, con eventuale acidulazione finale con acido acetico o cloridrico.

(9) E. PAGLIA, « Rend. Accad. Lincei », XXIV, 725 (1958).

Koppel, ma per il maggior controllo sono stati isolati due complessi nitritocianuri:

$$[\{(CN)_5Co^{III}\}_2NO_2]\,K_5 \quad ; \quad [\{(CN)_4Co^{III}NO_2\}_2]\,K_4.$$

Questi cobalticianuri si ottennero quale prodotto collaterale, e contemporaneamente, nella precipitazione con alcool dell'olio rosso scuro predetto, come masse microcristalline di colore rosa chiaro, e inoltre per estrazione dalla massa oleosa grezza nelle ripetute purificazioni della massa stessa.

A parte i dati analitici che riporteremo, ed il comportamento chimico che pure illustreremo, un carattere preminente del Co^{III} pentacianuro rosso è quello della fotosensibilità.

V. *La fotosensibilità del sale rosso* $K_2\{Co^{III}(CN)_5\}\cdot H_2O$. – La soluzione acquosa del sale, di colore rosso cupo, si decolora rapidamente alla luce ultravioletta, assumendo colore giallo oro. Il processo è accelerato dalla presenza di nitrito, anche in traccie. Pertanto è particolarmente veloce coi prodotti ottenuti per cianurazione diretta del nitrito di Co^{II} o per azione di vapori nitrosi sul pentacianuro cobaltoso, che trattengono tenacemente nitriti, anche in molto piccole dosi. L'aggiunta di traccie di nitrito alcalino al sale rosso da noi ottenuto per ossidazione diretta all'aria, riproduce l'azione catalitica [10].

In generale esponemmo le soluzioni del sale rosso alla luce di una lampada a vapori di mercurio. Abbiamo isolato il sale giallo proveniente dalla reazione fotochimica: corrisponde all'acquo–pentacianuro semplice già descritto da P. R. Ray e N. Dutt. [11]: $K_2[Co^{III}(CN)_5H_2O]$.

L'acquo–pentacianuro venne riconosciuto in tutte le sue reazioni.

VI. *Spettri di assorbimento.* – Anche per il controllo della reazione fotochimica che illustriamo, vennero eseguiti gli spettri di assorbimento usando uno spettrofotometro CF 4, in una zona da 9000 a 1900 Å. Le concentrazioni delle soluzioni erano dell'ordine di $10^{-5}/10^{-6}$ moli/l.

Le lunghezze d'onda dei massimi di assorbimento sono elencate, per i complessi esaminati, nella tabella I, unitamente ai valori dei coefficienti di estinzione molare.

Lo spettro del sale rosso (fig. 1) venne reperito in soluzione molare di KOH. Riportiamo nelle figg. 2 e 3 due stadi intermedi della reazione fotochimica: nella fig. 2 è illustrato lo spettro del sale rosso in soluzione acquosa poco tempo dopo la preparazione della soluzione; nella fig. 3 lo spettro della stessa soluzione dopo alcune ore. La fig. 4 infine rappresenta lo spettro del sale giallo. Dal confronto degli spettri delle figg. 2, 3, 4 appare evidente la trasformazione del sale rosso in giallo.

(10) Il processo quando decorre lentamente alla luce diffusa, porta a decomposizioni più profonde del sale primario; si ottiene una soluzione di colore giallo–verdastro, nella quale è stata notata la presenza di cobalticianuri diversi dovuti a un probabile processo di smistamento dei radicali CN^- rispetto al Co.

(11) «Zeit. Anorg. Chem.», *234*, 67 (1927).

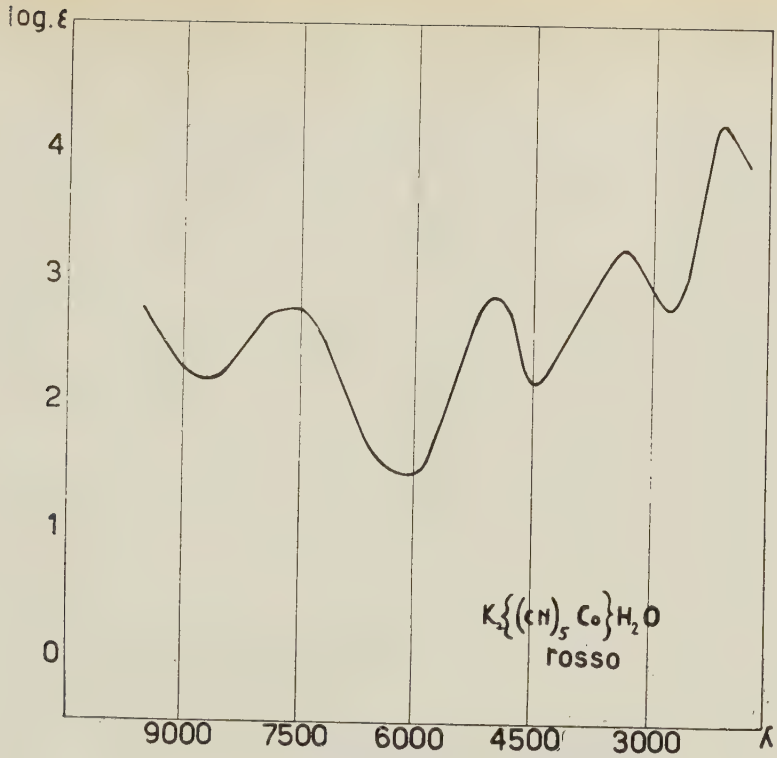

log. ε
4
3
2
1
0
9000
7500
6000
4500
3000
λ
$K_3\{(CN)_5\,Co\}H_2O$
rosso

Fig. 1.

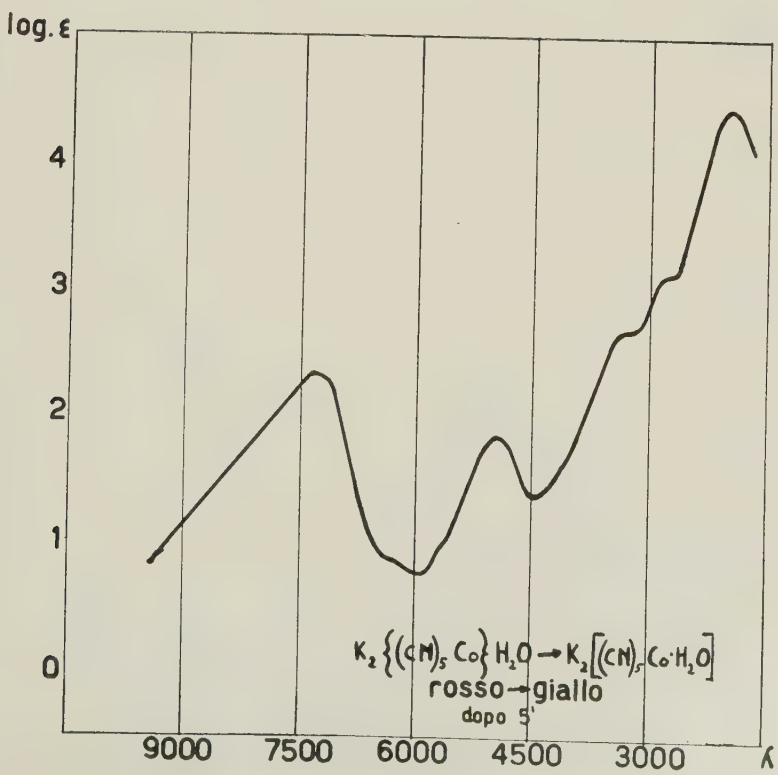

log. ε
4
3
2
1
0
9000
7500
6000
4500
3000
λ
$K_2\{(CN)_5\,Co\}H_2O \rightarrow K_2[(CN)_5\,Co\cdot H_2O]$
rosso → giallo
dopo 5'

Fig. 2.

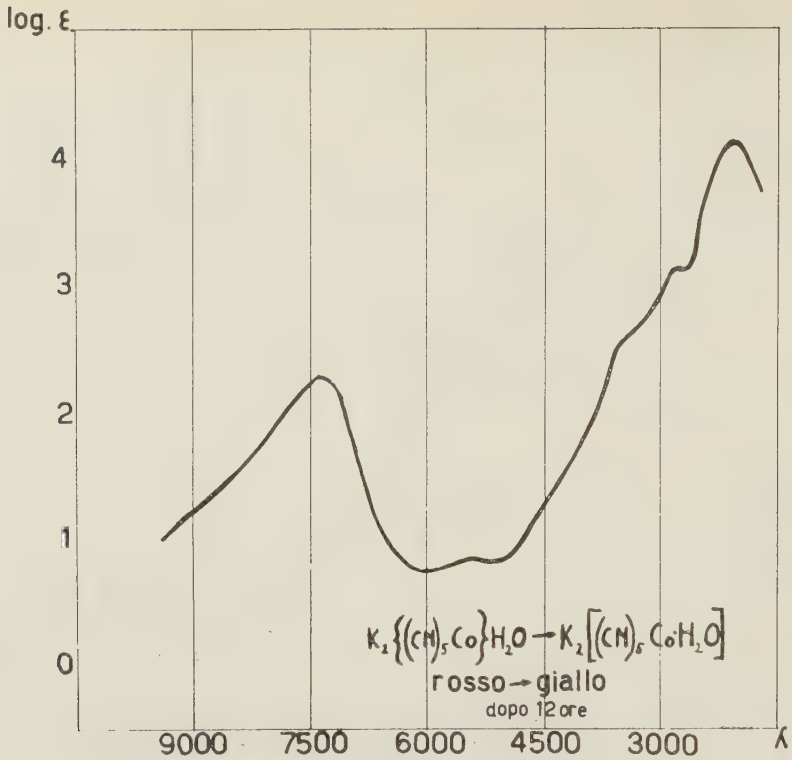

log. ε
4
3
2
1
0
$K_2\{(CN)_5Co\}H_2O \rightarrow K_2[(CN)_5Co\cdot H_2O]$
rosso → giallo
dopo 12 ore
9000
7500
6000
4500
3000
λ

Fig. 3.

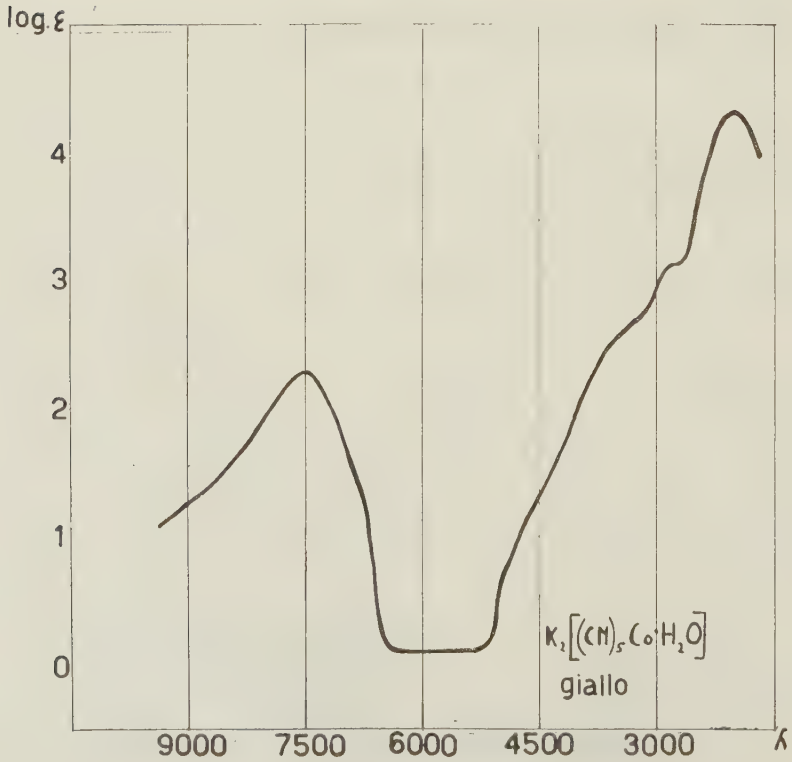

log. ε
4
3
2
1
0
$K_2[(CN)_5Co\cdot H_2O]$
giallo
9000
7500
6000
4500
3000
λ

Fig. 4.

TABELLA I.

Composto	λ_{max}	log ε	λ_{max}	log ε	λ_{max}	log ε	λ_{max}	log ε
$K_2\{(CN)_5Co\}H_2O$ (*) rosso	7500	2,76	5000	2,86	3100	3,18	2100	4,27
$K_2\{(CN)_5Co\}H_2O \rightarrow$ $\rightarrow K_2[(CN)_5CoH_2O]$ (dopo 5')	7450	2,34	5000	1,87	—	—	2100	4,46
$K_2\{(CN)_5Co\}H_2O \rightarrow$ $\rightarrow K_2[(CN)_5CoH_2O]$ (dopo 12 h)	7450	2,22	—	—	—	—	2075	4,12
$K_2[(CN)_5CoH_2O]$ (giallo)	7500	2,30	—	—	—	—	2100	4,32

(*) Le misure vennero eseguite con il cianuro ottenuto per azione dell'acido nitroso.

VII. *La struttura del* Co^{II}*–pentacianuro (violetto) e del* Co^{III}*–pentacianuro (rosso): discussione.* – Il problema della struttura del sale rosso si collega a quello del sale violetto di Co^{II}, cristallino, diamagnetico. L'ipotesi che si tratti di un dimero, come ad esempio

$$[(CN)_4Co^{II}(CN)_2Co^{II}(CN)_4]^{-6}$$

è stata più volte da noi considerata, unitamente a quella asimmetrica:

$$[(CN)_5Co^{II}CNCo^{II}(CN)_4 \cdot H_2O]^{-6}.$$

Non si può nemmeno escludere dalla discussione la presenza di un legame fra i due ioni $=Co^{II}—Co^{II}=$. A noi, allo stato attuale delle nostre esperienze, appaiono più probabili le strutture a ponte di —CN→. Ci basiamo però soprattutto sui caratteri del sale rosso, cobaltico, e non possiamo trascurare che il legame tra i due radicali pentacianidrici di Co^{II} è molto instabile, e quindi escludere la possibilità di un riassetto dei residui —CN→ recato dal processo di ossidazione.

In via provvisoria assumiamo come più probabile per il sale di Co^{III} rosso la struttura dimera [12] e quindi il processo di fotolisi come:

$$[(CN)_4Co^{III}(CN)_2Co^{III}(CN)_4]^{-4} + 2\,H_2O \rightarrow 2\,[(CN)_5Co^{III}H_2O]^{-2}.$$
rosso giallo

(12) Le strutture con ponti —CN→ vennero ampiamente accettate da F. HOLZL, W. BRELL e G. SCHINKO («Monatsh.», *62*, 349 (1933), per interpretare i prodotti di demolizione dell'acido Co^{III} esacianidrico. Invero le conclusioni di questi Autori dovrebbero essere sottoposte ad una revisione.

Parte sperimentale.

I. $K_4[Co_2(CN)_{10}]\ 2\ H_2O$. – Sale rosso. Come è stato sopra indicato il sale venne ottenuto per tre vie diverse:

a) Ossidazione lenta con aria a freddo e all'oscuro del Co^{II} cianuro $K_3[Co(CN)_5]$;

b) estrazione mediante alterne dissoluzioni in acqua e precipitazione con alcool dalla massa dei sali ottenuti, secondo Rosenheim, per azione diretta di vapori nitrosi;

c) estrazione dalla frazione oleosa precipitata con alcool dalla soluzione rosso scura di cianurazione diretta del nitrito di Co^{II}.

Il sale è fortemente igroscopico; si presenta come una massa traslucida che in polvere ha colore rosso–viola. In essiccatore e all'oscuro si conserva a lungo. È estremamente solubile in acqua; la soluzione acquosa è instabile e perde il colore rosso vinoso diventando giallo–chiara. Le soluzioni acquose si stabilizzano con KOH a concentrazioni molari e anche minori, a concentrazioni più elevate il sale, come tutti i pentacianuri di Co, si decompone precipitando ossido cobaltico idrato con formazione di esacianuro.

Il sale, essiccato su P_2O_5 a 56° e ad alto vuoto, ha dato alle analisi i risultati seguenti:

a)	trov. % Co	20,18;	K 26,50;	C 20,65;	N 24,50;	H 0,93
b)	»	20,22;	27,70;	20,45;	24,75;	1,10
c)	»	20,65;	26,74;	21,06;	24,60;	0,93
per $K_4[Co_2(CN)_{10}]\ 2\ H_2O$						
	calc. %	20,71;	27,38;	21,05;	24,56;	0,71

I sali sono diamagnetici:

a) $\chi_{Co} \cdot 10^6 = -6$; *b*) $\chi_{Co} \cdot 10^6 = 1{,}6$; *c*) $\chi_{Co} \cdot 10^6 = -10$

1) $Ni_2[Co_2(CN)_{10}]\ 14\ H_2O$. – Si ottiene per aggiunta di una soluzione di $NiSO_4$ a quella del pentacianuro rosso potassico predetto, operando all'oscuro. Precipita un sale di colore rosso bruno; essiccato su $CaCl_2$ ha dato alle analisi:

trov. % Co 15,97; Ni 16,25; C 16,20; N 18,50; H 3,14

per $Ni_2[Co_2(CN)_{10}]\ 14\ H_2O$

calc. % 15,75; 15,71; 16,05; 18,71; 3,74

$\chi_{2Co} \cdot 10^6 = 15020$; $\mu_{eff.} = 6{,}14$

2) $Ag_5[Co_2(CN)_{11}]\ 2\ H_2O$. – Dalla soluzione acquosa del Co^{III}–pentacianuro potassico precipita per aggiunta di $AgNO_3$, un sale rosa violetto so-

lubile in ammoniaca. Il sale d'Ag è molto instabile e si altera in poche ore diventando di colore giallo-rosato. Essiccato su $CaCl_2$ ha dato alle analisi:

trov. % Co 12,03; Ag 55,18; C 12,80; N 15,46; H 0,75

per $Ag_5[Co_2(CN)_{11}]\ 2\ H_2O$

calc. % 12,06; 55,05; 13,45; 15,72; 0,41.

Il prodotto analizzato proviene evidentemente da una decomposizione del sale primario.

II. $K_2[Co(CN)_5H_2O]$. – Sale giallo. Come abbiamo illustrato il sale rosso predetto in soluzione acquosa a freddo, praticamente a qualsiasi concentrazione, sotto l'azione della luce ultravioletta (vapori di mercurio) perde rapidamente il colore rosso vinoso per diventare di colore giallo oro. La reazione è catalizzata da tracce di nitrito alcalino. Dalla soluzione gialla ottenuta, preferibilmente alla massima concentrazione possibile, l'alcool precipita il sale giallo chiaro, che purificammo per successiva dissoluzione in acqua leggermente acidulata con HCl e riprecipitazione con alcool. È molto igroscopico, solubilissimo in acqua. Le analisi del cianuro eseguite su campioni essiccati su P_2O_5 a 56° e ad alto vuoto, hanno indicato:

trov. % Co 21,06; K 27,70; C 20,81; N 24,81; H 1,03

per $K_2[Co(CN)_5H_2O]$

calc. % 20,71; 27,38; 21,05; 24,56; 0,71

$$\chi_{Co} \cdot 10^6 = -8$$

1) $Ni[Co(CN)_5H_2O]\ 5{,}5\ H_2O$. – Si ottiene dalla soluzione del sale potassico predetto, per aggiunta di un sale solubile di Ni. Precipita di colore verde. Lavato con acqua ed essiccato su $CaCl_2$ ha dato alle analisi:

trov. % Co 16,96; Ni 16,14; C 16,75; N 18,63; H 3,06

per $Ni[Co(CN)_5H_2O]\ 5{,}5\ H_2O$

calc. % 16,16; 16,14; 16,44; 19,18; 3,56

$$\chi_{Co} \cdot 10^6 = 4230 \qquad \mu_{eff.} = 3{,}16.$$

2) $Ag_2[Co(CN)_5H_2O]$. – Dalla soluzione decolorata alla luce ultravioletta del sale rosso, per aggiunta di $AgNO_3$ si ottiene un precipitato giallo caseoso solubile in NH_3, da cui riprecipita per aggiunta di acido acetico a freddo.

Il sale essiccato su H_2SO_4 e KOH ha dato alle analisi:

trov. Co 13,63; Ag 50,90; C 13,64; N 16,32; H 0,74

per $Ag_2[Co(CN)_5H_2O]$

calc. % 13,95; 51,01; 14,18; 16,55; 0,46.

Reazioni differenziali: riportiamo le reazioni, rispettivamente del sale rosso e giallo, con i sali di diversi metalli pesanti:

	Pentacianuro rosso	Pentacianuro giallo
$(CH_3COO)_2Pb$	Precipitato rosso pesante solubile in HCl	Precipitato bianco gelatinoso solubile in HCl
$CdSO_4$	Precipitato gelatinoso rosso solubile in HCl e in NH_4OH	Precipitato gelatinoso bianco solubile in HCl e in NH_4OH
$AgNO_3$	Precipitato violetto; a caldo si decolora. Solubile in NH_4OH con decolorazione, per aggiunta di acido cetico diluito riprecipita un sale biancastro.	Precipitato giallo chiaro solubile in NH_4OH da cui riprecipita per aggiunta di acido acetico diluito.
$CuSO_4$	Precipitato rosso viola	Precipitato azzurro
$NiSO_4$	Precipitato rosso marrone	Precipitato verde chiaro intenso
$CoSO_4$	Precipitato rosa violetto	Precipitato rosa arancio chiaro
$FeSO_4$	Precipitato marrone denso.	Precipitato giallo.

Le ricerche proseguono, particolarmente sui prodotti ottenuti per ossidazione diretta del Co^{II} pentacianuro.

Petrografia. — *Studi geologico-petrografici sulla formazione dioritica di Cogne-Valsavaranche (Valle d'Aosta)* [*]. Nota preliminare di MASSIMO FENOGLIO e GERMANO RIGAULT, presentata [**] dal Corrisp. M. FENOGLIO.

La formazione intrusiva dioritica di Cogne-Valsavaranche è da annoverare tra le formazioni eruttive più notevoli delle Alpi Occidentali appartenenti al ciclo magmatico ercinico. Essa presenta indubbiamente un grande interesse sia per le sue cospicue dimensioni, sia per i suoi importanti rapporti con altre formazioni geologiche della regione. La formazione eruttiva in parola affiora nell'alta Valle d'Aosta ed è limitata nella parte nord-orientale dalla Valle di Cogne, nel tratto che va all'incirca da Silvenoire ad Epinel, e nella parte occidentale dalla Valsavaranche, nel tratto che va da Molère fin poco oltre Punta Bioula.

L'importanza di tale formazione è già documentata dai brevi cenni tramandatici dagli studiosi della vecchia Scuola geologica piemontese: infatti il Baretti [5, 6], in più di una pubblicazione di geologia alpina, accenna alla « sienite sfenica di Cogne ». Successivamente il Novarese [19], che eseguì il rilevamento geologico della Valsavaranche, dedicò una Nota alle « dioriti granitoidi e gneissiche » in essa affioranti. Inoltre cenni sull'argomento si riscontrano nelle « Relazioni al R. Comitato Geologico sui lavori eseguiti per la Carta Geologica negli anni 1898, 1899-1900 » [27, 28], nella Memoria di Novarese [20] « Il profilo della Grivola », in una pubblicazione di Fenoglio [12], in tre Memorie di Gb. Dal Piaz [8, 9, 11], in tre Note di Amstutz [1, 2, 3] e in una di Moretti [17].

Dall'esame accurato della letteratura geologico-petrografica testè accennata emerge però chiaramente che uno studio d'insieme, completo, sulla intera formazione dioritica di Cogne-Valsavaranche non è mai stato eseguito. Infatti nella maggior parte dei lavori ricordati sono oggetto di studio argomenti generalmente estranei alla nostra formazione e perciò i riferimenti occasionali, che possono riguardarla, hanno carattere incidentale. Le rimanenti pubblicazioni sono rappresentate da due Note: una di Novarese [19], pubblicata circa una settantina di anni fa, e l'altra, recente, di Amstutz [3]. Esse non riguardano però l'intera formazione in questione: infatti il lavoro di Novarese non si riferisce a tutto il massiccio dioritico di Cogne-Valsavaranche, ma essenzialmente alla sua parte occidentale affiorante nella Valsavaranche; tant'è vero che anche nei trattati di Petrografia [23, 4], in cui è fatta menzione della plutonite dioritica in questione, si parla della massa

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia, Petrografia e Geochimica dell'Università di Torino e Centro di studio per la Mineralogia e la Petrografia delle Alpi Occidentali del C.N.R.

(**) Nella seduta del 14 marzo 1959.

dioritica di Valsavaranche. La breve Nota di Amstutz riguarda un dettaglio molto particolare e le relative conclusioni non sono sufficientemente documentate ed illustrate; ne rinviamo l'esame e la discussione a studio geologico–petrografico ultimato.

In attesa che sia effettuato lo studio geologico–petrografico in corso, relativo alla formazione dioritica di Cogne–Valsavaranche, nella presente Nota, avente carattere preliminare, intendiamo anticipare i risultati più notevoli sinora ottenuti nelle ricerche condotte sul terreno, non che quelli più rilevanti conseguiti nello studio chimico–spettrografico e petrografico, relativo alla diorite massiccia, a facies normale più comune.

Ricerche sul terreno. – Le ricerche eseguite sul terreno ebbero inizio nell'estate 1956, come già è stato accennato in due nostri precedenti lavori [14, 21], e proseguirono nelle due campagne estive successive, poiché la zona da noi dettagliatamente rilevata è abbastanza ampia ed impervia. Contemporaneamente al rilevamento geologico furono da noi effettuate accurate e sistematiche misure di radioattività sul terreno, che servirono a darci un primo orientamento sulla radioattività della formazione dioritica di Cogne–Valsavaranche e indicazioni per le successive ricerche di laboratorio, già da noi eseguite, sulla distribuzione di uranio e torio nella roccia dioritica affiorante nella Valle di Cogne [14].

I risultati delle osservazioni fatte sul terreno – confermati del resto dai reperti delle ricerche chimico–petrografiche, eseguite in laboratorio, di cui diremo in seguito – ci consentono di stabilire che la formazione dioritica di Cogne–Valsavaranche è costituita da diorite a facies massiccia, facente sovente passaggio a facies scistose gneissiche, cioè a gneiss dioritici. La costituzione litologica di codesta massa dioritica spiega le varie denominazioni ricorrenti di « sienite sfenica », « diorite granitoide », « diorite sfenica », non che di « diorite gneissica », « gneiss tonalitico », ad essa attribuite dagli studiosi, che, in tempi diversi e con intendimenti differenti, si occuparono dello studio della regione in parola.

E precisamente le zone, in cui la formazione dioritica di Cogne–Valsavaranche risulta costituita da tipica diorite massiccia, con schietta struttura granitoide, corrispondono al versante settentrionale della Punta del Traio e della Punta Lavincusse, nella Valle di Cogne, non che ad una stretta fascia sotto Punta Bioula e Punta Bianca, in Valsavaranche, dove però la diorite appare più basica.

Nelle rimanenti zone, che sono le più numerose, la diorite è più o meno intensamente laminata, talvolta fortemente dislocata, di solito con struttura scistoso–cristallina così distinta da giustificarne la qualifica di gneiss dioritico. Codesti fenomeni sono particolarmente evidenti in tagli freschi, effettuati in piena massa dioritica, durante il recente allargamento, eseguito nell'ultimo triennio, della rotabile che da Aymaville prosegue per Cogne, nel tratto che va all'incirca da Silvenoire ad Epinel. Qui la massa dioritico–gneissica appare tettonicamente molto disturbata e, in alcuni punti, si rivela

costituita da una serie di banchi, quasi raddrizzati, di ortogneiss dioritici, alternanti con letti e banchi aplitici concordanti con i primi, ma di minor potenza.

Altro esempio di notevoli affioramenti di gneiss dioritici ci è offerto dalla catena M. Favret–Grand Nomenon.

È superfluo sottolineare che esiste un passaggio graduale fra i due tipi estremi della formazione: diorite massiccia e gneiss dioritico.

Non di rado si notano qua e là nella massa dioritica inclusi femici, le cui dimensioni variano da qualche centimetro a qualche diecina di centimetri di diametro. La loro forma è per lo più irregolare: generalmente a sezione che spesso si avvicina alla circolare nelle facies massicce, a sezione invece all'incirca ellittica nelle facies scistose. In quest'ultimo caso gli « Schlieren » si presentano in sciami orientati.

Così pure si osservano talora nella massa dioritica vene e filoncelli differenziati in senso leucocratico, aplitico, assai più raramente pegmatitico, di potenza piuttosto esigua, variante rispettivamente da qualche centimetro a qualche diecina di centimetri. Perifericamente al massiccio dioritico si notano talvolta altresì letti e banchi aplitici, concordanti con i banchi di ortogneiss dioritici, ma di potenza minore, e precisamente di qualche diecina di centimetri, tipo quelli più sopra ricordati sul fianco destro della rotabile Silvenoire–Epinel.

È infine notevolmente importante far rilevare che non di rado si scorgono vene e filoncelli di quarzo, della potenza variabile rispettivamente da qualche centimetro a qualche diecina di centimetri, che tagliano in tutte le direzioni i banchi di ortogneiss dioritici incassanti. Eccezionalmente si osserva nei filoni di quarzo in parola qualche rarissima mosca di galena, più sovente grani di pirite parzialmente alterati in limonite. Geneticamente codesti filoni quarziferi sono da attribuire, con ogni verosimiglianza, alle manifestazioni isterogenetiche del ciclo magmatico alpino e quindi cronologicamente sono da ritenere di età terziaria piuttosto recente, e perciò coevi ai noti filoni quarzoso–auriferi degli ortogneiss del Monte Rosa [13, 10, 24] ed ai filoni quarziferi con minerali metallici (solfuri, solfosali, ossidi) degli ortogneiss del Gran Paradiso [15].

I rapporti della nostra formazione dioritica con le formazioni contermini, con le quali viene a contatto, sono del massimo interesse. Diremo subito che i rapporti più importanti, sinora da noi osservati, sono quelli con la potente formazione sedimentaria–parascistosa, costituita da rocce psammitiche nere e grigie, scisti filladici neri, lucenti e grigi, scisti grafitici con lenti grafitiche, gneiss e micascisti grigi, grafitici. Essa venne attribuita dal Novarese [20] al Carbonifero e tale figura nella Carta geologica delle Alpi Occidentali [29], mentre nel foglio 41 (Gran Paradiso) della Carta geologica d'Italia [30] figura spettante al Permocarbonifero.

Tali rapporti, in parte già accennati da Novarese per la Valsavaranche, successivamente sfuggirono ad Amstutz [1], che, più tardi [2], riconosceva giuste le osservazioni del Novarese, probabilmente a causa di un opportuno richiamo di Gb. Dal Piaz [11].

Durante le ricerche eseguite sul terreno ci proponemmo di puntualizzare i rapporti in questione, documentandoli con dati inoppugnabili. Tali rapporti consistono essenzialmente nel fatto che l'originario magma dioritico ha attraversato gli strati del Carbonifero iniettandoli e metamorfosandoli.

Le iniezioni magmatiche, avvenute nelle rocce di questo periodo, sono documentate dalle apofisi filoniane dioritiche da noi osservate; la loro potenza varia entro limiti piuttosto ampi, poiché oscilla da qualche millimetro nelle vene a qualche centimetro nei filoncelli; in questi ultimi può raggiungere all'incirca una diecina di centimetri.

Le azioni esomorfe di contatto, determinate dall'intrusione dioritica, sono comprovate da una larga aureola di contatto da noi osservata, che circonda la massa dioritico–gneissica principale ed è costituita da rocce di tipo cornubianitico e da scisti nodulosi.

I fenomeni, testè accennati, si possono osservare agevolmente e con maggiore evidenza nella Valsavaranche, sulla sinistra del torrente Savara, risalendo la mulattiera che dall'accampamento di Orvieille conduce a Punta Bioula, circa a quota 2500 m; nella Valle di Cogne, nella zona adiacente alle case del Gran Nomenon, sotto Punta del Traio.

A nessuno può sfuggire l'importanza grandissima che i fenomeni di iniezione magmatica e di contatto, or ora accennati – e in massima parte da noi per la prima volta constatati – vengono ad assumere non solo dal punto di vista petrografico, ma altresì dal punto di vista della geologia generale della regione. Infatti questi fenomeni evidentissimi, da noi documentati, ci consentono di precisare l'età della massa intrusiva dioritico–gneissica di Cogne–Valsavaranche. Essa è da considerarsi coeva a quelle altre masse erciniche più recenti, di età verosimilmente permiana – come, ad esempio, la massa dioritico–gneissica del Malanaggio nella Val Chisone – che, intruse nei terreni del Carbonifero, determinarono in questi delle iniezioni magmatiche e delle azioni esomorfe di contatto, modificandoli, senza mai raggiungere tuttavia le formazioni mesozoiche.

Ricerche petrografiche e chimico–spettrografiche. – Le ricerche petrografiche e chimico–spettrografiche sono state eseguite su materiale tratto da campioni di diorite massiccia a facies normale più comune. Essa affiora, come già abbiamo accennato, in massa relativamente uniforme nel versante settentrionale della Punta del Traio e della Punta Lavincusse nella Valle di Cogne.

La diorite, a grana media, con struttura granitoide, è di colore grigio–chiaro; a primo aspetto ricorda la diorite tipica di Traversella.

Tra i componenti essenziali sialici già macroscopicamente si riconoscono il feldspato e il quarzo, tra quelli femici la biotite e l'anfibolo; fra i componenti accessori frequente la titanite, in cristalli appiattiti, di colore giallo miele, nitidamente formati, che possono raggiungere qualche millimetro di

lunghezza [1]. La frequenza e la distribuzione uniforme nella massa dioritica di questo minerale giustificano il nome di « diorite sfenica », attribuito alla plutonite in parola.

All'esame microscopico la roccia rivela generalmente la struttura granitoide, ipidiomorfa, con accenni qua e là a struttura cataclastica, che si manifesta in frequenti casi di frattura e rinsaldatura degli individui di quarzo. I componenti essenziali risultano gli stessi già riconosciuti macroscopicamente, cioè il feldspato, il quarzo, la biotite e l'anfibolo; gli accessori invece appaiono più numerosi di quelli osservati ad occhio nudo, poiché oltre alla titanite si notano l'ortite, l'apatite, lo zircone e la pirite.

Il feldspato prevalente è di natura plagioclasica; molto subordinatamente vi figura il feldspato potassico, rappresentato quasi sempre da ortoclasio, raramente fresco, più sovente alterato con formazione di muscovite. Di rado l'ortoclasio appare sostituito da microclino; così pure rarissimamente furono notati individui di microperthite ortoclasica.

Il plagioclasio appare torbido, quasi sempre profondamente alterato con formazione di minerali della serie isomorfa clinozoisite–epidoto e di zoisite, meno frequentemente di calcite. Altre volte si nota invece la formazione di aggregati micacei costituiti da squamette estremamente piccole non risolvibili neanche a forti ingrandimenti. A giudicare dai pochi individui in cui le lamelle di geminazione sono ancora visibili o appena percettibili appare sovente geminato secondo la legge dell'albite, più raramente secondo la legge albite–periclino. La determinazione, eseguita con i metodi soliti, ha presentato non lievi difficoltà a causa dello stato di alterazione profonda e sovente di completo sfacelo degli individui plagioclasici presenti nella nostra roccia. Comunque, i risultati delle misure sono tali da autorizzarci a ritenere che il plagioclasio in parola sia di tipo andesinico, prossimo all'oligoclasio basico.

Il quarzo è un componente discretamente abbondante della nostra roccia; si presenta in individui di dimensioni medie ed in granuli a contorni molto irregolari, minutamente dentellati: i primi rivelano sovente deformazioni cataclastiche, riconoscibili per l'estinzione ondulata; i secondi non di rado danno origine ad aggregati con aspetto di fino mosaico.

La biotite rappresenta il componente femico che prevale sensibilmente sull'anfibolo; di solito è in lamine di dimensioni assai variabili, per lo più mediamente grandi, a contorni irregolari. Il colore è bruno ed il pleocroismo fortissimo dal giallo chiaro al bruno rossastro; in luce convergente le lamine si rivelano debolmente biassiche. Sovente è fresca; tuttavia è indubbio che talvolta non mancano segni di alterazione resi manifesti dall'inverdimento, senza che le altre proprietà ottiche cambino notevolmente; tal'altra si nota che schiarisce sempre più sino a diventare incolora o quasi. Alle volte ancora

(1) I risultati dello studio mineralogico della titanite in questione, eseguito da uno di noi [21], furono oggetto di una comunicazione al XV Congresso Nazionale della Società Mineralogica Italiana, tenuto in Roma nel decorso autunno.

appare parzialmente trasformata in clorite, con formazione contemporanea di epidoto pistacitico.

L'anfibolo presenta i soliti caratteri dell'orneblenda verde; si tratta infatti di individui, generalmente di dimensioni medie, con tracce nette di sfaldatura secondo {110} e pleocroismo abbastanza forte dal giallo chiaro al verde. Si notano però talvolta individui leggermente più scuri con tendenza ad una tinta che va dal verde più intenso al verde–bruno, riferibili a termini un pò più ferriferi dei precedenti. L'orneblenda è quasi sempre fresca, raramente si notano ai margini degli individui cristallini delle bordature grigio verdastre, costituite da clorite ed epidoto.

Tra i componenti accessori tiene indubbiamente il primo posto la titanite; alla sua abbondanza e diffusione piuttosto uniforme già abbiamo avuto occasione di accennare. Frequenti le sezioni a forma di rombi molto acuti, di biette e simili; non di rado appare altresì in granuli ed aggregati granulari.

L'ortite si presenta in individui cristallini con abito prismatico o tabulare. Sovente, come fu rilevato in un nostro precedente lavoro [14], essa è otticamente isotropa, mostra cioè un grado di metamittizzazione in relazione al suo tenore in elementi radioattivi. In alcuni casi fu possibile constatare un fenomeno particolarmente interessante: alcune parti dell'individuo cristallino presentano isotropia ottica, le altre invece appaiono decisamente birifrangenti. Ora, in tali casi, si notò che a zone isotrope metamittizzate corrispondeva un più elevato contenuto in elementi radioattivi, mentre nelle zone birifrangenti se ne riscontrava un tenore inferiore.

L'apatite, in bei prismetti ed in granuli, è inclusa nei componenti femici della roccia dioritica, e specialmente nella biotite.

Lo zircone non è molto frequente: in granuli per lo più molto minuti, identificabili per la presenza abbastanza costante di aureole policroiche e per la fortissima birifrangenza positiva. Incluso nell'orneblenda e soprattutto nella biotite.

La pirite, in granuli, non di rado parzialmente alterata in limonite, è assai rara.

La composizione mineralogica quantitativa della roccia [7,25], determinata con il tavolino integratore, è risultata la seguente:

quarzo	21,9 %
plagioclasio	49,5 %
feldspato potassico	6,6 %
biotite	11,9 %
orneblenda	9,2 %
accessori (titanite, ortite, ecc.)	0,9 %

Prima di procedere all'analisi chimica quantitativa, è stata effettuata un'analisi spettrochimica completa su materiale tratto da campioni di diorite, raccolti nella zona settentrionale della catena Punta del Traio–Punta

Lavincusse. I risultati di tale analisi hanno permesso di stabilire che si trovano in concentrazioni superiori al limite di sensibilità di riconoscimento spettrografico i seguenti elementi (elencati in ordine di numero atomico crescente): Na, Mg, Al, Si, K, Ca, Sc, Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu, Ga, Sr, Zr, Ag, Ba, Pb.

TABELLA I.

SiO_2	63,40	1,0556
TiO_2	0,89	0,0111
ZrO_2	0,02	0,0002
Sc_2O_3	tracce	
Al_2O_3	16,41	0,1610
Ga_2O_3	tracce	
V_2O_3	tracce	
Cr_2O_3	tracce	
Fe_2O_3	2,85	0,0178
FeO	3,01	0,0419
MnO	0,08	0,0011
CoO	tracce	
NiO	tracce	
CuO	tracce	
PbO	tracce	
MgO	1,93	0,0479
CaO	5,35	0,0954
SrO	0,02	0,0002
BaO	0,02	0,0001
Na_2O	2,98	0,0481
K_2O	2,40	0,0255
Ag_2O	tracce	
H_2O-	0,12	
H_2O+	0,29	
CO_2	tracce	
P_2O_5	0,15	0,0011
F	0,02	0,0011
Cl	0,02	0,0006
S	0,05	0,0016
	100,01	
$-O=F+Cl+S$	0,04	
Somma	99,97	

L'analisi chimica della roccia[2] ha dato i risultati riportati nella tabella I.

Gli elementi, il cui tenore non figura in tabella ed è genericamente indicato con « tracce », sono stati determinati per via spettrografica, ad eccezione dell'anidride carbonica. Sebbene la determinazione degli elementi in parola abbia avuto carattere qualitativo, tuttavia è stato possibile trarre alcune indicazioni orientative sul grado di abbondanza di essi. Infatti V, Cr, Co, Ni, Cu, Ga, Pb si riscontrano in tenori compresi tra 0,001 % e 0,007 %; Sc e Ag in tenori prossimi a 0,0002 %. A questi si devono aggiungere U e Th, già da noi rintracciati e determinati nell'ortite e nella titanite, componenti mineralogici accessori della roccia dioritica [14, 22, 21].

Non è poi privo di importanza far rilevare che il numero dei costituenti minori che l'analisi spettrografica ha permesso di accertare nella diorite di Cogne–Valsavaranche è assai ragguardevole. Tale accertamento è in perfetto accordo con le conoscenze relative al comportamento geochimico degli elementi nei processi di differenziazione magmatica.

Dai dati analitici riportati nella tabella I, per la rappresentazione diagrammatica di Niggli, si calcolano i seguenti valori:

si = 231,09	al = 35,25		
ti = 2,43	fm = 27,69	k	= 0,35
	c = 20,95	mg	= 0,38
qz = + 66,65	alk = 16,11	c/fm	= 0,76

valori che nell'insieme corrispondono bene a quelli di un magma quarzodioritico normale e non sono lontani da quelli di un magma granodioritico di tipo leucotonalitico [18].

Conclusioni. – I risultati delle osservazioni fatte sul terreno – confermati dai reperti delle ricerche chimico–petrografiche eseguite in laboratorio – hanno innanzi tutto consentito di stabilire che la formazione dioritica di Cogne–Valsavaranche è costituita da diorite a facies massiccia, facente sovente passaggio a gneiss dioritico; in secondo luogo di mettere in evidenza e documentare i suoi stretti rapporti con altre formazioni geologiche contermini della regione e specialmente con la potente formazione sedimentaria–parascistosa del Carbonifero. L'originario magma dioritico attraversò gli strati del Carbonifero iniettandoli e metamorfosandoli, con conseguente formazione di apofisi filoniane dioritiche e comparsa di intense azioni esomorfe di contatto, di rara ed eccezionale evidenza per i massicci eruttivi

(2) L'analisi è stata eseguita con il metodo comunemente in uso per l'analisi delle rocce, e che del resto è sostanzialmente quello consigliato dai classici trattati di Hillebrand, Lundell, Bright e Hoffman [16] e di Washington [26], salvo qualche modificazione consigliata da ricerche analitiche più recenti. I tenori in Na_2O e in K_2O, determinati per via chimica, sono stati controllati con il fotometro a fiamma; quelli in ZrO_2, SrO e BaO sono stati stabiliti per via spettrografica.

intrusivi del ciclo magmatico ercinico. E perciò la nostra massa dioritico–gneissica è da considerarsi coeva a quelle altre masse eruttive erciniche più recenti, di età verosimilmente permiana – come, ad esempio, la massa dioritico–gneissica del Malanaggio nella Val Chisone – che, intruse nei terreni del Carbonifero, determinarono in questi delle iniezioni magmatiche e delle azioni esomorfe di contatto, modificandoli, senza che per altro abbiano mai raggiunto le formazioni mesozoiche.

I reperti dello studio petrografico e chimico della diorite massiccia, a facies normale più comune, permettono di ritenere che la plutonite dioritica originaria di Cogne–Valsavaranche sia rappresentata da una tipica diorite quarzifera biotitico–anfibolica, la cui composizione chimica corrisponde bene a quella di un magma quarzodioritico normale e non è lontana dalla composizione di un magma granodioritico di tipo leucotonalitico.

Particolarmente interessanti si sono rivelati i risultati dell'analisi spettrografica, che hanno permesso di identificare un numero considerevole di costituenti minori: vanadio, cromo, cobalto, nichelio, rame, gallio, piombo, scandio e argento. La loro presenza e il grado di abbondanza constatato è in ottimo accordo con il comportamento geochimico degli elementi nei processi di differenziazione magmatica.

Anzi, per quanto riguarda i costituenti minori, dobbiamo ancora aggiungere che intendiamo studiarne in seguito la distribuzione nelle varie facies della massa dioritico–gneissica e nei relativi inclusi femici, non che nelle facies petrografiche dei filoni ad essa connessi.

BIBLIOGRAFIA.

[1] AMSTUTZ A., *Note préliminaire sur la structure des Pennides au sud d'Aoste*, «C. R. Soc. Phys. Hist. Natur. de Genève», *52*, 214 (1935).

[2] AMSTUTZ A., *Sur le paléozoïque des Pennides au sud d'Aoste*, «Arch. des Sciences de Genève», *4*, 329 (1951).

[3] AMSTUTZ A., *Roches du ravin de Lessert, dans le Val d'Aoste*, «Arch. des Sciences de Genève», *8*, 422 (1955).

[4] ARTINI E., *Le rocce*. Hoepli, Milano, 1952.

[5] BARETTI M., *Studi geologici sul gruppo del Gran Paradiso*, «Atti Accad. Lincei», Memorie, serie III, vol. I, 195 (1877).

[6] BARETTI M., *Geologia della Provincia di Torino*. Casanova, Torino, 1893.

[7] CHAYES F., *Petrographic Modal Analysis*. Wiley & Sons, New York, 1956.

[8] DAL PIAZ GB., *Sulla geologia del Gruppo della Grivola*, «Rend. Accad. Naz. Lincei», serie VI, *7*, 414 (1928).

[9] DAL PIAZ GB., *Geologia della catena Herbetet–Grivola–Grand Nomenon*, «Memorie dell'Istituto Geologico dell'Università di Padova», vol. VII, Padova, 1928.

[10] DAL PIAZ GB., *Alcune considerazioni sull'età degli ortogneiss del Gran Paradiso, del Monte Rosa e degli Alti Tauri*, «Periodico di Mineralogia», *9*, 273 (1938).

[11] DAL PIAZ GB., *La discordanza ercinica nella zona pennidica e le sue conseguenze nei riguardi della storia geologica delle Alpi*, «Boll. Soc. Geol. Ital.», *58*, 105 (1939).

[12] FENOGLIO M., *Le escursioni del XL Congresso della Società Geologica Italiana nell'Alta Valle d'Aosta (2-6 settembre 1927)*, «Boll. Soc. Geol. Ital.», *46*, LXV (1927).

[13] FENOGLIO M., *Alcune osservazioni sui giacimenti auriferi dell'Ossola*, «Boll. Soc. Geol. Ital.», *48*, 233 (1929).

[14] Fenoglio M. e Rigault G., *Ricerche sulla distribuzione di uranio e torio nella formazione dioritica di Cogne (Valle d'Aosta)*, « Rend. Accad. Naz. Lincei », serie VIII, *23*, 107 (1957).

[15] Fenoglio M. e Sanero E., *I giacimenti metalliferi del massiccio del Gran Paradiso*, « La Ricerca Scientifica », *12*, 1269 (1941).

[16] Hillebrand W. F., Lundell G. E. F., Bright H. A. e Hoffman J. I., *Applied Inorganic Analysis*. Wiley & Sons, New York, 1955.

[17] Moretti A., *Sui rilevamenti nel gruppo del Gran Paradiso*, « Boll. Serv. Geol. d'Italia », *78*, 339 (1956).

[18] Niggli P., *Die Magmentypen*, « Schweiz. Min. Petr. Mitt. », *16*, 335 (1936).

[19] Novarese V., *Dioriti granitoidi e gneissiche della Valsavaranche (Alpi Graje)*, « Boll. R. Com. Geol. d'Italia », *25*, 275 (1894).

[20] Novarese V., *Il profilo della Grivola (Alpi Graje)*, « Boll. R. Com. Geol. d'Italia », *40*, 497 (1909).

[21] Rigault G., *Ricerche cristallografiche e chimico-spettrografiche sulla titanite della massa dioritica di Cogne–Valsavaranche*, « Rend. Soc. Min. Ital. », *15*, in corso di stampa (1959).

[22] Rigault G. e Malvicini A., *Considerazioni sui metodi per determinare il rapporto* U/Th *nei minerali e nelle rocce*, « Rend. Soc. Min. Ital. », *14*, 301 (1958).

[23] Rosenbusch H.-Osann A., *Elemente der Gesteinslehre*. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 1923.

[24] Stella A., *I giacimenti auriferi delle Alpi Italiane*, « Mem. descr. Carta Geol. d'Italia », vol. XXVII, Roma, 1943.

[25] Tröger W. E., *Spezielle Petrographie der Eruptivgesteine*. Verlag der Deutschen Mineralogischen Gesellschaft, Berlin, 1935.

[26] Washington H. S., *The chemical analysis of rocks*. Wiley & Sons, New York, 1930.

[27] *Relazione al R. Comitato Geologico sui lavori eseguiti per la Carta Geologica nell'anno 1898 e proposte di quelli da eseguirsi nel 1899*, « Boll. R. Com. Geol. d'Italia », *30*, Atti Ufficiali, 15 (1899).

[28] *Relazione al R. Comitato Geologico sui lavori eseguiti per la Carta Geologica negli anni 1899 e 1900 e proposte di quelli da eseguirsi nel 1901*, « Boll. R. Com. Geol. d'Italia », *32*, Atti Ufficiali, 13 (1901).

[29] R. Ufficio Geologico, *Carta geologica delle Alpi Occidentali*, nella scala 1 : 400.000. Roma, 1908.

[30] R. Ufficio Geologico, *Carta geologica d'Italia*, nella scala 1 : 100.000. Foglio Gran Paradiso (41) 1912.

Fisiologia. — *Un nuovo tipo di epilessia sperimentale: l'epilessia stricnica bifocale senso-motoria* (*). Nota (**) del Corrisp. ANTONINO CLEMENTI.

L'epilessia sperimentale allo stato attuale delle nostre conoscenze si può distinguere secondo G. Moruzzi [1], in base ai metodi con cui è stata realizzata, nei seguenti tipi: 1° epilessia faradica; 2° elettroschok; 3° epilessia riflessa secondo Amantea; 4° epilessia di origine sensoriale secondo Clementi, 5° epilessia da iniezioni di farmaci convulsivanti. G. Amantea [2] [3] scoprì nel 1921 l'epilessia sperimentale riflessa; egli dimostrò per il primo, che, dopo l'applicazione locale di una soluzione di nitrato di stricnina all'1 % su un centro della zona corticale motrice, la stimolazione dell'area riflessogena cutanea corrispondente intensifica il tipico clono stricnico di Baglioni e Magnini e scatena un accesso epilettiforme generalizzato. La scoperta di Amantea diede l'avvio alle successive ricerche sull'epilessia stricnica.

L'epilessia sperimentale di origine sensoriale nelle sue diverse forme di epilessia riflessa fotica, sonora, odorifera e saporifera fu da me realizzata nel 1928–29 e negli anni successivi. Dalle mie sistematiche ricerche risultò, che, se si pratica la stricnizzazione diretta e circoscritta di un'area corticale sensoriale (area visiva (1928–29) [4], area acustica (1929) [5], area olfattiva (1930) [6], area gustativa (1935) [7]) e si stimolano successivamente i recettori sensoriali corrispondenti all'area stricninizzata con energici stimoli luminosi intermittenti o, rispettivamente, con stimoli sonori o odoriferi o saporiferi si scatena un accesso epilettiforme generalizzato, che ha origine costantemente dal gruppo dei muscoli annessi al rispettivo organo di senso, sebbene il centro della zona motoria ad essi corrispondente non sia stato stricninizzato.

(*) Lavoro eseguito col sussidio del Consiglio Nazionale delle Ricerche nell'Istituto di Fisiologia dell'Università di Catania.

(**) Presentata nella seduta del 10 gennaio 1959.

(1) MORUZZI G., *L'epilessia Sperimentale*. Edit. Zanichelli, Bologna 1946.

(2) AMANTEA G., *Rapporti tra eccitamenti afferenti ed epilessia sperimentale*, « Boll. R. Acc. Med. Roma », *46*, 121–127 (1920).

(3) AMANTEA G., *Ueber experimentelle beim Versuchstier infolge afferenter Reize erzeugte Epilepsie*, « Pflügers Arch. », *188*, 287–297 (1921).

(4) CLEMENTI A., *Stricninizzazione della sfera corticale visiva ed epilessia sperimentale da stimoli luminosi*, « Arch. Fisiol. », (*a*), *27*, 356–387 (1929).

(5) CLEMENTI A., *Stricninizzazione della sfera corticale uditiva ed epilessia sperimentale da stimoli acustici*, « Arch. Fisiol. », (*b*), *27*, 388–414 (1929).

(6) CLEMENTI A., *Stricninizzazione circoscritta del lobo piriforme del cervello del cane ed epilessia riflessa da stimoli odoriferi*, « Arch. di Fisiol. », *30*, 1–31 (1931).

(7) CLEMENTI A., *L'eccitabilità della corteccia cerebrale della sfera gustativa e l'epilessia sensoriale riflessa a tipo gustativo*, « Fisiologia e Medicina », *6*, 619–630 (1935); « Boll. Soc. It. Biol. Sp. », *10*, 902–904 (1935).

Indotto da questi risultati sperimentali nel 1932 Spiegel [8] praticò la stricninizzazione locale del giro ectosilviano e soprasilviano posteriore e sottoponendo l'animale (cane o gatto) a stimoli labirintici ottenne lo scatenamento dell'accesso epilettiforme generalizzato e realizzò l'epilessia sensoriale labirintica.

Le ricerche di fisiologia cerebellare di G. Moruzzi [9,10] nel 1941 dimostrarono, che, se si pratica una lieve stricninizzazione locale della zona corticale motrice e poi si stimola con deboli correnti faradiche il paleocervelletto, insorge un tipico clono stricnico corticale e, in certi casi, un accesso epilettiforme generalizzato; questo risultato sperimentale per la sua importanza merita di essere denominato « effetto Moruzzi ».

Le epilessie sperimentali sopra citate furono realizzate dopo la stricninizzazione diretta e circoscritta di *una sola zona* della corteccia cerebrale (o della sola zona motrice oppure di una sola zona sensoriale); ad esse spetta quindi la denominazione di epilessie stricniche *monozonali*.

Non sono finora noti gli effetti motori, ed eventualmente epilettogeni, consecutivi alla *stricninizzazione contemporanea di due centri appartenenti* a due *zone eterologhe* della corteccia cerebrale e, cioè uno alla zona corticale sensitivo–motrice e l'altro a una zona corticale sensoriale. Con esperienze eseguite sistematicamente negli anni decorsi ed ora condotte a termine mi sono proposto di colmare tale lacuna. Riferisco in questa Nota i risultati delle esperienze, che mi hanno permesso di evidenziare gli effetti motori ed epilettogeni della stricninizzazione contemporanea di un centro della corteccia motrice e di un centro della corteccia visiva dello stesso emisfero cerebrale nel cane non narcotizzato.

Il centro della zona visiva di cui ho praticata la stricninizzazione locale è stato il centro occipitale fotoepilettogeno, da me individuato nel 1929 per la prima volta nel corso delle ricerche sull'epilessia fotica riflessa e che è localizzato nel terzo posteriore della prima circonvoluzione della corteccia cerebrale del cane corrispondente all'area sensoriale visiva A′ di Munk fig. 1). Nel mio lavoro del 1929 [4], dopo avere riferito i protocolli delle esperienze da cui risulta, che stricninizzando una parte variamente estesa della corteccia occipitale e quindi praticando intense stimolazioni luminose si ottiene l'insorgenza di un classico accesso epilettiforme generalizzato, rilevai, che « la stricninizzazione dell'area A′ di Munk in alcuni casi era indispensabile ed in altri esercitava certamente un'azione agevolatrice per l'insorgenza

(8) Spiegel E. A., *Rindenerregung (Auslosung epileptiformer Anfalle) durch Labyrinthreizung. Versuch. einer Lokalisation der corticalen Labyrinthreizung*, « Ztschr. f. ges. Neurol. u. Psych. », *138*, 176–196 (1932).

(9) Moruzzi G., *Sui rapporti fra cervelletto e corteccia cerebrale.* – I. *Azione d'impulsi cerebellari sulle attività corticali motrici dell'animale in narcosi clorolasica*, « Arch. di Fisiologia » (*a*) *41*, 87–149 (1941).

(10) Moruzzi G., *Sui rapporti fra cervelletto e corteccia cerebrale.* – II. *Azione d'impulsi cerebellari sulle attività motrici provocate dalla stimolazione faradica o chimica del giro sigmoideo nel gatto*, « Arch. di Fisiol. » (*b*) *41*, 158–182 (1941).

dell'epilessia riflessa » (loc. cit. [4], p. 374). Il protocollo dell'esperienza ventesima dimostrò, che « praticando la stricninizzazione di un'area ristrettissima della zona occipitale (polo occipitale) in ambedue gli emisferi » (fig. 1) insorse l'epilessia riflessa per l'azione di stimoli luminosi. Dai protocolli delle altre esperienze e dalle figure annesse al lavoro risulta chiaramente, che l'area surrilevata era sempre compresa nella parte della corteccia occipitale stricninizzata in tutte le esperienze nelle quali insorsero accessi epiletti-

Centro fotoepilettogeno della zona visiva.

Individuazione fatta nel 1929 da A. CLEMENTI (« Archivio di Fisiologia », 1929, vol. 27, p. 384, esper. 20, fig. 15).

Fig. 1.

Conferma fatta nel 1938 da G. FULCHIGNONI (« Rivista di Patologia nervosa e mentale », 1938, vol. 51, p. 40, fig. 1).

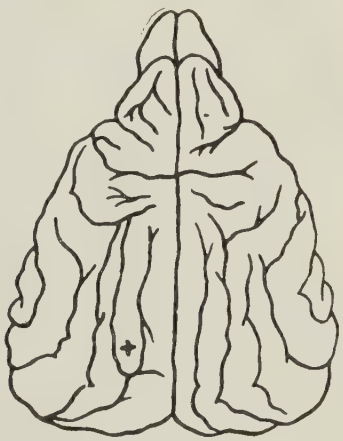


Fig. 2.

formi per stimoli luminosi, mentre essa non vi era compresa in quelle esperienze nelle quali gli accessi epilettiformi non insorsero. Le ricerche di Fulchignoni nel 1938 [11] confermarono fondamentalmente i risultati delle mie esperienze mettendo in più chiara evidenza l'elettività fotoepilettogena del centro da me individuato nel 1929 e rilevando, che la sua stricninizzazione, anche se unilaterale, determina costantemente nei cani predisposti l'accesso epilettiforme in seguito a stimolazioni luminose (fig. 2).

Il centro della zona motrice del quale ho praticata la stricninizzazione contemporaneamente a quella del centro visivo è stato o il centro del muscolo orbicolare delle palpebre, o uno dei centri motori non alleati della zona visiva (centro dell'arto anteriore, centro dell'arto posteriore), o uno dei centri dei muscoli dell'occhio, che sono sicuramente centri motori alleati della zona visiva e che sono localizzati nel lobo frontale. Poiché le conoscenze finora

(11) FULCHIGNONI S., *Contributo alla conoscenza dell'epilessia sperimentale riflessa per stimoli luminosi*, « Riv. Pat. nerv. e ment. », (*b*), *51*, 1–54 (1938).

esistenti su questi centri sono superficiali ed incerte ho preliminarmente eseguito esperienze, che mi hanno permesso di individuare, mediante la stimolazione faradica unipolare, i seguenti centri motori nel giro precrociato: nel segmento esterno (fig. 3 (1)) un centro per il sollevamento della palpebra superiore del lato opposto, nel segmento interno (fig. 3 (3)) un centro per i movimenti verso l'alto del bulbo oculare del lato opposto, e nel segmento intermedio (fig. 3 (2)) un centro per i movimenti simultanei del bulbo oculare e della palpebra superiore del lato opposto; la soglia dell'eccitabilità di questi centri agli stimoli faradici è risultata pressoché uguale a quella degli altri centri del giro sigmoideo.

Fig. 3. – Centri motori del bulbo oculare e della palpebra superiore localizzati nel giro precrociato (lobo frontale) del cervello del cane.

1. Centro pel sollevamento della palpebra superiore destra.
2. Centro per i movimenti simultanei del bulbo oculare e della palpebra superiore destra.
3. Centro pel movimento in alto e all'interno del bulbo oculare destro.

L. O. = lobo orbitario.
L. F. = lobo frontale.

Le esperienze, di cui qui riferisco i risultati, sono state eseguite nel cane non narcotizzato e si possono distinguere in due gruppi: in quelle del primo gruppo ho praticata dapprima la stricnizzazione di uno dei centri della zona sensitivo–motrice e, immediatamente dopo, quella del centro fotoepilettogeno della corteccia visiva; in quelle del secondo gruppo ho praticata dapprima la stricninizzazione del centro visivo e, immediatamente dopo, quella di uno dei centri della zona motrice. La stricninizzazione diretta e circoscritta è stata realizzata mediante l'applicazione sul centro prescelto di un dischetto di carta bibula del diametro di mm 3–mm 4 imbevuto di una soluzione di nitrato di stricnica all'1 %; i risultati ottenuti nelle esperienze, in cui il centro era stato individuato prima della stricninizzazione mediante deboli stimolazioni faradiche sono stati fondamentalmente concordanti con quelli delle esperienze, nelle quali è stata evitata prima della stricninizzazione qualsiasi stimolazione faradica a scopo localizzativo.

Risultati del primo gruppo di esperienze. – L'applicazione prolungata e ripetutamente rinnovata di una soluzione di nitrato di stricnina all'1 % su uno dei centri del giro precrociato del lobo frontale (e cioè sul centro della palpebra superiore o sul centro del bulbo oculare o sul centro comune del bulbo oculare e della palpebra superiore (fig. 4 (1)) provoca il clono corticale stricnico di Baglioni e Magnini a carico dei muscoli corrispondenti dal lato opposto. La stricninizzazione del centro fotoepilettogeno occipitale dello stesso emisfero (fig. 4 (2)) praticata dopo alcuni minuti primi determina l'intensificarsi del clono stricnico già insorto a carico dei muscoli

del globo oculare o della palpebra superiore o dell'uno e dell'altra insieme; successivamente, senza la produzione intenzionale di stimolazioni luminose o di stimolazioni tattili o cutanee dolorifiche i movimenti clonici si estendono a tutti i gruppi muscolari del lato opposto e quindi a quelli dello stesso lato; si scatena così un classico accesso epilettiforme generalizzato. Ad esso seguono, ad intervalli irregolari di tempo, altri accessi epilettiformi, che hanno inizio sempre dal gruppo di muscoli corrispondente al centro motore stricninizzato (*status epilepticus*). La distruzione col termocauterio dei centri motori della circonvoluzione precrociata determina la scomparsa dello stato convulsivo epilettico della palpebra superiore o del bulbo oculare o di ambedue

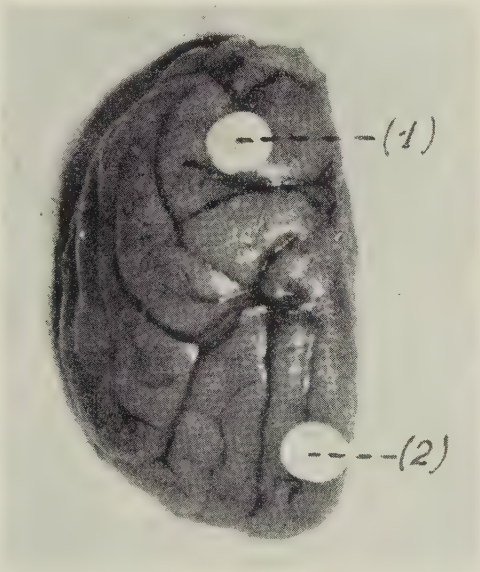


Fig. 4.

e la loro immobilità, ma non determina la cessazione dello *status epilepticus*: nuovi accessi epilettiformi insorgono e questi hanno inizio dai muscoli della faccia o della spalla o del padiglione auricolare del lato opposto.

La stricninizzazione intensa del centro della zona motrice per i muscoli della gamba anteriore (fig. 5 (1)) o del centro dei muscoli della gamba posteriore (fig. 6 (1)) e la stricninizzazione, praticata dopo alcuni minuti, del centro visivo fotoepilettogeno (fig. 5 (2) e fig. 6 (2)) dello stesso emisfero hanno effetti analoghi a quelli descritti precedentemente e cioè, l'insorgenza del clono stricnico dei muscoli della gamba anteriore o posteriore, e quindi, senza la produzione intenzionale di stimolazioni visive o di stimolazioni tattili o dolorifiche, la sua intensificazione e lo scatenamento di un accesso epilettiforme generalizzato, seguito dallo *status epilepticus*.

Se l'applicazione della soluzione di nitrato di stricnina all' 1 % sul centro dei muscoli dell'arto anteriore o sul centro dei muscoli dell'arto posteriore

è di durata breve o brevissima (stricninizzazione lieve) il clono stricnico a carico dei muscoli dell'arto del lato opposto è molto debole o non si manifesta; la stricninizzazione successiva del centro visivo fotoepilettogeno dello stesso emisfero praticata dopo alcuni minuti primi può determinare l'intensificazione passeggera del debole clono stricnico, se esso era insorto, o addirittura la sua insorgenza per breve periodo di tempo, se esso era assente. Questi risultati sperimentali sono la chiara dimostrazione, che gli impulsi ad alta frequenza, che provengono dalla zona occipitale stricninizzata bombardano i più svariati centri della zona motrice dello stesso emisfero e cioè non solo i centri motori ad essa alleati, ma anche quelli non alleati e ne esal-

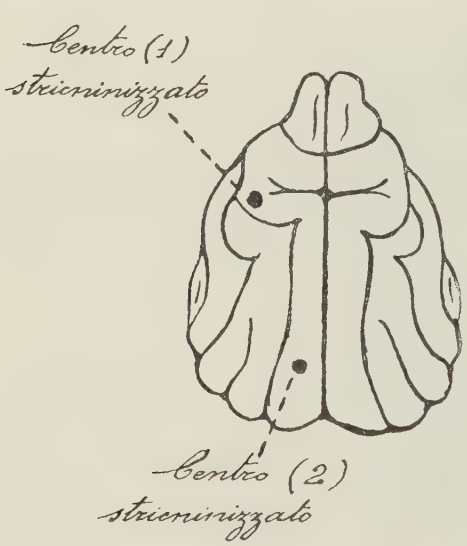


Fig. 5.

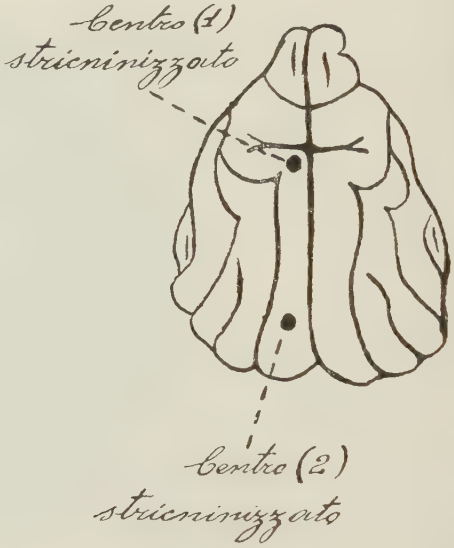


Fig. 6.

tano l'eccitabilità. Questo fatto è degno di rilievo sia dal punto di vista fisiologico, che da quello fisiopatologico. Esso stà in accordo con i risultati delle mie ricerche elettrocorticografiche [12] dalle quali è stato dimostrato, che l'applicazione locale della soluzione di nitrato di stricnina all'1 % nel segmento inferiore del giro silvio anteriore (zona gustativa) della corteccia cerebrale del cane determina una profonda modificazione dell'attività elettrica dei centri dell'area sensitivo–motrice dello stesso emisfero; essa si manifesta dapprima a carico del centro dei muscoli della lingua localizzato nel giro composito anteriore (centro alleato alla zona visiva), e successivamente anche a carico degli altri centri motori dello stesso emisfero sicuramente non alleati, come, ad esempio, a carico del centro del muscolo orbicolare delle

(12) CLEMENTI A., *L'area gustativa della corteccia cerebrale del cane e i suoi rapporti coi centri dell'area sensitivo-motrice esplorati colla tecnica elettrocorticografica*, « Boll. Soc. It. Biol. sp. », *34*, 1550–53 (1958).

palpebre. L'aumento dell'eccitabilità dei centri motori non alleati alla zona sensoriale stricninizzata è certamente da considerare come un fattore, che facilita la propagazione dell'attività convulsiva a tutta la corteccia motrice, quando il centro alleato è diventato epilettico in seguito alla stricninizzazione locale della zona sensoriale ed alla contemporanea produzione di intense stimolazioni dell'organo di senso corrispondente (epilessia riflessa di origine sensoriale). Dal punto di vista fisiopatologico è da rilevare, che in certe forme di epilessia psicomotrice umana l'accesso epilettico, sebbene sia preceduto da un'aura visiva, ha inizio con movimenti convulsivi di gruppi muscolari diversi dai muscoli oculari. Per spiegare l'insorgenza dell'accesso epilettico con queste modalità noi siamo indotti ad ammettere, prendendo a modello (pattern) l'epilessia stricnina bizonale visivo–motoria qui descritta, che in questi casi esistono due foci epilettici, di cui uno si trova nella zona visiva e l'altro nella zona motrice, ma in corrispondenza di centri motori diversi dai centri dei muscoli oculari.

RISULTATI DEL SECONDO GRUPPO DI ESPERIENZE. – L'applicazione della soluzione di nitrato di stricnina all'1 % praticata sul terzo posteriore della prima circonvoluzione di un emisfero (centro occipitale fotoepilettogeno) (fig. 7 (1)) non determina l'insorgenza di cloni stricnici né dei muscoli oculari né di alcun altro gruppo muscolare; conformemente a quanto abbiamo rilevato nelle nostre ricerche sull'epilessia fotica si osserva solamente l'intensificarsi dei movimenti, che l'animale compie normalmente, e cioè dei movimenti di sollevamento della palpebra superiore e del sopracciglio dell'occhio del lato opposto o dei movimenti di rotazione dei bulbi oculari verso l'alto, come se l'animale volesse fissare con lo sguardo improvvisamente oggetti inesistenti. Se dopo alcuni minuti primi viene applicata la stessa soluzione di nitrato di stricnina su un centro qualsiasi della zona sensitivo–motrice (centro dei muscoli della gamba anteriore, centro dei muscoli della gamba posteriore, centro dei muscoli della palpebra superiore e del bulbo oculare (fig. 7 (2)) insorge il caratteristico clono stricnico a carico del gruppo muscolare corrispondente al centro motore stricninizzato; questo progressivamente si intensifica, e, senza la produzione intenzionale di stimolazioni visive o tattili, sfocia in un classico accesso epilettiforme generalizzato che è seguito dallo *status epilepticus*.

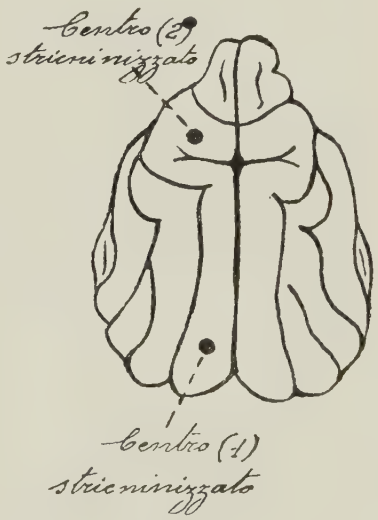


Fig. 7.

Dai risultati delle nostre esperienze si possono trarre le seguenti conclusioni:

1° Per effetto della stricninizzazione diretta e circoscritta di un centro della zona sensoriale visiva del cervello del cane non narcotizzato (centro visivo fotoepilettogeno) immediatamente preceduta o immediatamente seguita dalla stricninizzazione di uno dei centri della zona motrice dello stesso emisfero (centro della gamba anteriore, centro della gamba posteriore, centro dell'orbicolare delle palpebre, centro del bulbo oculare e della palpebra superiore) insorge, senza la produzione intenzionale di stimolazioni cutanee o retimiche, un accesso epilettiforme generalizzato, il quale ha inizio dal gruppo dei muscoli corrispondenti al centro motore stricninizzato anche se questo è un centro non alleato alla zona visiva; altri accessi epilettiformi insorgono successivamente ad intervalli irregolari di tempo con le stesse modalità del primo, stabilendosi così uno *status epilepticus*.

2° La caratteristica più importante, che differenzia questo tipo di epilessia stricnica bizonale senso–motoria (visivo–motoria) dagli altri tipi di epilessia stricnica, che sono monozonali, è rappresentata dall'insorgenza dell'accesso epilettiforme senza l'intervento di eccitamenti centripeti derivati da stimolazioni intenzionalmente prodotte dei recettori periferici sensitivo–cutanei o sensoriali–retimici.

3° La stricninizzazione locale del centro occipitale visivo fotoepilettogeno praticata pochi minuti dopo la stricninizzazione lieve o lievissima del centro motore della gamba anteriore o di quello della gamba posteriore dello stesso emisfero determina l'intensificazione di breve durata del debole clono stricnico già insorto o la sua insorgenza, se esso era assente; questo fatto si può considerare come la dimostrazione, che gli impulsi ad alta frequenza provenienti dalla zona visiva stricninizzata pervengono anche ai centri motori non alleati alla zona sensoriale visiva e ne esaltano l'eccitabilità.

4° L'epilessia stricnica bizonale visivo–motoria può essere presa a modello per interpretare il meccanismo fisiopatogenetico dell'accesso epilettico in quelle forme di epilessia psicomotrice umana, in cui esso è preceduto da un'aura visiva ma ha inizio da gruppi muscolari diversi da quelli oculari.

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Varietà a struttura quaternionale generalizzata.* Nota di ENZO MARTINELLI, presentata (*) dal Socio F. SEVERI.

È noto che le nozioni di varietà a struttura quasi complessa, quasi hermitiana complessa, quasi quaternionale, quasi hermitiana quaternionale, riemanniana, ecc., possono inquadrarsi, secondo C. Ehresmann [2, 3], nel concetto generale di G–struttura infinitesimale (di 1° ordine) (1). D'altronde C. Ehresmann stesso ha osservato in [2] che, contrariamente a quello che accade nel caso delle varietà a struttura complessa, se una struttura quasi quaternionale risulta integrabile, vale a dire si tratta di una struttura quaternionale, la varietà è di necessità localmente affine.

Ora si propongono qui definizioni di strutture quasi quaternionali e quasi hermitiane quaternionali più generali del consueto, rispetto alla prima delle quali la condizione di integrabilità non risulta così vincolante come nel caso ordinario. Tali generalizzazioni sono ottenute ampliando di poco i corrispondenti gruppi strutturali G, in guisa da consentire l'introduzione, sulle varietà dotate delle strutture generalizzate, degli stessi enti geometrici essenziali che hanno significato nel caso delle corrispondenti strutture ordinarie (faccette caratteristiche, metrica hermitiana).

Va rilevato altresì che i detti ampliamenti non hanno l'analogo nel caso complesso, in quanto sono legati alla non commutatività dell'algebra dei quaternioni.

Un esempio notevole di varietà dotata delle anzidette strutture generalizzate (esempio che ha suggerito le attuali definizioni) è offerto da un modello reale metrico dello spazio proiettivo quaternionale n–dimensionale $\mathcal{S}_n^Q$. Lo studio dettagliato di tale modello, P_{4n}, formerà oggetto di un prossimo lavoro. Qui ne accenneremo soltanto le proprietà più notevoli, che riescono strettamente analoghe a quelle del modello di Mannoury–Fubini–Study dello spazio proiettivo complesso. In particolare P_{4n} risulta dotato di metrica riemanniana subordinata dall'ambiente euclideo, invariante per un gruppo di rotazioni immagini del gruppo unitario quaternionale delle omografie di $\mathcal{S}_n^Q$, metrica che può d'altronde esprimersi con una forma quadratica hermitiana quaternionale nei differenziali formali di coordinate quaternionali locali. E a tal forma quadratica può associarsi una 2–forma esterna quaternionale ω, il cui quadrato $\Omega = \omega \wedge \omega$ è una 4–forma che gode di proprietà analoghe alla 2–forma di Kähler nel caso complesso. In particolare Ω risulta chiusa (non così la ω), e, insieme alle sue potenze, fornisce gli elementi di estensione delle varietà P_{4m} $(m = 1, \cdots, n)$ immagini reali in P_{4n} degli spazi proiettivi $\mathcal{S}_m^Q$ subordinati a $\mathcal{S}_n^Q$.

(*) Nella seduta del 14 marzo 1959.

(1) Cfr. altresì P. LIBERMANN [4].

1. RICHIAMI E CONVENZIONI. – Sia Q l'algebra dei quaternioni sul campo reale R. Se $a \in Q$, scriveremo indifferentemente:

$$a = i_0 \overset{0}{a} + i_1 \overset{1}{a} + i_2 \overset{2}{a} + i_3 \overset{3}{a} = \overset{0}{a} + i\overset{1}{a} + j\overset{2}{a} + k\overset{3}{a},$$

essendo $\overset{\nu}{a} \in R$ $(\nu = 1, 2, 3)$ e $i_0 = 1$, $i_1 = i$, $i_2 = j$, $i_3 = k$, con la solita tabella di moltiplicazione: $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = -ji = k$, $jk = -kj = i$, $ki = -ik = j$. Indicheremo talora la componente reale di a con $\Re(a)$, e la componente immaginaria con $\Im(a) = i\overset{1}{a} + j\overset{2}{a} + k\overset{3}{a}$.

Indicato con $\bar{a} = \Re(a) - \Im(a)$ il quaternione coniugato di a, la norma di a è espressa da:

$$\mathfrak{N}(a) = |a|^2 = \bar{a}a = a\bar{a} = \sum_{\nu \, 0,\cdots,3} \left(\overset{\nu}{a}\right)^2.$$

Risulta inoltre per $a, b \in Q$,

$$\overline{ab} = \bar{b}\,\bar{a}. \tag{1.1}$$

Sia $A = (a^\alpha_\beta)$ $(\alpha = 1, \cdots, n;\ \beta = 1, \cdots, m)$ una matrice $n \times m$ ad elementi quaternioni. Indicheremo con $\bar{A} = (\bar{a}^\beta_\alpha)$ la matrice $m \times n$ *trasposta coniugata* di A, ponendo cioè

$$\bar{a}^\beta_\alpha = a^\alpha_\beta, \tag{1.2}$$

coll'intesa di attribuire sempre gli indici alti alle orizzontali e i bassi alle verticali.

Se B è un'analoga matrice $m \times p$, tenuto conto delle convenzioni ora fatte e della (1.1), si ha subito:

$$\overline{AB} = \bar{B}\,\bar{A}. \tag{1.3}$$

Indicheremo con $Q^n(\xi^1, \cdots, \xi^n)$ $(\xi^\alpha \in Q;\ \alpha = 1, \cdots, n)$ lo spazio numerico quaternionale n-dimensionale, che penseremo come spazio vettoriale *destro*, descritto cioè dai vettori $\xi = \varepsilon_\alpha \xi^\alpha$, indicando con $\varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_n$ la base canonica e intendendo, qui e in seguito, di sommare rispetto a un indice ripetuto in alto e in basso.

Siano ξ, η vettori di Q^n e $\Xi = (\xi^\alpha)$, $H = (\eta^\alpha)$ le matrici $n \times 1$ delle relative componenti. Il *prodotto hermitiano* $\xi \cdot \eta$ dei due vettori può esprimersi così:

$$\xi \cdot \eta = \sum_\alpha \bar{\xi}^\alpha \eta^\alpha = \bar{\xi}_\alpha \eta^\alpha = \bar{\Xi} H, \tag{1.4}$$

ove, seguendo sempre la convenzione (1.2), si è posto $\bar{\xi}_\alpha = \overline{\xi^\alpha}$. In particolare il quadrato della *misura hermitiana*, o *norma*, di ξ è dato da:

$$\mathfrak{N}(\xi) = \bar{\xi}_\alpha \xi^\alpha = \bar{\Xi}\Xi = \sum_\alpha \mathfrak{N}(\xi^\alpha). \tag{1.5}$$

Osserviamo infine che il calcolo differenziale esterno si estende ovviamente alle p–forme quaternionali del tipo $\varphi_p = \overset{0}{\varphi}_p + i\overset{1}{\varphi}_p + j\overset{2}{\varphi}_p + k\overset{3}{\varphi}_p$, essendo $\overset{\nu}{\varphi}_p (\nu = 0, 1, 2, 3)$ p–forme differenziali reali. Notiamo in particolare che, se ψ_q è un'analoga q–forma quaternionale, la regola di commutazione del prodotto esterno nel campo reale, tenuto conto della (1.1), dà

$$\overline{\varphi_p \wedge \psi_q} = (-1)^{pq} \bar{\psi}_q \wedge \bar{\varphi}_p , \tag{1.6}$$

ove s'indicano con sopralineatura le forme coniugate ($\bar{\varphi}_p = \overset{0}{\varphi}_p - i\overset{1}{\varphi}_p - j\overset{2}{\varphi}_p - k\overset{3}{\varphi}_p$, e analogamente).

2. STRUTTURE DI TIPO QUATERNIONALE. – Sia V_m una varietà differenziabile reale di dimensione m, e $T(V_m, R^m, L_m)$ lo spazio fibrato dei vettori tangenti a V_m, ove R^m denota lo spazio numerico reale m–dimensionale pensato come spazio vettoriale, e L_m denota il gruppo lineare omogeneo in esso. Una G–*struttura infinitesimale* su V_m è definita, quando esista, da uno spazio fibrato $T(V_m, R^m, G)$ subordinato a $T(V_m, R^m, L_m)$, essendo G un assegnato sottogruppo di L_m.

Consideriamo in particolare il caso quaternionale. Siano L_n^Q, U_n^Q rispettivamente il *gruppo lineare omogeneo* e il *gruppo unitario, sinistri*, nello spazio vettoriale destro Q^n (n. 1). Se $\Xi = (\xi^\alpha)$, $'\Xi = ('\xi^\alpha)$ sono le matrici rappresentanti due vettori $\xi, '\xi \in Q^n$, e $A = (a^\alpha_\beta)$ $(a^\alpha_\beta \in Q)$ è una matrice quadrata d'ordine n, le trasformazioni dei gruppi considerati sono definite dalle formule:

$$'\Xi = A\Xi , \tag{2.1}$$

con le condizioni

$$\text{per } L_n^Q: \quad A \text{ invertibile}, \tag{2.1 a}$$

$$\text{per } U_n^Q: \quad A \text{ unitaria } (\bar{A} = A^{-1}) \text{ (2)}. \tag{2.1 b}$$

Si ottiene sopra una varietà V_{4n} una *struttura quasi quaternionale*, o una *struttura quasi hermitiana quaternionale, destre*, assumendo come gruppo G rispettivamente il gruppo L_n^Q o U_n^Q coll'intesa di identificare canonicamente Q^n a R^{4n}.

La struttura quasi quaternionale è *integrabile* qualora possono trovarsi su V_{4n} coordinate quaternionali locali $\zeta^\alpha (\alpha = 1, \cdots, n)$, i cui differenziali formali

$$d\zeta^\alpha = \overset{0}{d\zeta}{}^\alpha + i\overset{1}{d\zeta}{}^\alpha + j\overset{2}{d\zeta}{}^\alpha + k\overset{3}{d\zeta}{}^\alpha$$

siano atti a definire la struttura. Ciò implica che, se $'\zeta^\alpha$ è un altro analogo sistema di coordinate locali, in ogni punto $z \in V_{4n}$ ove i due sistemi siano

(2) Cfr., per esempio, C. CHEVALLEY [1], cap. I.

entrambi definiti, i differenziali $d\zeta^\alpha$, $d'\zeta^\alpha$ siano legati da trasformazioni del tipo (2.1) cioè

$$d'\zeta^\alpha = a^\alpha_\beta \, d\zeta^\beta, \tag{2.2}$$

essendo le a^α_β funzioni di z, che supponiamo di classe 1.

Ora le (2.2) esprimono che le $'\zeta^\alpha$ sono funzioni differenziabili delle $\zeta^1, \cdots, \zeta^n$; e quindi, per una nota proprietà, si tratta di funzioni lineari. Ne segue che le $4n$ coordinate locali reali, su V_{4n}, $(\overset{\nu}{\zeta}{}^\alpha)$ $(\alpha = 1, \cdots, n;$ $\nu = 0, \cdots, 3)$ sono funzioni lineari delle analoghe $(\overset{\nu}{\zeta}{}^\alpha)$; onde V_{4n} risulta localmente affine.

3. Strutture di tipo quaternionale generalizzate. – Definiamo come struttura quasi quaternionale, e struttura quasi hermitiana quaternionale, destre, *generalizzate*, quelle che si ottengono sostituendo rispettivamente i gruppi L^Q_n, U^Q_n con i loro ampliamenti $\tilde{L}^Q_n$, $\tilde{U}^Q_n$ definiti dalle formule:

$$'\Xi = A\,\Xi q, \tag{3.1}$$

con le condizioni

$$\text{per } \tilde{L}^Q_n: \quad A \text{ invertibile}, \quad q \in Q - 0, \tag{3.1 a}$$

$$\text{per } \tilde{Q}^Q_n: \quad A \text{ unitaria}, \quad \mathfrak{N}(q) = \bar{q}q = 1. \tag{3.1 b}$$

È immediato verificare che le condizioni scritte definiscono gruppi di trasformazioni.

Notiamo inoltre che, anche nelle (3.1 *a*), può supporsi $\mathfrak{N}(q) = 1$, bastando a tale scopo sostituire nella (3.1) la matrice A con la matrice $A\,|q|$ e il quaternario q con $q/|q|$, il che non altera il risultato.

Vedremo nei nn. 4, 5 quali sono gli enti geometrici fondamentali che le due strutture generalizzate ora introdotte consentono di considerare sulla varietà che ne sia dotata.

4. Faccette caratteristiche quaternionali. – Una *direzione* in Q^n può definirsi come classe di equivalenza di vettori proporzionali secondo un fattore $\lambda \in Q - 0$: $\xi = \varepsilon_\alpha \xi^\alpha$, $\xi\lambda = \varepsilon_\alpha \xi^\alpha \lambda$. Ad essa corrisponde in $R^{4n} \equiv Q^n$ una 4-giacitura di vettori equivalenti, che diremo *faccetta caratteristica quaternionale* (*f. c. q.*). La *f. c. q.* può considerarsi come «immagine reale» della direzione in Q^n.

È ovvio che il sistema $\infty^{4(n-1)}$ delle *f. c. q.* di R^{4n} è invariante per il gruppo L^Q_n; ma accade più in generale che tal sistema è invariante per $\tilde{L}^Q_n$.

Infatti, due vettori proporzionali ξ, $\xi\lambda$ sono rappresentati dalle matrici Ξ, $\Xi\lambda$, le quali, mediante le (3.1), si mutano nelle:

$$'\Xi = A\Xi q \quad , \quad '(\Xi\lambda) = A\Xi\lambda q = A\Xi q q^{-1}\lambda q = '\Xi\mu,$$

con $\mu = q^{-1}\lambda q$. E $'\Xi$, $'\Xi\mu$ rappresentano vettori proporzionali secondo il fattore $\mu \in Q - 0$.

La proprietà dimostrata rende possibile trasportare la nozione di *f. c. q.* da R^{4n} sugli spazi vettoriali tangenti alla varietà V_{4n}; si ha cioè che:

Una struttura quasi quaternionale generalizzata determina, per ogni punto z della varietà V_{4n} *che ne è dotata, un sistema* $\infty^{4(n-1)}$ *di faccette caratteristiche quaternionali nello spazio vettoriale tangente* T_z.

5. METRICA HERMITIANA QUATERNIONALE. – È noto che il prodotto hermitiano di due vettori è invariante per il gruppo U_n^Q. La proprietà non si generalizza questa volta completamente al gruppo $\tilde{U}_n^Q$.

Dimostriamo precisamente che *i prodotti hermitiani reali sono invarianti per il gruppo* $\tilde{U}_n^Q$.

Siano ξ, η due vettori di Q^n, e $'\xi$, $'\eta$ i vettori trasformati mediante una trasformazione (3.1), con le condizioni (3.1 *b*). Indicate con le lettere greche maiuscole corrispondenti le matrici rappresentanti i vettori, si ha, avuto riguardo alle (1.4) e (1.3).

$$'\xi \cdot '\eta = {}'\bar{\Xi}\,'H = \bar{q}\bar{\Xi}\bar{A}AHq = \bar{q}\bar{\Xi}Hq = \bar{q}(\xi\cdot\eta)q\,.$$

Se ora $\xi\cdot\eta$ *è reale*, tenuto conto che $\bar{q}q = 1$, si trae appunto $'\xi\cdot'\eta = \xi\cdot\eta$.

Dalla proposizione dimostrata consegue in particolare che il gruppo $\tilde{U}_n^Q$ lascia invariata la misura hermitiana dei vettori, e così pure che trasforma basi ortonormali in basi ortonormali.

Trasportando la misura hermitiana dei vettori da R^{4n} agli spazi vettoriali tangenti a V_{4n}, si ha quindi che:

Una struttura quasi hermitiana quaternionale generalizzata determina sulla varietà V_{4n} *che ne è dotata una metrica hermitiana quaternionale.*

6. Abbiamo visto ora che le trasformazioni di $\tilde{U}_n^Q$ conservano la misura hermitiana. Possiamo dimostrare di più che:

Il gruppo $\tilde{U}_n^Q$ *è caratterizzato entro* $\tilde{L}_n^Q$ *dal conservare la misura hermitiana.*

Facciamo un'osservazione preliminare. Sia $a \in Q$ soddisfacente alle relazioni:

$$a = i_\nu a i_\nu \qquad (\nu = 1, 2, 3). \tag{6.1}$$

Proviamo che risulta in conseguenza $a = 0$.

Invero, dalla (6.1) si trae:

$$(\overset{0}{a} + i\overset{1}{a} + j\overset{2}{a} + k\overset{3}{a})\, i_\nu + i_\nu (\overset{0}{a} + i\overset{1}{a} + j\overset{2}{a} + k\overset{3}{a}) = 0\,,$$

cioè $2\,\overset{0}{a}\, i_\nu - 2\,\overset{\nu}{a} = 0$, da cui $\overset{0}{a} = \overset{\nu}{a} = 0$ $(\nu = 1, 2, 3)$.

Ciò premesso, siano $\xi, \eta \in Q^n$ e $'\xi, '\eta$ i trasformati mediante una trasformazione (3.1) di $\tilde{L}_n^Q$, che supponiamo conservante la misura hermitiana. La relazione $\mathfrak{N}(\xi + \eta) = \mathfrak{N}('\xi + '\eta)$ dà, con i simboli già usati,

$$(\Xi + \bar{H})(\Xi + H) = ('\Xi + '\bar{H})('\Xi + 'H)\,,$$

cioè

$$\bar{\Xi}\Xi + \bar{H}H + \bar{\Xi}H + \bar{H}\Xi = {}'\bar{\Xi}\,'\Xi + {}'\bar{H}\,'H + {}'\Xi\,'H + {}'\bar{H}\,'\Xi,$$

da cui, tenuto conto che è anche $\mathfrak{N}(\xi) = \mathfrak{N}('\xi)$, $\mathfrak{N}(\eta) = \mathfrak{N}('\eta)$,

$$\bar{\Xi}H + \bar{H}\Xi = {}'\bar{\Xi}\,'H + {}'\bar{H}\,'\Xi. \tag{6.2}$$

Ora, applicando la (3.1), la (6.2) dà:

$$\Xi H + \bar{H}\Xi = q\bar{\Xi}\bar{A}AHq + \bar{q}\bar{H}\bar{A}A\Xi q = \bar{q}\,(\bar{\Xi}\bar{A}AH + \bar{H}\bar{A}A\Xi)\,q\,.$$

D'altronde, tenuto conto della (1 . 3), appare che i termini contenuti nell'ultima parentesi sono fra loro coniugati, cosicché il valore della loro somma è reale. Tenuto conto inoltre che, secondo si è avvertito al n. 3, per ogni trasformazione (3.1) di $\tilde{\mathrm{L}}_n^{\mathrm{Q}}$ possiamo sempre assumere $\mathfrak{N}(q) = 1$, si ha quindi:

$$\bar{\Xi}H + \bar{H}\Xi = \bar{\Xi}\bar{A}AH + \bar{H}\bar{A}A\Xi,$$

o anche

$$\bar{\Xi}H - \bar{\Xi}\bar{A}AH = \bar{H}\bar{A}A\Xi - \bar{H}\Xi\,. \tag{6.3}$$

Cambiamo ora il vettore η nel vettore ηi_ν ($\nu = 1, 2, 3$), il che implica la sostituzione di H con Hi_ν e di $\bar{H}$ con $-i_\nu\bar{H}$. La (6.3) dà allora:

$$(\Xi H - \bar{\Xi}\bar{A}AH)\,i_\nu = -\,i_\nu\,(\bar{H}\bar{A}\,A\Xi - \bar{H}\Xi)\,,$$

cioè

$$i_\nu\,(\bar{\Xi}H - \Xi\bar{A}AH)\,i_\nu = \bar{H}\bar{A}A\Xi - \bar{H}\Xi\,,$$

e, avuto riguardo alla (6.3) stessa,

$$\bar{\Xi}H - \bar{\Xi}\bar{A}AH = i_\nu\,(\bar{\Xi}H - \bar{\Xi}\bar{A}AH)\,i_\nu \qquad (\nu = 1, 2, 3).$$

Ricordando l'osservazione preliminare, si ha quindi

$$\bar{\Xi}H - \bar{\Xi}\bar{A}AH = 0\,,$$

ovvero anche, indicando con I la matrice identica d'ordine n,

$$\bar{\Xi}IH - \bar{\Xi}\bar{A}AH = \bar{\Xi}\,(I - \bar{A}A)\,H = 0\,.$$

Finalmente, poiché le matrici $\bar{\Xi}$, H sono arbitrarie, si conclude che $\bar{A}A = I$; cioè la trasformazione (3.1) considerata soddisfa alle condizioni (3.1 *b*) che definiscono il gruppo $\tilde{\mathrm{U}}_n^{\mathrm{Q}}$.

7. Modello metrico reale dello spazio proiettivo quaternionale. – Passiamo ad accennare rapidamente all'esempio annunciato di varietà dotata di strutture di tipo quaternionale generalizzate.

Siano $x^0, x^1, \cdots, x^n$ ($x^r \in \mathrm{Q}$; $r = 0, 1, \cdots, n$) coordinate omogenee nello spazio proiettivo quaternionale destro $\mathfrak{S}_n^{\mathrm{Q}}$, per modo che (x^r) , $(x^r\lambda)$, con $\lambda \in \mathrm{Q} - 0$, rappresentino lo stesso punto $x \in \mathfrak{S}_n^{\mathrm{Q}}$.

Seguendo sempre le convenzioni del n. 1, scriveremo $\bar{x}_r$ in luogo di $\bar{x}^r$, e analogamente. Si prova facilmente che il punto x variabile su $\mathfrak{S}_n^Q$ riesce in corrispondenza biunivoca continua con il sistema di valori quaternioni:

$$(7.1) \qquad y_s^r = \frac{x^r \bar{x}_s}{\rho} \qquad \text{(senza sommare per } r = s),$$

essendo $r, s = 0, 1, \cdots, n$, e

$$(7.2) \qquad \rho = \bar{x}_r x^r = \sum_r \mathfrak{R}(x^r) > 0.$$

Dalle (7.1) risulta $\overline{y_s^r} = \bar{y}_r^s = y_s^r$, cosicché le $N = (2n+1)(n+1)$ quantità reali:

$$(7.3) \qquad z_t = y_t^t/\sqrt{2} \quad , \quad z_{rs0} = \overset{0}{y}{}_s^r = \overset{0}{y}{}_r^s \quad , \quad z_{rs\nu} = \overset{\nu}{y}{}_s^r = -\overset{\nu}{y}{}_r^s ,$$

$$(r, s, t = 0, 1, \cdots, n \; ; \; r < s \; ; \; \nu = 1, 2, 3),$$

possono interpretarsi come coordinate cartesiane ortogonali di un punto z dello spazio euclideo reale E_N di dimensione N. Al variare di x su $\mathfrak{S}_n^Q$, z descrive in E_N una *varietà algebrica reale* P_{4n} *omeomorfa a* $\mathfrak{S}_n^Q$.

Per la varietà P_{4n} possono dimostrarsi eleganti proprietà d'immersione analoghe a quelle valide per il modello di Mannoury–Fubini–Study dello spazio proiettivo complesso [3]: P_{4n} è tracciata sopra l'ipersfera di E_N con centro l'origine e raggio $1/\sqrt{2}$, ed anzi sulla sezione di questa con l'iperpiano $\sum_t z_t = 1/\sqrt{2}$; P_{4n} è mutata in sè da un gruppo di rotazioni di E_N immagini del gruppo delle omografie unitarie sinistre di $\mathfrak{S}_n^Q$.

Non ci fermiamo su ciò. Dimostriamo invece che P_{4n} *è dotata naturalmente di struttura quaternionale generalizzata*, e non di struttura quaternionale ordinaria.

È chiaro intanto che P_{4n} può descriversi localmente mediante n coordinate quaternionali proiettive non omogenee tratte dalle $x^0, x^1, \cdots, x^n$. Per esempio nell'aperto $A_0 \subset P_{4n}$ ove $x^0 \neq 0$, i valori $x^0(x^0)^{-1} = 1$, $x^1(x^0)^{-1}, \cdots, x^n(x^0)^{-1}$ corrispondono biunivocamente al punto $z \in A_0$, quindi possono ivi assumersi le coordinate

$$\zeta^1 = x^1(x^0)^{-1}, \cdots, \zeta^n = x^n(x^0)^{-1}.$$

Ora i differenziali formali $d\zeta^1, \cdots, d\zeta^n$ determinano un riferimento nello spazio vettoriale tangente T_z che permette di rappresentare isomorficamente T_z su Q^n. Ciò vale per ogni $z \in A_0$; analogamente per tutti gli aperti $A_r \{ x^r \neq 0 \}$, $r = 0, 1, \cdots, n$, che ricoprono P_{4n}.

Per provare che si ottiene così una struttura quaternionale generalizzata su P_{4n}, basta provare che i cambiamenti di coordinate $(\zeta^\alpha) \longleftrightarrow ('\zeta^\alpha)$ in punti appartenenti all'intersezione di due aperti, dànno tra i differenziali $(d\zeta^\alpha), (d'\zeta^\alpha)$ una trasformazione di $\tilde{L}_n^Q$.

(3) Per il caso complesso ved. per esempio B. SEGRE [5], § 22.

Notiamo subito che non si ottiene certamente una trasformazione di $\tilde{L}_n^Q$, perché ciò implicherebbe che le $('\zeta^\alpha)$ fossero funzioni differenziabili delle (ζ^α) e quindi funzioni lineari, il che ovviamente non è.

Proveremo qui più in generale che *tutti* i sistemi di coordinate proiettive non omogenee dànno la *stessa* struttura quaternionale generalizzata, cioè che dàn luogo in ogni caso a trasformazioni di $\tilde{L}_n^Q$ tra i relativi differenziali.

Siano invero

$$\zeta^\alpha = x^\alpha (x^\circ)^{-1} \quad , \quad '\zeta^\beta = 'x^\beta ('x^\circ)^{-1} \qquad (\alpha , \beta = 1 , \cdots , n)$$

due sistemi di coordinate proiettive non omogenee, essendo le corrispondenti coordinate omogenee (x^r) , $('x^s)$ $(r , s = 0 , 1 , \cdots , n)$ legate dalla sostituzione lineare invertibile a coefficienti costanti $c_r^s \in Q$: $'x^s = c_r^s x^r$.

Nell'aperto ove è simultaneamente $x^\circ \neq 0$, $'x^\circ \neq 0$, risulta $(\alpha , \beta , \gamma = 0 , 1 , \cdots , n)$:

$$'\zeta^\beta (c_\gamma^\circ \zeta^\gamma + c_\circ^\circ) = c_\alpha^\beta \zeta^\alpha + c_\circ^\beta .$$

Differenziando si ha:

$$d'\zeta^\beta (c_\gamma^\circ \zeta^\gamma + c_\circ^\circ) + '\zeta^\beta c_\gamma^\circ d\zeta^\gamma = c_\alpha^\beta d\zeta^\alpha ,$$

ed essendo $c_\gamma^\circ \zeta^\gamma + c_\circ^\circ = 'x^\circ (x^\circ)^{-1} \neq 0$, viene

$$d'\zeta^\beta = (-'\zeta^\beta c_\alpha^\circ + c_\alpha^\beta) d\zeta^\alpha (c_\gamma^\circ \zeta^\gamma + c_\circ^\circ)^{-1} ,$$

che risulta appunto una trasformazione del tipo (3.1) con $q = (c_\gamma^\circ \zeta^\gamma + c_\circ^\circ)^{-1} \neq 0$.

8. Metrica hermitiana quaternionale su P_{4n}. – L'ambiente euclideo E_N subordina su P_{4n} una metrica riemanniana che, normalizzando le coordinate x^r mediante la

$$\bar{x}_r x^r = 1 , \tag{8.1}$$

si dimostra potersi esprimere così:

$$ds^2 = d\bar{x}_t dx^t - (\bar{x}_r dx^r)(d\bar{x}_s x^s) , \qquad (r , s , t = 0 , 1 , \cdots , n) . \tag{8.2}$$

Un opportuno cambiamento unitario di base nello spazio vettoriale delle forme differenziali lineari $a_r dx^r$ $(a_r \in Q)$ permette di ridurre la (8.2) a forma canonica. Precisamente, si assuma la base costituita da forme differenziali θ^s $(s = 0 , 1 , \cdots , n)$, definite dalle

$$dx^r = u_s^r(z) \theta^s , \tag{8.3}$$

essendo le $u_s^r(z)$ funzioni di classe 1 del punto z variabile in un aperto di un ricoprimento di P_{4n}, a valori quaternioni, e soddisfacenti alle:

$$\bar{u}_r^s u_t^r = \delta_t^s \quad , \quad u_\circ^r = x^r , \tag{8.4}$$

il che implica

$$\theta^\circ = \bar{x}_r dx^r \quad , \quad \bar{\theta}_\circ = d\bar{x}_r x^r . \tag{8.5}$$

Risulta allora:

$$ds^2 = \bar{\theta}_s \bar{u}^s_r u^r_t \theta^t - \bar{\theta}_0 \theta^0 = \bar{\theta}_s \theta^s - \bar{\theta}_0 \theta^0,$$

cioè

$$ds^2 = \bar{\theta}_\alpha \theta^\alpha \qquad (\alpha = 1, \cdots, n). \tag{8.6}$$

Dunque: *la metrica riemanniana su* P_{4n} *è una metrica hermitiana quaternionale.*

È facile dedurre da ciò che P_{4n} *è dotata di struttura hermitiana quaternionale generalizzata.*

Mostriamo in primo luogo che, per esempio nell'aperto $A_0 \subset P_{4n}$ (n. 7), le forme θ^α e i differenziali $d\zeta^\alpha$ definiscono la stessa struttura quasi quaternionale generalizzata. Differenziando la $\zeta^\alpha x^0 = x^\alpha$, viene invero:

$$d\zeta^\alpha x^0 + \zeta^\alpha dx^0 = dx^\alpha,$$

e, avuto riguardo alle (8.3), (8.4),

$$d\zeta^\alpha x^0 + \zeta^\alpha (x^0 \theta^0 + u^0_\beta \theta^\beta) = x^\alpha \theta^0 + u^\alpha_\beta \theta^\beta.$$

Se ne trae

$$d\zeta^\alpha = (u^\alpha_\beta - \zeta^\alpha u^0_\beta)\, \theta^\beta (x^0)^{-1}, \tag{8.7}$$

il che prova quanto detto, perché le (8.7) sono trasformazioni di $\tilde{L}^0_n$, essendo $x^0 \neq 0$ in A_0.

Ne consegue allora che, in uno stesso aperto di P_{4n} ove siano definiti due sistemi di forme $\theta^\alpha, {}'\theta^\alpha$ del tipo considerato, si passa dall'uno all'altro con trasformazioni di $\tilde{L}^0_n$, ed anzi, in base al teorema del n. 6, con trasformazioni di $\tilde{U}^0_n$, giacché i due sistemi di forme lasciano invariata la forma canonica (8.6) del ds^2.

È così provato che le forme θ^α determinano una struttura hermitiana quaternionale su P_{4n}.

9. FORMA KÄHLERIANA SU P_{4n}. – Procedendo analogamente al caso complesso, consideriamo la 2–forma esterna

$$\omega = d\bar{x}_t \wedge dx^t - (\bar{x}_r\, dx^r) \wedge (d\bar{x}_s\, x^s) = \bar{\theta}_\alpha \wedge \theta^\alpha. \tag{9.1}$$

Un facile calcolo dà, tenuto conto della regola (1.6) e delle (8.5),

$$d\omega = \omega \wedge \theta^0 - \bar{\theta}_0 \wedge \bar{\omega} = \omega \wedge \theta^0 - \overline{\omega \wedge \theta^0} = 2\,\mathfrak{I}(\omega \wedge \theta^0). \tag{9.2}$$

Ora si osservi che risulta $\omega + \bar{\omega} = 0$, e che dalla differenziazione della (8.1) si ha anche $\theta^0 + \bar{\theta}_0 = 0$. Dunque $\omega = \mathfrak{I}(\omega)$, $\theta^0 = \mathfrak{I}(\theta^0)$. Nel campo complesso, da ciò si trarrebbe che la forma $\omega \wedge \theta^0$ è reale, onde la (9.2) dà in tal caso $d\omega = 0$. Non è lo stesso nel caso quaternionale.

Consideriamo invece la 4–forma esterna

$$\Omega = \omega \wedge \omega, \tag{9.3}$$

che risulta reale, giacché $\bar{\Omega} = \bar{\omega} \wedge \bar{\omega} = (-\omega) \wedge (-\omega) = \Omega$.

Tenuto conto della (9.2) si trova:

$$d\Omega = \Omega \wedge \theta^{\circ} - \theta^{\circ} \wedge \Omega,$$

e, siccome Ω è reale e di grado pari, si ha $\Omega \wedge \theta^{\circ} = \theta^{\circ} \wedge \Omega$; perciò Ω *è chiusa.*

Si può dire dunque che la 4–forma Ω tiene le veci nel caso quaternionale della forma di Kähler nel caso complesso.

Consideriamo infine l'immagine reale $P_{4m} \subset P_{4n}$ di uno spazio proiettivo complesso quaternionale $\mathcal{S}_m^Q$ subordinato a $\mathcal{S}_n^Q$ $(m \leq n)$. Basando sull'osservazione che, con una omografia unitaria che non altera la metrica su P_{4n} (n. 7), si può fare in modo che lo spazio vettoriale tangente a P_{4n} in uno suo punto fissato sia definito dalle $\theta^{m+1} = \theta^{m+2} = \cdots = \theta^n = 0$, si stabilisce che, a meno di un fattore costante, *la potenza* Ω^m *della forma* Ω *fornisce l'elemento di estensione di* P_{4m}.

Bibliografia.

[1] C. Chevalley, *Theorie of Lie groups*, I, Princeton (1946).

[2] C. Ehresmann, *Sur la théorie des espaces fibrés*, «Colloque Int. du C.N.R.S.», Topologie algébrique, 3–15, Paris (1947).

[3] C. Ehresmann, *Sur les variétés presque complexes*, «Proc. Int. Math. Congress», 412–419 (1950).

[4] P. Libermann, *Sur les structures presque complexes et autres structures infinitésimales régulières*, «Bull. Soc. Math. de France», *83*, 195–224 (1955).

[5] B. Segre, *Forme differenziali e loro integrali*, Vol. II, Docet, Roma (1956).

Geometria. — *Sopra alcuni spazi a connessione affine globalmente equivalenti allo spazio affine.* Nota di ADOLF HAIMOVICI, presentata (*) dal Socio B. SEGRE.

1. Due spazi a connessione affine, L_n ed L'_n, diconsi globalmente equivalenti se esiste fra essi un omeomorfismo due volte differenziabile che conserva il parallelismo. Se L'_n riducesi allo spazio affine, A_n, la curvatura e la torsione in L_n risultano allora nulle in ogni punto, onde L_n è uno spazio localmente euclideo.

Gli spazi riemanniani localmente euclidei equivalenti in grande allo spazio euclideo sono stati studiati da E. Cartan (ved. [1], p. 65); indi G. Vrănceanu ha studiato gli spazi a connessione affine localmente euclidei, equivalenti in grande allo spazio affine, nell'ipotesi che, in un certo sistema di coordinate, il coefficienti della connessione Γ^k_{ij} siano costanti, pervenendo a determinarli tutti esplicitamente nel caso bidimensionale [6–9]. Altri lavori sull'argomento si devono a P. Mocanu [2] e T. Postelnicu [4].

In questa Nota ci occuperemo di un caso più generale, le nostre ipotesi sui coefficienti Γ^k_{ij} essendo assai meno restrittive. A tal uopo ci serviremo di un recente risultato di A. Ostrowski [3], riguardante le rappresentazioni puntuali univalenti dei dominii. Questo risultato permette di asserire che, se C è un dominio convesso di R^n e $\xi^\nu = F_\nu(x^1, \cdots, x^n)$ $(\nu = 1, 2, \cdots, n)$ denota una trasformazione continua ed a derivate continue in C avente $\Delta(P) \equiv (\partial F(P)/\partial x)$ quale matrice jacobiana nel generico punto P di C, se inoltre E è la matrice unità, P_0 è un punto fisso di C e $\| \ \|$ indica una norma matriciale, allora la relazione

$$\| E - \Delta(P)\, \Delta(P_0)^{-1} \| < 1$$

implica l'univalenza della trasformazione in C.

2. Supponiamo che esista una sola carta per l'intero L_n. Sia $C = R^n$ questa carta e x^i denotino le coordinate cartesiane di un generico punto M di R^n; siano inoltre u^i le coordinate cartesiane del punto Q di A_n corrispondente a M, e $\Gamma^k_{ij}(x^1, \cdots, x^n)$ i coefficienti della connessione di L_n.

Il problema posto equivale allora a trovare un integrale del sistema

$$\frac{\partial^2 u^i}{\partial x^h \partial x^k} + \Gamma^r_{hk} \frac{\partial u^i}{\partial x^r} = 0, \tag{1}$$

in modo che questo rappresenti un omeomorfismo fra C ed A_n.

Dimostreremo che, con certe restrizioni per le Γ^k_{ij}, un tale omeomorfismo esiste. Più precisamente, stabiliremo il seguente

(*) Nella seduta del 14 marzo 1959.

TEOREMA. – *Se* Γ^i_{hk} *sono* n^3 *funzioni di classe* C^1 *definite su* R^n *e soddisfacenti alle relazioni*

$$\Gamma^k_{ij} - \Gamma^k_{ji} = 0\,, \tag{2}$$

$$R^k_{irs} \equiv \frac{\partial \Gamma^k_{ir}}{\partial x^s} - \frac{\partial \Gamma^k_{is}}{\partial x^r} + \Gamma^h_{ir}\,\Gamma^k_{hs} - \Gamma^h_{is}\,\Gamma^k_{hr} = 0\,, \tag{3}$$

$$\sum_{i,h=1}^{n} (\nu^i_h(x^s))^2 \leq \alpha^2 < 1\,, \qquad \alpha = \text{cost.} \tag{4}$$

ove

$$\left.\begin{aligned} &\nu^i_h = \mu^i_{h1}(x^1, 0, \cdots, 0) + \mu^i_{h2}(x^1, x^2, 0, \cdots, 0) + \cdots + \mu^i_{hn}(x^1, x^2, \cdots, x^n)\,,\\ &\mu^i_{hk}(x^s) = \sup\left\{ \left| \int_0^{x^k} m^i_{hk}(x^s)\,dx^k \right| \;,\; \left| \int_0^{x_k} M^i_{hk}(x^s)\,dx^k \right| \right\},\\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{(non sommare rispetto a } k)\\ &m^i_{hk}(x^s) = -\sum_r |\Gamma^r_{hk}| - \Gamma^i_{hk} \;,\; M^i_{hk}(x^s) = \sum_r |\Gamma^r_{hk}| - \Gamma^i_{hk}\,, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

allora esiste un sistema di funzioni

$$u^i = u^i(x^j)$$

realizzanti un omeomorfismo fra D *ed* A_n *e soddisfacenti in più alle condizioni*

$$u^i(0) = 0\,, \tag{6}$$

$$\frac{\partial u^i}{\partial x^j}(0) = \delta^i_j = \begin{cases} 0 & \text{se } i \neq j\,,\\ 1 & \text{se } i = j\,. \end{cases} \tag{6'}$$

Per dimostrarlo incominciamo con l'osservare che, posto

$$\frac{\partial u^i}{\partial x^j} = y^i_j\,, \tag{7}$$

il sistema (1) diventa

$$\frac{\partial y^i_k}{\partial x^k} = -\Gamma^r_{hk}\,y^i_r\,. \tag{1'}$$

Le condizioni di integrabilità per quest'ultimo sono le (3) e sono verificate per ipotesi. Il sistema (1') è del tipo studiato da T. Y. Thomas [5] qualora, di più, si supponga

$$|\Gamma^k_{ij}| < N \qquad (i, j, k = 1, 2, \cdots, n),$$

N essendo una costante positiva; e, secondo il risultato del Thomas, (1') ammette allora un'unica soluzione $y^j_i = \varphi^j_i(x^k)$ soddisfacente alle condizioni

$$\varphi^j_i(0) = \delta^j_i\,.$$

Per trovare le funzioni u^i, si deve poscia integrare il sistema

$$\frac{\partial u^i}{\partial x^j} = \varphi^i_j(x^k); \tag{1''}$$

in base alle (2), le condizioni d'integrabilità di questo sistema sono verificate. È dunque evidente che le u^i si trovano ora mediante quadrature.

Bisogna però ancora mostrare che lo spazio A_n è coperto una sola volta, ed interamente, dal sistema di coordinate u^i.

Facendo in (1') la sostituzione

$$y^i_r = z^i_r + \delta^i_r, \tag{8}$$

otteniamo il sistema

$$\frac{\partial z^i_h}{\partial x^k} = -\Gamma^r_{hk} z^i_r - \Gamma^i_{hk}. \tag{9}$$

Se

$$|z^i_r| < 1,$$

risulta, con le notazioni (5),

$$m^i_{hk}(x^s) < \frac{\partial z^i_h}{\partial x^k} < M^i_{hk}(x^s);$$

dunque, se $x^k_{(1)} < x^k_{(2)}$,

$$\int_{x^k_{(1)}}^{x^k_{(2)}} m^i_{hk}(x^s)\, dx^k < z^i_h(x^1, \cdots, x^k_{(2)}, \cdots, x^n) - \tag{10}$$

$$- z^i_h(x^1, \cdots, x^k_{(1)}, \cdots, x^n) < \int_{x^k_{(1)}}^{x^k_{(2)}} M^i_{hk}(x^s)\, dx^k \qquad \text{(non sommare rispetto a } k\text{)},$$

o, per $x^k_{(1)} = 0$ e $x^k_{(2)} = x^k$

$$|z^i_h(x^1, \cdots, x^k, \cdots, x^n) - z^i_h(x^1, \cdots, 0, \cdots, x^n)| <$$

$$< \mu^i_{hk}(x^1, x^2, \cdots, x^{k-1}, x^k\, x^{k+1}, \cdots, x^n),$$

dove abbiamo di nuovo tenuto conto dalle (5).

D'altra parte vale la limitazione

$$|z^i_h(x^1, x^2, \cdots, x^n)| \leq |z^i_h(x^1, 0, \cdots, 0) - z^i_h(0, \cdots, 0)| +$$
$$+ |z^i_h(x^1, x^2, 0, \cdots, 0) - z^i_h(x^1, 0, 0, \cdots, 0)| + \cdots +$$
$$+ |z^i_h(x^1, x^2, \cdots, x^n) - z^i_h(x^1, x^2, \cdots, x^{n-1}, 0)|,$$

dove abbiamo tenuto conto della

$$z^i_h(0, 0, \cdots, 0) = 0,$$

conseguenza delle (6'), (7) (8).

Da qui risulta evidente

$$|z^i(x^1, x^2, \cdots, x^n)| \leq \mu^i_{h\,1}(x^1, 0, \cdots, 0) + \mu^i_{h\,2}(x^1, x^2, \cdots) + \cdots + \mu^i_{hn}(x^1, x^2, \cdots, x^n),$$

onde le (4), (5) forniscono

$$\sum_{i,h=1}^{n} (z^i_h)^2 < \alpha^2 < 1 . \tag{11}$$

Se il punto P_0 del citato teorema di Ostrowski è l'origine, risulta

$$\Delta(P_0) = E ;$$

dunque

$$E - \Delta(P)\,\Delta(P_0)^{-1} = E - \Delta(P) = (\delta^j_i - y^j_i) = -(z^j_i) .$$

Se ora prendiamo a norma matriciale

$$\| (z^j_i) \| = \sqrt{\sum_{i,j} (z^j_i)^2} ,$$

è ovvio che le ipotesi del suddetto teorema sono verificate, sicché la trasformazione definita dalle (1) è univalente.

Di più, dalle (8) e (11) segue

$$y^i_i > 1 - \alpha ,$$

ossia, in forza delle (7),

$$\frac{\partial u^i}{\partial x^i} > 1 - \alpha ,$$

onde abbiamo

$$u^i(x^1, \cdots, x^n) - u^i(x^1, \cdots, x^{i-1}, 0, x^{i+1}, \cdots, x^n) \begin{cases} > (1-\alpha)\,x^i & \text{se} \quad x^i > 0 \\ < (1-\alpha)\,x^i & \text{se} \quad x^i < 0 . \end{cases}$$

Ciò implica che u^i tende a $+\infty$ quando x^i tende a $+\infty$ e a $-\infty$ quando x^i tende a $-\infty$, onde il dominio D viene ad essere di fatto rappresentato sull'intero A_n.

Osservazione 1ª. – Se, invece della condizione (4), avessimo supposto

$$\sup_{i,h} |\nu^i_h| \leq \alpha < 1 , \tag{4'}$$

sarebbe bastato prendere a norma matriciale

$$\| (z^j_i) \| = \sup_{i,j} |z^j_i| ,$$

per ottenere anche ora un analogo risultato.

Osservazione 2ª. – Le condizioni iniziali (6) e (6′) non implicano alcuna limitazione per il problema da noi risoluto. Esse non fanno infatti che imporre in A_n un certo riferimento, ciò che non è restrittivo.

BIBLIOGRAPHIA.

[1] E. CARTAN, *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*, Paris, Gauthier–Villars 1928.

[2] P. MOCANU, *Espances à connexion affine constante équivalents en grand avec l'espace euclidien*, «Comunicările Academiei R.P.R.», T. 2, p. 389 (1952).

[3] A. OSTROWSKI, *Un critère d'univalence des transformations dans un* R^n. «C. R. Paris», T. 247, p. 172 (1958).

[4] T. POSTELNICU, *Studiul spațiilor* A_2 *cu conexiune afină liniară, local–euclidiene*. «Acad. R.P.R., Studii și cercetări mat.», T. VIII, p. 379 (1957).

[5] T. Y. THOMAS, *Systems of total differential equations, defined over simply connected domains*, «Annals of Mathematics», T. 35, p. 730 (1934).

[6] G. VRĂNCEANU, *Espaces à connexion affine constante localement euclidiens*, «Comunicările Accad. R.P.R.», T. I, p. 29 (1951).

[7] G. VRĂNCEANU, *Sur les espaces à connexion affine localement euclidiens*, «Publicationes Mathematicae», T. 4, p. 359 (1956).

[8] G. VRĂNCEANU, *Spazi a connessione affine e le algebre di numeri impercomplessi*, «Ann. della Scuola normale di Pisa», serie III, T. XII, p. 5 (1958).

[9] G. VRĂNCEANU, *Les transformations crémoniennes entières et les espaces à connexion affine*. «C. R. Paris», T. 243, p. 1997 (1956).

Geometria differenziale. — *Superficie con sistema geografico ortogonale isotermo o isotermo-coniugato.* Nota di MASSIMO MINEO, presentata (*) dal Socio B. SEGRE.

1. È noto come ad una superficie qualunque S, non sviluppabile, possa venire estesa la nozione di *coordinate geografiche*: scelta una retta qualunque e un piano passante per essa, da assumersi quali asse delle z e piano zx di un sistema ortogonale di riferimento O (x, y, z), la latitudine u d'un punto P di S è il complemento dell'angolo che la direzione positiva della normale in P a S forma con l'asse z, e la longitudine v è l'angolo diedro che il piano della normale a S e della parallela per P all'asse z forma con il piano zx. Ne viene che la 3ª forma fondamentale di S è

$$ds'^2 = du^2 + \cos^2 u\, dv^2, \tag{1}$$

e che i coseni direttori della normale a S in P sono

$$X = \cos u \cos v \quad , \quad Y = \cos u \operatorname{sen} v \quad , \quad Z = \operatorname{sen} u. \tag{2}$$

Siano

$$\begin{cases} x = x(u, v), \\ y = y(u, v), \\ z = z(u, v), \end{cases} \tag{3}$$

le equazioni parametriche di S. Introducendo allora i coefficienti D, D', D'' della 2ª forma fondamentale di S, si hanno le formule seguenti

$$\begin{cases} \dfrac{\partial x}{\partial u} = \mathrm{D} \operatorname{sen} u \cos v + \mathrm{D}' \sec u \operatorname{sen} v \ , \ \dfrac{\partial x}{\partial v} = \mathrm{D}' \operatorname{sen} u \cos v + \mathrm{D}'' \sec u \operatorname{sen} v, \\ \dfrac{\partial y}{\partial u} = \mathrm{D} \operatorname{sen} u \operatorname{sen} v - \mathrm{D}' \sec u \cos v \ , \ \dfrac{\partial y}{\partial v} = \mathrm{D}' \operatorname{sen} u \operatorname{sen} v - \mathrm{D}'' \sec u \cos v, \\ \dfrac{\partial z}{\partial u} = -\mathrm{D} \cos u \qquad\qquad\qquad , \ \dfrac{\partial z}{\partial v} = -\mathrm{D}' \cos u. \end{cases} \tag{4}$$

Le condizioni d'integrabilità delle (4) sono:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathrm{D}'}{\partial u} - \mathrm{D}' \operatorname{tang} u - \dfrac{\partial \mathrm{D}}{\partial v} = 0, \\ \dfrac{\partial \mathrm{D}''}{\partial u} + \mathrm{D}'' \operatorname{tang} u + \mathrm{D} \operatorname{sen} u \cos u - \dfrac{\partial \mathrm{D}'}{\partial v} = 0. \end{cases} \tag{5}$$

I coefficienti della 1ª forma fondamentale possono venire espressi con le:

$$\mathrm{E} = \mathrm{D}^2 + \mathrm{D}'^2 \sec^2 u \ , \ \mathrm{F} = \mathrm{D}' (\mathrm{D} + \mathrm{D}'' \sec^2 u) \ , \ \mathrm{G} = \mathrm{D}'^2 + \mathrm{D}''^2 \sec^2 u. \tag{6}$$

(*) Nella seduta del 14 marzo 1959.

L'equazione di Gauss, essendo K la curvatura totale di S, fornisce:

$$K = \frac{\cos^2 u}{DD'' - D'^2} \cdot \tag{7}$$

Per la curvatura media H di S, si ha

$$H = -\frac{D + D'' \sec^2 u}{(DD'' - D'^2)\sec^2 u} \cdot \tag{8}$$

L'equazione delle linee di curvatura di S è

$$\begin{vmatrix} E\,du + F\,dv & F\,du + G\,dv \\ D\,du + D'dv & D'du + D''\,dv \end{vmatrix} = 0\,; \tag{9}$$

e quella delle geodetiche si scrive [1]:

$$\begin{aligned} &du\,d^2v - dv\,d^2u + \frac{2D\frac{\partial D'}{\partial u} - D\frac{\partial D}{\partial v} - D'\frac{\partial D}{\partial u}}{DD'' - D'^2}\,du^3 + \\ &+ \left(\frac{2D\frac{\partial D''}{\partial u} - 3D'\frac{\partial D}{\partial v} - D''\frac{\partial D}{\partial u} + 2D'\frac{\partial D'}{\partial u}}{DD'' - D'^2} + 2\,\mathrm{tang}\,u\right)du^2\,dv + \\ &+ \frac{D\frac{\partial D''}{\partial v} + 3D'\frac{\partial D''}{\partial u} - 2D'\frac{\partial D'}{\partial v} - 2D''\frac{\partial D}{\partial v}}{DD'' - D'^2}\,du\,dv^2 + \\ &+ \left(\frac{D''\frac{\partial D''}{\partial u} + D'\frac{\partial D''}{\partial v} - 2D''\frac{\partial D'}{\partial v}}{DD'' - D'^2} - \mathrm{sen}\,u\cos u\right)dv^3 = 0\,. \end{aligned} \tag{10}$$

Infine, dalle formule generali (5), si deducono le:

$$\begin{cases} D' = \frac{1}{\cos u}\left[\int \frac{\partial D}{\partial v}\cos u\,du + \alpha(v)\right], \\ D'' = -\cos u\int D\,\mathrm{sen}\,u\,du + \cos u\int\left[\frac{1}{\cos^2 u}\int \frac{\partial^2 D}{\partial v^2}\cos u\,du\right]du + \\ \qquad + \alpha'(v)\,\mathrm{sen}\,u + \beta(v)\cos v\,, \end{cases} \tag{11}$$

dove $\alpha(v)$ e $\beta(v)$ sono due funzioni arbitrarie di v.

2. Premesso tuttociò, veniamo al nostro tema, che è quello di *determinare tutte le superficie che ammettono un sistema geografico ortogonale.* Si sa che esse appartengono o alla classe delle superficie modanate del Monge o a quella delle superficie di area minima. Si tratta di determinarle.

1° Caso: $D' = 0$ (e quindi $F = 0$). – Queste superficie sono già state trovate. Attualmente si ha

$$D = D(u)\quad,\quad D' = 0\quad,\quad D'' = -\cos u\int D\,\mathrm{sen}\,u\,du + \beta(v)\cos u\,, \tag{12}$$

(1) Per tutte queste formule, vedi CORRADINO MINEO, *Sulle superficie riferite a un sistema geografico*, « Giornale di Matematiche di Battaglini », vol. XLIX, 1910.

e le (4) dànno:

$$(13)\qquad \begin{cases} x = \cos v \int \mathrm{D}(u) \operatorname{sen} u\, du + \int \beta(v) \operatorname{sen} v\, du\,, \\ y = \operatorname{sen} v \int \mathrm{D}(u) \operatorname{sen} u\, du - \int \beta(v) \cos v\, dv\,, \\ z = -\int \mathrm{D}(u) \cos u\, du\,. \end{cases}$$

Per le (9), le u e le v sono le linee di curvatura della S, e si vede subito dalle (13) che le $v = \text{cost.}$ sono curve situate in piani perpendicolari al piano xy, e, per le (10), geodetiche della S (e quindi ortogonali a S): proprietà che, come è noto, sono caratteristiche delle superficie modanate in genere. Aggiungasi il caso particolare notevole

$$\mathrm{D} = \beta(v) = 1\,,$$

nel quale la S è una superficie algebrica del 4° ordine (con un punto doppio nell'origine) di equazione

$$x^4 + 2x^2(x^2 + z^2) + y^2(y^2 + 2z^2) + z^4 - 4(x^2 + y^2) = 0\,.$$

Affinché, sempre nel caso (12), il sistema (u, v) sia isotermo, occorre e basta che si abbia

$$(14)\qquad \mathrm{D} = \mp e^{\pm \cos u} \cos v \quad , \quad \mathrm{D}'' = \pm \cos u\, e^{\pm \cos u}\,;$$

e le equazioni parametriche della S diventano:

$$(15)\qquad x = \mp e^{\pm \cos u} \cos v \quad , \quad y = \mp e^{\pm \cos u} \operatorname{sen} v \quad , \quad z = -\int e^{\pm \cos u} \cos u\, du.$$

2° Caso: $\mathrm{D} + \mathrm{D}'' \sec^2 u = 0$. – È il nuovo caso da trattare, cioè, per le (8), quello delle superficie con sistema geografico ortogonale e con curvatura media nulla, cioè il caso delle superficie di area minima. Attualmente la 2ª delle (5) si riduce a

$$\frac{\partial \mathrm{D}''}{\partial u} - \frac{\partial \mathrm{D}'}{\partial v} = 0\,;$$

ma dalla 1ª delle (11) segue:

$$(16)\qquad \frac{\partial \mathrm{D}'}{\partial v} = -\frac{1}{\cos u}\left[\int \frac{\partial^2 \mathrm{D}''}{\partial v^2} \sec u\, du + \alpha'(v)\right],$$

e da quest'ultima si deduce

$$(17)\qquad \cos^2 u \frac{\partial^2 \mathrm{D}''}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{D}''}{\partial v^2} - \operatorname{sen} u \cos u \frac{\partial \mathrm{D}''}{\partial u} = 0\,,$$

cioè una equazione differenziale del 2° ordine di tipo ellittico. Operando la classica trasformazione

$$\frac{\partial \xi}{\partial u} = \frac{1}{\cos u} \frac{\partial \eta}{\partial v} \quad , \quad \frac{\partial \eta}{\partial u} = \frac{1}{\cos u} \frac{\partial \xi}{\partial v}\,,$$

la (17) diviene

$$\frac{\partial^2 D''}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 D''}{\partial \eta^2} = 0 . \tag{18}$$

Per D'' si può dunque prendere una qualunque funzione armonica di ξ, η. Tornando dalle variabili ξ, η alle variabili u, v, si ottiene anche D', per quadrature, dalla (16); e il problema è così interamente risoluto.

Il ds^2 della S è

$$ds^2 = (D'^2 + D''^2 \sec^2 u)(\sec^2 u\, du^2 + dv^2) , \tag{19}$$

sicché la rappresentazione sferica di Gauss risulta conforme, come avviene per tutte le superficie minime. Si vede inoltre, contrariamente a quello che pare affermi il Darboux [2], che il sistema geografico non è (e non può essere) isotermo sulla S.

Il sistema sulla S risulta invece isotermo rispetto alle linee ξ ed η. Si ha infatti:

$$\cos u = \frac{2e^{\xi}}{1 + e^{2\xi}} \quad , \quad du = -\frac{2e^{\xi} d\xi}{1 + e^{2\xi}} \quad , \quad dv = d\eta ,$$

e quindi

$$D' = \frac{1 + e^{2\xi}}{2e^{\xi}} \left[\int \frac{\partial D''}{\partial \eta} d\xi + \alpha(\eta) \right] ,$$

onde la (19) diventa

$$ds^2 = \frac{(1 + e^{2\xi})^2}{4e^{2\xi}} \left[D''^2 + \left(\int \frac{\partial D''}{\partial \eta} d\xi + \alpha(\eta) \right)^2 \right] (d\xi^2 + d\eta^2) . \tag{20}$$

3° Caso: sistema isotermo–coniugato. – Allora dev'essere

$$D' = 0 \quad , \quad D = D'' . \tag{21}$$

Si trova facilmente

$$D = h^2 e^{\frac{1}{4}\cos 2u} \cos u , \tag{22}$$

e quindi

$$\begin{cases} x = -h^2 e^{\frac{1}{4}\cos 2u} \cos v , \\ y = -h^2 e^{\frac{1}{4}\cos 2u} \operatorname{sen} v , \\ z = -h^2 \int e^{\frac{1}{4}\cos 2u} \cos^2 u\, du . \end{cases} \tag{23}$$

Questa superficie era già stata trovata [3]; essa è l'unica superficie modanata con sistema geografico isotermo–coniugato. Il suo ds^2 si esprime con la:

$$ds'^2 = h^4 e^{\frac{1}{2}\cos 2u} (\cos^2 u\, du^2 + dv^2) .$$

(2) Vedi *Leçons sur la théorie des surfaces*, Parte I, Gauthier–Willars, 1887, p. 311.
(3) Vedi CORRADINO MINEO, loc. cit., p. 31.

Meccanica. — *Sugli effetti dell'isteresi elastica nelle vibrazioni degli alberi rotanti.* Nota di Ario Romiti, presentata (*) dal Corrisp. C. Ferrari.

1. L'esame del fenomeno dell'isteresi elastica nei materiali costituenti gli alberi rotanti conduce ad esprimere la legge del moto perturbato degli alberi stessi con equazioni lineari, la cui soluzione contiene sempre un termine funzione crescente del tempo.

L'effettiva stabilità degli alberi, a velocità non critiche, è stata da taluni Autori (ad esempio Timoshenko), attribuita a cause quali la resistenza dell'aria. Analizzando però l'influenza delle variazioni, nel tempo, della velocità angolare con cui ruota la deformata dell'albero, sul fenomeno dell'isteresi, si può notare che, a meno che le condizioni iniziali non soddisfino una determinata condizione, il problema non è lineare; le accelerazioni presentano successive discontinuità in numero che può essere infinito.

Questa circostanza conduce ad un problema di carattere ereditario, la cui soluzione determina l'andamento delle frecce elastiche a seconda della velocità di rotazione dell'albero e delle condizioni iniziali del moto perturbato.

Il fenomeno è stato qui studiato in assenza di altre cause perturbatrici, quali ad esempio eccentricità di massa o dissimmetrie elastiche. Per alberi dotati di una sola massa concentrata la stabilità risulta assicurata per le velocità subcritiche, per alberi con massa distribuita l'analisi diviene estremamente complicata e non si è potuto impostare un procedimento rigoroso; pare però probabile che la stabilità sussista per qualsiasi velocità, salvo che siano verificate certe eccezionali condizioni iniziali dell'albero.

Se questa congettura è corretta apparirebbe che la stabilità, anche a velocità supercritiche, sia da attribuirsi all'effetto dell'isteresi, tenuto conto della distribuzione continua di massa e di elasticità lungo l'albero.

2. Quando un albero rotante subisce una perturbazione – manifestantesi sotto forma di variazione di posizione e di velocità dei punti della sua linea d'asse rispetto alle condizioni di regime – le sue fibre in generale vengono ad essere alternativamente tese e compresse; il materiale costituente è allora soggetto ad isteresi elastica.

Ciò avviene tutte le volte che la velocità angolare ω della rotazione dell'albero attorno alla sua deformata (coincidente, a regime, con la velocità angolare del motore), è diversa dalla velocità angolare $\dot{\theta}$ della deformata.

Nelle sezioni dell'albero inflesso, l'asse neutro delle deformazioni ruota allora con velocità angolare relativa alla deformata $\omega - \dot{\theta}$; l'asse neutro delle tensioni ruota con la medesima velocità, ma in ritardo di un angolo $2\,\mu$, che non varia con la velocità ma solo col tipo del materiale impiegato.

(*) Nella seduta del 14 marzo 1959.

La forma del ciclo d'isteresi del materiale, da cui dipende il valore dell'angolo di sfasamento 2μ, non ha alcuna influenza sulla forma delle equazioni del moto.

Per acciai normali μ vale circa 10^{-3} rad.

3. Consideriamo il caso di un albero elastico che porta, in corrispondenza alla mezzeria dei sopporti, una massa m, ed è comandato da un motore a velocità costante.

Allorché l'albero è inflesso, l'asse di sollecitazione si mantiene perpendicolare in ogni sezione all'asse neutro delle tensioni; la forza di richiamo elastica è diretta come in fig. 1 se è $\omega > \dot{\theta}$, ovvero simmetricamente rispetto ad OG se è $\omega < \dot{\theta}$.

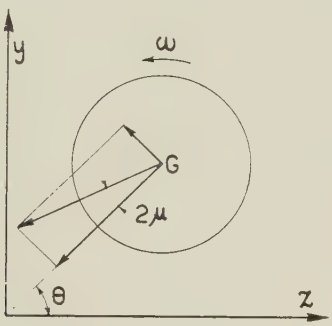


Fig. 1.

Sia $u = z + iy$ la coordinata complessa del baricentro G, rispetto a due assi fissi nel piano mediano tra i sopporti; sia k la rigidezza elastica dell'albero.

L'equazione del moto perturbato è:

$$(1) \qquad \begin{cases} m\ddot{u} + k(1 - 2i\mu)u = 0 & \text{per } \omega > \dot{\theta} \\ m\ddot{u} + k(1 + 2i\mu)u = 0 & \text{per } \omega < \dot{\theta} \end{cases}$$

Tali equazioni ammettono la soluzione:

$$u = A_0 \exp(ipt) + B_0 \exp(-ipt)$$

ove è

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}}\sqrt{1 + 4\mu^2}\,\exp(\mp i \operatorname{arctg} 2\mu)$$

rispettivamente nei due casi.

Chiamando $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}\sqrt{1 + 4\mu^2}$, si ha:

$$(2) \qquad u = A(t)\exp(i\omega_0 t) + B(t)\exp(-i\omega_0 t)$$

ove, essendo $1/2 \operatorname{arctg} 2\mu \cong \mu$, i coefficienti possono essere scritti:

$$(3) \qquad \begin{cases} A(t) = A_0 \exp(\mu\omega_0 t) \quad ; \quad B(t) = B_0 \exp(-\mu\omega_0 t), & \text{se } \omega > \dot{\theta} \\ A(t) = A_0 \exp(-\mu\omega_0 t) \quad ; \quad B(t) = B_0 \exp(\mu\omega_0 t), & \text{se } \omega > \dot{\theta}. \end{cases}$$

La freccia elastica può perciò essere sempre ottenuta come risultante di due vettori controrotanti a velocità ω_0; $A(t)$ e $B(t)$ sono le ampiezze espresse in valore assoluto e, ad un dato istante, sono l'una in aumento, l'altra in diminuzione.

Le costanti A_0 e B_0 dipendono dalla posizione e velocità iniziale di G; misurando il tempo dall'istante in cui i due vettori controrotanti si sovrappongono sull'asse reale z, tali costanti possono essere sempre assunte reali e positive.

4. L'angolo θ formato dal segmento OG con l'asse z è dato dalla:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{A(t) - B(t)}{A(t) + B(t)} \operatorname{tg}\omega_0 t \tag{4}$$

da cui si ricava, trascurando i termini in μ, e chiamando $\omega_0 t = \varphi$, $A(t)/B(t) = \lambda$:

$$\frac{\dot\theta}{\omega_0} = \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 + 1 + 2\lambda\cos 2\varphi}\,. \tag{5}$$

Il valore di θ/ω_0 oscilla tra un minimo ed un massimo; si ha:

$$\frac{\lambda-1}{\lambda+1} \leq \frac{\dot\theta}{\omega_0} \leq \frac{\lambda+1}{\lambda-1} \quad \text{per } \lambda > 1$$

$$\frac{\lambda+1}{\lambda-1} \leq \frac{\dot\theta}{\omega_0} \leq \frac{\lambda-1}{\lambda+1} \quad \text{per } \lambda < 1\,.$$

In fig. 2 sono tracciati i diagrammi di $(\dot\theta/\omega_0)_{\min}$ e $(\dot\theta/\omega_0)_{\max}$ in funzione del rapporto $A/B = \lambda$.

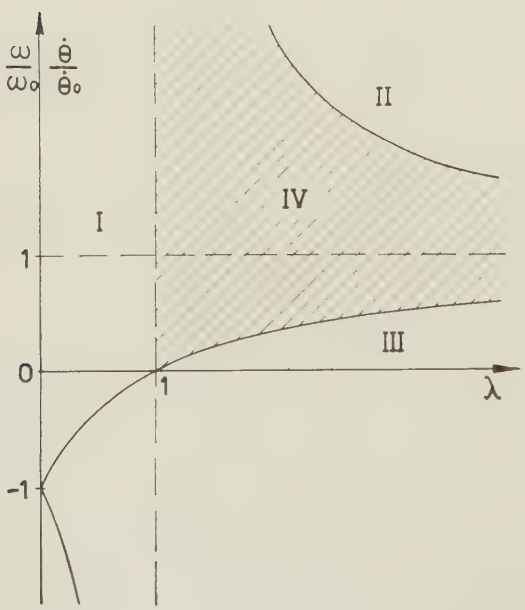


Fig. 2.

Senza nulla togliere alla generalità del caso, possiamo sempre supporre $\omega > 0$.

Nel piano di fig. 2 le condizioni iniziali del moto perturbato sono caratterizzate da un punto $P_0(\omega, \lambda_0)$.

Se P_0 si trova nella zona I, oppure nella zona II, si ha sempre $\omega > \dot\theta$, quindi valgono le prime delle (3), per cui λ cresce monotonamente.

Lo stato del sistema al tempo t è caratterizzato da un punto $P(t)$ mobile sopra una parallela all'asse delle ascisse per P_0, su cui si sposta nel primo caso sino ad incontrare la zona IV, nel secondo caso illimitatamente.

Ciò significa che, se P_0 si trova nella zona II, la soluzione (2) diverge e l'albero è in condizioni d'instabilità.

Se invece P_0 si trova nella zona III, è sempre $\omega < \dot{\theta}$, e λ diminuisce sinché il punto P entra nella zona IV.

5. Il comportamento della funzione (2) nella zona IV richiede un'ulteriore discussione. Ivi infatti la velocità angolare $\dot{\theta}$ assume valori alternativamente maggiori e minori di ω, e le uguaglianze (3) valgono l'una successivamente all'altra per susseguenti intervalli di tempo, con l'avvertenza che le costanti devono essere ora ricalcolate agli estremi di ogni intervallo.

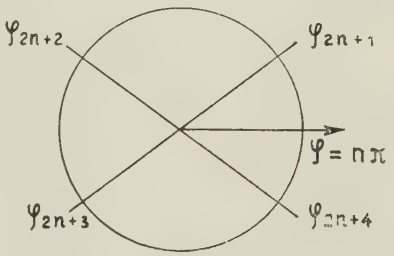


Fig. 3.

Il problema assume quindi carattere ereditario.

Dalla (5) si ricava che, variando $\lambda(t)$ molto lentamente, nel tempo $T = 2\pi/\omega_0$ la differenza $\omega - \dot{\theta}$ cambia di segno quattro volte; chiamando poi φ_n l'ennesimo valore dell'angolo φ per cui $\omega = \dot{\theta}$, è anche (ved. fig. 3):

$$\varphi_{2n+1} + \varphi_{2n+2} \approx (2n+1)\pi$$

$$\varphi_{2n+3} - \varphi_{2n+1} \approx \pi$$

$$\varphi_{2n+4} - \varphi_{2n+2} \approx \pi .$$

Inoltre negli intervalli

$$\varphi_{2n} < \varphi < \varphi_{2n+1} \quad , \quad \varphi_{2n+2} < \varphi < \varphi_{2n+3}$$

è valida la prima forma della equazione (1); negli intervalli

$$\varphi_{2n+1} < \varphi < \varphi_{2n+2} \quad , \quad \varphi_{2n+3} < \varphi < \varphi_{2n+4}$$

è valida la seconda forma.

È poi possibile ricavare l'espressione della freccia u dopo l'ennesima inversione di segno di $\omega - \dot{\theta}$, uguagliando, ai limiti di ogni intervallo di tempo in cui la forma dell'equazione del moto non cambia, le condizioni finali con quelle iniziali del successivo intervallo. Si ottiene:

$$u_n = A_n(t)\, e^{i\varphi_n} + B_n(t)\, e^{-i\varphi_n} , \tag{7}$$

ove

$$\begin{cases} A_n = A_0\{1 + \mu[\varphi_1 - (\varphi_2 - \varphi_1) + (\varphi_3 - \varphi_2) - (\varphi_4 - \varphi_3) + \cdots]\} + \\ \qquad + i\mu B_0 [e^{-2i\varphi_1} - e^{-2i\varphi_2} + e^{-2i\varphi_3} - e^{-2i\varphi_4} + \cdots] \\ B_n = B_0\{1 - \mu[\varphi_1 - (\varphi_2 - \varphi_1) + (\varphi_3 - \varphi_2) - (\varphi_4 - \varphi_3) + \cdots]\} + \\ \qquad + i\mu A_0 [e^{2i\varphi_1} - e^{2i\varphi_2} + e^{2i\varphi_3} - e^{2i\varphi_4} + \cdots] \end{cases} \tag{8}$$

avendo trascurato, nel calcolo dei coefficienti, i termini in μ^2.

Tenendo conto che è (ved. fig. 3):

$$\cos 2\varphi_1 \approx \cos 2\varphi_2 \quad ; \quad \cos 2\varphi_3 \approx \cos 2\varphi_4 \, ;$$

$$\operatorname{sen} 2\varphi_1 \approx -\operatorname{sen} 2\varphi_2 \quad ; \quad \operatorname{sen} 2\varphi_3 \approx -\operatorname{sen} 2\varphi_4 \, , \text{ ecc.}$$

e limitandoci a considerare l'intervallo di tempo definito tra φ_{2n} e φ_{2n+2}, si ottiene:

$$(10) \quad \begin{cases} A_{2n+2} = A_{2n} + \mu A_0 [(\varphi_{2n+1} - \varphi_{2n}) - (\varphi_{2n+2} - \varphi_{2n+1})] + \\ \qquad + \mu B_0 [\operatorname{sen} 2\varphi_{2n+1} - \operatorname{sen} 2\varphi_{2n+2}] = A_{2n} + \mu [A_0 M + B_0 N] \\ B_{2n+2} = B_{2n} - \mu B_0 [(\varphi_{2n+1} - \varphi_{2n}) - (\varphi_{2n+2} - \varphi_{2n+1})] - \\ \qquad - \mu A_0 [\operatorname{sen} 2\varphi_{2n+1} - \operatorname{sen} 2\varphi_{2n+2}] = B_{2n} - \mu [B_0 M + A_0 N] \end{cases}$$

ove M e N rappresentano rispettivamente il primo ed il secondo termine tra parentesi delle (10).

6. I fattori M e N possono scriversi, nell'approssimazione delle (6), e ponendo $\Phi = \varphi_{2n+1} - n\pi$:

$$M = 4\Phi - \pi \quad ; \quad N = 2 \operatorname{sen} 2\Phi$$

Φ può variare tra O e $\pi/2$.

Il valore λ^* assunto dal rapporto A/B nell'istante definito da φ_{2n+1}, è ricavabile dalla (5) ove al posto di $\dot{\theta}$ si ponga ω, e Φ in luogo di φ.

Chiamiamo $\omega_0/\omega = c$ il rapporto tra la pulsazione propria dell'albero (che coincide con la velocità critica così come usualmente definita), e la velocità di rotazione di questo.

Per $c > 1$, ossia per velocità « subcritiche », si ha:

$$(11) \quad \lambda^* = \frac{\cos 2\Phi + \sqrt{c^2 - \operatorname{sen}^2 2\Phi}}{c - 1}$$

sempre decrescente al crescere di Φ.

λ^* è sempre reale nell'intervallo $O < \Phi < \pi/4$.

Si può ora, in funzione di Φ, portare in diagramma λ^*, M, N (ved. fig. 4 *a*, per $c = 1{,}5$), e

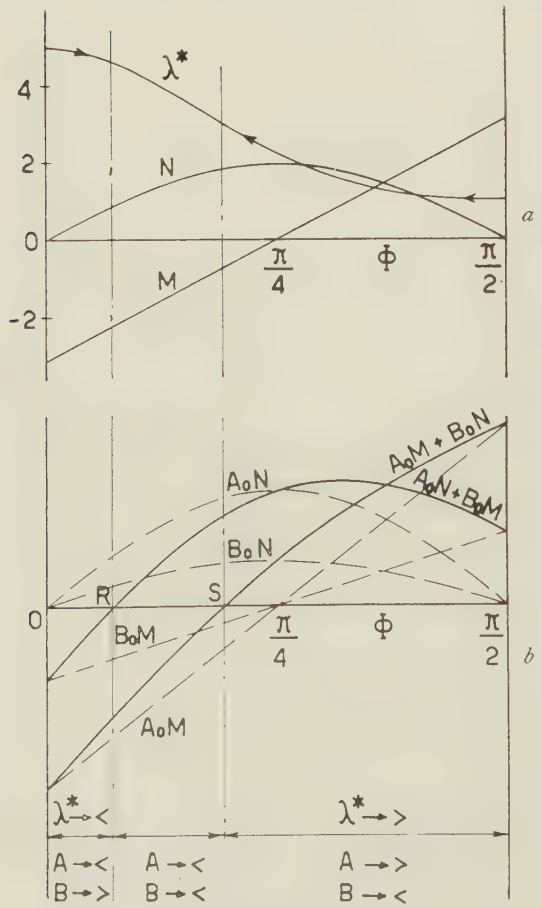


Fig. 4.

quindi costruire i diagrammi dei fattori $A_0M + B_0N$, $A_0N + B_0M$ (ved. fig. 4 *b*).

Poiché l'istante iniziale del fenomeno caratterizzato dall'alternanza delle due forme dell'equazione (1) del moto si ha per valori di $\lambda \geq 1$, (ved. fig. 3), è sempre $A_0 > B_0$.

La funzione A_0M+B_0N si annulla quindi (ved. fig. 4 *b*) in un punto R la cui ascissa è minore di quella del punto S in cui si annulla la funzione $A_0N + B_0M$, che a sua volta ha ascissa minore di $\Phi = \pi/4$.

Nell'intervallo $O < \Phi < \Phi_R$ si ha quindi, dalle (10), che A diminuisce, B cresce e λ^* diminuisce; per $\Phi_R < \Phi < \Phi_S$ diminuiscono sia A che B; per $\Phi_S < \Phi < \pi/2$ A cresce, B diminuisce e λ^* aumenta.

I diagrammi di fig. 4 valgono qualunque sia il numero d'ordine n ; se le condizioni iniziali sono tali per cui Φ é nel primo, o nel terzo intervallo, si riconosce da fig. 4 che Φ aumenta o, rispettivamente, diminuisce sino a raggiungere i limiti del secondo intervallo.

In quest'ultimo si ha la contemporanea diminuzione, nel tempo, di A e B, sino a zero.

Si riconosce perciò che il caso ora considerato è sempre stabile; se inizialmente Φ si trova nel primo, o nel secondo intervallo, le ampiezze diminuiscono sempre; se si trova nel terzo intervallo invece le ampiezze prima crescono, poi diminuiscono sino ad annullarsi.

7. Consideriamo ora il caso in cui $c < 1$ (velocità « supercritica »). È allora:

$$\lambda^* = \frac{\cos 2\Phi \pm \sqrt{c^2 - \operatorname{sen}^2 2\Phi}}{c - 1} . \tag{12}$$

In fig. 5 è rappresentato il diagramma $\lambda^*(\Phi)$; λ^* può essere reale e positiva solo per $\Phi > \pi/4$.

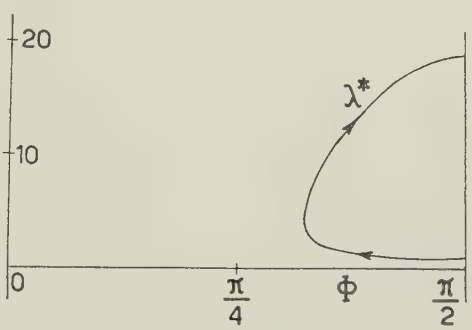


Fig. 5.

In questa zona (ved. fig. 5 per $c = 0{,}90$) λ^* cresce sino a che $\Phi = \pi/2$; dopo di che si perviene alla situazione della zona II di fig. 2, ove il coefficiente A cresce illimitatamente; si ha perciò instabilità.

8. Quando si consideri un albero appoggiato agli estremi, dotato di massa ed elasticità distribuita, la soluzione (2) è sostituita dalla:

$$u = \sum_{1}^{\infty}{}_{r} [A_r(t)\, e^{i\omega_r t} + B_r(t)\, e^{-i\omega_r t}] \tag{13}$$

in cui con ω_r si sono indicate le pulsazioni proprie dell'albero, ed i fattori $A_r(t)$, $B_r(t)$ valgono:

$$\begin{cases} A_r(t) = A_{r_0}\, e^{\pm \mu\omega_r t} \\ B_r(t) = B_{r_0}\, e^{\mp \mu\omega_r t} \end{cases} \tag{14}$$

ove vale il segno superiore o l'inferiore a seconda se $\omega > \dot{\theta}$ oppure $\omega < \dot{\theta}$.

I coefficienti A_{r_0}, B_{r_0} dipendono – per il primo intervallo di tempo considerato – solo dalla forma e velocità iniziale dell'albero nel suo moto perturbato; i coefficienti $A_r(t)$, $B_r(t)$ crescono, o diminuiscono, tanto più rapidamente quanto più elevata è l'armonica della pulsazione fondamentale propria cui si riferiscono.

Il loro valore dopo una ennesima inversione di segno nelle (14) è fornito dalle (8), ove agli angoli φ si sostituiscono corrispondentemente i termini $\omega_r t$.

Essendo l'espressione di $\dot{\theta}$ in questo caso estremamente complicata, anche nel caso di un albero dotato di due sole masse, è difficile impostare rigorosamente il problema.

Prevalendo col tempo i termini corrispondenti alle armoniche più elevate, di pulsazione di valore superiore alla velocità angolare ω dell'albero, sembra peró ragionevole supporre che, dopo un periodo di tempo in cui le ampiezze crescono, il fenomeno si stabilizzi, in quanto l'andamento delle velocità di rotazione della deformata verrebbe dominato appunto da quei termini.

Bibliografia.

[1] W. Mason, *The mechanics of the Woehler rotating bar fatigue test*, « Engineering », vol. 115, 1923.

[2] A. L. Kimball e D. E. Lovell, *Internal friction of solids* « Trans. ASME », vol. 48, 1926.

[3] S. Timoshenko, *Théorie des vibrations*, Béranger, Paris 1947.

[4] A. Watari, *On the motion of rotating shafts*, « Rep. Inst. Ind. Science, Univ. of Tokyo », vol. 2, n. 4, 1952.

[5] E. Downham, *The critical whirling speeds and natural vibrations of a shaft carrying a symmetrical rotor*, « Aer. Res. Council, Rep. and Mem. », No. 2854, 1954.

[6] J. P. Den Hartog, *Mechanical Vibrations*, Mc Graw–Hill, N. Y., 1956.

[7] A. Romiti, *Sul comportamento critico degli alberi rotanti aventi massa ed elasticità distribuite*, « Rend. Acc. Naz. Lincei », serie VIII, vol. XXV, 1958.

Astronomia (Astrofisica). — *Ricerca sulla relazione fra area apparente ed area vera delle facole solari in radiazione di calcio.* Nota di MARIA CRISTINA BALLARIO, presentata (*) dal Corrisp. G. RIGHINI.

L'Osservatorio Astrofisico di Arcetri è stato designato, per l'Anno Geofisico Internazionale, quale centro di raccolta internazionale degli spettroeliogrammi in radiazione di calcio per lo studio delle facole in tale radiazione.

Dal 1 luglio 1957 è stato perciò iniziato in Arcetri il lavoro di riduzione degli spettroeliogrammi, consistente nella determinazione dell'area apparente A_p e dell'area corretta A_c delle singole facole. Il passaggio dalla prima alla seconda determinazione si ottiene, come è stato convenuto dal CSAGI, moltiplicando l'area apparente per la secante dell'angolo eliocentrico h del fenomeno in esame.

Alla fine del 1958, avendo a disposizione un abbondante materiale, è stata eseguita questa ricerca preliminare allo scopo di poter giudicare se la suddetta correzione può ritenersi soddisfacente.

È noto che ciò coinvolge delle ipotesi sulla forma delle facole e cioè se esse debbano ritenersi fenomeni che si sopraelevano nella cromosfera, per esempio a forma di cilindro o di cono, o se debbano invece considerarsi senza una terza dimensione. In questo secondo caso la correzione per sec h dovrebbe essere valida.

Un esame accurato degli spettroeliogrammi non porta nessun valido appoggio alla prima ipotesi. Mentre i brillamenti osservati al bordo sono spesso sopraelevati, la facola si presenta, in generale, come distesa sulla superfice.

Ad ogni modo, per prescindere da qualsiasi ipotesi preliminare sulla forma delle facole, sono stati considerati esclusivamente i valori ottenuti dalle misure e precisamente: area apparente ed angolo h.

La misura dell'area apparente viene dedotta dagli spettroeliogrammi ricalcando su un foglio di carta trasparente il contorno della facola e misurando, per mezzo di un vetrino inciso, l'area contenuta in questo contorno in mm^2. Tenuto conto del diametro dell'immagine, si moltiplica il valore determinato per 1.6 e si ottiene l'area apparente in centomilionesimi dell'emisfero. L'area corretta risulta da questa moltiplicandola ancora per sec h.

L'angolo eliocentrico h si può calcolare quando sono note la longitudine, la latitudine del fenomeno e l'angolo di inclinazione del sole, oppure, praticamente, lo si può determinare usando il disco di Stonyhurst con angolo di inclinazione zero, facendo passare il diametro equatoriale per il baricentro della facola.

(*) Nella seduta del 14 marzo 1959.

È stato preso in esame un certo numero di facole delle quali si avevano osservazioni in più giorni successivi (in media 9 osservazioni distribuite in 12 giorni). Fra queste sono state scartate quelle che durante la semirotazione presentavano forti variazioni di forma e di estensione, mentre sono state prescelte quelle facole che avevano press'a poco la stessa area apparente per valori circa uguali della longitudine a Est e a Ovest del meridiano centrale. Ciò ci permetteva di fare l'ipotesi che, durante la semirotazione, l'area reale della facola in esame non aveva subito apprezzabili variazioni.

Si è tenuto inoltre conto del fatto che, specialmente per le facole di estensione piuttosto grande, in vicinanza del bordo solo una parte della facola è ancora visibile sul disco e quindi l'area misurata è solo una parte dell'area totale. L'esame degli spettroeliogrammi permette di decidere quando la la facola è ancora completamente sul disco e quindi quando i valori dell'area al bordo sono ancora paragonabili con quelli ottenuti al centro del disco. Anche per questo motivo sono state scelte facole di varia estensione, con un'area, al centro del disco, variabile da 20 a 100 centomilionesimi dell'emisfero.

Il materiale prescelto risulta infine costituito da 20 facole con un totale di 185 misure.

Si è quindi proceduto nel modo seguente: in ascisse sono stati riportati i valori di h e in ordinate i valori dell'area apparente. Si è ottenuto un certo numero di punti che sono stati collegati fra loro, nel miglior modo possibile, con una curva. La fig. 1 riguarda la facola n. 943 dell'8 agosto 1958, della quale riportiamo i dati:

Data	Posizione	A_p	h	A_c
8–8–1958	75 E – 8 N	(9.6)	75	(37)
9 » »	65 E – 9 N	21	63	46
11 » »	38 E – 8 N	35	39	45
12 » »	23 E – 8 N	38	25	42
14 » »	1 W– 8 N	40	1	40
16 » »	30 W– 9 N	34	30	39
18 » »	54 W–11 N	27	52	44
19 » »	68 W–13 N	16	67	41

La curva ottenuta incontra la parallela all'asse delle ordinate, condotta per $h = 0$, in un punto al quale corrisponde il valore dell'area al centro del disco, cioè l'area vera. Nel caso in esame l'area vera è di 42 centomilionesimi dell'emisfero (fig. 1). Dalla curva perequata si sono poi dedotti i valori dell'area apparente per differenti valori di h. I rapporti tra questi valori e quello dell'area vera prima determinato, differiscono dai corrispondenti valori di sec h per quantità trascurabili. Questo si verifica per tutte le facole in esame. Notiamo infine che i valori di A_c dedotti dalle osservazioni si distribuiscono quasi simmetricamente intorno al valore dell'area vera (fig. 1).

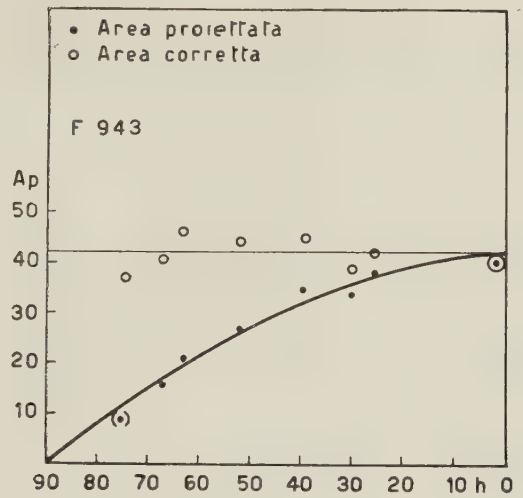


Fig. 1.

In fig. 2 invece si sono riportati i valori di h in ascisse e di log A_p in ordinate (sempre per la facola n. 943). La curva che collega i punti ottenuti coincide, con ottima approssimazione, con la curva: h–log cos h, ciò dimostra che in questo caso vale la:

$$\log A_p = \log \cos h + \log A_e .$$

Lo stesso si verifica, con buona approssimazione, per tutte le altre facole considerate. In ogni serie di valori delle A_p delle singole facole c'è quasi sempre, però, qualche valore scartante, perciò costruendo il grafico h–log A_p per tutte

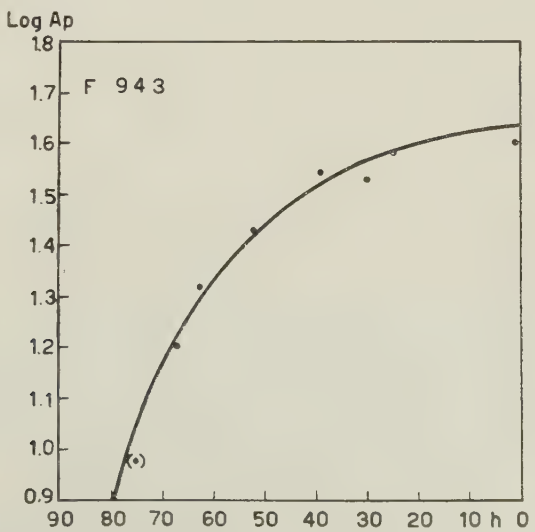


Fig. 2.

le facole in esame e facendo scorrere le curve lungo l'asse delle ordinate, si è ottenuto un insieme di punti che si distribuiscono intorno alla curva: h–log cos h con una certa dispersione che è dovuta a:

1) incertezza del tracciato che limita il contorno della facola. Questa dipende anche, notevolmente, dall'intensità degli spettroeliogrammi che è variabile da giorno a giorno;

2) errore nella determinazione del baricentro della facola;

3) errore nella stima dell'angolo h. Tale errore può essere molto forte per $h > 75°$, dovendosi stimare un intervallo di 15° in una corona circolare estremamente sottile;

4) errore nella misura dell'area contenuta nel contorno della facola. Questo errore è stato stimato in media di 2.4 centomilionesimi dell'emisfero per A_p e di 4 per A_c.

Dal grafico ottenuto si deduce che, rispetto alla curva h–log cos h, si ha una errore medio di $\pm$ 0.03 in logaritmo, per h compreso tra 0° e 70°. Per $h > 75°$ i punti sono generalmente al disotto della curva, ma la maggioranza di questi si riferiscono ad una parte soltanto della facola e pertanto in fig. 1 e fig. 2 sono stati messi fra parentesi.

Dal complesso dei dati si ritiene di poter concludere che la correzione per sec h può considerarsi soddisfacente.

Chimica fisica. — *Osservazioni sulla configurazione elettronica dello ione complesso* $[Pd(CN)_4]^=$ (*). Nota di ORIANO SALVETTI, presentata (**) dal Socio G. B. BONINO.

In una Nota precedente ho calcolato le costanti di forza che intervengono nelle oscillazioni molecolari dello ione $[Pd(CN)_4]^=$ partendo dagli spettri Raman e ultrarossi di questo complesso, spettri recentemente eseguiti in questo Centro Studi del C.N.R. da Bonino e coll. [1].

Fra i risultati ottenuti nel calcolo delle suddette costanti, mi sembra di notevole interesse il fatto che la costante di deformazione dei gruppi CN assuma, nelle oscillazioni π, un valore circa doppio di quello assunto nelle oscillazioni δ [2]. E richiamo l'attenzione sul fatto che le costanti di legame calcolate e riportate in detta Nota [2] sono già spoglie dei termini repulsivi dovuti e alle repulsioni per forze di Van der Waals e alle repulsioni per carica permanente, come risulta dalla forma del potenziale assunto; dette costanti dànno pertanto informazioni più intrinseche alla natura dei legami. Sembra perciò molto improbabile, se non addirturra impossibile, che il notevole aumento nella costante di deformazione dei gruppi CN nelle oscillazioni π possa essere interpretato in modo diverso dall'ammettere che i legami Pd—C abbiano in questo complesso un notevole carattere di legame π. I legami Pd—C devono essere perciò interpretati come costituiti da una componente σ ed una π, quest'ultima essendo di peso non trascurabile rispetto alla prima. I dati spettroscopici vengono così ad indicare in forma diretta che, almeno nello ione complesso $[Pd(CN)_4]^=$, apprezzabile peso deve essere dato alla interazione di quegli orbitali *d* che usualmente vengono considerati come non leganti con gli orbitali *p* dei gruppi CN.

TABELLA I.

$$\text{Pd} \begin{cases} \Gamma(s) = A_{1g} \\ \Gamma(p) = A_{2u} + E_u \\ \Gamma(d) = A_{1g} + B_{1g} + B_{2g} + E_g \end{cases}$$

$$\text{Atomi di C, N} \begin{cases} \Gamma(s) = A_{1g} + B_{2g} + E_u \\ \Gamma(p) = A_{1g} + A_{2g} + A_{2u} + B_{1g} + B_{1u} + B_{2g} + E_g + 2E_u \end{cases}$$

Vogliamo vedere ora se quanto detto sopra è concorde con i caratteri di vibrazionalità degli orbitali di legame che si possono costruire sulla base della teoria della coordinazione chimica sviluppata da Bonino [3]. Gli orbitali *d*, *s*, *p* dell'atomo Pd e quelli *s*, *p* degli atomi di C e di N dànno luogo a rappresentazioni che nel gruppo D_{4h} si scindono come indicato in Tabella I

(*) Lavoro eseguito presso il Centro Studi di Chimica Fisica del Consiglio Nazionale delle Ricerche presso l'Istituto Chimico «G. Ciamician» della Università di Bologna.

(**) Nella seduta del 14 febbraio 1959.

(per le particolarità del calcolo ved. [3]), come si ottiene facilmente a partire dai caratteri delle $\chi^{(l)}(\theta)$ [$l = 0, 1, 2$] di Tabella II.

TABELLA II.

	$\chi^{(l)}(\theta)$	I	$2C_4$	C_2''	$2C_2$	$2C_2'$	σ_h	$2\sigma_v$	$2\sigma_d$	$2S_4$	i
Pd	$\chi^{(l)}(\theta)_{l=0}$ . .	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	$\chi^{(l)}(\theta)_{l=1}$ . .	3	1	— 1	— 1	— 1	1	1	1	— 1	— 3
	$\chi^{(l)}(\theta)_{l=0}$ . .	5	— 1	1	1	1	1	1	1	— 1	5
C, N	$\chi^{(l)}(\theta)_{l=0}$ . .	4	0	0	0	2	4	0	2	0	0
	$\chi^{(l)}(\theta)_{l=1}$ . .	12	0	0	0	— 2	4	0	2	0	0

Gli orbitali molecolari vengono scritti come combinazione lineare di quelli dell'atomo centrale con quelli di egual simmetria degli atomi periferici. I più significativi caratteri di tali orbitali sono riportati nella Tabella III. Nella prima colonna è indicata la rappresentazione irriducibile, nella seconda il numero d'ordine dell'orbitale molecolare, nella terza se l'orbitale è legante (L), non legante (NL) o antilegante (AL); nella quarta colonna è indicata la prevalente localizzazione del legame essendo stato indicato con un tratto – un legame relativamente forte, con · · · un legame più o meno debole; nella quinta colonna è stato riportato il numero di elettroni che occupano ciascun orbitale nel complesso.

Alla formazione dei legami σ Pd—C concorrono gli orbitali molecolari $\psi_2(A_{1g})$, $\psi_2(B_{2g})$, $\psi_3(E_u)$ e sono egualmente vibrazionali negli stati di oscillazione δ e π. Gli orbitali molecolari leganti $\psi_1(A_{2u})$, $\psi_1(E_g)$, $\psi_2(E_g)$ sono vibrazionali negli stati di oscillazione $\pi_{Pd-\hat{C}-N}$, mentre non lo sono negli stati di oscillazione $\delta_{Pd-\hat{C}-N}$; l'orbitale $\psi_1(B_{1g})$ è vibrazionale negli stati $\delta_{Pd-\hat{C}-N}$, ma non negli stati $\pi_{Pd-\hat{C}-N}$.

Gli effetti dovuti agli orbitali $\psi_1(A_{2u})$ e $\psi_1(B_{1g})$, occupati ciascuno da due elettroni, tendono a compensarsi, rimane allora l'effetto di due orbitali $\psi_1(E_g)$ e $\psi_2(E_g)$ ciascuno dei quali è occupato da quattro elettroni.

Il contributo all'energia del complesso degli orbitali $\psi_1(E_g)$ e $\psi_2(E_g)$, nei quali la nuvola di carica è estesa agli orbitali d_{xz} e d_{yz} dell'atomo di Pd, spiega il maggior valore della costante di forza K_β' rispetto a quello della K_β; inversamente l'aumento della costante di deformazione dei gruppi CN nel passaggio dagli stati di oscillazione δ agli stati π non sembra che possa essere spiegato in altro modo che attribuire un conveniente peso alla interazione degli orbitali p dei gruppi CN (in particolari orbitali p del C) con gli orbitali d del Pd, come risulta dallo schema riportato in Tabella III.

TABELLA III.

Tipo		Carattere di legame	Localizzazione prevalente	N. di elettroni
A_{1g}	ψ_1	L	Pd···C—N	2
	ψ_2	L	Pd—C···N	2
	ψ_3	NL	N	2
	ψ_4	NL	Pd	2
A_{2g}	ψ_1	L	C—N	2
A_{2u}	ψ_1	L	Pd···C—N	2
	ψ_2	NL	Pd	
B_{1g}	ψ_1	L	Pd···C—N	2
	ψ_2	NL	Pd	2
B_{1u}	ψ_1	L	C—N	2
B_{2g}	ψ_1	L	Pd···C—N	2
	ψ_2	L	Pd—C···N	2
	ψ_3	NL	N	2
E_g	ψ_1	L	Pd···C···N	4
	ψ_2	L	Pd···C···N	4
	ψ_3	AL	Pd, C, N	
E_u	ψ_1	L	Pd···C—N	4
	ψ_2	L	Pd···C—N	4
	ψ_3	L	Pd—C···N	4
	ψ_4	NL	N	4

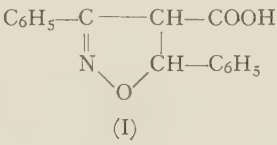
Ringrazio il prof. G. B. Bonino per i consigli e l'interessamento al presente lavoro.

BIBLIOGRAFIA.

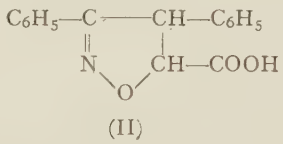
[1] G. B. BONINO, P. CHIORBOLI e G. FABBRI, « Rend. Acc. Lincei », questo vol., p. 137 (1959).
[2] O. SALVETTI, « Rend. Acc. Lincei » questo volume, p. 225 (1959).
[3] G. B. BONINO, « Gazz. Chim. Ital. », *69*, 763 (1939); *71*, 217 (1940).

Chimica organica. — *Sulla reazione tra benzonitrilossido e acidi α, β–insaturi* (*). Nota di Paolo Grünanger e Paola Vita Finzi, presentata (**) dal Socio A. Quilico.

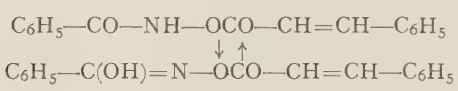
In una recente Nota sull'isomeria cis/trans degli esteri Δ^2–isossazolinici (1) è stato messo in rilievo che l'acido cinnamico libero reagisce con il benzonitrilossido per dare, accanto all'acido 3,5–difenil–Δ^2–isossazolin–4–carbonico (I), un composto poco solubile in etere, a cui altri Autori (2) avevano attribuito la formula isomera (II) di acido in 5, ma a cui spetta, sulla base delle sue proprietà e della sintesi per altra via, la struttura (III) di acido cinnamoilbenzidrossammico, proveniente dalla somma del benzonitrilossido sul gruppo carbossilico anziché sul doppio legame etilenico.



(I)

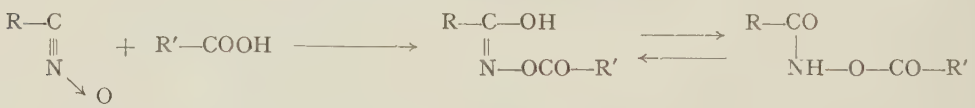


(II)



(III)

È noto infatti (3) che gli ossidi di nitrili reagiscono con gli acidi carbossilici per dare gli acilderivati degli acidi idrossammici:



Abbiamo ritenuto interessante portare qualche altro esempio sulla reazione di condensazione tra ossidi di nitrili e acidi α, β–insaturi. Riferiamo qui sui risultati ottenuti con gli acidi p·clorocinnamico, furilacrilico, tienilacrilico, acrilico e crotonico.

L'*acido p·clorocinnamico* (V) reagisce facilmente con il *benzonitrilossido* (IV) per dare una miscela di *acido 3–fenil–5–p·cloro–fenil–*Δ^2*–isossazolin–4–carbonico* (VI) già noto (4) e di un prodotto insolubile in carbonati

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica Generale del Politecnico di Milano, Centro di Chimica Industriale del C.N.R.

(**) Nella seduta del 14 marzo 1959.

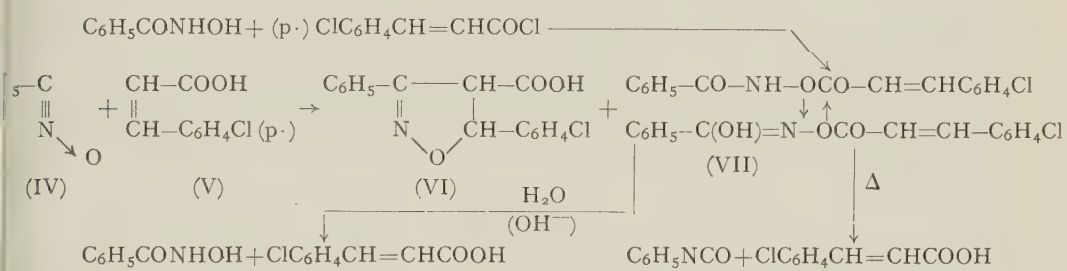
(1) P. Grünanger, C. Gandini e A. Quilico, « Rend. Ist. Lomb. », in corso di stampa

(2) F. Monforte (in collab. con G. Lo Vecchio per la parte sperimentale), « Gazz. », *82*, 130 (1952).

(3) G. Speroni e M. Bartoli, comunicazione privata.

(4) P. Grünanger e P. Vita Finzi, « Gazz. », *89* (1959), in corso di stampa.

alcalini, il cui spettro I. R. mostra una banda a 3120 cm^{-1} assegnabile a un gruppo NH(CO), una a 1771 cm^{-1} di CO di estere insaturo, e una a 1640 cm^{-1} attribuibile al doppio legame coniugato col fenile. L'idrolisi alcalina a freddo porta ad acido p·clorocinnamico e acido benzidrossammico; la pirolisi in condizioni controllate provoca una scissione in isocianato di fenile e acido p·clorocinnamico [5]. Questi fatti portano ad assegnare al prodotto la struttura (VII) di *acido p·clorocinnamoilbenzidrossammico*, confermata definitivamente dalla sintesi da cloruro di p·clorocinnamile e acido benzidrossammico. Gli spettri I. R. dei due composti preparati per le due vie risultano identici.



Tale schema conferma esattamente quanto osservato nel caso degli acidi cinnamici trans e cis [1].

In un lavoro precedente [6] uno di noi aveva osservato che nella reazione tra il benzonitrilossido e gli acidi tienil– e furilacrilico liberi si formavano due prodotti poco solubili in etere, a cui erano state assegnate in via provvisoria, per analogia con la reazione tra benzonitrilossido e acido cinnamico, le strutture di acidi Δ^2–isossazolin–5–carbonici. Era assai probabile che anche a questi prodotti competesse invece la struttura isomera di acidi acilbenzidrossammici. Infatti gli spettri I.R., presentanti notevoli analogie con gli spettri I. R. degli acidi cinnamoilbenzidrossammici, i risultati della idrolisi alcalina e la sintesi da acido benzidrossammico e cloruri degli acidi tienil– e furilacrilico permettono di assegnare ai due composti in esame le strutture rispettivamente di *acido 3–(α·tienil) acriloilbenzidrossammico* (VIII, R = α·C_4H_3S) e *3–(α·furil) acriloilbenzidrossammico* (VIII, R = α·C_4H_3O):

$$C_6H_5—CO—NH—OCO—CH=CH—R \rightleftharpoons C_6H_5—C(OH)=N—OCO—CH=CH—R$$

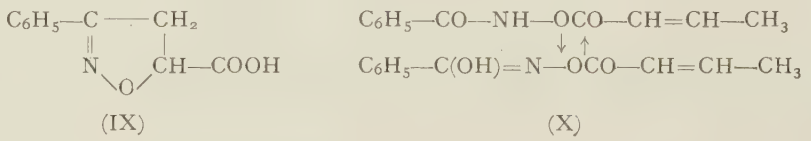
(VIII)

Nettamente diversi tra loro sono stati i risultati ottenuti facendo reagire il benzonitrilossido con l'*acido acrilico* e con l'*acido crotonico*: il primo reagisce per dare quantitativamente l'*acido 3–fenil–Δ^2–isossazolin–5–carbo-*

(5) Analogamente a quanto osservato per l'acido cinnamoilbenzoidrossammico; cfr. G. LO VECCHIO e P. MONFORTE, «Atti Acc. Peloritana», *4*, 245 (1958). Tale modo di decomposizione è comune ad altri acidi acilbenzidrossammici: cfr. E. PIESCHEL, «Ann.», *175*, 305 (1875); W. LOSSEN, ibid. *175*, 313, 320 (1875).

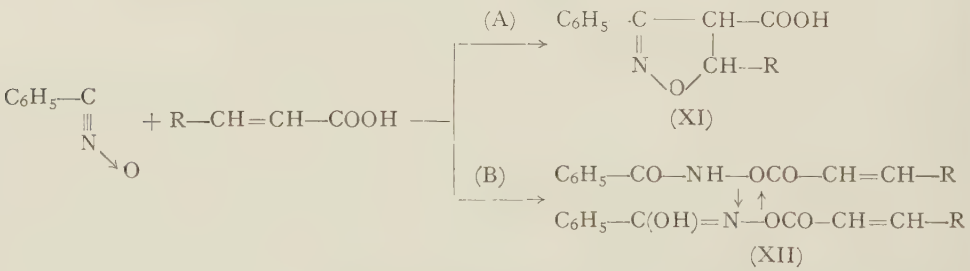
(6) P. GRÜNANGER e I. GRASSO, «Gazz.», *85*, 1271 (1955).

nico (IX) già noto [7], il secondo fornisce, accanto a sensibili quantità di difenilfurossano e di acido crotonico inalterato, un prodotto p. f. 113°, insolubile in carbonati alcalini, a cui lo spettro I. R., l'idrolisi alcalina e la sintesi da cloruro di crotonile e acido benzidrossammico permettono di assegnare la struttura (X) di *acido crotonoilbenzidrossammico*:



(IX) (X)

In conclusione, le nostre ricerche hanno confermato che gli acidi α, β–insaturi possono reagire con il benzonitrilossido secondo due schemi, a seconda che reagisca il gruppo carbossilico o il doppio legame etilenico, per dare sia gli acidi 3,5–diaril–Δ^2–isossazolin–4–carbossilici del tipo (XI), sia gli acidi acilbenzidrossammici del tipo (XII):



Il prevalere dell'uno o dell'altra reazione dipende essenzialmente dalla natura del radicale R, e in linea di massima i risultati delle nostre ricerche e di quelle di altri Autori permettono di affermare che:

1) quando il doppio legame è molto reattivo la reazione procede esclusivamente secondo lo schema A: ad esempio l'acido acrilico, l'acido maleico [8], gli acidi 3–fenilisossazolil–5–β–acrilico e 3–fenil–Δ^2–isossazolinil–5–β–acrilico [9] e gli acidi o·nitro–, p·nitro e o·ossicinnamico [10];

2) quando il doppio legame è un po' meno reattivo si possono avere contemporaneamente le due reazioni: tale è il caso ad esempio degli acidi cinnamico e p·clorocinnamico;

3) quando il doppio legame è poco reattivo, ha luogo soltanto la reazione secondo lo schema B, sia pure con rese inferiori: caso tipico l'acido crotonico, e inoltre gli acidi tienil– e furilacrilici [11].

(7) A. Quilico, G. Stagno d'Alcontres e P. Grünanger, «Gazz.», *80*, 479 (1950).

(8) A. Quilico e P. Grünanger, «Gazz.», *85*, 1451 (155).

(9) G. Stagno d'Alcontres e G. de Giavomo, lavoro in corso di pubblicazione.

(10) F. Monforte e G. Lo Vecchio, «Gazz.», *83*, 416 (1953); P. Monforte e G. Lo Vecchio, «Atti Acc. Peloritana», *50* (1954).

(11) Date le rese non elevate in prodotto insolubile in carbonati, non si può escludere che si formi in piccole quantità anche l'acido Δ^2–isossazolin–4–carbonico, difficilmente separabile dall'eccesso di acido tienil– o furilacrilico inalterato.

In nessuno dei casi finora esaminati si è potuta constatare la presenza, fra i prodotti di reazione, di un acido Δ^2–isossazolin–5–carbonico.

PARTE SPERIMENTALE.

1. *Azione del benzonitrilossido sull'acido p·clorocinnamico.* – Una soluzione eterea di benzonitrilossido, ottenuta al solito modo da g 10 di cloruro benzidrossammico, viene aggiunta ad una soluzione di g 9,0 di acido p·clorocinnamico nella minima quantità di tetraidrofurano sufficiente a tenere l'acido in soluzione. Dopo aver fatto bollire a ricadere su b. m. la miscela per un'ora, si svaporano i solventi, da ultimo sotto vuoto, e si riprende il residuo con Na_2CO_3 al 10 %.

La parte insolubile (g 5,3) si rivela ancora una miscela di prodotti; trattando con benzene a caldo si separa una parte che lascia residuo in tubicino e non fonde fino a 250°: per trattamento con HCl 1 : 1 si recuperano g 0,4 di acido p·clorocinnamico p. f. 245–247°.

Dalla soluzione benzenica si separano per raffreddamento g 1,3 di un prodotto p. f. 158–161°, poco solubile nei comuni solventi organici. Ricristallizzato due volte da benzene si presenta in aghi incolori p. f. 161–162° dec. All'analisi:

	trov. % :	N 4,77; 4,75;
per $C_{16}H_{12}O_3NCl$	calc. :	4,64.

Un saggio del prodotto viene cautamente riscaldato sotto vuoto in bagno ad olio fino a 160–170°. Nel collettore si raccoglie una goccia di liquido dall'odore pungente e caratteristico di *isocianato di fenile*: infatti per trattamento con acqua si ottiene facilmente difenilurea p. f. 241–242°, identificata mediante p. f. misto. Il residuo della pirolisi è solubile in carbonati alcalini e riprecipita con acidi; purificato per sublimazione si rivela *acido p·clorocinnamico* per le sue proprietà e il p. f. misto.

Un saggio del prodotto p. f. 161–162° dec., trattato a lieve calore con NaOH al 10 %, va tutto in soluzione; acidificando precipita un prodotto p. f. 248–249°, identificato come *acido p·clorocinnamico*, mentre dalle acque madri per saturazione con NaCl ed estrazione con etere si può isolare l'*acido benzidrossammico*, identificato per la colorazione caratteristica al $FeCl_3$ e attraverso il suo acetilderivato p. f. 126–127°.

Delle acque madri benzeniche, dopo filtrazione dell'acido p. clorocinnamoilbenzidrossammico sopra descritto, si recuperano per evaporazione a secco g 1,5 di difenilfurossano p. f. 117°.

La parte solubile in carbonato sodico viene precipitata con acidi diluiti e trattata con etere: si isola così una parte poco solubile in etere (g 0,4), identificata per acido p·clorocinnamico, e una parte solubile (g 2,7), che, ricristallizzata da benzene, si rivela, per le proprietà e il p. f. misto con prodotto di altra provenienza, acido 3–fenil–5–p·clorofenil–Δ^2–isossazolin–4–carbonico p. f. 146–146,5° già noto [4].

Sintesi dell'acido p-clorocinnamoilbenzidrossammico. – G 2,3 di acido benzidrossammico finemente polverizzato vengono versati poco a poco in g 3,4 di cloruro di p-clorocinnamile [12] tenuto a 60–70°; si ha energico sviluppo di HCl, e al termine dell'aggiunta la massa solida viene frantumata, trattata con Na_2CO_3 per eliminare l'acido p-clorocinnamico, quindi cristallizzata da benzene: resa g 1,8 di prodotto p. f. 161–162° dec., identico per proprietà, p. f. misto e spettri I. R. a quello ottenuto da benzonitrilossido e acido p-clorocinnamico come più sopra descritto.

2. *Identificazione dell'acido 3-(tienil) acriloilbenzidrossammico.* – G 0,3 del prodotto p. f. 155–156°, ottenuto come altra volta descritto (6), vengono trattati a freddo con 3 cm^3 di NaOH al 5%. Dopo 20 ore la dissoluzione è completa e si versa la miscela in HCl 1 : 1 ghiacciato. Il precipitato separatosi, cristallizzato da alcool, fonde a 144–145°, anche in miscela con acido 3-(α-tienil) acrilico autentico.

Dalle acque madri, per estrazione con etere, si può recuperare acido benzidrossammico p. f. 128–130°, identificato per la sua caratteristica colorazione con $FeCl_3$ e mediante p. f. misto.

Sintesi. – Da g 5,2 di cloruro di 3-(α-tienil) acrilile [13] e g 4,1 di acido benzidrossammico si ottengono, secondo la solita procedura, g 3,5 di acido 3-(α-tienil) acriloilbenzidrossamico cristallizzato da etanolo p. f. 155°, anche in miscela con il prodotto ottenuto da benzonitrilossido e acido tienilacrilico.

Per riscaldamento al disopra del suo p. f. il prodotto sviluppa CO_2 e isocianato di fenile, facilmente riconoscibile all'odore e mediante conversione in N , N'–difenilurea p. f. 241–1242°. Lo spettro I. R. presenta, fra le altre, le seguenti bande caratteristiche (in cm^{-1}): 3160 (gruppo (CO) NH), 1763 (CO di estere insaturo), 1628 (doppio legame coniugato col fenile).

3. *Identificazione dell'acido 3-(α-furil) acriloilbenzidrossammico.* – G 0,3 del prodotto p. f. 146–147°, ottenuto come altra volta descritto [6] da benzonitrilossido e acido furilacrilico, vengono sottoposti a idrolisi alcalina: per acidificazione precipita l'acido furilacrilico p. f. 140–141°, mentre nelle acque madri si può identificare, dopo la solita procedura, l'acido benzidrossammico.

Sintesi. – Da g 2,6 di cloruro di furilacrilile [14] e g 2,2 di acido benzidrossammico si ottengono con la solita procedura g 3 di prodotto p. f. 143–145°, anche in miscela con il prodotto ottenuto da benzonitrilossido e acido furilacrilico. Lo spettro I. R. presenta, fra le altre, le seguenti bande (in cm^{-1}): 3140 (gruppo (CO) NH), 1771 (CO), 1642 (C=C coniugato col fenile).

(12) E. R. Andrews, M. G. Van Campen e E. L. Schumann, « J. Am. Soc. », *75*, 4003 (1953).

(13) U. S. Pat. 2632010 (1953).

(14) T. Sasaki, « Bioch. Z. », *25*, 275 (1910).

4. *Azione del benzonitrilossido sull'acido acrilico.* – Una soluzione eterea di benzonitrilossido (da g 5 di cloruro benzidrossammico) viene fatta reagire al solito modo con 1,5 cm^3 di acido acrilico appena distillato. Il prodotto di reazione, dopo evaporazione del solvente, viene ripreso con Na_2CO_3 al 5 %: rimangono indisciolti g 0,1 di difenilfurossano.

Dalla soluzione alcalina per acidificazione si ottengono g 3,7 di un acido p. f. 144–145°, rivelatosi acido 3–fenil–Δ^2–isossazolin–5–carbonico già puro mediante p. f. misto con quello di altra provenienza [7]. Per trattamento con diazometano in soluzione eterea si ottiene facilmente l'estere metilico relativo p. f. 71–72°, anche in miscela con quello ottenuto facendo reagire direttamente benzonitrilossido e acrilato di metile.

Dalle acque madri acide per estrazione con etere si recuperano ancora g 0,4 di un olietto, che odora fortemente di acido acrilico, e dal quale si separa col tempo ancora una piccola quantità di acido isossazolinico.

5. *Azione del benzonitrilossido sull'acido crotonico.* – Facendo reagire come al solito g 3,6 di acido crotonico con una soluzione eterea di benzonitrilossido (da g 10 di cloruro benzidrossammico), si ottiene un residuo grezzo che, asciugato su piatto, fonde a 83–105°. Si riprende con Na_2CO_3 al 10 % e si filtrano g 3,4 di parte insolubile, mentre dalle acque madri alcaline per acidificazione si possono recuperare g 2,4 di acido crotonico inalterato.

L'insolubile in carbonato viene cristallizzato da etanolo: resa g 2,2 di difenilfurossano. Il residuo ottenuto svaporando le acque madri viene disciolto in alquanto benzene e cromatografato su colonna di allumina attiva, eluendo da ultimo con etere: accanto a piccole quantità di furossano, si ottengono g 0,7 di prodotto che cristallizza da benzene in aghi incolori p. f. 113°.

All'analisi:

	trov. % :	N 7,02;
per $C_{11}H_{11}O_3N$	calc. :	6,83.

Per trattamento con soluzione fredda di NaOH al 5 %, il prodotto si idrolizza fornendo una miscela di acido crotonico e di acido benzidrossammico.

Sintesi. – Facendo reagire al solito modo l'acido benzidrossammico con il cloruro di crotonile [15] si ottiene con buone rese un prodotto in aghi incolori p. f. 113° (da benzene), identico per proprietà e p. f. misto a quello descritto più sopra.

(15) H. STAUDINGER, J. BECKER e H. HIRZEL, « Ber. », *49*, 1991 (1916).

Geologia. — *Nuovi reperti e riesame paleontologico-stratigrafico delle arenarie «stampiane» dello Scandianese (Appennino settentrionale modenese-reggiano).* Nota preliminare di EUGENIA MONTANARO GALLITELLI, presentata (*) dal Socio GB. DAL PIAZ.

È ben nota ai geologi dell'Appennino la grande placca di « molasse » (« formazione di Montebabbio ») che, dalla riva sinistra del F. Secchia, presso Castellarano, si estende verso ovest per circa 16 Km, in una striscia larga 3–4 Km, potente 150–200 m, fino in Val d'Enza, sotto la rupe di Canossa.

Si tratta di arenarie generalmente poco coerenti passanti a ghiaiette, con intercalazioni conglomeratiche a elementi di diametro variabile fino a parecchie decine di centimetri di lunghezza. Ciottoli di micascisti, di quarziti, di anfiboliti, di calcari marnosi sono presenti nella massa. Intercalazioni di sottili letti lignitici e passaggi a marne argillose non sono infrequenti.

Ricordate già da Spallanzani e ritenute fino al 1879 prive di fossili, queste arenarie furono attribuite da Doderlein, Pantanelli, Sacco e Galdi al Miocene con la denominazione di « arenarie superiori ».

Ferretti (1879), che vi scoperse alcune ostree, diede una descrizione della costituzione della roccia e ritenne di poter considerare la formazione come corrispondente alla molassa svizzera, sia per età, sia per modo di origine.

La prima attribuzione all'Oligocene spetta ad Anelli (1924), che si dedicò allo studio tettonico della placca soprattutto per l'interesse di ordine pratico che tali formazioni – eminentemente porose, spesso investite tettonicamente dalle argille scagliose impermeabili – potevano presentare quali ottimi serbatoi di idrocarburi.

Due vie condussero Anelli (1924, p. 183) a tale attribuzione:

1° l'affinità litologica con talune formazioni molassiche del Parmense occidentale e del Piacentino,

2° il rinvenimento da lui fatto, in svariate località fra loro lontane, di « Nummuliti decisamente oligoceniche », quali *N. fichteli* (A) (determ. Checchia Rispoli).

Nella Nota citata egli avverte che i fossili mancano quasi ovunque, e che solo talvolta ve ne è qualcuno, sia pure mal conservato, dove la molassa diventa calcarifera e a grana più minuta. Dai livelli marnosi non rinvenne che una *Cristellaria* sp. Non ritrovò certe grosse ostree che aveva citato Ferretti.

Un lavoro successivo di Lipparini (1935) cita per la formazione 14 esemplari di Nummuliti, che identifica come *N. intermedius* (B) (8 esemplari) – *N. fichteli* (A) (un esemplare) e *N. bouillei* (B) (2 esemplari) – *N. tournoueri* (A) (3 esemplari).

(*) Nella seduta del 14 marzo 1959.

Conferma l'attribuzione della placca all'Oligocene e precisa che si tratta di Stampiano. Inoltre considera la placca « come l'estremo limite orientale di questa formazione fuori del bacino piemontese e ligure ». Lipparini suppone che « la grande trasgressione oligocenica, iniziatasi col Sannoisiano (= Lattorfiano) nella regione ligure-piemontese, si sia estesa nell'Emilia soltanto nell'Oligocene medio, Stampiano (= Rupeliano) . . . . . ».

«Mentre l'Oligocene inferiore è rappresentato soltanto nella parte occidentale del bacino piemontese, esso manca nella parte sudorientale, verificandosi così un *hiatus* stratigrafico ed una evidente trasgressione stampiana che ha assunto una notevolissima estensione ».

Dopo questi studi l'attribuzione all'Oligocene medio delle molasse in questione venne unanimemente accettata.

Lo spunto per la ripresa dell'argomento mi fu dato da un lavoro di Lanterno e Roveda (1957). Una accurata diagnosi e la separazione di *N. incrassatus* (B)–*ramondiformis* (A) da *N. vascus* (B)–*boucheri* (A) nel calcare microconglomeratico nummulitico basale dell'autoctono di Champery (Alpi Svizzere) permise di correggere la datazione di quel complesso, riportandolo al limite Priaboniano–Oligocene, dimostrando, al di sopra di ogni problema locale, il significato e l'importanza di studi molto attenti, quando una datazione è affidata al solo elemento tecnico paleontologico. È questo il caso della formazione di Montebabbio. Così nell'intento di rivedere le due coppie di Nummuliti ritrovate nella formazione da Anelli e studiate da Lipparini, si iniziò la ricerca sul posto, cominciando a campionare sul lembo estremo orientale del giacimento, in corrispondenza delle bancate affioranti in sinistra del ramo più orientale del R. d. Rocca.

In un solo punto di raccolta fu prelevata una quantità dell'arenaria sfatta, in cui si scorgeva qualche guscio di macroforaminiferi. A pochi metri di distanza, sull'altro lato del rio, furono raccolti campioni dai livelli argillosi–marnosi intercalati.

Il risultato dell'esame dei lavati è stato sorprendente. Tanto le argille quanto i sabbioni sono ricchi di una splendida microfauna, in gran parte ottimamente conservata.

Si dispone attualmente di molte migliaia di esemplari. Oltre ai Foraminiferi, sono presenti abbondanti litotamni, spugne, briozoi, frammenti di ostree, opercoli di gasteropodi, echinidi, otoliti. Non sono ancora stati trovati coralli, citati da Ferretti.

Il materiale è ora allo studio. Ma quello che qui è necessario comunicare in via preliminare, è il carattere di tale fauna e il fatto che essa denuncia per la formazione un'età assai più antica di quanto ritenuto finora sugli scarsi reperti ricordati. Lo studio fatto finora ci autorizza a supporre un orizzonte compreso al massimo fra il Priaboniano e l'Oligocene inferiore.

Come avviene sempre in sedimenti grossolani, i gusci di molluschi sono in buona parte in frammenti, non però levigati, corrosi o arrotondati, come è per il materiale fluitato. Un rimaneggiamento si può escludere per i micro-

fossili, che hanno le cavità riempite degli stessi caratteristici granuli dell'arenaria inglobante, e la superficie esterna incrostata saldamente e in parte deformata dallo stesso materiale.

La fauna a foraminiferi è singolarissima e abbondante. Vi dominano le Nummuliti: per un solo punto di raccolta dispongo di circa 4.000 esemplari.

La forma più abbondante è, come era da aspettarsi, quella che concordemente è stata attribuita a *N. fichteli* (A) Michelotti, di cui sono presenti oltre 2.500 individui. Con tale quantità di esemplari è stato possibile un attento esame della variabilità della popolazione, e un confronto con l'affine *N. fabianii* raccolta personalmente nella località tipo, cioè nel Priaboniano di Grancona. Lo studio verrà pubblicato altrove. Qui basti dire che nella popolazione, che statisticamente è di *N. fichteli* (A) in individui assai piccoli, vi sono serie di passaggi fino a tipici rappresentanti di *fabianii* (A). La conferma a tale attribuzione mi è venuta tanto dal dott. V. Roveda quanto dal prof. J. Flandrin, che desidero qui ringraziare nel modo più cordiale. *N. intermedius* d'Archiac è presente con pochi individui piccoli.

Sono inoltre presenti *N. ramondiformis* (A) de la Harpe, *N. subbeamonti* (A) de la Harpe, N. cfr. *variolaria* (A) Lamarck, tutte forme presenti nell'Eocene superiore. Altre specie sono in studio.

Una di queste, rappresentata da circa 500 individui, è stata oggetto di uno studio statistico (in via di pubblicazione) comparativamente con la sola affine, *N. garnieri* de la Harpe, dell'Eocene superiore delle Alpi svizzere che ho pure potuto studiare statisticamente, per la cortesia grande di A. Bersier e di Mme A. Schnorf–Steiner, che generosamente hanno inviato in comunicazione tutti gli esemplari originali di de la Harpe depositati nel Museo geologico di Losanna.

Alle Nummuliti seguono Discocyclinidae e Orbitoclypeidae, con *Discocyclina sella* d'Archiac, D. cf. *scalaris* Schlumberger, D. cf. *roberti* Douvillé, D. cf. *douvillei* Schlumberger, *Asterocyclina stellata* (d'Archiac), *A. stellaris* (Brummer), *A. taramellii* Schlumberger, quest'ultima rappresentata da innumerevoli frammenti di raggi.

Nessuna, fra le moltissime sezioni equatoriali eseguite, ha rivelato fino a tutt'oggi la presenza di lepidocicline. Sono pure presenti i generi *Baculogypinoides*, *Operculina*, *Grzibowskia*, *Coskinolina*, *Rupertia*, nonché una serie di altre forme rotaloidi singolari, di particolare interesse.

Senza dunque voler anticipare qui quanto è ancora allo studio si può dire che le forme sopra elencate sono sufficienti per autorizzarci ad « invecchiare » la formazione in parola, accettata finora come Stampiana, almeno fino al limite fra il Priaboniano e l'Oligocene inferiore. La presenza della coppia *N. fichteli* (A)–*N. intermedius* (B) non modifica tale conclusione, in quanto è ben noto (Flandrin) che queste forme compaiono anche nell'Eocene superiore, nei termini più alti.

Se poi è vero che la placca di Montebabbio rappresenta l'estremo lembo orientale della formazione ad analogo tipo litologico estesa fino al Piemonte

e alla Liguria, credo che i presenti reperti vengano ad assumere un interesse ancora più notevole per la geologia dell'Appennino settentrionale.

Varrebbe la pena che altri paleontologi eseguissero pazienti ricerche sulle arenarie « tongriane » liguri-piemontesi, magari rivedendo con criteri moderni e con molto materiale e molta attenzione anche le microfaune studiate nel passato.

Elenco dei lavori citati.

Anelli M. (1924). *Sulla presenza dell'Oligocene nel subappennino reggiano*, « Boll. Soc. Geol. It. », vol. 42, fasc. 2.

Anelli M. (1933). *Cenni geologici sulla regione collinosa fra il F. Secchia e il T. Tiepido (prov. di Modena)*, A.G.I.P., Ed. A.T.E.L., Roma.

Ferretti A. (1879). *Scoperta di una fauna e di una flora in Montebabbio*, « Atti Soc. It. Sc. Nat. », vol. 21, p. 826.

Lanterno E. e Roveda V. (1957). *Sur les couples de Nummulites* N. incrassatus (*B*)-N. ramondiformis (*A*) *et* N. vascus (*B*)-N. boucheri (*A*), « Archives des Sciences, Geneve », vol. 10, fasc. 2, pp. 137-166.

Lipparini T. (1935). *Nummuliti dell'Oligocene scandianese (Reggio Emilia)*, « Atti R. Acc. d. Scienze di Torino », vol. 71.

Citologia. — *II° Contributo alla conoscenza della cariologia negli Insetti Embiotteri: Il corredo cromosomico nelle specie dell'Europa meridionale* (*). Nota di RENZO STEFANI, presentata (**) dal Socio G. COTRONEI.

Il contenuto della presente Nota, riguardante la costituzione cariologica, finora sconosciuta, di quattro specie di embiotteri della fauna circummediterranea, si aggiunge ai dati da me precedentemente forniti su *Haploembia solieri* (Stefani 1954 e 1956) e a quelli su *Embia ramburi* pubblicati da Jean Le Calvez (1949).

Sono così cariologicamente note tutte le specie finora conosciute sia per la fauna embiotterologica italiana che per quella dell'Europa meridionale. Per quanto riguarda le faune extra–europee, sono noti due soli lavori riguardanti la cariologia degli embiotteri: uno di H. Kichijo (1942) su *Oligotoma japonica* ed uno di H. Hirai (1951) su *Oligotoma japonica* ed *Oligotoma saundersii*.

Le quattro specie di cui viene qui resa nota la costituzione cariologica sono: *Haploembia palaui* Stef., *Embia tyrrhenica* Stef., *Embia nuragica Stef.*, *Cleomia guareschii* Stef.

Sono stati esaminati numerosi individui provenienti da diverse località dell'areale di ogni specie, onde stabilire una eventuale variabilità intraspecifica nel numero dei cromosomi, che non è stata peraltro mai riscontrata.

I cariogrammi diploidi sono riportati nella Tavola I nel testo. Le figure mitotiche furono ricercate, per i maschi, nelle divisioni spermatogoniali e negli stadi meiotici, per le femmine, nelle mitosi dell'epitelio follicolare, negli stadi meiotici ed inoltre, per ambedue i sessi, nelle mitosi di segmentazione in uova fecondate. I preparati sono stati allestiti con la tecnica usuale dello schiacciamento.

Nelle specie qui studiate, la meiosi spermatogenetica ed oogenetica si svolge con le stesse modalità da me descritte in precedenti lavori per l'*Haploembia solieri f·anfigonica* (cfr. Stefani 1954 e 1956). Il sesso maschile, appare essere sempre digametico (digametia del tipo XO).

A parte il numero e la morfologia dei cromosomi, la differenza più notevole nelle varie specie riguarda la eteropicnosi dell'eterocromosoma, che, nella meiosi spermatogenetica, per alcune specie, è negativa per altre invece è inesistente. Intendo per eteropicnosi, come si fa generalmente, la proprietà di un cromosoma di contrarsi o condensarsi in misura diversa dalla maggioranza dei cromosomi del nucleo. L'eteropicnosi è negativa,

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Zoologia dell'Università di Cagliari.

(**) Nella seduta del 14 marzo 1959.

per un cromosoma, quando esso si condensa più lentamente degli altri, è invece positiva, quando la condensazione avviene più rapidamente, prima o in modo più completo degli altri cromosomi (White 1950). La maggiore o minore condensazione si riconosce nei preparati per la maggiore o minore colorabilità dei cromosomi interessati, visibile, nel caso degli Embiotteri qui trattati, soprattutto nelle divisioni meiotiche.

Diversità si ha inoltre nella eterocinesi durante la I div. mat. maschile a carico dello stesso cromosoma X.

HAPLOEMBIA PALAUI Stef.

Il corredo cromosomico diploide di questa specie comprende 21 elementi per il maschio e 22 per la femmina. 8 coppie di autosomi presentano un centromero mediano o submediano, a braccia più o meno lunghe (cfr. Tav. I, figg. *a* ed *e*), una coppia a centromero subterminale ed una a centromero terminale. L'eterocromosoma appare possedere un centromero submediano e durante l'anafase della prima divisione maturativa spermatogenetica dimostra un ritardo nella migrazione al polo (post–eterocinesi) a differenza del corrispondente cromosoma X nella specie congenere *solieri* che é pre–eterocinetico. Inoltre in esso si nota eteropicnosi negativa.

EMBIA TYRRHENICA Stef.

In questa specie, come nella precedente, l'assetto diploide maschile è costituito da 21 cromosomi e da 22 nella femmina (Tav. 1, figg. *b,f*), di cui 8 coppie di autosomi sono a centromero submediano, a braccia più o meno lunghe, una a centromero subterminale ed una coppia di cromosomi subglobulari. L'eterocromosoma, a centromero submediano, nella meiosi spermatogenetica, non appare essere né eterocinetico né eteropicnotico.

EMBIA NURAGICA Stef.

Pur essendo questa una specie che morfologicamente è molto vicina alla *Embia ramburi* RK., tanto che in passato è stata confusa dagli autori con questa, alcuni minuti caratteri somatici, ben definiti e costanti, l'amissia tra queste due specie, la diversa distribuzione geografica e la diversità numerica e morfologica del corredo cromosomico portano a differenziarla come specie a sé. Il cariogramma diploide comprende 23 cromosomi per il maschio e 24 per la femmina, così distribuiti: (Tav. 1, figg. *c, g*): 8 coppie di autosomi a centromero submediano a braccia per lo più corte, 2 coppie di autosomi a centromero terminale o subterminale ed una coppia di autosomi subglobulari, più piccoli. L'eterocromosoma, relativamente grande, è fornito di un centromero mediano e non appare essere né eterocinetico né eteropicnotico.

CLEOMIA GUARESCHII Stef.

I cromosomi sono 21 per il corredo diploide maschile e 22 per quello diploide femminile (Tav. 1, figg. *d*, *h*). Una coppia comprende autosomi subglobulari, piccoli, 4 coppie possiedono un centromero subterminale e cinque un centromero submediano o mediano. L'eterocromosoma appartiene al tipo con centromero mediano. Si nota, nell'anafase della I div. maturativa spermatogenetica una netta pre-eterocinesi a carico dell'eterocromosoma senza però che sia evidente, in nessun momento del processo meiotico, una sua eteropicnosi.

Per il resto la meiosi, in entrambi i sessi, decorre come nelle altre specie qui trattate, salvo la morfologia degli spermatidi e degli spermi maturi che si distinguono per la forma della testa che è conica anziché sferica.

Se prendiamo ora in considerazione il corredo cromosomico delle altre due specie note per la nostra fauna (*Haploembia solieri* ed *Embia ramburi*) e le due specie dell'Estremo Oriente (*Oligotoma japonica* ed *Oligotoma saundersii*), studiate da Hirai e Kichijo, il quadro cariologico completo risulta essere il seguente:

Fam. OLIGOTOMIDAE:

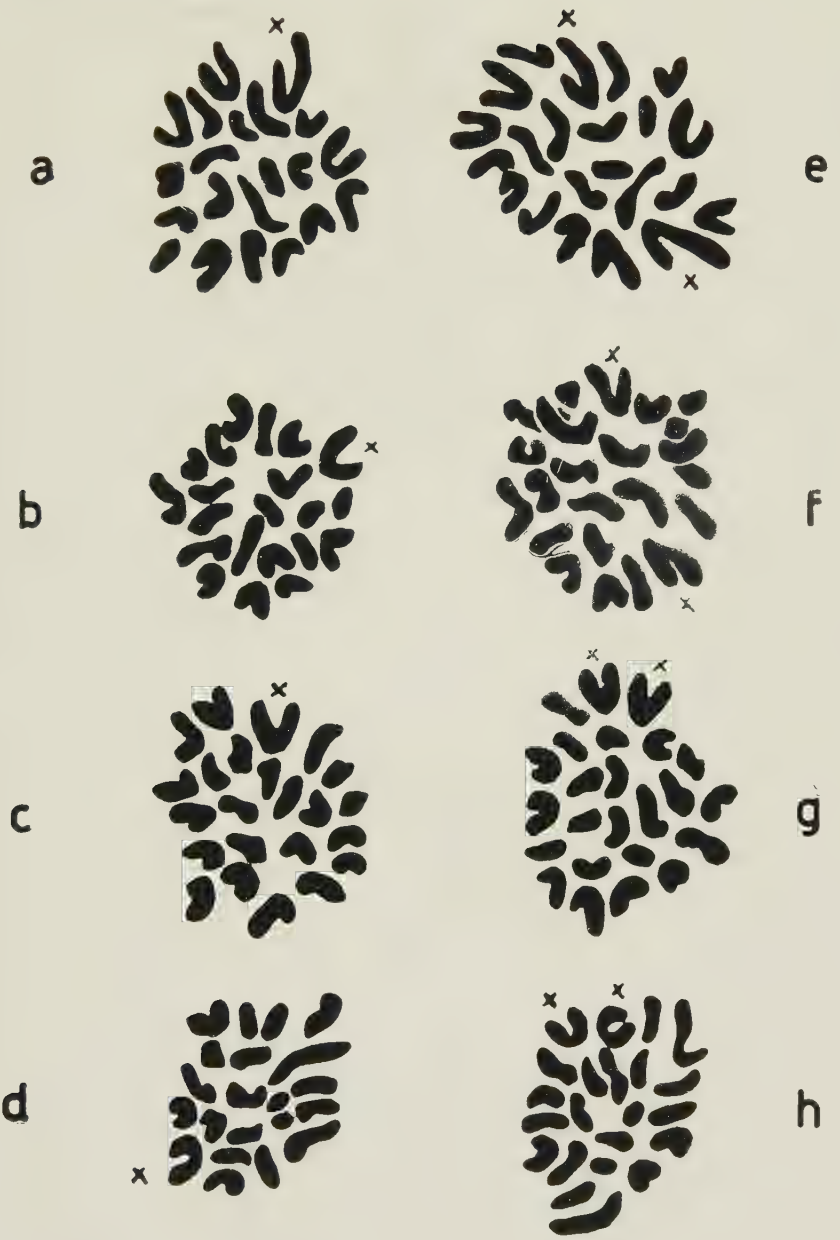
Haploembia palaui Stef. :	♂ $2n = 21$	♀ $2n = 22$	
Haploembia solieri Ramb. f.-*anfig.* :	♂ $2n = 19$	♀ $2n = 20$	(Stefani 1954)
[*Haploembia solieri* Ramb. f.-*parten.*:	♀ $2n = 22$	♀ $3n = 33$	(Stefani 1956)]
Oligotoma japonica Oka. :	♂ $2n = 19$	♀ $2n = 20$	(Hirai 1951)
Oligotoma saundersii West. :	♂ $2n = 21$	♀ $2n = 22$	(Hirai 1951)

Fam. EMBIIDAE:

Embia ramburi RK. :	♂ $2n = 21$	♀ $2n = 22$	(Le Calvez 1949)
Embia tyrrhenica Stef. :	♂ $2n = 21$	♀ $2n = 22$	
Embia nuragica Stef. :	♂ $2n = 23$	♀ $2n = 24$	
Cleomia guareschii Stef.:	♂ $2n = 21$	♀ $2n = 22$	

Da questa tabella possiamo dedurre alcune considerazioni senza peraltro volerne trarre conclusioni sulle relazioni sistematiche del gruppo degli Embiotteri con altri gruppi di insetti, conclusioni che sarebbero premature allo stato attuale delle nostre conoscenze, tuttora limitate, sulla cariologia degli Embiotteri.

Faccio notare però che, per quanto riguarda la fauna europea, sono ora cariologicamente note tutte le specie conosciute per cui le considerazioni tratte assumono una considerevole importanza nel quadro della citogenetica delle specie circummediterranee (cfr. Stefani 1956, 1959).



Piastre metafasiche disegnate alla camera lucida e tratte, per i maschi, dalle divisioni spermatogoniali, e per le femmine, dalle divisioni mitotiche nell'epitelio follicolare.

a, *e*: Corredo diploide del ♂ e rispettivamente della ♀ in *Haploembia palaui*. *b*, *f*: corredo maschile e femminile diploide in *Embia tyrrhenica*, *c*, *g*: corredo maschile e femminile diploide in *Embia nuragica*. *d*, *h*: corredo maschile e femminile diploide in *Cleomia guareschii*.

Possiamo quindi dire che:

1° Esiste una notevole omogeneità di costituzione numerica nel cariotipo di tutte le specie studiate. Il numero dei cromosomi presenta infatti una oscillazione molto ridotta: da 20 a 24 cromosomi nelle femmine, da 19 a 23 nei maschi (esclusa la forma partenogenetica triploide che costituisce un caso particolare).

2° In tutte le specie di Embiotteri cariologicamente noti, esiste la digametia maschile del tipo XO (la femmina è XX).

3° Nelle specie dell'Europa meridionale da me studiate, a normale riproduzione anfigonica, esiste grande stabilità nel numero dei cromosomi per le varie popolazioni dell'areale di ogni specie.

4° Unica variazione numerica intraspecifica è quella riguardante il biotipo partenogenetico in *Haploembia solieri* comprendente, allo stato attuale delle nostre conoscenze, femmine a corredo tetrasomico diploide, rispetto al corredo della femmina anfigonica, e femmine a corredo triploide, rispetto alla partenogenetica diploide.

5° L'evoluzione partenogenetica in *Haploembia solieri* appare quindi un caso unico, non soltanto tra le specie congeneri e nella stessa famiglia, ma, a quanto sembra, in tutto l'ordine, dato che finora, almeno, nessun altro caso di partenogenesi *naturale obbligatoria* è conosciuto per gli embiotteri.

BIBLIOGRAFIA.

H. HIRAI, *The chromosomes of two species of the* Oligotomidae (*Embioptera, Insecta*). In cinese con riassunto inglese. « La Kromosomo », *8*, 321–323 (1951).

H. KICHIJO, *Chromosomes of* Oligotoma japonica (*Embioptera*), « Jap. J. of Genet. », *18*, 196–197 (1942).

J. LE CALVEZ, *Données caryologiques sur l'Embioptère* Monotylota ramburi, «C. R. Acad. Sci. Paris », *229*, 245–246 (1949).

R. STEFANI, *I° Contributo alla conoscenza della cariologia negli Insetti Embiotteri: La digametia maschile tipo* XO *in* Haploembia solieri Ramb., « Atti Acc. Naz. Lincei », s. VIII, vol. XVII, fasc. 1–2 (1954).

R. STEFANI, *Il problema della partenogenesi in* Haploembia solieri *Ramb.* (*Embioptera–Oligotomidae*), «Memorie Acc. Naz. Lincei », s. VIII, vol. V, fasc. 4, 127–201 (1956).

R. STEFANI, *I fenomeni cariologici nella segmentazione dell'uovo ed i loro rapporti con la partenogenesi rudimentale ed accidentale negli Embiotteri*, «Caryologia », vol. XII, n. 1 (1959).

M. J. D. WHITE, *I cromosomi*. Einaudi (1950).

Fisiologia. — *Caratteri dell'attività deambulatoria nella Cavia decerebrata a diversi livelli* (*). Nota di Paolo Crepax e Francesco Infantellina, presentata (**) dal Socio G. C. Pupilli.

Che i centri nervosi del midollo spinale siano sufficienti, indipendentemente da influenze soprasegmentali, per assicurare quella successione ritmica di movimenti di flessione e di estensione degli arti pelvici che costituisce il « passo riflesso », era stato dimostrato da Freusberg [1], Goltz [2] e Philippson [3] in esperimenti eseguiti nel Cane spinale. Tali movimenti di *stepping* si manifestano come risposta a stimoli applicati agli arti stessi; quanto ai movimenti che occorrono in modo apparentemente spontaneo nell'animale mantenuto penzoloni in posizione verticale, lo stimolo sarebbe rappresentato dallo stiramento dei tegumenti. In seguito, Sherrington [4,5] ha fatto noto come nel Gatto decapitato lo *stepping* degli arti pelvici si palesi per effetto di stimolazioni nocicettive delle varie regioni del corpo, mentre è molto più difficile provocare movimenti alterni di flessione e di estensione degli arti toracici. E Miller [6] nel Gatto decapitato ha osservato analogamente che stimoli nocicettivi applicati sui polpastrelli digitali degli arti toracici provocano movimenti di *stepping* nei soli arti pelvici.

La denominazione stessa di « passo riflesso », generalmente impiegata per distinguere le risposte ritmiche degli arti ora descritte, indica a quale interpretazione la maggioranza degli AA. si sia attenuta riguardo al meccanismo nervoso delle risposte stesse.

Una concezione interamente diversa è stata formulata da Graham Brown [7], il quale ha dimostrato come una successione alterna di flessione e di estensione degli arti si effettui anche nell'animale in cui sono state recise le radici spinali dorsali che corrispondono metamericamente agli arti stessi. Egli ha quindi concepito il ritmico succedersi di tali movimenti come la

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisiologia umana dell'Università di Bologna e Centro di Neurofisiologia del Consiglio Nazionale delle Ricerche. Dei due AA. della Nota, P. Crepax è direttore dell'Istituto di Fisiologia generale dell'Università di Urbino, F. Infantellina è direttore dell'Istituto di Fisiologia umana dell'Università di Catania; entrambi sono ricercatori presso il detto Centro.

(**) Nella seduta del 14 marzo 1959.

(1) A. Freusberg, « Pflüger's Arch. », IX, 358 (1874).

(2) F. Goltz, « Pflüger's Arch. », LI, 570 (1892).

(3) M. Philippson, *L'autonomie et la centralisation dans le système nerveux des animaux*, « Trav. Inst. Solvay, Bruxelles », VII, 208 (1905).

(4) C. S. Sherrington, « J. Physiol. », XL, 28 (1910).

(5) C. S. Sherrington, « Brain », XXXIII, 1 (1911).

(6) F. R. Miller, « Trans. roy. Soc. Canada », Sect. III, XVII, 29 (1923).

(7) T. Graham Brown, « Proc. roy. Soc. », London, Sect. B, LXXXV, 278 (1912); LXXXVI, 140 (1913).

conseguenza di variazioni fasiche dell'attività dei centri midollari, anzi che come un fenomeno avviato e mantenuto da stimoli estero– e propriocettivi.

A ogni modo i movimenti ritmici di cui finora si è detto, rappresentano solo un aspetto dei complessi atteggiamenti che gli arti pelvici e toracici del Mammifero assumono, in coordinata e armonica successione, nella marcia, nella corsa o nel nuoto. Secondo Laughton [8], simili movimenti coordinati non sarebbero mai stati osservati in animali decapitati; e dagli esperimenti eseguiti da tale A. risulta che perché essi si manifestino occorre conservare, nel Cane e nel Gatto, i due terzi aborali del talamo, nel Coniglio la regione pontina. In preparati nei quali siano rispettate le parti dell'encefalo anzidette, i movimenti deambulatori compaiono come reazione stereotipa a stimoli il più spesso dolorifici, applicati nelle regioni più diverse del corpo; i movimenti medesimi, sebbene non si esauriscano con lo stimolo che li ha evocati, cessano però in breve tempo (1–2 min al più).

Dai fatti ora esposti traggono interesse le osservazioni che ci accingiamo ad esporre intorno all'attività deambulatoria che si fa manifesta nella Cavia per effetto di sezioni del tronco dell'encefalo eseguite a vari livelli.

Nella Cavia decerebrata secondo un piano che passi dorsalmente subito davanti ai *colliculi anteriores* e ventralmente al limite aborale dei corpi mammillari, a 1 h circa dall'intervento, si manifesta un'attività deambulatoria che dura per parecchie ore, senza variazioni notevoli del ritmo e dell'ampiezza dei movimenti degli arti. Di tempo in tempo, l'attività deambulatoria cessa, e dopo una pausa sempre di breve durata ricompare: l'arresto e la ripresa dei moti avvengono in modo apparentemente spontaneo. La frequenza e la durata delle pause variano da preparato a preparato.

L'animale non è capace di assumere e mantenere in modo efficace la posizione eretta sui quattro arti: all'attività deambulatoria si dà quindi evidenza nell'animale sospeso, con arti penzoloni, oppure adagiato sul fianco sopra un piano rigido. L'attività medesima è spontanea nel senso che si manifesta, come si è già detto, in mancanza di ogni altra stimolazione che non sia quella delle terminazioni nervose somatiche compresse dal peso del corpo dell'animale sul piano di sostegno.

La decerebrazione eseguita secondo un piano pretalamico oppure passante tra il terzo medio e il terzo aborale del talamo, rende la comparsa dell'attività deambulatoria più pronta (dopo 10–12 min) che nelle condizioni precedenti. I riflessi di raddrizzamento sono efficaci e l'animale posto a terra deambula coordinatamente, seguendo una direzione rettilinea e arrestandosi solo quando urta contro un ostacolo. Rimosso l'ostacolo, la ripresa della locomozione avviene dopo una pausa di circa 10–30 sec, anche quando l'animale venga sollecitato mediante stimoli nocicettivi.

Nell'animale decerebrato secondo un piano passante dorsalmente fra i *colliculi anteriores* e quelli *posteriores* e ventralmente 1 mm circa al davanti del margine orale del ponte, l'attività deambulatoria coordinata compare

(8) N. B. Laughton, «Amer. J. Physiol.», LXX, 358 (1924).

tardivamente rispetto ai preparati decerebrati a livello precollicolare (90–120 min circa dopo la fine dell'intervento). La rigidità da decerebrazione negli arti compare 2–3 min dopo la sezione del nevrasse ed è più evidente negli arti anteriori: essa poi si riduce notevolmente e i moti deambulatori cominciano a manifestarsi, in maniera coordinata, nei quattro arti. Le pause dell'attività deambulatoria sono notevolmente più lunghe rispetto a quelle che si osservano nelle Cavie con sezione precollicolare. Come in queste ultime naturalmente i riflessi di raddrizzamento sono inefficaci; l'attività deambulatoria della Cavia con sezione tra i *colliculi anteriores* e quelli *posteriores* si fa manifesta tenendo l'animale sospeso nell'amaca ovvero adagiandolo sul fianco.

Nella Cavia decerebrata sia a livello precollicolare sia a livello intercollicolare, il ritmo deambulatorio spontaneo non è modificato per una sezione eseguita secondo il piano sagittale mediano e che interessi a tutto spessore il mesencefalo.

Nei preparati in cui la sezione del nevrasse viene eseguita secondo un piano passante dorsalmente subito dietro ai *colliculi posteriores* e ventralmente per il margine orale del ponte, mancano i movimenti ritmici e alterni degli arti anteriori. I movimenti di *stepping* degli arti posteriori, sono assai energici e discontinui: essi compaiono in brevi serie (2–4 movimenti) sia in modo apparentemente spontaneo, sia per effetto della stimolazione nocicettiva della cute del dorso ovvero di quella degli arti pelvici o toracici; in tali condizioni si destano movimenti degli arti anteriori. In ricerche collaterali concernenti gli effetti che la stimolazione della sostanza reticolare bulbo–pontina provoca sull'attività deambulatoria [Crepax e Infantellina [9]], abbiamo osservato come nell'animale pontino la stimolazione di determinate zone desti la comparsa di moti ben coordinati dei quattro arti.

Come abbiamo già rammentato, le osservazioni effettuate nel Coniglio, nel Gatto e nel Cane provano che alcune parti del tronco encefalico sono essenziali per la normale deambulazione e che la loro distruzione o ablazione limita ovvero abolisce i movimenti deambulatori coordinati, spontanei o provocati [Laughton [8]].

Per quanto concerne la Cavia, le nostre indagini hanno accertato come il livello più aborale della sezione del tronco dell'encefalo che consente il manifestarsi di movimenti deambulatori spontanei, corrisponde al piano passante dorsalmente tra i *colliculi anteriores* e quelli *posteriores* e ventralmente 1 mm circa avanti al margine orale del ponte. L'attività deambulatoria è poi praticamente continua, quando la decerebrazione lascia *in situ* tutto il mesencefalo; e l'animale talamico, che è in grado di assumere e mantenere in modo efficace la posizione eretta, utilizza i moti dei quattro arti per la locomozione.

(9) P. Crepax e F. Infantellina, «Arch. Sci. biol.», XLIII (1959), in corso di stampa.

Alla conservazione della metà aborale del mesencefalo è subordinato il manifestarsi dei moti coordinati spontanei nei quattro arti. Sebbene la coordinazione dei moti destati mediante la stimolazione di determinati centri del tronco encefalico sia conservata anche nell'animale pontino, la partecipazione degli arti toracici all'attività deambulatoria, spontanea o provocata, si ha soltanto dopo una sezione del tronco dell'encefalo che sia più orale rispetto a quella che consente il manifestarsi di moti alterni e ritmici negli arti posteriori. Tali fatti da noi osservati nella Cavia sono in accordo coi rilievi eseguiti da Laughton [8] nel Gatto e nel Coniglio.

Due ipotesi possono avanzarsi per spiegare il diverso comportamento delle due paia di arti: può essere che l'attività dei centri spinali cervico–toracici che controllano gli arti anteriori richieda un afflusso di impulsi facilitanti dai centri soprasegmentali maggiore di quello richiesto dai centri lombo–sacrali che controllano quelli posteriori; oppure si può ammettere che i gruppi di neuroni reticolari che regolano l'attività delle due paia di arti presentino una sede diversa, quelli preposti ai centri spinali degli arti toracici essendo situati oralmente rispetto a quelli che esercitano la loro azione sui centri lombo–sacrali.

La prima interpretazione ci sembra più verosimile per le seguenti ragioni. Come abbiamo già rammentato, nel Gatto spinale, cioè in un preparato in cui manca l'afflusso di impulsi facilitanti soprasegmentali, Sherrington [4,5] e Miller [6] hanno osservato che il « passo riflesso » è assai più difficile a manifestarsi negli arti toracici rispetto a quelli pelvici. A tale particolare comportamento funzionale degli arti anteriori dà evidenza quanto si osserva nell'animale pontino, nel quale per effetto della stimolazione di determinate zone della formazione reticolare i moti degli arti toracici vengono ad aggiungersi in modo coordinato a quelli degli arti pelvici.

Biologia. — *Attività dipeptidasica nello sviluppo embrionale del fegato del pollo* (*). Nota di SALVATORE RUSSO-CAIA, presentata (**) dal Corrisp. A. STEFANELLI.

Il comportamento dell'attività enzimatica proteolitica durante lo sviluppo embrionale è stato estesamente studiato, da vari Autori, in diversi materiali. Ricordo qui sopratutto, in quanto condotte in modo sistematico, le ricerche di Palmer, Levy e Coll. (1940–1949) (1) sull'embrione di pollo, quelle di Løvtrup (1953–1955) (2) sugli Urodeli, di Urbani e coll. (1954–1957) (3) sugli Anuri.

Questo genere di studi ha consentito di ottenere dati di notevole interesse sull'andamento dei fenomeni di utilizzazione delle riserve proteiche contenute nel tuorlo, indipendentemente dalla funzione litica o sintetica che si voglia attribuire agli enzimi studiati. È infatti noto che agli enzimi proteolitici, ed in particolare alle dipeptidasi (esopeptidasi della classificazione di Bergmann, 1942) (4) si assegna un ruolo importante nella sintesi delle proteine.

Il comportamento dell'attività proteolitica costituisce inoltre, allorché venga posto in relazione con lo studio di enzimi interessanti altri settori del metabolismo, un importante elemento per identificare la successione delle sorgenti energetiche durante lo sviluppo embrionale.

Accanto al problema della sintesi di sostanza vivente, cioè dello accrescimento dell'embrione, considerato globalmente, vi è quello del progressivo differenziarsi in esso di strutture e di organi sempre più complessi, e perciò sempre più diversi morfologicamente e biochimicamente.

Considerando che i fenomeni del differenziamento si verificano in ogni tessuto in momenti diversi, in relazione alla più o meno precoce attività funzionale, e che il ritmo di accrescimento varia durante lo sviluppo embrionale in ciascun organo, appare interessante lo studio dettagliato del comportamento della attività proteolitica nei vari organi; l'attività enzimatica

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Anatomia Comparata « G. B. Grassi » della Università di Roma, col contributo del C.N.R..

(**) Nella seduta del 14 marzo 1959.

(1) PALMER A. H., LEVY M., « J. Biol. Chem. », *136*, 407 (1940); LEVY M., PALMER A. H., « J. Biol. Chem. », *136*, 415 (1940); PALMER A. H., LEVY M., « J. Biol. Chem. », *136*, 629 (1940); LEVY M., PALMER A. H., « J. Biol. Chem. », *150*, 271 (1943); DUMM M. E., LEVY M., « J. Cell. Comp. Physiol. », *33*, 373 (1949).

(2) LØVTRUP S., « C. R. Lab. Carlsberg, sér. chim. », *28*, 426 (1953); LØVTRUP S., « C. R. Lab. Carlsberg, sér. chim. », *29*, 261 (1955).

(3) URBANI E., DE CESARIS COROMALDI L., « Ric. Scient. », *24*, 1275 (1954); URBANI E., « Ric. Scient. », *25*, 2258 (1955); URBANI E., « Rend. Ist. Lomb. Sci. », B 92, 69 (1957).

(4) BERGMANN M., « Adv. Enzymol. », *2*, 49 (1942).

dell'intero embrione non può infatti fornire alcun elemento per una analisi biochimica del differenziamento, rappresentando il risultato di un insieme di fattori che tendono a diventare sempre più eterogenei.

In un precedente lavoro (Russo-Caia, 1958) [5] ho riferito i risultati dello studio dell'attività dipeptidasica nello sviluppo embrionale del cuore del pollo; in questa Nota espongo i dati riguardanti lo sviluppo del fegato.

Il dosaggio dell'attività enzimatica è stato eseguito con il micrometodo di Linderström-Lang e Holter usando come substrato una soluzione 0,2 M di d-l-alanilglicina a pH 7,6. Il materiale è costituito da uova fecondate di razza Livornese bianca, incubate in laboratorio a 38° C. La tecnica è, nei dettagli, la stessa usata per i dosaggi sul cuore; l'unica importante differenza è rappresentata dalla diversa concentrazione con cui è stato preparato l'omogenato del tessuto; anziché 40 mgr/ml di acqua distillata, sono stati sufficienti per ottenere buoni valori di titolazione 10 mgr/ml di H_2O; ciò in relazione alla maggiore attività dipeptidasica del fegato.

Anche in questo caso le condizioni ottimali di pH, concentrazione, temperatura, tempo di incubazione, sono state stabilite con prove preliminari. L'insieme dei dosaggi eseguiti è riportato nel grafico: in ascisse il tempo in giorni, in ordinate l'attività enzimatica espressa in µl di HCl 0,06 N necessari per la titolazione dei gruppi aminici liberati dalla scissione del dipeptide usato come substrato.

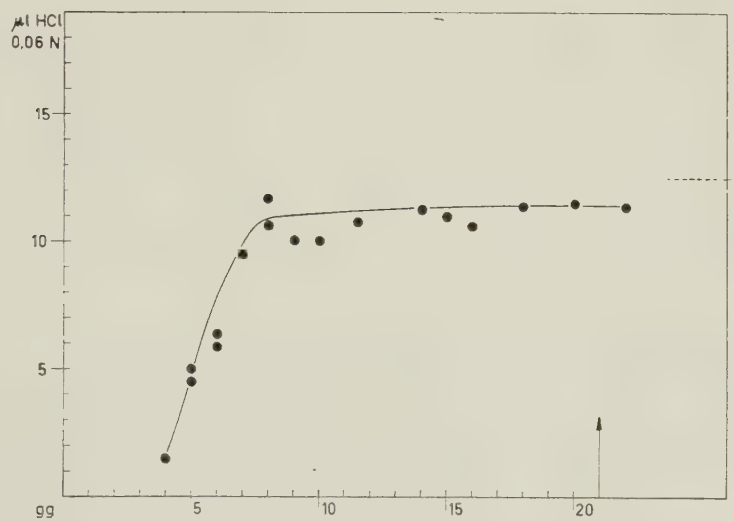


Fig. 1. – Attività dipeptidasica (riferita ad unità di peso fresco) durante lo sviluppo embrionale del fegato del pollo.

In ascisse, tempo in giorni; in ordinate, attività enzimatica in µl di HCl 0,06 N. La freccia indica la schiusa; la linea tratteggiata sulla destra il livello medio di attività dipeptidasica nel fegato del pulcino di 2 mesi.

(5) RUSSO-CAIA S., « Ric. Scient. », *28*, 1886 (1958).

Le attività enzimatiche si riferiscono, per ciascuno stadio considerato, alla stessa quantità di omogenato, e perciò alla stessa quantità di peso fresco del tessuto. Ogni punto riportato nel grafico rappresenta la media di dieci determinazioni titrimetriche eseguite sullo stesso omogenato.

L'attività dipeptidasica è molto bassa al primo stadio studiato (stadio 24 secondo Hamburger e Hamilton (1951) [6], corrispondente a circa 100 ore di sviluppo); già al 5°–6° giorno essa è notevolmente aumentata, ed all'8°–9° giorno (st. 34–35–36 di H. e H.) essa è circa 10 volte maggiore; a questo livello, che corrisponde, con un piccolo scarto, a quello proprio del fegato nel pulcino, essa rimane senza notevoli oscillazioni per tutto il restante periodo di sviluppo embrionale, compreso il momento della schiusa.

Il grafico dimostra quindi che vi è, nello sviluppo embrionale del fegato, un aumento critico dell'attività dipeptidasica, dal 5° all'8°–9° giorno; il livello definitivo dell'attività enzimatica dell'organo viene raggiunto precocemente, poco dopo il termine della prima settimana di incubazione, e si mantiene invariato per tutto il restante periodo.

Un comportamento simile è stato osservato nel fegato embrionale del pollo da Dumm e Levy (1949) [1], i quali hanno visto che l'aumento di attività dipeptidasica è soprattutto evidente dal 6° all'8° giorno di incubazione, e che per tutto il periodo di sviluppo studiato (dal 5° giorno alla schiusa) non si osservano significative modificazioni nella concentrazione di proteine del fegato.

Orechowitsch (1936) [7] viceversa durante lo sviluppo normale del fegato ha osservato nel piccione e nel pollo un modesto aumento soprattutto al momento della schiusa: dal 10° al 14° giorno l'attività dipeptidasica è nell'embrione minore che nell'adulto; va tuttavia osservato che questo Autore ha compiuto le sue osservazioni a partire dal 10° giorno di sviluppo, cioè in uno stadio in cui, come risulta dalle osservazioni di Dumm e Levy e dalle mie, il livello massimo di attività dipeptidasica è stato già raggiunto nel fegato embrionale; inoltre il substrato usato è la glicil–glicina, e questo potrebbe spiegare una diversità di comportamento.

Il comportamento dell'attività dipeptidasica studiata durante lo sviluppo embrionale del fegato consente di fare alcune considerazioni.

Le prime derivano dal confronto con l'andamento della stessa attività enzimatica nello sviluppo embrionale del cuore; innanzi tutto esiste una diversa concentrazione dell'enzima nei due organi, tale che per ottenere valori di titolazione dello stesso ordine occorre, nel caso del cuore, lavorare con un omogenato più concentrato.

Una notevole differenza esiste inoltre nel comportamento dell'enzima sia durante il periodo embrionale che al momento della schiusa e nel pulcino; nel cuore l'attività dipeptidasica aumenta regolarmente dal 4° al 16°

(6) Hamburger V., Hamilton H. L., « J. Morphol. », *88*, 49 (1951).
(7) Orechowitsch W. N., « Bioch. Zeitschr. », *286*, 248 (1936).

giorno di sviluppo, per poi diminuire al momento della schiusa; nel pulcino, dopo la nascita, essa si mantiene a valori bassi, inferiori a quelli osservati durante lo sviluppo embrionale; l'attività enzimatica cioè raggiunge un livello massimo che coincide con il periodo di più rapido accrescimento dell'organo; questo livello è però transitorio, in quanto subito dopo si osserva una rapida diminuzione.

In altri termini, si può ritenere che l'attività dipeptidasica non abbia nel tessuto muscolare cardiaco altra funzione che quella di contribuire alla edificazione delle proteine proprie dell'organo (lasciando impregiudicato se ciò avvenga mediante lo svolgersi prevalente di una attività litica o sintetica) e perciò ne segua il ritmo di accrescimento durante lo sviluppo embrionale, diminuendo nel cuore del pulcino; la entità dei fenomeni di sintesi proteica è infatti scarsa nel cuore.

Nel fegato invece il rapido aumento dell'attività dipeptidasica, che porta poco dopo il termine della prima settimana di incubazione a valori che saranno mantenuti anche dopo la fine dello sviluppo embrionale, si verifica in un momento che non appare caratterizzato da una particolare velocità di accrescimento dell'organo.

Nello sviluppo del fegato quindi il comportamento dell'attività dipeptidasica non può essere interpretato riferendosi esclusivamente all'accrescimento dell'organo, ma deve essere posto in relazione con la sua funzione, e con i fenomeni del metabolismo generale dell'embrione.

Gli enzimi proteolitici del fegato non servono solo ad elaborare le sue proteine costitutive, ma rappresentano uno dei fattori che permettono a questo organo di essere, sia nell'embrione che nell'adulto, il centro del metabolismo proteico, sede di attivi fenomeni di sintesi.

Il comportamento dell'attività dipeptidasica mostra che la funzione del fegato è raggiunta, almeno per quanto riguarda questa attività enzimatica, precocemente, già al termine della prima settimana di sviluppo.

Questo dato, strettamente biochimico, trova corrispondenza nei fenomeni morfologici (Nelsen, 1953) [8] che si succedono durante lo sviluppo dell'organo.

L'abbozzo del fegato comincia a formarsi nell'embrione del pollo al 3°–4° giorno di incubazione, sotto forma di trabecole attorno al dotto venoso; quella parte del dotto venoso che viene ad essere circondata dal tessuto epatico in formazione costituisce il cosidetto meato venoso. Col progredire dello sviluppo si formano nel fegato le vene epatiche anteriori efferenti, e le posteriori afferenti, che comunicano tra loro attraverso l'ampio sistema dei sinusoidi.

Quando questo sistema di vasi è completamente formato, il meato venoso si oblitera e si stabilisce il circolo portale attraverso il quale il sangue proveniente dalle vene onfalomesenteriche (carico dei materiali vitellini) e

(8) NELSEN O. E., *Comparative Embryology of the Vertebrates*. Toronto, Blakiston Co, 1953.

quello della vena mesenterica (proveniente dall'intestino) passa completamente attraverso il fegato.

Questo avviene all'8° giorno di sviluppo ed è a partire da questo stadio che esistono nel fegato le condizioni anatomiche circolatorie necessarie per il funzionamento dell'organo.

Infatti a differenza che nei Mammiferi, in cui le sostanze nutritive del sangue placentare possono essere utilizzate come tali, negli Uccelli le sostanze presenti nel tuorlo devono essere elaborate nel fegato dell'embrione; mentre nei primi il sangue materno è fino alla nascita escluso dalla circolazione portale attraverso il dotto di Aranzio, negli Uccelli l'atrofia del meato venoso, che ne è l'equivalente funzionale, si verifica in una fase precoce dello sviluppo.

Oltre a quelle già citate sulle dipeptidasi, esistono alcune ricerche sulla attività proteinasica, o cateptica (di enzimi cioè che appartengono alla categoria delle endopeptidasi, secondo la classificazione di Bergmann) durante lo sviluppo embrionale del pollo.

Questi enzimi sono stati studiati sia nell'embrione che nel tuorlo, e i dati, soprattutto quelli ricavati dallo studio dell'attività enzimatica vitellina, sono interessanti per le considerazioni che se ne possono trarre sul significato della curva di attività dipeptidasica nello sviluppo embrionale del fegato.

Ricerche sulla proteolisi nel tuorlo dell'uovo di gallina sono state condotte da vari Autori: Remotti (1927–1930) [9], Borger e Peters (1933) [10], Mystkowski (1936) [11], Goldstein (1938) [12] ed altri; il più completo contributo è quello di Remotti, in cui la fisiologia e la istologia del sacco del tuorlo sono state esaurientemente discusse. Questo autore è giunto alla conclusione che l'attività proteolitica del tuorlo è bassa nei primi giorni di incubazione; dopo il 6° giorno essa aumenta grandemente ed il massimo viene raggiunto al 9° giorno, dopo di che l'attività resta invariata fino alla schiusa. I risultati di Remotti sono stati confermati dai successivi Autori, sullo stesso e su altri materiali.

Più recentemente, Emanuelsson (1955) [13] ha ripreso queste esperienze dimostrando nel tuorlo la esistenza di tre diversi enzimi proteolitici con un pH optimum rispettivamente di 3–5–7,5; l'attività degli enzimi che agiscono in campo acido raggiunge un massimo al 9° giorno d'incubazione, mentre l'enzima che agisce in ambiente alcalino mostra il massimo di attività in un periodo più avanzato dello sviluppo.

Questo comportamento trova riscontro in quanto osservato da Løvtrup (1955) [2] nello sviluppo degli Urodeli e dalla Vecchioli (1956) [14] negli Anuri;

(9) Remotti E., « Ric. Morfol. », *7*, 199 (1927); Remotti E., « Ric. Morfol. », *9*, 343 (1929); Remotti E., « Ric. Morfol. », *10*, 1 (1930).

(10) Borger G., Peters T., « Zeitschr. physiol. Chem. », *214*, 91 (1933).

(11) Mystkowski E., « Biochem. J. », *30*, 765 (1936).

(12) Goldstein B., « Enzymol. », *2*, 193 (1938).

(13) Emanuelsson H., « Acta Physiol. Scand. », *34*, 124 (1955).

(14) Vecchioli A., « Ric. Scient. », *26*, 2153 (1956).

nello sviluppo degli Anfibi può essere interpretato (Urbani, 1957) [3] considerando la proteinasi acida un enzima preformato, che si attiva gradatamente durante la morfogenesi, e la proteinasi alcalina un enzima epigenetico, che compare solo ad un determinato stadio dello sviluppo.

Questa osservazione, così come molte altre compiute su materiale embrionale, sembra indicare che – come sottolineato da Stefanelli (1951) [15] anche in questo campo, come in quello morfologico, occorre trovare un compromesso fra preformismo ed epigenesi. Una conclusione di Emanuelsson [13], che conferma quanto osservato da numerosi altri (si veda Needham, 1950) [16] è che l'attività proteolitica del tuorlo è in genere maggiore di quella dell'embrione.

Il comportamento dell'attività proteolitica del tuorlo osservato da Remotti e dagli Autori successivi è particolarmente interessante in quanto il massimo di attività enzimatica coincide con il momento in cui si ha nell'embrione il massimo catabolismo proteico.

Risulta infatti dalle osservazioni di numerosi Autori (raccolte da Needham, 1931–1950) [16] che all'8°–9° giorno di sviluppo si verifica un notevole aumento nella utilizzazione dei materiali proteici da parte dell'embrione, il che è tra l'altro dimostrato dal forte aumento dei prodotti terminali del ricambio azotato.

Mentre fino al 5°–6° giorno il metabolismo dell'embrione è negli Uccelli prevalentemente glucidico, a partire da questo stadio aumenta rapidamente la utilizzazione delle proteine, che raggiunge un massimo al 9° giorno; in un periodo successivo, verso il termine dello sviluppo, l'embrione avrà invece un metabolismo prevalentemente lipidico. Alla successione delle sorgenti energetiche corrisponde quindi nello sviluppo embrionale una successione di attività enzimatiche vitelline.

Appare interessante il fatto che l'attività dipeptidasica del fegato raggiunge anch'essa un massimo al 9° giorno di sviluppo. Nel momento in cui inizia per l'embrione il periodo di massima utilizzazione delle proteine, aumenta criticamente da un lato l'attività di quegli enzimi del tuorlo che sono destinati ad operare la scissione delle grosse molecole proteiche, dall'altro l'attività dipeptidasica (di enzimi cioè legati sia alla scissione terminale che alla sintesi delle proteine) del fegato, organo principale del metabolismo proteico.

Che l'aumento sia collegato nel fegato ad una maturazione funzionale appare dal confronto con il comportamento della stessa attività in un organo come il cuore che non ha alcun ruolo nel metabolismo proteico, ed in cui l'attività dipeptidasica nello sviluppo embrionale può essere considerata esclusivamente legata all'accrescimento.

Altro fatto interessante è che l'attività dipeptidasica del fegato si mantiene elevata per tutto il periodo dello sviluppo, esattamente come l'attività

(15) STEFANELLI A., « Boll. Soc. It. Biol. Sperim. », *27*, 186 (1951).

(16) NEDHAM J., *Chemical Embryology*. Cambridge, Univ. Press, 1931; NEEDHAM J., *Biochemistry and Morphogenesis*. Cambrige, Univ. Press, 1950.

proteolitica del tuorlo, anche dopo che l'embrione è passato alla terza fase del suo metabolismo, quella di utilizzazione prevalente dei grassi. Questo può rappresentare un argomento in favore della ipotesi che le dipeptidasi non abbiano una funzione esclusivamente litica: il fatto che la loro attività sia alta anche quando la combustione delle proteine nell'embrione diminuisce fa ritenere che esse intervengano, oltreché nella scissione, anche e soprattutto nella edificazione di nuove sostanze proteiche.

In conclusione, una attività dipeptidasica è presente nel fegato embrionale del pollo fin dal 4°–5° giorno di sviluppo; essa aumenta regolarmente e raggiunge un massimo all'8°–9° giorno, per poi mantenersi invariata fino alla schiusa. Questo comportamento, che è stato paragonato sia alla attività proteolitica del tuorlo che all'andamento della stessa attività enzimatica nello sviluppo embrionale del cuore, deve essere posto in relazione, più che con l'accrescimento dell'organo, con la sua precoce maturazione funzionale e con le caratteristiche del metabolismo proteico dell'intero embrione.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Socio Anziano G. Levi chiede di essere dispensato dalla presidenza e analoga richiesta è formulata dal Socio Crocco, che segue immediatamente nell'ordine di anzianità il prof. Levi.

La presidenza viene assunta, secondo il suddetto ordine, dal Socio Cassinis.

Il prof. Cassinis è lieto di informare i Colleghi che il Presidente Giordani ha ripreso in questi giorni la sua attività e che interverrà senz'altro alle tornate del prossimo mese di aprile.

COMUNICAZIONI VARIE

Il Presidente comunica che assiste alla seduta il prof. Mikhailov, Presidente del Comitato Astronomico dell'U.R.S.S. e porge all'illustre ospite il cordiale saluto della Classe e suo personale.

CONGRESSI

Il Presidente invita il Collega Chiarugi a riferire circa l'organizzazione del prossimo Convegno su « Evoluzione e Genetica », che avrà luogo dal 7 all'11 aprile p. v.

Il Socio Chiarugi, anche a nome degli altri membri del Comitato organizzatore, illustra brevemente i criteri che hanno ispirato l'organizzazione, mettendo in evidenza come il Convegno sia articolato su una parte introduttiva e su quattro sezioni dedicate rispettivamente ai seguenti temi: « Evoluzione e sistematica »; « L'evoluzione al livello genico »; « L'evoluzione al livello cromosomico »; « L'evoluzione nei microorganismi ».

I nomi dei relatori, i titoli delle relazioni e l'indicazione delle varie manifestazioni, risultano dal seguente programma definitivo, già stampato e distribuito ai Soci presenti all'adunanza:

Martedì 7 aprile

ore 18 – Ricevimento nella sede dell'Accademia in onore dei partecipanti al Convegno.

Mercoledì 8 aprile

APERTURA DEL CONVEGNO

ore 10 – Saluto del Presidente dell'Accademia ai convenuti.

» 10,15 – G. MONTALENTI (Università di Napoli): *Introduzione al colloquio.*

Mercoledì 8 aprile

ore 11 – H. J. Muller (Indiana University – Bloomington): *Evolution and Genetics.*

» 13 – Colazione.

I. – EVOLUZIONE E SISTEMATICA

ore 15 – Th. Dobzhansky (Columbia University – New York): *Species, a century after Darwin.*

» 16 – U. D'Ancona (Università di Padova): *Speciazione e selezione nelle acque interne.*

» 17 – E. Francini Corti (Università di Bari): *Aspetti evolutivi desunti dal ciclo ontogenetico nella sistematica dei generi* Pinus *e* Quercus.

» 18 – C. Jucci (Università di Pavia): *Genetica, sistematica, evoluzione in alcuni gruppi d'insetti.*

Giovedì 9 aprile

II. – L'EVOLUZIONE AL LIVELLO GENICO

ore 9 – K. Mather (University of Birmingham): *Polygenic systems in evolution.*

» 10 – G. Montalenti (Università di Napoli): *Alcuni aspetti dell'evoluzione della determinazione del sesso.*

» 11 – G. Barigozzi (Università di Milano): *Trasformazioni inaspettate in genotipi di* Drosophila.

» 13 – Colazione.

» 15 – A. Buzzati–Traverso (Università di Pavia): *L'attacco sperimentale all'evoluzione.*

» 16 – Visita alla Biblioteca dell'Accademia.

» 18 – Ricevimento alla Farnesina e conferenza pubblica di Th. Dobzhansky: *L'uomo: prodotto singolare dell'evoluzione biologica.*

Venerdì 10 aprile

III. – L'EVOLUZIONE AL LIVELLO CROMOSOMICO

ore 9 – C. D. Darlington (University of Oxford): *The evolution of chromosomic systems.*

» 10 – A. Chiarugi (Università di Firenze): *L'evoluzione del sistema genetico a livello sopraspecifico.*

» 11 – M. Benazzi (Università di Pisa): *Evoluzione cromosomica e differenziamento razziale e specifico nei Tricladi.*

» 13 – Colazione.

Venerdì 10 aprile

IV. - L'EVOLUZIONE NEI MICROORGANISMI

ore 15 – G. W. BEADLE (California Institute of Technology – Pasadena): *Evolution in microorganisms, with special reference to Fungi.*

» 16 – Discussione generale e chiusura del Convegno.

» 20 – Cena.

Sabato 11 aprile

ore 10,30 – Visita all'Istituto Superiore di Sanità.

» 13 – Colazione.

» 17 – Gli ospiti sono invitati ad assistere alla seduta ordinaria della Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali dell'Accademia dei Lincei.

Domenica 12 aprile

Gita ai luoghi etruschi (Tarquinia e Cerveteri). Partenza ore 9. Ritorno a Roma ore 19.

Il Presidente ringrazia il Collega Chiarugi e si compiace vivamente con lui e con gli altri membri del Comitato organizzatore, composto dallo stesso prof. Chiarugi e dai proff. Califano, D'Ancona e Montalenti.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio Cassinis presenta il fascicolo dei Rendiconti n. 1 (gennaio 1959) ed esprime i più vivi rallegramenti ai Segretari Accademici che curano la pubblicazione con una solerzia veramente ammirevole.

Il Socio Persico offre in omaggio all'Accademia la sua opera dal titolo: « Gli atomi e la loro energia », mettendo in evidenza come il volume si componga di due parti, e di un'appendice su esperienze ed apparecchi. La prima parte riguarda la fisica atomica (non nucleare), mentre la seconda è dedicata alla fisica nucleare e conduce il lettore dai fenomeni fondamentali della radioattività, attraverso le reazioni nucleari, fino a una rapida rassegna delle più recenti applicazioni militari e industriali della fissione e della fusione nucleare.

Il Presidente ringrazia il Socio Persico.

PRESENTAZIONE DI NOTE E MEMORIE

Presentano Note per la pubblicazione nei Rendiconti i Soci Cassinis (a nome del Collega Severi), Pensa, Cotronei (anche a nome del Collega Stefanelli), Quilico, Natta, Fenoglio, Segre, G. B. Dal Piaz, Boaga e Righini.

Viene letto l'elenco delle Note pervenute alla Cancelleria.

Le seguenti Note saranno pubblicate in fascicoli successivi:

Corradini P. e Allegra G. – Applicazione dei metodi di sovrapposizione allo studio strutturale del cromotricarbonilbenzolo (pres. dal Socio G. Natta).

Crepax P. e Infantellina F. – Effetti della formazione reticolare mesencefalica, pontina e bulbare sull'attività deambulatoria della Cavia decerebrata (pres. dal Socio G. C. Pupilli).

Graziadei P. – Contributi alla conoscenza della innervazione della muscolatura di *Sepia officinalis* (pres. dal Socio A. Pensa).

Pic G. – Sopra un teorema di P. Hall (pres. dal Socio B. Segre).

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Cotronei, anche a nome dei Colleghi Grandi e Stefanelli, legge la relazione sulla Memoria di G. M. Baffoni: «Corpi cromatoidi, eterocromosoni e cromatina sessuale in crostacei decapodi».

Messa ai voti, la suddetta relazione, che conclude proponendo la pubblicazione del citato lavoro nelle Memorie accademiche, è approvata all'unanimità.

A. Signorini e G. Cotronei.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Seduta dell'11 aprile 1959

Presiede il Presidente FRANCESCO GIORDANI

NOTE DI SOCI

Meccanica. — *Sui rapporti di forma e di posizione tra curve di rilassamento e cicli di isteresi.* Nota VI (*) del Socio GUSTAVO COLONNETTI.

Nella mia precedente Nota intitolata: *Verifica sperimentale di presunti rapporti tra deformazioni elastiche e deformazioni plastiche* (1) ho messo in evidenza la opportunità di adottare, nello studio dei cicli di isteresi elastica, un certo stato di riferimento, o « stato neutro », ben definito, sufficientemente stabile e facilmente riproducibile, che si può sempre realizzare (in qualunque materiale già assoggettato a deformazioni del tipo ed intensità di quelle che esso dovrà sopportare in servizio) provocando l'accomodamento dei cicli e poi cancellando ogni traccia delle precedenti operazioni col noto processo delle alternazioni decrescenti del carico.

Restava naturalmente aperto il problema dei rapporti di posizione tra i cicli stabilizzati ottenuti partendo da questo stato neutro e le curve di prima deformazione che si osservano quando la cancellazione delle precedenti operazioni è stata ottenuta per altra via, per esempio mediante ricottura e successivo raffreddamento lento ed uniforme.

È fuor di dubbio che, in questo caso, entrano in gioco quei fenomeni di rilassamento o di incrudimento da cui i miei precedenti studii facevano notoriamente astrazione. Donde la possibilità che ad una rappresentazione analitica dei più complessi fenomeni di cui qui si tratta, si possa giungere applicando una teoria del rilassamento e dell'incrudimento di cui io ho trac-

(*) Presentata nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) « Rendiconti Lincei », serie 8ª, vol. XXVI (1959).

ciati i primi elementi in una Nota intitolata: *Relaxation et écrouissage* recentemente presentata all'Académie des Sciences [2].

Alla base di questa teoria restano naturalmente sempre le classiche equazioni che Vito Volterra ha a suo tempo proposte per l'interpretazione analitica dei fenomeni ereditarii; in particolare quella che egli ha indicata come caratteristica dell'*eredità lineare*.

Resta pure fermo l'obbiettivo immediato delle mie ricerche: cioè lo studio delle deformazioni che si verificano quando la sollecitazione varia linearmente col tempo, per modo che sia lecito porre

$$\varepsilon = ct \qquad (c = \text{costante}). \tag{1}$$

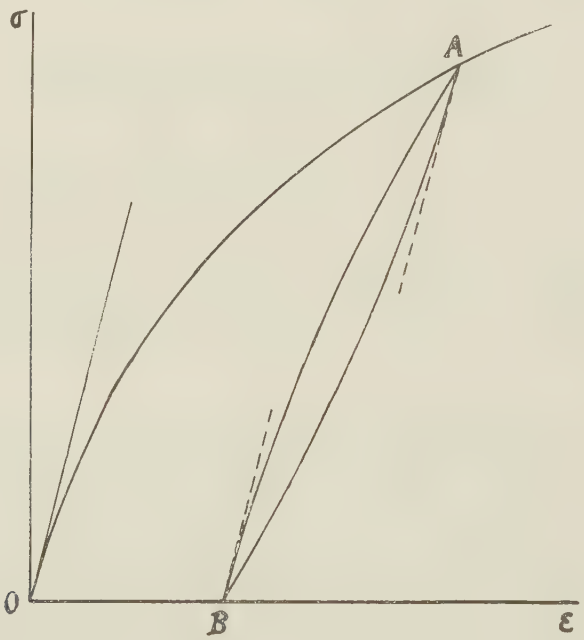


Fig. 1.

Si vuol invece abbandonare l'ipotesi

$$f = \text{costante}$$

che caratterizzava, nelle mie precedenti Note, l'assenza di ogni qualsiasi fenomeno di rilassamento o di incrudimento. Qui supporremo dunque che il coefficiente d'eredità sia una funzione dello stato di deformazione, che scriveremo sotto la forma, del resto assai generale

$$f = a_1 + a_2 \varepsilon + a_3 \varepsilon^2 + \cdots \tag{2}$$

o, tenuto conto della (1),

$$f = a_1 + a_2 ct + a_3 c^2 t^2 + \cdots \tag{3}$$

(2) «Comptes Rendus», t. 248 (1959).

Ho dimostrato nella Nota citata che, in queste ipotesi, la deformazione plastica si può esprimere sotto la forma

$$(4) \qquad \bar{\varepsilon} = k_1 \varepsilon^2 + k_2 \varepsilon^3 + k_3 \varepsilon^4 + \cdots \qquad \begin{cases} k_1 = a_1/2\,c \\ k_2 = a_2/3\,c \\ k_3 = a_3/4\,c \\ \cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

dove ε ed $\bar{\varepsilon}$ misurano, com'è noto, la deformazione elastica e la deformazione plastica che, in un istante qualunque T, coesistono in virtù di una sollecitazione che, durante l'intervallo di tempo (O , T), è andata crescendo linearmente col tempo.

Ho anche segnalato, in quella occasione, che, ogni qualvolta uno dei coefficienti $k_2 , k_3 , \cdots$ è diverso da zero, l'andamento della $\bar{\varepsilon}$ accusa l'intervento di fenomeni che sono di rilassamento o di incrudimento a seconda che il coefficiente stesso è positivo o negativo.

La figura si riferisce al primo caso. In essa sono state tracciate, a solo scopo dimostrativo, una curva di prima deformazione o *curva di rilassamento* (corrispondente all'ipotesi, del tutto arbitraria, $k_4 = k_1/5000$) seguita da un ciclo di isteresi (tracciato in base alla solita ipotesi $k' = k_1/2$). Chiunque sia avvezzo a sperimentare, a trazione od a compressione, su materiali più o meno omogenei, non può non essere colpito dalla somiglianza dei diagrammi che così si ottengono con questi cui ci ha condotto la teoria dell'eredità lineare.

Tra i tanti richiami che potrei fare a conferma di questa affermazione, mi limito a ricordare ancora una volta le mie prime esperienze su « l'elasticità del rame » pubblicate in questi stessi « Rendiconti » nel lontano 1914 [3].

Una più precisa documentazione, fondata su nuove esperienze attualmente in corso presso l'Istituto Dinamometrico Italiano, formerà oggetto di una prossima Nota.

(3) « Rendiconti Lincei » serie 5ª, vol. XXIII (1914).

Chimica. — *Isotassia e cristallinità di polimeri vinilici* (*) Nota di Giulio Natta e Dario Sianesi, presentata (**) dal Socio G. Natta.

Con l'impiego di processi di polimerizzazione stereospecifica sono stati recentemente ottenuti numerosi polimeri aventi strutture stericamente ordinate: tra questi, un particolare interesse presentano i polimeri isotattici delle α–olefine e di altri monomeri vinilici [1].

Per l'eccezionale regolarità della loro struttura questi polimeri sono generalmente cristallini a temperatura ambiente, e cristallizzano rapidamente se raffreddati a qualche decina di gradi al di sotto della temperatura di fusione. Altri invece cristallizzano con maggiore difficoltà o maggiore lentezza. Alcuni altri polimeri, infine, risultano amorfi e non è stato possibile farli cristallizzare in alcun modo, pur essendo ottenuti per polimerizzazione di monomeri isomeri od omologhi di quelli che forniscono polimeri cristallini nelle stesse condizioni di polimerizzazione.

Così nel caso della serie delle α–olefine, sono cristallini i polimeri di monomeri aventi catene normali da 3 a 5 atomi di carbonio, ma sono amorfi quelli superiori (da 6 a 10 atomi di carbonio). Nel caso degli eteri vinilici [2] e degli esteri acrilici o metacrilici [3], per polimerizzazione stereospecifica si sono ottenuti polimeri che sono o non sono cristallizzabili a seconda della struttura del gruppo alcossilico. In una recente comunicazione [4], ad esempio, sono stati descritti come cristallizzabili solo i polimeri degli esteri acrilici aventi una ramificazione sull'atomo di carbonio α.

Nelle nostre ricerche sulla polimerizzazione stereospecifica dei monomeri vinilaromatici [5] abbiamo incontrato casi analoghi. Una vasta sperimentazione sulla polimerizzazione stereospecifica di stiroli sostituiti ha infatti dimostrato che i polimeri che si ottengono sono o non sono cristallizzabili secondo la natura e la posizione dei sostituenti nell'anello benzenico. Così, come regola generale, abbiamo ottenuto polimeri cristallizzabili da stiroli sostituiti in orto e da tutti gli stiroli dimetilsostituiti esaminati; nelle stesse condizioni di reazione, al contrario, i monomeri monosostituiti in para (ad eccezione del p. fluorostirolo) hanno fornito polimeri amorfi. Polimeri non cristallizzabili sono stati ottenuti dagli stiroli sostituiti nella posizione meta con un atomo di alogeno.

Un altro caso interessante è fornito dalla polimerizzazione degli isomeri della vinilnaftalina con i catalizzatori che sono stereospecifici nel caso dello stirolo: il polimero dell'isomero α è cristallino, quello dell'isomero β è amorfo.

L'insieme di tutti questi risultati indica chiaramente che la struttura del monomero deve essere considerata come un fattore determinante l'atti-

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica Industriale del Politecnico di Milano.
(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

tudine a cristallizzare dei polimeri ottenuti con catalizzatori normalmente stereospecifici. Di qui il sorgere del problema generale relativo alle cause responsabili della mancanza o della presenza di cristallinità in polimeri preparati in condizioni analoghe, ma da monomeri diversi.

Il diverso comportamento potrebbe essere attribuito a cause di natura diversa:

1° ad una mancanza di stereospecificità nel meccanismo di polimerizzazione, qualora si polimerizzino monomeri aventi dei sostituenti di particolari forma e dimensioni. Come la presenza di impedimenti sterici può in certi casi (ad esempio nelle olefine-1 la presenza di una ramificazione in posizione 2, o di due ramificazioni in posizione 3) impedire del tutto la polimerizzazione anionica coordinata, così si potrebbe pensare che essa, in altri casi, possa impedire la stereospecificità nella polimerizzazione;

2° all'insorgere, nel polimero solido, di particolari conformazioni strutturali che impediscono la cristallizzazione delle macromolecole anche se stereoordinate.

Nel primo caso bisognerebbe ammettere che la presenza di certi tipi di sostituenti nel monomero contrasti la crescita regolare delle macromolecole, così da provocare la formazione di polimeri disordinati, incapaci di cristallizzare. Questo comportamento potrebbe ad esempio essere preso in considerazione per alcune particolari polimerizzazioni, che in certi casi risultano stereordinate e che vengono effettuate a bassissima temperatura con iniziazione radicalica [5].

Nel caso invece della polimerizzazione di idrocarburi vinilici e di alcuni alogenostiroli, con meccanismo anionico coordinato, tutti i risultati supportano l'ipotesi che la cristallizzabilità dei polimeri isotattici non sia legata alla natura chimica dei sostituenti presenti (che può influire sulla velocità di polimerizzazione), ma sia invece strettamente dipendente dalle loro caratteristiche di ingombro sterico. Ad esempio le piccole dimensioni del fluoro potrebbero giustificare la cristallinità del poli-(p. fluorostirolo), unico polistirolo monosostituito in para che cristallizzi, sebbene ciò non trovi un corrispondente riscontro nel caso del poli-(m. fluorostirolo) che è amorfo.

Una serie di osservazioni, relative alla natura dei sostituenti ed al meccanismo di formazione ed alle proprietà dei polimeri amorfi, ottenuti con catalizzatori stereospecifici, ci ha da tempo portato a ritenere che non sia un'irregolare conformazione della catena principale ad impedire la loro cristallizzazione [6]. La cristallizzazione di un polimero isotattico può essere infatti ostacolata dalla presenza di un gruppo laterale sufficientemente ingombrante, tale da originare impedimenti sterici contrastanti sia il normale processo di spiralizzazione delle catene principali isotattiche, sia il loro impacchettamento in un reticolo cristallino. In tutti i casi in cui l'ingombro sterico e la conformazione della catena non consentono un impacchettamento regolare in un reticolo cristallino, se non in condizioni che determinino una densità allo stato solido minore di quella allo stato liquido, può risultare che l'energia libera di cristallizzazione assuma valori positivi e quindi che

la cristallizzazione non risulti termodinamicamente possibile. Infatti, in tali casi l'energia reticolare può risultare inferiore al lavoro che deve essere fornito per gli allontanamenti contrastanti le forze di Van der Waals.

Riassumendo, sebbene una serie di indizi potesse lasciare intuire una soluzione, nel senso sopra indicato, del problema se l'isotassia determinasse sempre la cristallizzabilità, ciò nondimeno mancava fino ad oggi una sicura evidenza sperimentale della esistenza di macromolecole sicuramente isotattiche incapaci di cristallizzare.

Siamo ora riusciti ad ottenere una chiara dimostrazione sperimentale che polimeri amorfi, non contenenti parti cristallizzabili, preparati da monomeri vinilaromatici con catalizzatori che sono stereospecifici nella polimerizzazione dello stirolo, sono anch'essi costituiti da macromolecole aventi essenzialmente una struttura isotattica.

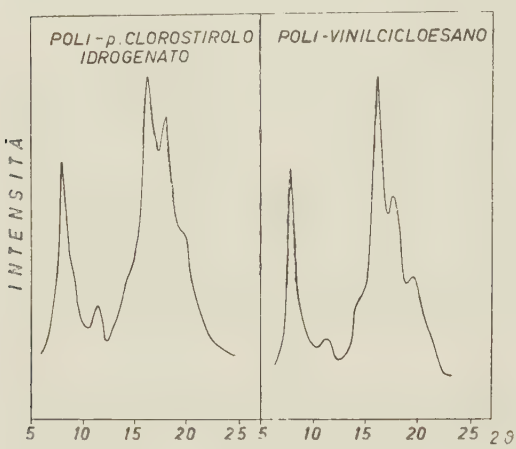


Fig. 1. – Spettri di diffrazione ai raggi X del poli(vinilcicloesano) e del poli(p.clorostirolo) idrogenato.

Questa dimostrazione è stata ottenuta convertendo polimeri amorfi in polimeri cristallizzabili, mediante una modificazione chimica dei gruppi laterali, lasciando inalterata la catena principale. A tale scopo si sono usati i polimeri, entrambi amorfi, del para–cloro e del meta–clorostirolo, preparati con catalizzatori a base di alogenuri di titanio e di composti organici dell'alluminio. Tutti i tentativi da noi fatti per provocare la cristallizzazione (ricottura in presenza od in assenza di solventi e rigonfianti ecc.) non hanno permesso di rilevare la minima cristallinità osservabile ai raggi X. Gli stessi polimeri sono stati sottoposti ad idrogenazione catalitica dei nuclei fenilici in condizione in cui avviene la contemporanea eliminazione dell'alogeno. I prodotti idrogenati così ottenuti sono risultati in entrambi i casi, costituiti di polimeri di identica costituzione facilmente cristallizzabili. Essi presentano lo stesso spettro di diffrazione ai raggi X e la stessa temperatura di fusione (circa 370° C) di un polimero cristallino da noi ottenuto per polimerizzazione del vinilcicloesano puro, con gli stessi catalizzatori stereospecifici. Nella fig. 1 riportiamo ad esempio il confronto tra le registrazioni Geiger degli spettri di diffrazione ai raggi X del poli–(vinilcicloesano) e del polimero ottenuto dall'idrogenazione del poli–(p. clorostirolo).

Polimeri cristallini aventi la stessa struttura sono stati ottenuti anche per idrogenazione del polistirolo isotattico.

Gli spettri di assorbimento I. R., di cui riportiamo un esempio nella fig. 2, si possono considerare praticamente coincidenti per tutti questi poli-

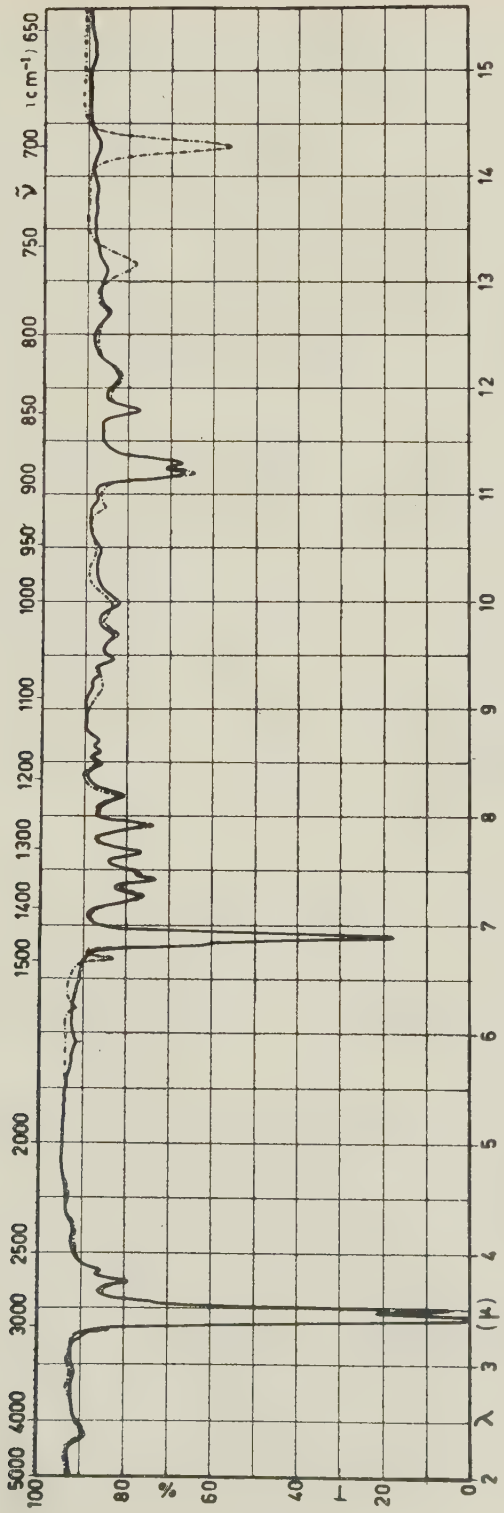


Fig. 2. – Spettri di assorbimento I. R. del poli(vinilcicloesano) (linea piena) e del poli(p.clorostirolo) idrogenato (linea tratteggiata).

meri, anche se per alcuni campioni di polimeri idrogenati si osservano relativamente deboli bande di assorbimento a 13,16 e 14,30 μ che indicano la presenza di una piccola quantità di gruppi fenilici non idrogenati. Il cloro invece risulta del tutto eliminato.

Un esame preliminare della struttura del polimero cristallino del vinilcicloesano permette di affermare che questo polimero è costituito da macromolecole isotattiche. Il periodo di identità (6,5 Å) lungo l'asse dell'elica, comprende tre unità monomeriche, come nel caso del polistirolo isotattico.

Un altro significativo risultato è stato ottenuto conducendo l'idrogenazione su di un campione di poli(para–metilstirolo) amorfo, preparato con catalisi stereospecifica. Il polimero idrogenato, presumibilmente poli (4–metil, vinilcicloesano) è facilmente cristallizzabile, con temperatura di fusione cristallina superiore a 360° C.

Viene così dimostrato che i polimeri amorfi ottenuti con catalizzatori che per altri monomeri risultano stereospecifici, possono venire trasformati, per modificazione chimica dei gruppi laterali, in polimeri cristallini. Poiché la struttura della catena polimerica preesistente, così come la disposizione sterica degli atomi di carbonio asimmetrici lungo la catena stessa, non può avere subíto modificazioni durante il trattamento chimico sopraindicato (che, se fossero avvenute, avrebbero apportato un aumento di disordine sterico), questo risultato ci permette di affermare con sicurezza che la struttura isotattica riscontrata era già presente anche nella catena principale del polimero amorfo iniziale.

Parte sperimentale.

Le polimerizzazioni stereospecifiche degli stiroli sostituiti sono state condotte, come descritto dettagliatamente in altri lavori [7], su 0,1 gmoli di monomero, in soluzione di 50 cm^3 di benzolo, a 70° C per una durata di 7 ore, con catalizzatori ottenuti per reazione tra 0,003 moli di $Al(i.C_4H_9)_3$ e 0,001 moli di $TiCl_4$.

Le idrogenazioni sono state effettuate in autoclave oscillante di 300 cm^3 su 1,5–2 g di polimero, sospeso in 150 cm^3 di cicloesano, conducendo la reazione per 12–15 ore in presenza di 3–4 g di Ni–Raney a 190–200° C e 150–180 atm di idrogeno.

I prodotti idrogenati, a differenza dei polimeri di partenza, sono solubili in cicloesano: essi sono stati separati in buone rese e purificati per ripetute precipitazioni con metanolo e dissoluzioni in cicloesano.

Misure di viscosità intrinseca hanno dimostrato che i polimeri subiscono, durante l'idrogenazione, una sensibile diminuzione di peso molecolare (ad esempio: poli–p.clorostirolo, $[\eta]$ in tetralina a 100° C : 2,1 · 100 cm^3/g; polivinilcicloesano ottenuto per sua idrogenazione: $[\eta]$ in toluolo a 30° : 0,55).

Le temperature di fusione dei polimeri sono state determinate con microscopio polarizzatore Leitz a tavolino riscaldante. In prossimità della fusione la

velocità di riscaldamento era dell'ordine di 1° C/minuto. Le temperature di fusione sono risultate rispettivamente di 370–375° C per il poli(vinilcicloesano) preparato dal monomero puro e di 360–370° C per i prodotti idrogenati. Questa leggera differenza può essere attribuita sia al più basso peso molecolare dei polimeri ottenuti per idrogenazione, sia alla loro minor purezza, a causa della presenza di gruppi aromatici non idrogenati.

Il vinilcicloesano (p. eb. 127° C) è stato preparato per pirolisi a 450° C dell'acetato del 2–cicloesiletanolo [8]. Esso è stato polimerizzato con buone rese nelle stesse condizioni di reazione impiegate per gli stiroli. Il poli(vinilcicloesano) così ottenuto ha una viscosità intrinseca, in toluolo a 30° C, di 0,90 · 100 cm^3/g. Esso è risultato insolubile in acetone e metiletilchetone, facilmente solubile in diversi solventi tra cui benzolo, toluolo, cicloesano, CS_2, tetralina.

Gli spettri di diffrazione ai raggi X sono stati ottenuti su polveri dei polimeri, dopo un trattamento di ricottura condotto a 160° C per 4 ore. Le registrazioni con contatore di Geiger sono state effettuate con apparecchio Philips con anticatodo di rame.

Gli spettri di assorbimento nell'infrarosso sono stati determinati su pellicole di spessore di qualche centesimo di millimetro, ottenute per fusione dei polimeri tra piastre di metallo riscaldate. La misura è stata effettuata con apparecchio Perkin–Elmer, Mod. 21, fornito di ottica in cloruro di sodio.

Si ringraziano il prof. P. Corradini ed il dott. D. Morero per il contributo dato rispettivamente nel campo degli esami ai raggi X e nell'infrarosso.

BIBLIOGRAFIA.

[1] G. NATTA, « Atti Acc. Naz. Lincei », Mem., *8*, 4 (1955); G. NATTA, P. PINO, P. CORRADINI, F. DANUSSO, E. MANTICA, G. MAZZANTI, G. MORAGLIO, « J. Amer. Chem. Soc. », *77*, 1708, (1955); G. NATTA, « Experientia », Suppl. VII, 21 (1957).
[2] C. E. SCHILDNECHT et al., « Ind. Eng. Chem. », *40*, 2104 (1948); *41*, 1998 (1949).
[3] M. L. MILLER, C. E. RAUHUT, « J. Amer. Chem. Soc. », *80*, 4115 (1958).
[4] B. S. GARRETT et al., « J. Amer. Chem. Soc. », *81*, 1007 (1959).
[5] G. NATTA, F. DANUSSO, D. SIANESI, « Makromol. Chem. », *28*, 253 (1958).
[6] D. SIANESI, G. NATTA, F. DANUSSO, Comunicazione presentata all' VIII Congresso Nazionale della Soc. Chimica Ital., Torino, 26 maggio 1958.
[7] Ved. ad esempio D. SIANESI, M. RAMPICHINI, F. DANUSSO, « Chimica Ind. », *41*, 287 (1959).
[8] J. B. VAN DER BIJ, E. C. KOOYMAN, « Rec. trav. chim. », *71*, 837 (1952).

Chimica. — *Preparazione di sostanze ad azione farmacologica polivalente* (*). Nota di GIORDANO GIACOMELLO, FULVIO MARIA RICCIERI e MARIA LUISA STEIN, presentata (**) dal Corrisp. G. GIACOMELLO.

È ormai acquisito che responsabili di una certa azione farmacologica sono determinati raggruppamenti presenti in una molecola e pertanto, in linea di principio, dovrebbe essere possibile progettare edifici molecolari capaci di provocare determinate azioni biologiche.

In relazione con la riaffermazione dei solfamidici nell'uso pratico e specialmente di quelli attivi a piccole dosi, come i piridazinici (1), i pirazolici (2) ecc., nel presente lavoro ci siamo proposti il compito di preparare un solfamidico avente contemporaneamente azione anestetica locale e capace di dare sali poco solubili con la penicillina.

Siamo partiti dalla considerazione che l'azione anestetica locale si ritrova in sostanze contenenti il raggruppamento della colammina opportunamente alchilato all'azoto ed esterificato, oppure in sostanze simili a queste, in quanto contengono un gruppo isostere all'ossigeno estereo, come ad esempio l'azoto ammidico.

Infatti, come risulta dalle figg. 1*a* e 1*b*, in ambedue i raggruppamenti distanze ed angoli di legame sono molto simili e gli atomi 1, 2, 3, 4 e 5 giacciono sullo stesso piano (3). Pertanto si spiega come siano anestetici locali ammidi del tipo della dietilamminoetilammide dell'acido α–butossi–γ–chinolin–carbossilico.

Abbiamo ancora fatto l'ipotesi che sostanze contenenti il gruppo ammidico possano essere anestetici locali, rispettate determinate circostanze di natura sterica, qualunque sia il radicale acido. A tali condizioni avrebbe potuto rispondere ad esempio la N^1–benzil–N^1–β–dietilamminoetil–solfonammide, di cui il p–amminoderivato sarebbe anche una solfanilamide.

La sostanza in questione possiede la formula di struttura della fig. 2, e da essa sarebbe da attendersi, accanto ad un'azione batteriostatica, una azione anestetica locale.

Di un composto simile, la N^1–β–dietilamminoetil–solfanilamide (4) è stata sperimentata da R. Hazard e collaboratori (5) l'azione antagonista

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica farmaceutica e tossicologica dell'Università di Roma.

(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) J. DRUEY e coll., « Helv. Chim. Acta », *37*, 121 (1954); J. H. CLARK e coll., « J. Am. Chem. Soc. », *80*, 980 (1958).

(2) P. SCHMIDT e J. DRUEY, « Helv. Chim. Acta », *41*, 306 (1958).

(3) P. CORRADINI e G. GIACOMELLO, « Supp. Ric. Sci. » *22*, 41 (1952).

(4) L. AMUNDSEN e L. A. MALENTACCHI, « Science », *93*, 286 (1941); I. M. JONES e J. E. BALABAN, « Brit. P. », *538,354*, 31 luglio 1941.

(5) R. HAZARD e GUILLOT–URBAIN, « Compt. Rend. Soc. Biol. », *143*, 814 (1949).

sul p–amminobenzoato di dietilamminoetanolo, ma non si parla qui di una azione anestetica locale, mentre successivamente [6] è stata constatata l'assenza di tale azione. Il composto da noi progettato differisce da quest'ultimo, in quanto la sostituzione dell'altro idrogeno ammidico con un radicale, elimina la possibilità di associazioni molecolari attraverso legami idrogeno intermolecolari e rende la molecola più rigida. D'altra parte una certa rigidità, almeno per quel che riguarda la libera rotazione intorno al legame S–N, già esiste per il fatto che, secondo le ricerche di Kenneth e coll. [7] sul-

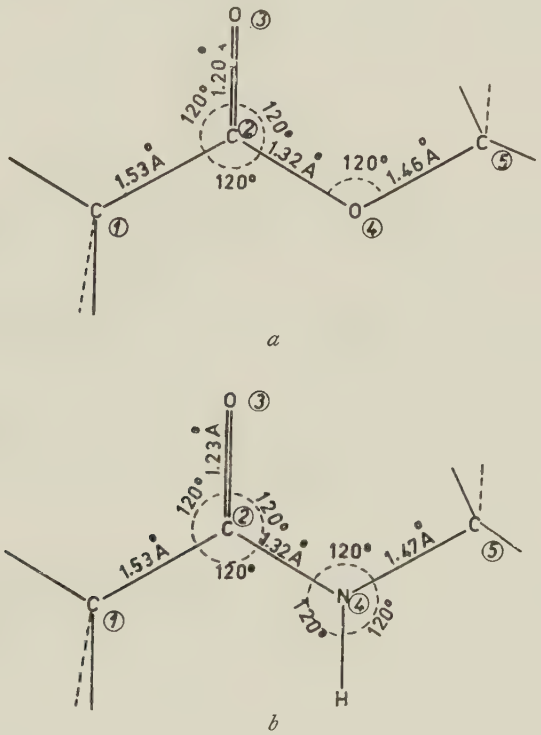


Fig. 1.

la diammide dell'acido solforico, questa distanza è più piccola di quella che si calcolerebbe dai raggi atomici.

Questo modo di vedere troverebbe conferma nella ritrovata azione anestetica locale della N^1–7–chinolil–N^1–β–dietilamminoetil–solfanilamide [8]. La sostituzione dell'idrogeno ammidico con il radicale chinolinico conferisce alla molecola di questa sostanza una maggiore rigidità, in quanto tra azoto e carbonio aromatico vi è circa il 21 % di carattere di doppio legame [9].

(6) H. FUJIMURA e coll., « Folia Pharmacol. Japon », *51*, 70 (1955).
(7) « Acta Crystall. », *9*, 628 (1956).
(8) MASAKAZU YASUJE, « J. Pharm. Soc. Japan », *62*, 520 (1942).
(9) F. BERTINOTTI e coll., « Ric. sci. », *24*, 534 (1954).

Il prodotto della fig. 2 risulta inoltre particolarmente adatto ad essere salificato con un antibiotico di natura acida. Infatti in questo composto è eliminata ogni possibilità di interazione fra idrogeno ammidico e gruppo dietilamminico, il quale così può salificarsi, per esempio con le varie penicilline.

La N^1–benzil–N^1–β–dietilamminoetil–solfanilamide, ricristallizzata da benzolo–etere di petrolio, fonde a 50–51° ed è stata ottenuta per saponificazione alcalina a freddo del corrispondente acetil–derivato, fondente a

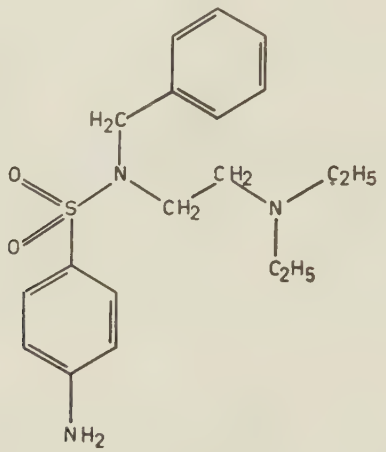


Fig. 2.

70–71°. Quest'ultimo a sua volta è stato preparato per azione del cloruro dell'acido acetilsolfanilico sulla N–benzil–N', N'–dietil–etilendiammina [10] in soluzione eterea, mediante agitazione in presenza di una soluzione acquosa di carbonato potassico.

I rispettivi cloridrati dànno all'analisi i seguenti risultati:

N.		p. f.	formula grezza	% calc.	% trov.
1	Cloridrato di N^1–benzil–N^1–dietilamminoetil–N^4–acetil–solfanilamide	189°	$C_{21}H_{30}ClN_3O_3S$	C 57,32 H 6,87 N 9,55	57,13 7,10 9,29
2	Cloridrato di N^1–benzil–N–ditielamminoetil–solfanilamide	184°	$C_{19}H_{28}ClN_3O_2S$	C 57,34 H 7,09 N 10,56	57,15 7,28 10,25

(10) F. J. Villani e coll., « J. Am. Chem. Soc. », *72*, 2725 (1950).

Una soluzione acquosa del cloridrato 2, trattata con una soluzione acquosa di quantità equimolecolari del sale potassico della penicillina V, fornisce un precipitato che contiene una mole di penicillina per mole di solfamidico. Il composto per riscaldamento comincia a rammollire a 80° e fonde completamente intorno a 120°, decomponendosi. La sua solubilità in acqua è circa del 0,04 % e quindi dell'ordine di grandezza di quella di altre penicilline ad azione prolungata.

L'instillazione nel sacco congiuntivale dell'occhio di coniglio di una soluzione al 2 % dei cloridrati delle due sostanze in esame, provoca un'anestesia di intensità e durata notevoli, maggiore che con una soluzione di novocaina a pari concentrazione molecolare, malgrado che vi sia in un primo tempo un certo effetto irritante.

Ambedue le sostanze esplicano anche un'azione ipotonizzante sull'intestino isolato di coniglio.

Nelle prove di tossicità sul topolino, la morte si aveva nel 50 % degli animali per iniezione intraperitoneale di una soluzione acquosa del cloridrato 1, in quantità corrispondenti a 400 mg per kg di peso corporeo, e del cloridrato 2 per quantità corrispondenti a 350 mg per kg di peso corporeo. La morte si verificava nello spazio di 15–30 minuti dall'iniezione, preceduta da segni di forte eccitazione motoria, con crisi convulsive di tipo tonico–clonico, seguita poi da chiari segni di arresto respiratorio.

Tanto il solfamidico che il suo acetil–derivato si sono dimostrati attivi nei saggi per l'azione batteriostatica eseguiti sul B. Coli e sullo Stafilococco. Il composto con la penicillina V naturalmente conserva l'attività propria della penicillina.

Chimica inorganica. — *Cianurazione di metalli con acido cianidrico e ossigeno: mercurio* (*). Nota II del Socio Livio Cambi e di Ernestina Paglia, presentata (**) dal Socio L. Cambi.

Nella Nota precedente (1) venne riferito in via preliminare l'attacco operato dall'ac. cianidrico e dall'ossigeno particolarmente sull'oro, ed accennato all'analoga reazione sul mercurio.

La comunicazione presente riguarda lo sviluppo ulteriore delle ricerche soprattutto col mercurio.

1. Come già indicato, l'indagine venne compiuta partendo dal presupposto che l'HCN, adsorbito alla superficie del metallo, presentasse una attivazione dell'idrogeno, analoga ad esempio a quella di composti organici idrochinoni, idrazo–derivati aromatici, ecc. recanti idrogeno attivo rispetto all'ossigeno.

L'ipotesi può considerarsi dal lato chimico basata sulla formazione di pseudo–complessi labili alla superficie del metallo, formalmente considerati con valenza zero (2):

$$2\,Au^{\circ} \leftarrow CNH + O_2 \longrightarrow 2\,Au^{I}CN + H_2O_2,$$

2. Il processo di formazione di H_2O_2 cui accenniamo, attesta la perossidazione diretta dell'ac. cianidrico, non riferibile, come finora si è accettato, per l'oro ad esempio, allo spostamento dell'idrogeno stesso operato dal metallo, in presenza di anioni CN^{-} (3).

Gli ioni cianidrici sono a concentrazioni estremamente limitate nelle soluzioni di ac. cianidrico, particolarmente in quelle acide e si è portati perciò a considerare il processo intermedio:

$$Au^{\circ} \leftarrow CNH \rightleftarrows Au^{I}CN + H^{\circ}$$

che discuteremo in seguito.

3. Il comportamento del mercuri oconferma le ipotesi cui accenniamo. Verificammo che il metallo viene attaccato dall'HCN e dall'O_2 e il processo segue esattamente i rapporti stechiometrici:

$$Hg + 2\,HCN + O_2 \longrightarrow Hg(CN)_2 + H_2O_2$$

(*) Ricerche compiute presso il Centro di Chimica Metallurgica del C.N.R. presso l'Università statale di Milano.

(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) L. Cambi, questi « Rend. », 129, (1958).

(2) Questa ipotesi conduce a considerare composti a valenze coordinate del tipo generale $Me^{\circ}(CNH)_n$ dove n corrisponde al numero di coordinazione. L'ottenimento di composti del genere, analoghi a quelli noti delle carbilammine è oggetto di nostre ricerche.

(3) Bodlander, « Ber. », *36*, 3933, (1903).

Cioè, in soluzione appaiono, nelle fasi iniziali, i due prodotti nel rapporto 1 $Hg(CN)_2$: 1 H_2O_2. Giungemmo finora a concentrazioni massime di circa 2 g/l di acqua ossigenata.

Le esperienze vennero condotte nel modo più semplice. Il mercurio era contenuto in un cilindro orizzontale del diametro di 60 mm e della lunghezza di 250 mm, chiuso ai due estremi recanti due tubi verticali per l'entrata e l'uscita dei gas.

Il tubo da un lato posava su di un cilindro di legno eccentrico, con cui subiva un moto basculante di 6 oscillazioni al 1', provocando il va e vieni del metallo. Conteneva circa g 500 di mercurio e cc 30 di acqua distillata. I gas provenivano da un pallone contenente circa 1 l di soluzione acquosa concentrata di ac. cianidrico, in cui borbottava l'aria che si saturava dell'ac. stesso. Con la regolazione della temperatura della soluzione cianidrica, e col rinnovo periodico della soluzione stessa, venne mantenuta quasi costante la concentrazione di HCN nel tubo reagente.

L'ac. cianidrico, l'acqua ossigenata, il cianuro mercurico della soluzione venivano dosati periodicamente.

In due serie di misure operammo rispettivamente con 35 g/l e 100 g/l di HCN, circa. La velocità del processo aumenta con la concentrazione di HCN e praticamente raddoppia passando dai 35 ai 100 g/l circa di HCN.

Non abbiamo finora verificato un'influenza notevole del pH variato con soluzioni tampone, da 4 a 9.

Riportiamo i dati di una esperienza durata tre giorni consecutivi, con la concentrazione più bassa predetta di HCN a temperatura ambiente con pause notturne.

1° giorno		2° giorno		3° giorno	
ore	H_2O_2 g/l	ore	H_2O_2 g/l	ore	H_2O_2 g/l
1	0,170	25	0,340	44	0,450
4	0,221	28	0,442	47	0,646
9	0,340	30	0,470	50	0,986

Per il processo che illustriamo è essenziale la presenza di un forte eccesso di HCN.

4. Stasi prolungate del sistema, particolarmente alle più elevate concentrazioni di H_2O_2, portano a più o meno accentuata regressione del titolo. La relativa deficienza di HCN porta alla formazione di composti insolubili di mercurio, fra cui ossicianuri. A lungo il titolo di H_2O_2 si annulla.

Sappiamo d'altra parte che sul mercurio si attua la nota decomposizione catalitica ritmica [4] dell'H_2O_2, con formazione ritmica di perossidi di mercurio. Noi abbiamo osservato che in effetto l'HCN aggiunto preventivamente annulla, o riduce sensibilmente, la decomposizione cui accenniamo.

Questo si accorda con la relativa stabilità dell'H_2O_2 da noi osservata in soluzioni fortemente cianidriche.

5. Interessava l'indagine della polarizzazione dei metalli che consideriamo per azione dell'HCN. Abbiamo osservato che l'oro nella soluzione tampone fosforica (fosfato mono–K + fosfato bi–Na, 0,025 molari: pH = = 6,88 a 20°) contenente HCN 20–30 g/l e in atmosfera di argon, assume una polarità negativa di — 0,36 % — 0,40 V, rispetto all'elettrodo ad idrogeno nello stesso tampone.

Con il mercurio abbiamo in corso esperienze analoghe. I potenziali di polarizzazione subiscono però notevole influenza del pH e risultano più bassi in senso negativo di quelli dell'oro, dell'ordine di — 0,15 % — 0,18 V.

Lo sviluppo di questo aspetto della nostra ricerca verrà comunicato e discusso in una prossima Nota, unitamente all'ulteriore estensione delle esperienze sulle reazioni di cianurazione che illustriamo.

(4) Bredig e Weissmayer, «Z. Phys. Ch.», *42*, 601 (1903); «Antropoff. Z. Phys. Ch.», *62*, 513 (1908).

Elettrochimica. — *Comportamento elettrodico di monocristalli di stagno.* Nota di Roberto Piontelli, Guido Poli e Bruna Rivolta, presentata (*) dal Corrisp. R. Piontelli.

Le ricerche sistematiche sul comportamento elettrodico di monocristalli metallici (1) sono state estese allo stagno.

Si rimanda alle precedenti Note (2) per i particolari sperimentali. La depurazione (galvanica) è stata realizzata con la seguente procedura: superficie catodica attiva iniziale 0,05 cm^2 per cm^3 di soluzione; corrente circolante 5 mA per cm^3 di soluzione, per 24 ore.

Le esperienze (tutte effettuate a 25°C) di cui riassumiamo, in questa sede, i risultati, hanno riguardato elettrodi le cui superfici erano orientate secondo i piani (100), (110), (001).

Prima di essere introdotti nella cella di misura, gli elettrodi monocristallini venivano lucidati anodicamente in soluzione di $HClO_4$ ($d = 1{,}54$), tensione di cella 50 V; quindi lavati ripetutamente con una soluzione del medesimo acido usato nelle soluzioni di misura. In tutti i casi gli elettrodi, sottoposti a questo trattamento, mostravano figure di diffrazione elettronica come quella riportata nella Tav. I, indice di una superficie ad alta perfezione monocristallina ed esente da film ricoprenti.

La misura delle sovratensioni (riferite ad un elettrodo di riferimento in Sn a contatto con la stessa soluzione) è stata effettuata, come di consueto, mediante oscillografo catodico (Tektronix 532). I bagni studiati sono stati: $Sn(BF_4)_2$ 0,5 M + HBF_4 0,5 M; $SnCl_2$ 0,5 M + HCl 0,5 M.

Le figg. 1 e 2 illustrano le leggi di dipendenza dei valori « quasi stazionari » di tensione dalla densità di corrente.

Le Tav. I, II e III forniscono alcuni aspetti strutturali tipici delle modificazioni subite dalle superfici elettrodiche in seguito al funzionamento anodico e catodico.

I principali risultati delle attuali esperienze sono i seguenti.

Le sovratensioni anodiche e catodiche sono:

1° tendenzialmente simmetriche;

2° in entrambi i bagni studiati, decrescenti (in valore assoluto) nell'ordine: (001) > (110) > (100);

3° in bagno cloridrico, più basse che in fluoborico (in accordo con le leggi usualmente da noi riscontrate).

(*) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) Vedi: R. Piontelli, G. Poli e L. Paganini, « Rend. Ist. Lomb. Sc. e Lett. » (A) (in corso di stampa); R. Piontelli, G. Poli e B. Rivolta, questi « Rendiconti », VIII, *26*, 321 (1959).

(2) R. Piontelli e G. Poli, « Rend. Ist. Lomb. Sci. e Lett. » (A) *92*, 601 (1958)-R. Piontelli, G. Serravalle e G. Poli, questi « Rendiconti » VIII, *25*, 431 (1958).

Per quanto riguarda gli aspetti strutturali più tipici, possiamo notare quanto segue.

Gli attacchi anodici e i depositi catodici sono nettamente differenti e caratteristici, a seconda dell'orientamento della superficie dell'elettrodo, tanto dal punto di vista morfologico, quanto da quello della loro uniformità e distribuzione.

Sul piano (100), in soluzione cloridrica, l'attacco avviene in modo abbastanza uniforme, con struttura così fine da essere difficilmente risolubile

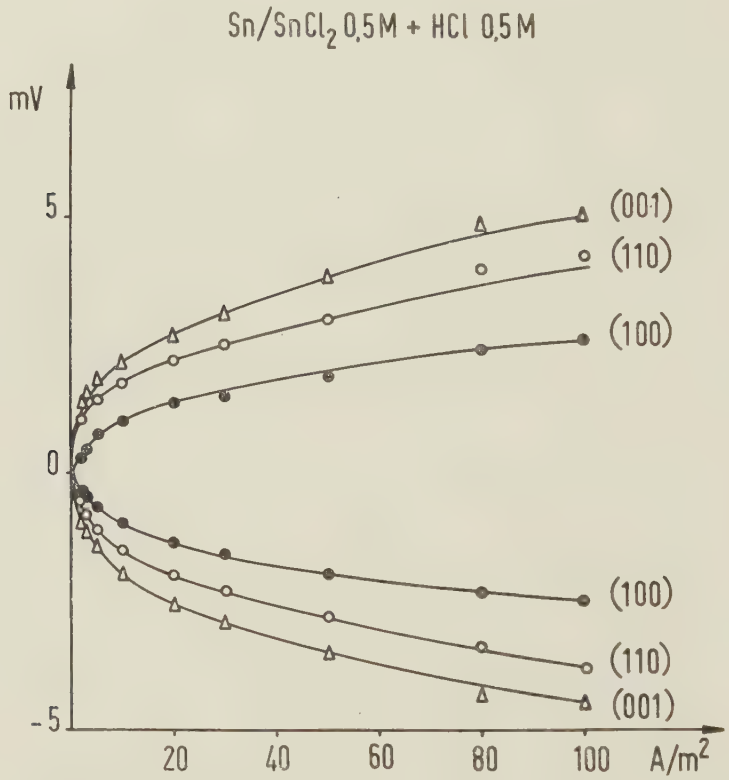


Fig. 1. – Valori di sovratensione in funzione della densità di corrente in bagno cloridrico.

al microscopio (Tav. II *a*); il medesimo aspetto è presentato dai depositi, benché in alcune zone si possano distinguere talvolta degli accrescimenti, lievemente striati (Tav. II *b*).

In soluzione fluoborica, l'attacco presenta una struttura più grossolana, a faccette ben visibili al microscopio (Tav. II *c*). I depositi sono meno uniformi: si osservano piccoli cristalli isolati, delimitati superiormente da facce parallele alla superficie iniziale dell'elettrodo e, talvolta, lateralmente, da facce inclinate, a orientamento definito (Tav. II *d*).

Sul piano (110), sia gli attacchi, sia i depositi presentano un caratteristico aspetto striato: le figure di attacco e gli accrescimenti cristallini sono tutti

allungati secondo una stessa direzione (Tav. III *a* e *b*). Anche su questo piano si ha una distribuzione più uniforme degli attacchi e dei depositi con soluzioni cloridriche rispetto a quelle fluoboriche.

Sul piano (001), tanto l'attacco quanto la deposizione, avvengono in punti isolati della superficie, sia in soluzioni cloridriche, sia in soluzioni

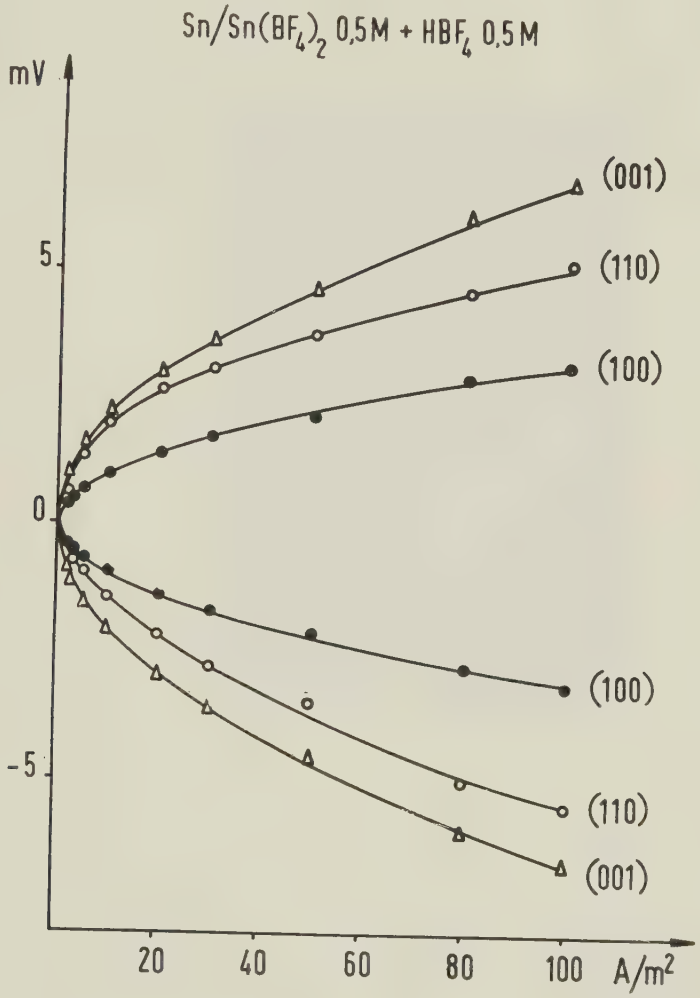


Fig. 2. – Valori di sovratensione in funzione della densità di corrente in bagno fluoborico.

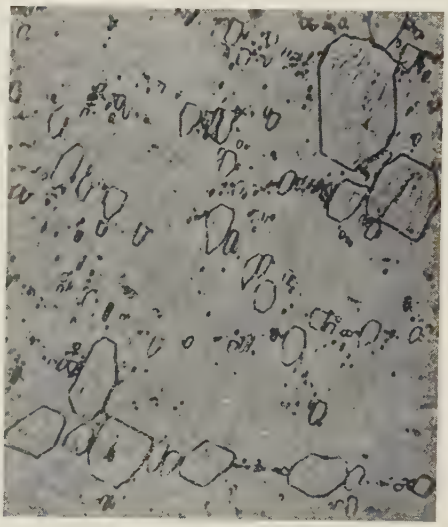
fluoboriche. Le figure d'attacco e i cristalli deposti hanno, in ogni caso, la forma di piramidi tetragonali, spesso di dimensioni relativamente notevoli, e con facce non completamente sviluppate (Tav. IV *a* e *b*). Mediante i raggi X, con il metodo di Laue, a raggi retro-diffratti, è stato trovato che le direzioni degli spigoli di base delle piramidi sono del tipo [100]: le piramidi sono quindi formate per intersezione di facce di prisma $\{h\,o\,l\}$ (cosiddette piramidi tetragonali di II specie).

Si osserva inoltre, nelle micrografie, che l'asse di simmetria tetragonale delle piramidi non è perpendicolare alla superficie elettrodica, il che è probabilmente dovuto al fatto che l'orientamento della stessa è in questo caso meno esatto (errore dell'ordine di 3°–4°).

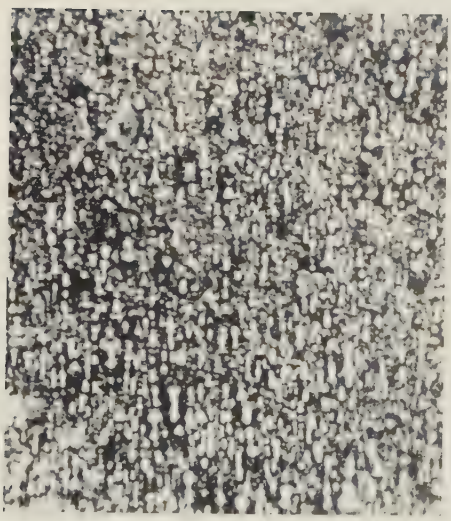
Pur rinviando la discussione degli aspetti teorici dei risultati sopraricordati ad una successiva pubblicazione, riteniamo interessante rilevare, fin da ora, che, mentre nel caso del cadmio l'orientamento non è risultato influenzare il comportamento elettrodico (almeno nei bagni da noi studiati), e nel caso del piombo le massime sovratensioni si sono riscontrate sul piano (111), di massimo addensamento atomico; nel caso attuale, cioè per lo stagno, al piano (100) di massimo addensamento corrispondono le minime sovratensioni.

Diagramma di diffrazione elettronica di Sn(100), lucidato elettroliticamente.

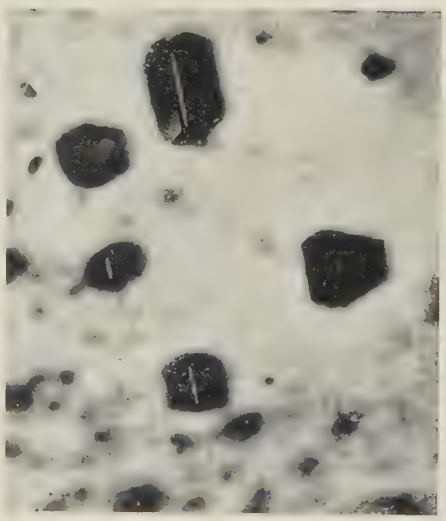
a



b



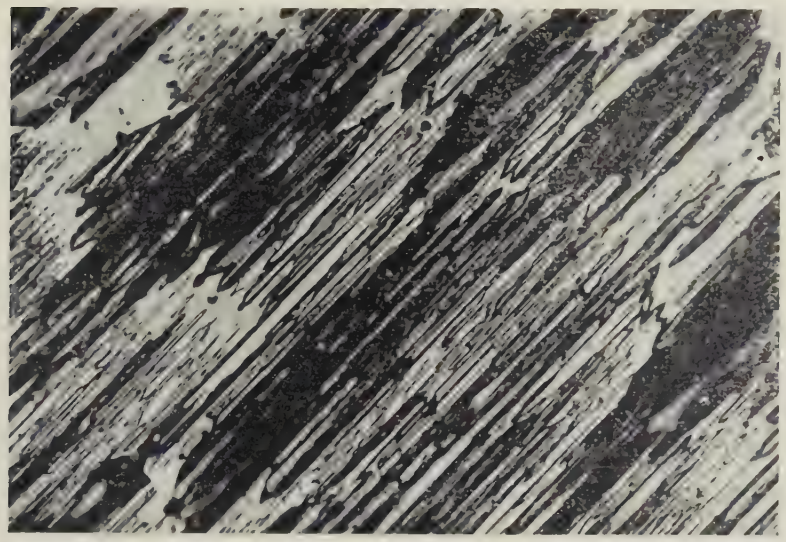
c



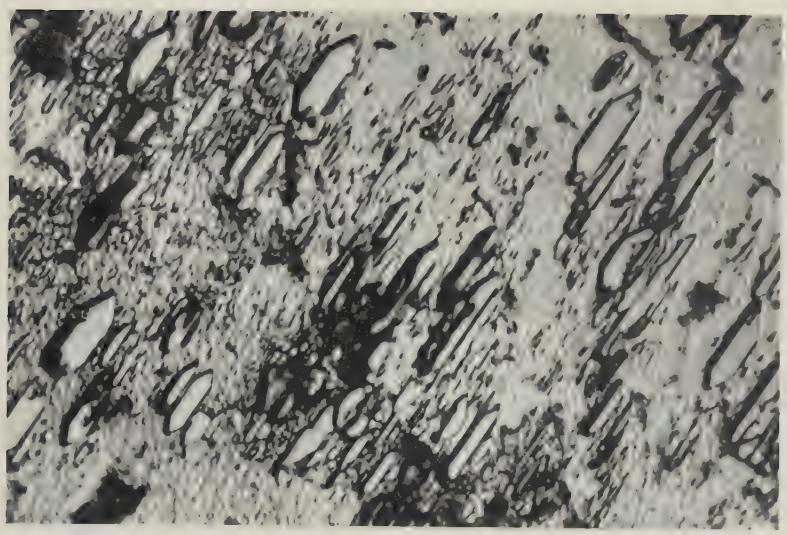
d

Micrografie di superfici elettrodiche (100):

a) attacco anodico in cloruro (× 510); *b*) deposito catodico in cloruro (× 320);
c) attacco anodico in fluoborato (× 510); *d*) deposito catodico in fluoborato (× 450).



a

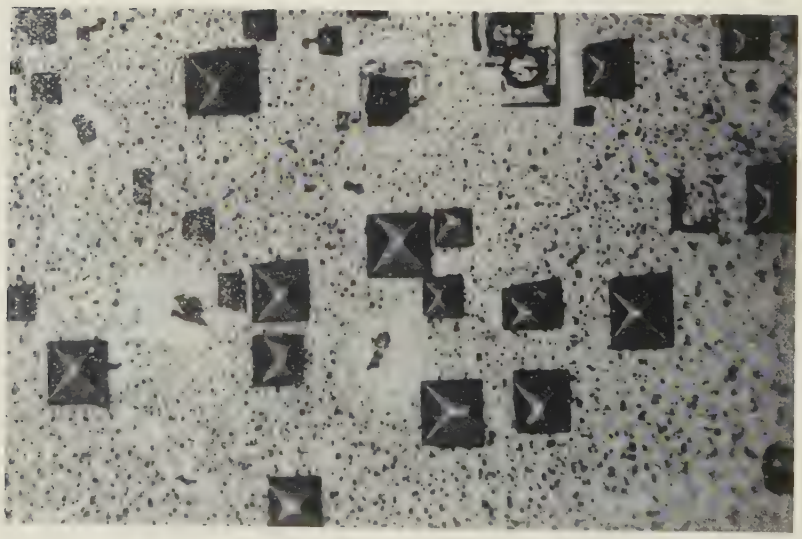


b

Micrografiche di superfici elettrodiche (110):

a) deposito catodico in cloruro (× 300);
b) deposito catodico in fluoborato (× 510).

a



b

Micrografie di superfici elettrodiche (001):

a) attacco anodico in cloruro (× 350);
b) deposito catodico in fluoborato (× 450).

Fisiologia vegetale. — *Ricerche sulla fisiologia della crescita della radice.* – III. *Azione dell'acido indolacetico sulla crescita, la respirazione e il valore dei rapporti ascorbico/deidroascorbico, glutatione ridotto/glutatione ossidato e deidroascorbico/indolacetico* (*). Nota di Sergio Tonzig, Federica Trezzi, Luisa Pegoraro e Edvige Vaccari, presentata (**) dal Socio S. Tonzig.

Nelle prime due Note di questa serie è stato inquadrato il problema offerto dai fenomeni di crescita nella radice e sono state precisate le più essenziali caratteristiche (vogliamo dire quelle la cui conoscenza appare indispensabile per iniziare lo studio della crescita) della radice di pisello; in questa terza Nota intendiamo entrare nel vivo delle nostre ricerche cominciando ad esporre i risultati della nostra analisi sperimentale sull'azione dei singoli fattori interessati nella regolazione della crescita della radice. E poiché, se ci si vuol passare questa maniera di esprimerci, il più largo suffragio indica nell'acido indolacetico l'eroe principale della vicenda, noi vogliamo iniziare la nostra esposizione col riferire i risultati delle nostre esperienze sugli effetti che il trattamento con tale sostanza induce sulla radice di pisello (*Pisum sativum* var. Alaska).

Effetto dell'acido indolacetico sulla crescita.

Il punto di partenza da cui prendiamo le mosse, è quello classico che per primo ha suggerito il problema. Che l'acido indolacetico agisca sfavorevolmente sulla crescita della radice è nozione ormai vecchia e passata già nei trattati. A questa conclusione, peraltro, si è giunti in maniera che potremmo dire generica: osservando, cioè, quali modificazioni subisca il valore della crescita di radici tuttora attaccate alla pianta, o comunque di grandi porzioni di radici, quando siano immerse in soluzioni a varia concentrazione di AIA (e constatando che si tratta di variazioni negative); oppure, in condizioni ancora analoghe, come vari la crescita di radici private dell'apice meristematico (ed osservando che si tratta di effetti positivi). I dati analitici che sono stati oggetto della seconda Nota di questa serie, hanno peraltro dimostrato che non solo la crescita della radice decorre con vario ritmo in zone progressivamente più lontane dall'apice; ma che, in queste diverse zone, la situazione della radice è assai diversa per quanto riguarda la sua carica auxinica, la sua respirazione e la situazione dei sistemi dell'acido ascorbico e del glutatione: una serie di reperti che ci hanno persuaso della necessità di riesaminare quale sia l'effetto dell'acido indolacetico sulle singole e più caratteristiche zone della radice.

A tale scopo, e con la tecnica già descritta nella seconda Nota [1], abbiamo separato i tre segmenti terminali, di 2 mm ciascuno, di radici di pisello; segmenti che conveniamo di chiamare 1°, 2° e 3° rispettivamente quello terminale, quello subterminale e quello successivamente più prossimale. Lavati e misurati al microscopio con obiettivo a piccolo ingrandi-

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto Botanico dell'Università di Milano, Centro di studi sulle ossido-riduzioni nei vegetali del C. N. R.

(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

mento ed oculare micrometrico, i successivi segmenti, a gruppi di 50, sono stati posti in scatole Petri su carta da filtro coperta da un sottile strato di soluzione tampone ai fosfati 0,02 M, pH 5,5, nel caso dei controlli; oppure nella stessa soluzione addizionata di AIA a concentrazioni finali comprese tra 10^{-12} e 10^{-10}, nel caso dei saggi. L'esperienza ebbe la durata di 4 ore, dopodiché i segmenti sono stati rimisurati. Nella Tabella I la loro crescita è espressa in % della lunghezza iniziale, per quanto riguarda i controlli; e in differenza percentuale rispetto alla crescita dei controlli, per quanto riguarda i saggi. Dall'esame dei risultati si rileva, anzitutto, come in tutti tre i segmenti la crescita sia inibita a partire da concentrazioni di AIA che stanno fra 10^{-8} e 10^{-7}; ma si rileva anche che l'effetto del trattamento non è uguale in tutti tre i segmenti; alla più bassa concentrazione usata, l'AIA è senza effetto sul 2° segmento, esercita una netta azione di stimolo sul 3° segmento e, in misura notevolmente maggiore, stimola la crescita del 1° segmento. Già alla concentrazione di 10^{-10}, l'AIA ritarda la crescita del 2° segmento e la sua azione stimolante sugli altri due segmenti si abbassa rapidamente.

TABELLA I.

Accrescimento percentuale, in più o in meno del controllo, di segmenti di 2 mm isolati da radici di pisello, dopo 4 ore di trattamento con concentrazioni diverse di AIA *in soluzione tampone ai fosfati 0,02 M, pH 5,5.*

Temperatura 24° C.

Segmenti	Crescita percentuale controlli	Crescita, in % rispetto ai controlli, nei saggi trattati con AIA alle concentrazioni indicate						
		10^{-12}	10^{-10}	10^{-8}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}
1°	10	+ 83	+ 8	— 15	— 40	— 57	— 60	— 90
2°	21	+ 0,83	— 6	— 11	— 43	— 48	— 62	— 74
3°	12	+ 48	+ 36	+ 18	— 26	— 39	— 52	— 68

Se si confrontano questi reperti con i dati analitici relativi al contenuto di auxina endogena dei tre segmenti, pubblicati nella Nota precedente, i quali indicano che il naturale contenuto in AIA per segmento è più alto nel 2° e più basso nel 1°, si trova che il trattamento con AIA alla concentrazione di 10^{-12} ha effetto tanto meno favorevole sulla crescita dei tre segmenti quanto maggiore è la quantità d'auxina endogena in essi contenuta. In verità, peraltro, le differenze tra tali quantità non sono rilevanti (variando, nel 1°, 2° e 3° segmento, nel rapporto di 8,5 : 10 : 9,2) e sarebbe probabilmente troppo azzardato presumere che bastino a spiegare i diversi risultati dello stesso trattamento. È piuttosto da ricordare come i tre segmenti siano sede, rispetto alla crescita, di fenomeni diversi: nel 1° la crescita è essenzialmente di tipo meristematico; la grande distensione è in atto nel 2°; nel 3° la distensione va esaurendosi. Si direbbe dunque che il trattamento con AIA (il cui effetto, quando usato alla concentrazione di 10^{-12}, è tanto meno favorevole alla crescita quanto più, nei controlli, questa è accentuata) fa sentire la sua azione soprattutto sulla crescita per distensione; e che, di conseguenza, il segmento più caratteristico della radice, quello il cui comportamento rispetto al fusto pone in modo più vivo il problema della regolazione della crescita, è il 2° segmento. È pertanto su questo segmento che noi concentreremo di preferenza la nostra attenzione (ciò che ci esime, almeno per ora, di studiare l'inversione del comportamento relativo del 1° e del 3° segmento, quando trattati con concentrazioni crescenti di AIA).

È noto che lo sperimentare su segmenti isolati, se assicura molti e non sostituibili vantaggi, implica anche non trascurabili inconvenienti a causa, soprattutto, delle superfici

di taglio. Per evitare, nell'interpretazione dell'esperienza ora descritta, le eventuali cause d'errore legate al metodo, analoga esperienza abbiamo ripetuto ricorrendo alla tecnica classica di segnare, sull'organo intatto in via d'allungamento, dei trattini. Abbiamo fatto ricorso, a tale scopo, a radici integre di plantule di pisello; radici che venivano fatte penzolare, ben diritte, attraverso i fori di appositi germinatoi dopo aver segnato su di esse, con sospensione di carbone animale, dei trattini a intervalli di 2 mm a partire dall'apice. Il trattamento è consistito nell'applicazione, sull'apice, di pasta di cellulosa in acqua, per i controlli, oppure in soluzioni di AIA a varia concentrazione, per i saggi. Le radici sono state tenute al buio in ambiente saturo di umidità, a 25° C; il riscontro della crescita è stato fatto al termine di 5 ore.

I risultati (Tabella II), tenuto conto delle più favorevoli condizioni alla crescita e della minor quantità di AIA che le radici potevano introitare, concordano pienamente con quelli della precedente esperienza.

Tabella II.

Accrescimento percentuale, in più o in meno del controllo, di segmenti di 2 mm segnati su radici integre di pisello, dopo 5 ore di trattamento con concentrazioni diverse di AIA *in pasta di cellulosa e acqua.*

Temperatura 24° C.

Segmenti	Crescita percentuale controlli	Crescita, in % rispetto ai controlli, dei saggi trattati con AIA alle concentrazioni indicate			
		10^{-6}	5×10^{-5}	10^{-5}	10^{-4}
1°	25	— 12	— 27	— 36	— 71
2°	58	— 34	— 46	— 52	— 61
3°	10	+ 7	0,0	— 15	— 50

Conclusioni analoghe vengono suggerite dai risultati di altre esperienze con le quali, ancora in segmenti isolati, abbiamo studiato l'influenza dell'apice – influenza che si dimostra dovuta all'attività auxinogena dei suoi tessuti – sulla retrostante zona in distensione. Lo studio è stato effettuato osservando, nel tempo, l'influenza della presenza o meno del segmento terminale su materiale in mezzo privo di auxina (Tabella III); oppure, con esperienza fatta in altro momento, in presenza di AIA a concentrazione lievemente stimolante sulla crescita del segmento terminale e lievemente inibente su quella del segmento in distensione (Tabella IV).

È da rilevare che, la velocità di crescita del segmento in distensione decorrendo con velocità più che doppia di quello meristematico, è essenzialmente alla maggior crescita del 2° segmento che si deve il più cospicuo allungamento complessivo dei due segmenti separati, in confronto dell'allungamento dei due segmenti uniti; ciò che dimostra come l'allontanamento dei meristemi apicali abbia, come effetto, di disinibire la crescita del retrostante segmento in distensione. Quanto al progressivo attenuarsi, nel tempo, della differenza di crescita fra i due segmenti separati, esso appare imputabile al fatto che nuove cellule vengono frattanto prodotte dai meristemi apicali e che quelle più retrostanti di esse, iniziando la grande distensione, verrebbero ad appartenere al 2° segmento. Il trattamento con AIA, infine, mentre ha un poco stimolato la crescita del 1° segmento, ed un poco inibito quella del 2° (quando uno era isolato dall'altro), ha ulteriormente ridotto la crescita dei due segmenti uniti; l'effetto finale è paragonabile ad un rafforzamento dell'azione inibitrice che, già naturalmente, l'apice esercita sulla crescita del segmento in distensione.

Tabella III.

a *e* b, *accrescimento dei segmenti apicale e subapicale della radice di pisello, separati l'uno dall'altro;* a + b, *somma della crescita dei due segmenti isolati;* (a + b), *accrescimento del segmento terminale di 4 mm (dunque dei segmenti* a *e* b *riuniti) della radice.*

Tempo di esperienza 4 ore; temperatura 24° C; segmenti tenuti in soluzione tampone ai fosfati 0,02 M, pH 5,5.

Segmenti	Lunghezza complessiva di 25 segmenti di 2 mm					Accrescimento percentuale			
	iniz.	dopo 2 ore	dopo 4 ore	dopo 6 ore	dopo 8 ore	dopo 2 ore	dopo 4 ore	dopo 6 ore	dopo 8 ore
a	50	54,05	54,85	55,60	61,15	8,1	9,7	11,2	22,3
b	50	60,10	61,45	63,75	65,20	20,2	22,9	27,5	30,4
a + *b*	50+50	114,15	116,30	119,35	126,35	14,15	16,3	19,35	26,35
(*a* + *b*)	100	111,35	112,7	114,15	116,75	11,35	12,7	14,15	16,75

La crescita dei due segmenti uniti è inferiore di quella dei due segmenti isolati del: 19,3 % dopo 2 ore; 22,0 % dopo 4 ore; 26,8 % dopo 6 ore; 36.4 % dopo 8 ore.

Tabella IV.

a *e* b, *accrescimento dei segmenti apicale e subapicale della radice di pisello, separati l'uno dall'altro;* a + b, *somma della crescita dei due segmenti isolati;* (a + b), *accrescimento del segmento terminale di 4 mm (dunque dei segmenti* a *e* b *riuniti) della radice.*

Tempo di esperienza 5 ore: temperatura 24° C. Segmenti tenuti in soluzione tampone ai fosfati 0,02 M, pH 5,5, o nella stessa soluzione con aggiunta di AIA 10^{-10}.

Segmenti	Lunghezza complessiva di 25 segmenti di 2 o rispettivamente di 4 mm				
	Controllo			Trattati con AIA 10^{-10}	
	iniziale	dopo 5 ore	accr. %	dopo 5 ore	accr. %
a	50	57	14	57,65	15,3
b	50	63	26	62,3	24,6
a + *b*	50 + 50	120	20	119,95	19,9
(*a* + *b*)	100	114,9	14,9	111,3	11,3

La crescita dei due segmenti uniti è inferiore di quella dei due segmenti separati del: 26 % per quelli tenuti in solo tampone (controllo); 43,2 % per quelli tenuti in soluzione tampone addizionata di AIA.

Effetto dell'acido indolacetico sulla respirazione.

Esperienze precedenti [2] avevano dimostrato che il trattamento con AIA a concentrazioni stimolanti la crescita determina, in segmenti d'internodio di pisello, un parallelo incremento della respirazione valutata come consumo d'ossigeno; e che il rallentamento della crescita provocato da concentrazioni inibenti di AIA è accompagnato da una flessione anche del consumo di ossigeno. Analoga indagine abbiamo ora ripetuto separatamente su primi e su secondi segmenti di radice.

L'esperienza è stata eseguita con tecnica identica a quella già descritta nella 2ª di queste Note (alla quale, per brevità, rimandiamo). Le vaschette del Warburg contenevano 3 cc della soluzione tampone ai fosfati 0,02 M, pH 5,5, nella quale venivano introdotti gruppi di 50 primi o, rispettivamente, secondi segmenti di radice. Dopo un'ora, versandola dall'am-

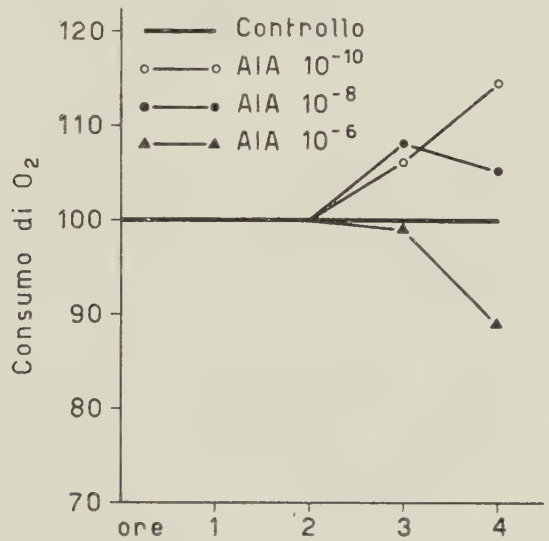


Fig. 1. – Azione dell'acido indolacetico sul consumo di ossigeno dei segmenti terminali di radice di pisello.

polla laterale, alla soluzione tampone veniva aggiunta una soluzione di AIA in modo che la concentrazione finale di auxina fosse, in serie diverse, di 10^{-10}, 10^{-8} 10^{-6}. I risultati, espressi nei grafici figg. 1 e 2, sono praticamente sovrapponibili a quelli che riguardano la crescita. Le concentrazioni più basse stimolano, quelle più alte abbassano il consumo di ossigeno dei segmenti meristematici; il consumo di ossigeno dei segmenti in distensione è abbassato da tutte le concentrazioni di AIA usate. Nell'intervallo di tempo in cui è durata l'esperienza, l'effetto sia di stimolo che di inibizione esercitato dall'AIA va progressivamente accentuandosi.

Effetto dell'acido indolacetico sui sistemi dell'ascorbico e del glutatione.

È, tra gli effetti metabolici dell'auxina, quello che, per quanto riguarda il fusto, è stato maggiormente studiato [3] e che sembra costituire, sempre per quel che riguarda il fusto, uno dei punti chiave dell'azione dell'auxina sulla crescita.

L'azione dell'AIA sul sistema dell'ascorbico è stata da noi studiata dosando, col metodo di Tillmann modificato da Hughes, come spiegato nella 2ª di queste Note, sia l'acido ascorbico ridotto (AA) sia il deidroascorbico (DHA) in 0,5 gr di secondi segmenti e, separata-

mente, in egual quantità di terzi segmenti di 2 mm di radice trattati per 4 ore con soluzioni di AIA a diversa concentrazione. I risultati (fig. 3) collimano con quelli in precedenza ottenuti nel fusto [3] nel senso che le concentrazioni inferiori di AIA tendono a spostare sempre più l'equilibrio tra AA e DHA a favore della forma ridotta (mentre il totale non sembra oscillare in misura superiore all'errore di analisi) fino a che, superata una certa concentrazione di AIA, il rapporto AA/DHA subisce una progressiva variazione in senso inverso sino a raggiungere, alle più forti concentrazioni, valori sensibilmente più bassi dei controlli. Se si confrontano fra loro i risultati ottenuti sui secondi e, rispettivamente, sui terzi segmenti, si osserva che alle più basse concentrazioni di AIA il rapporto AA/DHA si eleva maggiormente nei secondi che nei terzi segmenti; alle successive maggiori concentrazioni, peraltro, il rapporto cresce assai meno, cosicché il suo valore massimo, in corri-

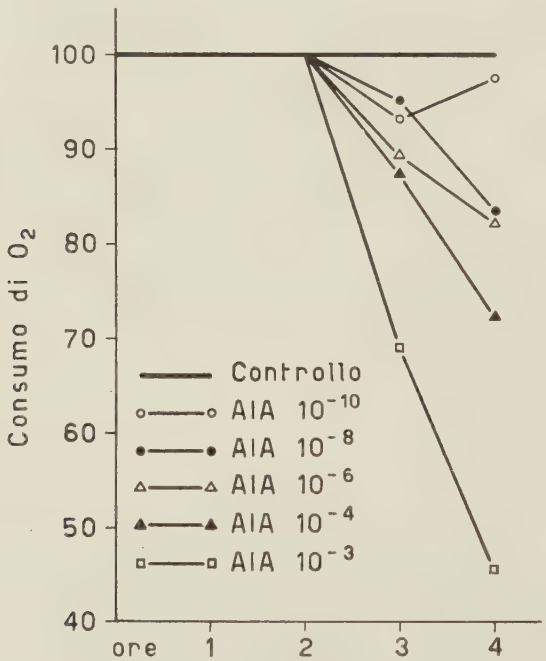


Fig. 2. – Azione dell'acido indolacetico sul consumo di ossigeno dei segmenti subterminali di radice di pisello.

spondenza della concentrazione di AIA in questo senso ottimale, rimane nei secondi segmenti, molto più basso che nei terzi. È anche interessante osservare che, per entrambi i segmenti, il gomito della curva del rapporto AA/DHA corrisponde al trattamento con AIA a concentrazione di 10^{-6} mentre, per gli internodi del fusto [3], la curva si piega in corrispondenza d'una concentrazione di AIA dieci volte maggiore. Ma soprattutto è da porre in rilievo la discordanza tra la curva del rapporto AA/DHA e la curva che indica le variazioni della crescita indotte, nei medesimi segmenti di radice, dal trattamento con le stesse soluzioni di AIA: nei terzi segmenti la curva della crescita, dopo essersi innalzata al disopra dei controlli alle più basse concentrazioni di AIA, si flette immediatamente, col crescere della concentrazione di auxina, e, in corrispondenza della concentrazione di AIA che appare ottimale per il rapporto AA/DHA, è già notevolmente al disotto dei controlli; nei secondi segmenti poi (quelli in distensione e che posseggono in misura maggiore le caratteristiche della radice), la curva della crescita ha lo stesso valore dei controlli per la concentrazione minore di AIA e, successivamente, si abbassa sempre più sotto ai controlli.

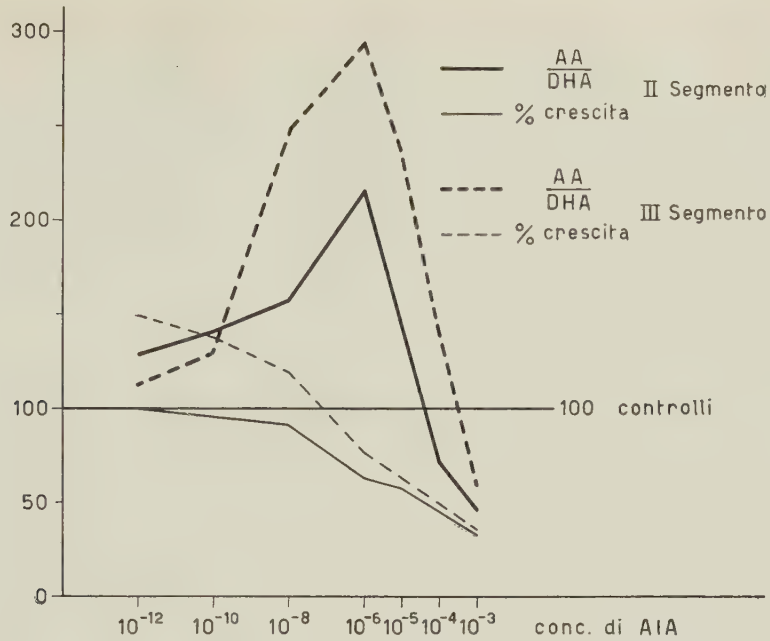


Fig. 3. – Effetto dell'acido indolacetico sul rapporto AA/DHA e sulla crescita di secondi e terzi segmenti di radice di pisello.

Le variazioni del glutatione ridotto e del glutatione ossidato, studiate separatamente sui primi tre segmenti di radici di pisello trattati con AIA alle concentrazioni di 10^{-10} e 10^{-6} e usando le tecniche in precedenza descritte [1], sono analoghe a quelle rilevate negli internodi del fusto [3]: il rapporto si eleva progressivamente sebbene la crescita sia già inibita (Tabella V).

Tabella V.

Contenuto in GSH *e* GS·SG (*in* µM/gr *peso fresco*), *e loro rapporto, in segmenti di 2 mm isolati da radici di pisello tenuti per 4 ore in sola soluzione tampone ai fosfati 0,02 M, pH 5,5, o in soluzione tampone con aggiunta di* AIA *a diverse concentrazioni.*

Temperatura 24°C.

	1° segmento			2° segmento			3° segmento		
	Controllo	AIA 10^{-10}	AIA 10^{-6}	Controllo	AIA 10^{-10}	AIA 10^{-6}	Controllo	AIA 10^{-10}	AIA 10^{-6}
GSH . . .	9,6	10,18	10,5	4,52	4,85	5,70	3,10	3,40	4,25
GSSG . .	6,4	5,60	4,20	4,10	3,15	3,00	5,10	3,70	3,75
totale . . .	16,0	15,78	14,70	8,62	8,05	8,70	8,20	7,10	8,00
GSH/GSSG	1,5	1,80	2,50	1,10	1,54	1,90	0,60	0,80	1,10

Discussione dei risultati.

Le ricerche che abbiamo qui esposto possono essere distinte in due gruppi, col primo dei quali abbiamo cercato di puntualizzare nella maniera più particolareggiata possibile le manifestazioni fisiologiche finali (misura della crescita e misura della respirazione) dell'azione esercitata, sulla radice, dall'AIA; mentre col secondo gruppo di esperienze abbiamo iniziato lo studio del meccanismo col quale l'AIA influisce sulla crescita della radice, controllandone gli effetti sui sistemi dell'ascorbico e del glutatione.

Le ricerche del primo gruppo hanno dimostrato che quando si studiano le variazioni sperimentalmente indotte sulla crescita di radici integre, o di lunghe porzioni terminali della radice, il rilevamento non fa che mettere in evidenza il risultato medio di fenomeni che, nelle diverse parti della radice, decorrono con intensità assai diversa e in senso addirittura contrario. L'effetto inibente dell'AIA sulla crescita della radice si esercita, in maniera tipica, soltanto sulla zona dove è in corso la distensione cellulare; su altre zone, e almeno alle concentrazioni più basse (in verità assai inferiori a quelle che appaiono ottimali per la crescita degli internodi caulinari), l'effetto dell'AIA può essere anche fortemente stimolante. La distensione cellulare, nella varietà di pisello da noi studiata, è soprattutto caratteristica del segmento subterminale di 2 mm; e ne deriva che questo, soprattutto, è il segmento che presenta in maniera tipica il comportamento che, soltanto genericamente, è proprio di tutta la radice; cosicché è su questo segmento che le ricerche promettono d'essere più fruttuose.

L'effetto dell'AIA sulla respirazione appare perfettamente sovrapponibile a quello sulla crescita: quando – usato a concentrazioni diverse e su diversi segmenti – l'AIA stimola la crescita, anche il consumo d'ossigeno appare stimolato; quando è depressa la crescita, ridotto è anche il consumo d'ossigeno.

Le ricerche del secondo gruppo, le quali – desideriamo ripetere – rappresentano l'inizio del nostro studio sul meccanismo con il quale l'AIA agisce sulla crescita della radice e, più in generale, l'inizio del nostro studio sulla regolazione della crescita di tale organo, hanno dato risultati a tutta prima davvero inaspettati.

Minore sorpresa ha destato il progressivo spostamento del rapporto GSH/GS·SG, a favore della forma ridotta, determinato dall'AIA anche se usato a concentrazioni inibenti la crescita. Un identico risultato, infatti, già era stato trovato nei segmenti internodali del fusto [3] ed era stato interpretato come prova di una minor sensibilità all'AIA dei sistemi enzimatici da cui dipende lo stato d'ossido–riduzione del glutatione, in confronto dei sistemi da cui dipende lo stato d'ossido–riduzione dell'acido ascorbico o di quelli che, per altra via, influiscono sulla crescita e sulla respirazione; e come prova, ancora, d'un certo grado di indipendenza di due linee di trasporto di elettroni dai substrati respiratori al sistema dell'ascorbico, una

sola delle quali passerebbe per il glutatione. Del resto, che lo stato d'ossido-riduzione del glutatione non sia esclusivamente collegato con la crescita, e non sia quindi influenzato in maniera necessariamente identica dai fattori che agiscono sulla crescita per distensione, sembra anche potersi desumere dal fatto che lo spostamento dell'equilibrio tra forme ridotta ed ossidata del glutatione, per effetto dell'AIA, appare verificarsi in maniera identica in tutti tre i segmenti di radice studiati.

Più sorprendente, in verità, è apparso il comportamento del rapporto AA/DHA il cui valore continua a salire, ed in modo notevole, per trattamento dei segmenti radicali con AIA a concentrazioni comprese tra 10^{-12} e 10^{-6} mentre, contemporaneamente, la crescita decade da valori che, per il 3° segmento, sono più elevati – rispetto al controllo – mentre per il 2° segmento partono addirittura da quelli stessi del controllo; quando, in entrambi i casi, la curva del rapporto AA/DHA si piega a gomito verso il basso, i valori della crescita sono già assai più bassi, specialmente nel 2° segmento, rispetto ai controlli. Ciò che sembrerebbe indicare, almeno per la radice, una completa mancanza di collegamento tra i due effetti dell'AIA.

Un più attento esame dei risultati porta, tuttavia, ad assai diverse conclusioni. Non v'ha dubbio (ed i nostri stessi dati lo dimostrano) che non è possibile immaginare di poter ricondurre il meccanismo di regolazione della crescita alle variazioni di due soli fattori; ma se, con una semplificazione sia pur convenzionale ma necessaria alla discussione quanto all'ulteriore progredire della ricerca, noi ci limitiamo a considerare i due fattori che, quando siano presenti ciascuno in un proprio intervallo di concentrazione si comportano come fra di loro antagonisti e che, non foss'altro perché meglio noti, appaiono essere anche i principali (intendiamo dire l'acido indolacetico da una parte e l'acido deidroascorbico dall'altra), è evidente che è dal variare dei rapporti di forza di questi due fattori, più che dalle variazioni del rapporto AA/DHA, che dovrebbe essere influenzata la crescita. Già nella nota precedente, del resto, abbiamo rilevato come le regioni caratterizzate da più intensa crescita per distensione del fusto (1° cm distale del 3° internodio) e, rispettivamente, della radice (2 mm subapicali) si trovino, sotto questo riguardo, in una situazione quanto mai diversa. Nel fusto, il rapporto DHA/AIA è stato trovato essere pari a 1270; nella radice esso è di 151. È anche da notare che, più che a variazioni del contenuto in DHA, il forte divario di tale rapporto è dovuto all'assai diverso contenuto in AIA che, nel fusto, è stato trovato di 0,07 γ/gr, nella radice di 0,57 γ/gr.

Sperimentalmente, si trova che il rapporto DHA/AIA esistente nel fusto è assai favorevole alla sua crescita; ma che, tuttavia, esso ha un valore sovraottimale. Difatto, se tale rapporto viene abbassato per somministrazione di AIA (con che contemporaneamente si ottiene di elevare il contenuto in AIA e di abbassare quello in DHA; sale, infatti, il rapporto AA/DHA), si ottiene di stimolare la crescita (quanto meno, entro determinati limiti di concentrazione di AIA, superati i quali lo stesso rapporto AA/DHA scende precipitosamente).

Quanto alla radice, e sempre sperimentalmente, si trova che il rapporto DHA/AIA che la caratterizza non è molto favorevole alla sua crescita; e che, in ogni modo, il suo valore è abbastanza largamente subottimale. Difatto, se, mediante decapitazione, si impoverisce il contenuto in AIA della zona in distensione, la sua crescita viene stimolata. Appare allora evidente che se, mediante somministrazione di AIA (con che si aumenta il contenuto in AIA e, anche nella radice e almeno fino a una certa concentrazione di AIA, si induce una diminuzione del contenuto in DHA), si provoca un ulteriore abbassamento del rapporto DHA/AIA, la crescita della radice non può essere che ulteriormente ridotta anche se, ed anzi tanto più se, viene indotto un aumento del rapporto AA/DHA. È quanto esattamente appare dall'esame della Tabella VI e del grafico fig. 4.

TABELLA VI.

Azione di concentrazioni crescenti di AIA *sui contenuti in* AA, DHA, AIA, *sul rapporto* DHA/AIA *e sulla crescita di segmenti subapicali di 2 mm della radice di pisello.*

Durata del trattamento 4 ore. Temperatura 24° C. Soluzioni in tampone ai fosfati 0,02 M, pH 5,5.

	Concentrazioni di AIA							
	0	10^{-12}	10^{-10}	10^{-8}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}
Crescita	100	+0,83	— 6	—11	— 43	— 48	— 62	— 74
AA γ/gr p. f. . . .	270,9	286	323,5	375,4	342	299,9	247,5	157,5
DHA γ/gr p. f. . .	64	52,7	55,7	56,8	41,4	49,1	85,2	91,9
AIA γ/gr p. f. . .	0,44	(*)	(*)	(*)	5	18	53	203
DHA/AIA	145	(*)	(*)	(*)	8,02	2,7	1,6	0,45

(*) Sono lasciati in bianco, perché non dosabili data la concentrazione delle soluzioni usate e la stessa quantità assoluta di AIA in esse contenuta, i valori dell'aumento del contenuto in AIA nei segmenti di radice; di conseguenza, sono lasciati in bianco anche i rispettivi valori del rapporto DHA/AIA.

Insomma, dal momento che il rapporto di forze fra i due fattori antagonisti appare, nella radice, già troppo spostato a favore dell'AIA, non c'è contraddizione alcuna se, rafforzando ulteriormente l'AIA e indebolendo il DHA (perché il rafforzamento dell'acido indolacetico fa salire il rapporto AA/DHA), la crescita declina. Anziché farlo apparire estraneo alla regolazione di crescita, i nostri risultati mettono dunque in risalto l'importanza del DHA come equilibratore dell'AIA e, conseguentemente, come regolatore della crescita; e mettono anche in evidenza gli effetti sfavorevoli della deficienza relativa di DHA.

Ne deriva che, per ottenere di stimolare la crescita della radice, bisognerebbe indurre un aumento del suo naturale rapporto DHA/AIA; risultato che potrebbe essere ottenuto o diminuendo il contenuto in AIA (e gli effetti della decapitazione sono chiaramente positivi), oppure aumentando il contenuto in DHA o comunque (peraltro senza aumento del contenuto in AIA) provocando una *diminuzione*, non una crescita, del rapporto AA/DHA.

Questa conclusione poggia anche su dati sperimentali. Abbiamo già descritto l'esperienza, riassunta nella Tabella III, che dimostra come, sepa-

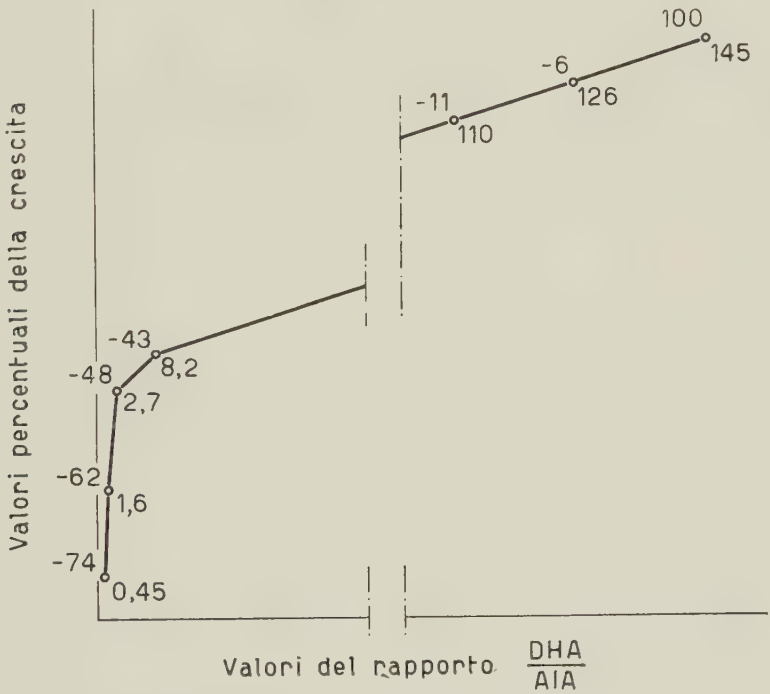


Fig. 4. – Variazioni percentuali della crescita (controlli = 100) che accompagnano, nei secondi segmenti di radice di pisello, le variazioni sperimentalmente indotte (mediante trattamento con AIA) del rapporto DHA/AIA. I valori 126 e 110 del rapporto DHA/AIA sono stati estrapolati, non trovati analiticamente.

rato quello meristematico apicale, il segmento subterminale si accresca maggiormente. Immersi in soluzione tampone, i secondi segmenti subiscono una perdita di AIA, alla quale s'è attribuito l'incremento di crescita. Noi abbiamo peraltro seguito, nelle prime quattro ore, quali conseguenze abbia, la diminuzione del contenuto in AIA, sul rapporto AA/DHA; ed abbiamo trovato che i relativi valori passavano da 5,2 al momento del prelievo, a 4,8 dopo un'ora, a 4,2 dopo 2 ore e a 4,1 dopo 4 ore. Il rapporto DHA/AIA (che però noi non abbiamo dosato), andava intanto aumentando per contemporanea diminuzione dell'AIA e aumento relativo del DHA.

Il naturale rapporto DHA/AIA è certo favorevole alla radice in quanto le assicura (o concorre ad assicurarle) il geotropismo positivo e la capacità di assorbimento di cui è indice la sua elevata viscosità plasmatica; pone tuttavia alcune interessanti questioni sui meccanismi che, nonostante il suo così basso valore, rendono possibile il normale svolgimento delle funzioni vitali nella radice: questioni di cui ci occuperemo in prossime Note.

Bibliografia.

[1] F. Trezzi, L. Pegoraro e E. Vaccari, « Rendic. Acc. Naz. Lincei », Cl. Sc. Fis., ser. VIII, vol. 26, p. 63 (1959).
[2] F. Trezzi, « Rendic. Acc. Naz. Lincei », Cl. Sc. Fis., serie VIII, vol. 21, p. 1 (1956).
[3] E. Marrè, O. Arrigoni e G. Forti, « Rendic. Acc. Naz. Lincei », Cl. Sc. Fis., serie VIII, vol. 22, p. 85 (1957).

Biologia. — *Sull'orientamento delle fibre nervose in coltura* in vitro *di cellule nervose spinali disgregate di embrione di pollo* (*). Nota di Alberto Stefanelli e Anna Maria Zacchei, presentata (**) dal Corrisp. A. Stefanelli.

Il meccanismo dell'accrescimento orientato delle fibre nervose, nella normale ontogenesi e nelle rigenerazioni, è stato oggetto di numerose discussioni che hanno portato a tre fondamentali ipotesi. È stata proposta da Cajal (1893) e da Forssman (1898, 1900) una azione chemiotropica, da Strasser (1892), Kappers (1917), Child (1921) e molti altri una azione elettrica e da His (1887), Harrison (1910), in base alla normale ontogenesi, e da Dustin (1910) in base alle rigenerazioni, una azione meccanica tigmotropica.

Ognuna di queste concezioni è basata su alcuni dati di fatto, ma per nessuna vi è una dimostrazione valida e decisiva.

Con la introduzione da parte di Harrison (1907, 1910) del metodo delle colture *in vitro*, proprio per risolvere la questione della natura delle fibre nervose, si è avuta una tecnica che sembrava la più appropriata anche per lo studio dei fattori di orientamento delle fibre nervose in quanto in coltura appariva più facile isolare i fattori che si suppone intervengano nel fenomeno.

Di questa tecnica si è valso P. Weiss che ha pubblicato numerosi lavori dal 1934 al 1949 (1). Questo Autore ha messo in evidenza la fondamentale importanza, nelle sue condizioni di esperimento, della natura e struttura del supporto su cui si accrescono le fibre o si spostano le cellule, mentre le sue ricerche sono state del tutto negative nei riguardi della influenza di campi elettrici o magnetici e del chemiotropismo da parte di centri di diffusione di varie sostanze (estratti embrionali, di muscolo, di fegato, di nervi in degenerazione). Accostando due o più espianti, sul substrato costituito da coagulo di plasma, osservò come si formassero rapidamente dei ponti di fibre tra questi frammenti, ma vide come l'attrazione reciproca fosse apparente e come le fibre fossero invece guidate dall'orientamento parallelo della struttura fibrillare del coagulo determinato da fenomeni di trazione che si vengono a verificare a causa della disidratazione provocata dall'accrescimento dei frammenti sul coagulo. Anche il fenomeno che si verifica in mezzo liquido va considerato, secondo questo Autore, alla stessa stregua, poiché dai fram-

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Anatomia Comparata « G. B. Grassi » della Università di Roma, con un contributo del C.N.R.

(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) Weiss P., 1934, In vitro *experiments on the factors determining the course of the outgrowing nerve fibre*, « J. Exp. Zool. », *68*, 393–448; 1941: *Nerve patterns, the mechanic of nerve growth*, « Symp. Growth, », 5 suppl., 163–203; 1915: *Experiments on cell and axon orientation in vitro: the role of colloidal exudates in tissues organisation*, « J. Exp. Zool. », *100*, 353–386; 1940: *Differential growth*. In *Chemistry and Physiology of growth*. Princeton, Univ. Press.

menti viene emesso un essudato colloidale che si diffonde in una sottile pellicola (*ground mat*) sopra il vetrino e che si orienta come nel caso di un supporto di plasma. L'importanza del supporto meccanico è sperimentato da Weiss nel suo lavoro del 1945 in cui dispone ad una estremità di un segmento di nervo espiantato in coltura, un fascetto di sottilissimi fili di vetro: da questo lato si ha una più attiva ed estesa migrazione di fibre e cellule che dal lato privo di tali guide meccaniche. Con queste esperienze Weiss completa il concetto dei tigmotropismo di Harrison introducendo il meccanismo della *contact guidance*.

Con le presenti ricerche abbiamo voluto riprendere in esame il problema per saggiare se il fattore meccanico, che è certamente un fattore essenziale per l'accrescimento delle fibre, possa essere considerato il *solo* fattore di orientamento delle fibre. Il dubbio è sorto in base a diverse osservazioni condotte *in vivo* e in espianti da uno di noi (Stefanelli 1946, 1948, 1957)[2]. Si è pensato che anche col metodo delle colture *in vitro*, in opportune condizioni, potessero manifestarsi dei fenomeni utili alla soluzione del problema.

Così, applicando la tecnica della tripsinizzazione di Moscona (1952) che permette la separazione delle singole cellule da un tessuto embrionale, sono stati disgregati frammenti di midollo spinale di embrione di pollo e la sospensione di cellule è stata diluita in modo che le cellule rimanessero isolate o che si formassero aggregati assai piccoli e ad una distanza sufficentemente grande (da 200 a 700 μ). Se non si opera una diluizione sufficiente si ottengono aggregati piuttosto grossi e fitti e si vengono allora a formare delle connessioni (come ha ottenuto la Cavanaugh, 1955)[3] che ripetono gli schemi di Weiss (1934, 1949) in cui è evidente il dominio della azione meccanica.

La tecnica da noi impiegata è la seguente: i frammenti di midollo spinale di embrioni di pollo di 5 giorni sono posti in liquido di Tyrode senza Ca e Mg per 15 m' a 38° C; sono poi passati in soluzione di tripsina (3/10.000) per un'ora quindi la completa disgregazione è provocata meccanicamente pipettando più volte. In un gruppo di esperienze la sospensione di cellule è stata posta su un supporto di plasma coagulato (plasma di pollo + estratto di embrione di pollo di 8 giorni: 1/1); in un altro gruppo la sospensione è stata mantenuta in mezzo liquido (estratto di embrione di pollo di 8 giorni al 10% in Tyrode). Tutte le colture sono state montate tra due vetrini distanziati da un anelletto metallico di 1/2 mm di spessore. Le osservazioni sono

(2) Stefanelli A., 1947: *I fenomeni della determinazione della rigenerazione e del differenziamento del sistema nervoso*, «Mem. Acc. Naz. Lincei», ser. VII. vol. I (presentata il 12–1–1946); 1948: *L'orientamento delle fibre nervose intracentrali indagato sperimentalmente in riferimento alle fibre di Mauthner*. « Rend. Acc. Naz. Lincei», IV, 121–126; 1948: *Orientamento e decussazione delle fibre nervose centrali*, « Arch. It. Anat. Embriol », LIII, 31–54; 1957: *Sul comportamento sociale dei neuroni in speciali condizioni sperimentali*, « Acta Embr. Morph. Exper. », *1*, 31–54.

(3) Cavanaugh. M, W. 1954: *Neuron development from trypsin dissociated cells of differentiated spinal cord of the chick embryo*, « Exp. Cell. Res. », *9*, 42–48.

state fatte in contrasto di fase, riprendendo successivi fotogrammi con la cinematografia a tempo. Sono stati allestiti preparati fissati e colorati col metodo argentico di Bodian. Le seguenti osservazioni sono basate sulla osservazione di 200 colture complessive.

Nelle colture in mezzo liquido, data la grande diluizione delle cellule e le piccole dimensioni degli aggregati, non si è formato il *ground mat* di essudazione tranne che in limitati aloni attorno agli aggregati più grossi. Le fibre e le cellule *riescono ad aderire al vetro*, come appare con estrema evidenza anche dai films, seppure con evidenti difficoltà.

Colture su plasma [4]. – Sin dalle loro prime manifestazioni di accrescimento le fibre hanno un preciso orientamento verso gli aggregati più vicini; ciò avviene anche quando gli aggregati sono pochi e lontani tra loro anche oltre i 200 μ. Alle prime fibre se ne aggiungono di nuove e si ispessisce così la primitiva connessione (fascicolazione primaria); ma le nuove fibre che via via vanno sorgendo si collegano anche con aggregati più lontani seguendo decorsi arcuati e più o meno irregolari. Numerose fibre si sfioccano in filamenti più sottili prima di connettersi con altri aggregati o con altre fibre formando così dei plessi più o meno complicati. Le fusioni tra fibre diverse si attuano secondo le modalità ampiamente descritte da Levi e collaboratori. In colture di 3 giorni tutti gli aggregati appaiono collegati da ponti nervosi e si costituisce così un unico plesso con i gruppi cellulari nei nodi (fig. A, B). L'aspetto generale potrebbe indurre, a questo punto dello sviluppo, ad applicare il concetto del *two centers effect* determinato dalla ultrastruttura (Weiss 1945, 1952), ma una dettagliata osservazione dei collegamenti rivela un decorso delle fibre che solo in parte potrebbe corrispondere agli eventuali orientamenti meccanici del substrato: non sempre gli aggregati sono connessi linearmente ma moltissime sono le fibre che compiono percorsi sinuosi, che si diramano, che effettuano bruschi angoli prima che avvenga la connessione.

Di particolare interesse è il comportamento delle fibre degli aggregati più periferici: dopo un percorso centrifugo più o meno lungo molte fibre si ripiegano per dirigersi verso la zona occupata dagli aggregati e per collegarsi con uno di questi (fig. C), alcune fibre invece si irradiano alla periferia terminando liberamente. È da tener presente che la zona degli aggregati è molto meno estesa del plasma coagulato sottostante altrimenti si potrebbe pensare od un effetto meccanico sulla curvatura delle fibre determinato dal limite del coagulo.

In conclusione tutte queste immagini non rivelano un orientamento tipicamente meccanico quale è quello che si osserva quando si coltivino frammenti più grossi che determinano un orientamento ultrastrutturale del coagulo. Una immagine « meccanica » si ha solo nelle colture vecchie, di 4 o

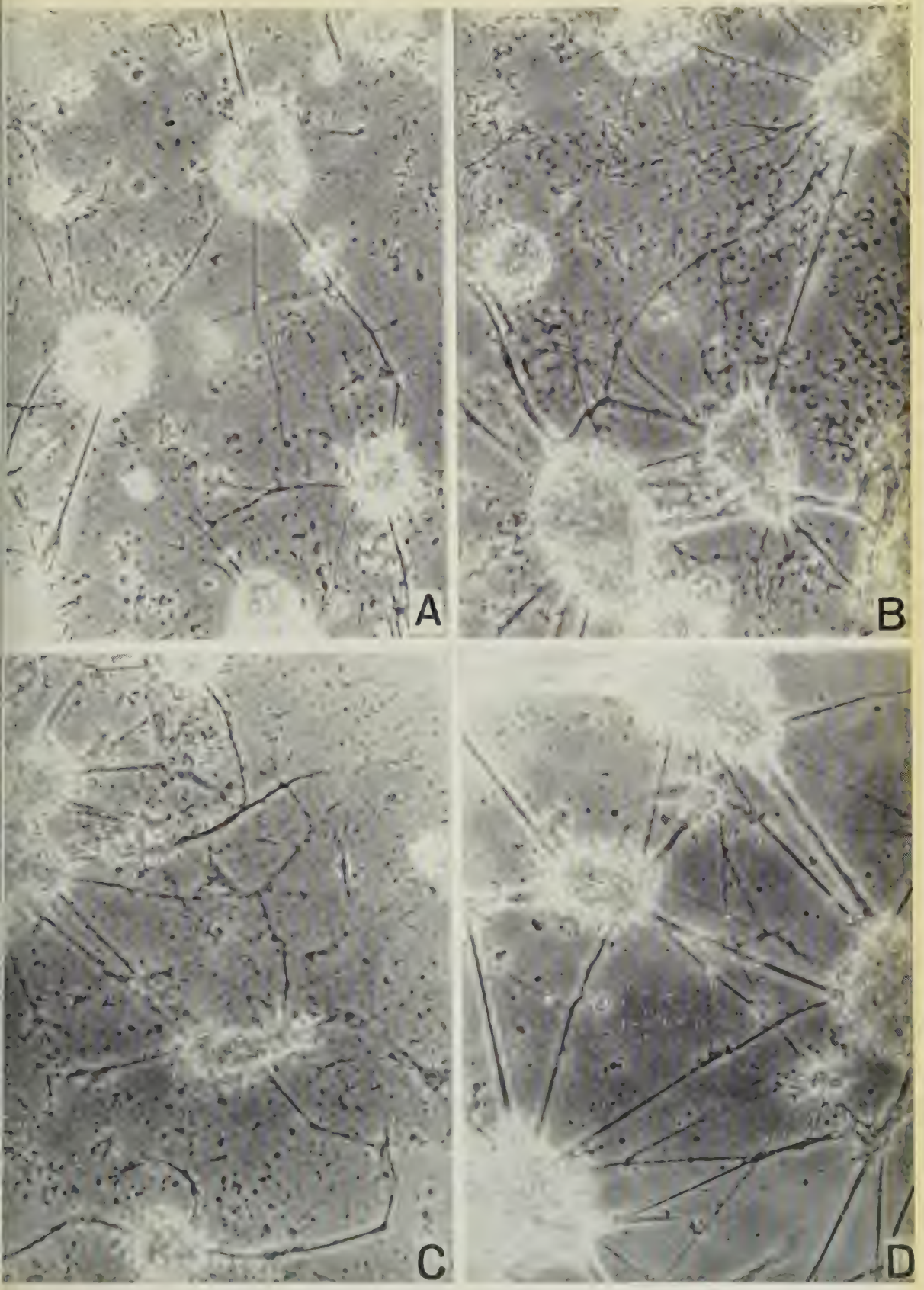
(4) Queste esperienze sono state illustrate nella riunione di Napoli del 14 marzo scorso del Gruppo Embriologico Italiano.

più giorni, in cui avviene una proteolisi e colliquazione del coagulo: allora le varie fibre si fascicolano in briglie più grosse (fascicolazione secondaria) che vengono ad assumere l'aspetto di elastici tesi tra i vari aggregati (fig. D).

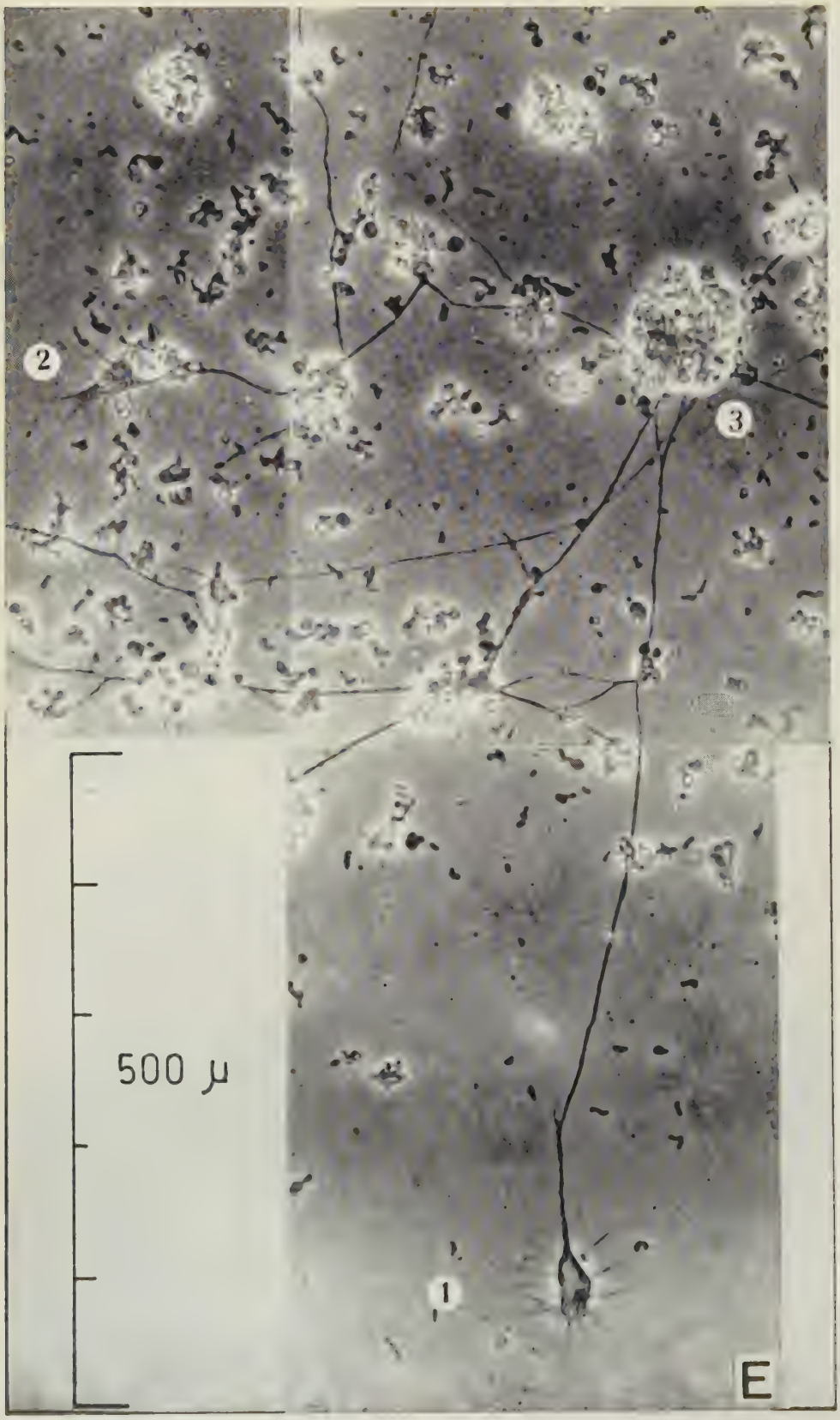
Colture in mezzo liquido, su vetro. – In questo tipo di coltura si formano in modo ancor più evidente delle connessioni che non rispondono ad orientamenti di forze meccaniche. Queste colture sono state allestite con una notevole diluizione delle cellule così che sono numerose le cellule rimaste isolate e a grande distanza tra loro (700 μ ed oltre). Inoltre, in questa condizione non si forma una pellicola continua di essudato, ma come si è detto, limitata solo a piccoli aloni intorno agli aggregati più grossi. In tali condizioni le cellule riescono solo in parte ad aderire al vetro e a proliferare i prolungamenti. Ma anche in queste condizioni le fibre emesse da cellule isolate o dagli aggregati tendono a raggiungere altre cellule o aggregati, pur con un percorso più o meno irregolare che è chiaro indice della assenza di una guida meccanica.

Nella figura E, per esempio, si vede come la fibra emessa dalla cellula 1 raggiunga un aggregato, il più grosso, 3, passando vicino da un aggregato piccolo con cui si collega con collaterali. Anche la fibra della cellula 2 si collega, con andamento tortuoso, con altri piccoli aggregati e infine con l'aggregato 3. Immagini di questo genere se ne hanno a dovizia in tutte queste colture: vi è sempre la tendenza delle fibre di collegarsi a cellule o a gruppi cellulari; ma il percorso delle fibre, alle volte assai lungo, non corrisponde mai ad un eventuale orientamento ultrastrutturale che si verificasse per forze meccaniche (disidratazione, tensione, ecc.) tra i centri, orientamenti che in queste condizioni si potrebbero formare solo nei limitati aloni di essudato attorno ai gruppi cellulari maggiori.

In conclusione queste osservazioni sul comportamento e orientamento delle fibre nervose, nelle condizioni sperimentali illustrate, non invalidano l'importanza della disposizione meccanica del substrato quale fattore di orientamento, così chiaramente dimostrata da Weiss, ma dimostrano come, eliminando o attenuando le condizioni meccaniche si possono mettere in luce altre forze orientative che non rientrano nello schema semplice del tigmotropismo e della *contact guidance*.



Microfotografie in contrasto di fase di colture di aggregati di cellule nervose (midollo spinale di embrione di pollo di 5 giorni) coltivati su supporto di coagulo di plasma tra vetrini distanziati di 0,5 mm.



Fotomontaggio di tre fotogrammi di coltura di cellule nervose e aggregati isolati in mezzo liquido su vetro. Altre condizioni come nella tavola precedente. Spiegazioni nel testo.

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Algebra. — *Sopra un Teorema di P. Hall.* Nota di GHEORGHE PIC, presentata (*) dal Socio B. SEGRE.

1. Una delle preoccupazioni di quelli che studiano la teoria dei gruppi è di scoprire delle « dualità », riuscendo in tal modo a mettere in evidenza dei legami fra due serie di proprietà. Non è però possibile avere una legge di dualità perfetta, alla maniera della legge di dualità della geometria proiettiva, perché la riunione (topologica) di due sottogruppi di un gruppo $\mathfrak{G}$ non è un gruppo, mentre l'intersezione lo è. Con tutto ciò sono stati scoperti diversi tipi di dualità. Il primo che ha indicato delle proprietà di tale specie è forse stato lo Speiser [12], il quale ha mostrato che esistono risultati duali con riferimento al centro e al gruppo fattoriale del commutante. Si capisce che una siffatta dualità non può sempre sussistere, poiché il centro non è in ogni caso invariante mentre il gruppo commutante lo è sempre.

Nel presente lavoro vogliamo dimostrare un teorema che può essere considerato come il duale di un noto teorema di P. Hall. Dall'analisi della dimostrazione risulta però che quel teorema è molto più generale di questo. Tale fatto ci ha condotto ad una definizione generale della catena di centri ascendenti e discendenti, da collegarsi con certe proprietà gruppali astratte delle quali si parla per esempio nel libro di Specht [11] o nei lavori di Plotkin [10]. Ad ogni tipo di catena di centri ascendenti si può associare un teorema del tipo di quello di P. Hall, e alle catene di centri discendenti può venire associato un teorema analogo a quello duale (stabilito al principio di questo lavoro).

2. Incominciamo col dimostrare il seguente

TEOREMA I. – *Se* $\mathfrak{N}$ *è un sottogruppo normale di* $\mathfrak{G}$, *tale che* $\mathfrak{N} \supset {}^{i+1}\mathfrak{G}$ *ma* $\mathfrak{N} \not\supset {}^{i}\mathfrak{G}$, *allora sussistono sempre le seguenti inclusioni* (1):

$$\mathfrak{N} \subset \mathfrak{N} \cup {}^{i}\mathfrak{G} \subset \mathfrak{N} \cup {}^{i-1}\mathfrak{G} \subset \cdots \subset \mathfrak{G}.$$

Non è possibile che si abbia $\mathfrak{N} = \mathfrak{N} \cup {}^{i}\mathfrak{G}$, perché questo significherebbe che $\mathfrak{N} \supseteq {}^{i}\mathfrak{G}$ in contraddizione coll'ipotesi fatta.

Dimostreremo che non è possibile che $\mathfrak{N} \cup {}^{i}\mathfrak{G}$ risulti uguale a $\mathfrak{N} \cup {}^{i-1}\mathfrak{G}$.

Dalla definizione della operazione $\div$ segue che

$$\mathfrak{N} \div \mathfrak{G} \supset \mathfrak{N};$$

(*) Nella seduta del 14 marzo 1959.

(1) La notazione ${}^{i}\mathfrak{G}$, al pari di altre utilizzate in questo lavoro, e quella di R. BAER cfr. per esempio [1].

da qui, e dalle ipotesi fatte, si trae

$$\mathfrak{N} \div \mathfrak{G} \supseteq {}^{i+1}\mathfrak{G} \div \mathfrak{G} \supseteq {}^{i}\mathfrak{G},$$

sicché

$$\mathfrak{N} \div \mathfrak{G} \supseteq \mathfrak{N} \cup {}^{i}\mathfrak{G}.$$

Perciò, se $\mathfrak{N} \cup {}^{i}\mathfrak{G}$ fosse uguale a $\mathfrak{N} \cup {}^{i-1}\mathfrak{G}$, si avrebbe

$$\mathfrak{N} \div \mathfrak{G} \supseteq \mathfrak{N} \cup {}^{i-1}\mathfrak{G} \supset {}^{i-1}\mathfrak{G}.$$

Ma poiché ${}^{i}\mathfrak{G}$ è il più piccolo sottogruppo $\mathfrak{N}$ tale che $\mathfrak{N} \div \mathfrak{G} \supset {}^{i-1}\mathfrak{G}$, ne seguirebbe la ${}^{i}\mathfrak{G} \subset \mathfrak{N}$, in contraddizione coll'ipotesi fatta.

L'inclusione $\mathfrak{N} \cup {}^{i-1}\mathfrak{G} \subset \mathfrak{N} \cup {}^{i-2}\mathfrak{G}$ si ottiene sostituendo $\mathfrak{N} \cup {}^{i}\mathfrak{G}$ in luogo di $\mathfrak{N}$ nella $\mathfrak{N} \subset \mathfrak{N} \cup {}^{i}\mathfrak{G} \subset \mathfrak{N} \cup {}^{i-1}\mathfrak{G}$, tenendo conto del fatto che $\mathfrak{N} \cup {}^{i}\mathfrak{G} \supset {}^{i}\mathfrak{G}$ e $\mathfrak{N} \cup {}^{i}\mathfrak{G} \not\supset {}^{i-1}\mathfrak{G}$ perché, se fosse $\mathfrak{N} \cup {}^{i}\mathfrak{G} \supset {}^{i-1}\mathfrak{G}$, risulterebbe $\mathfrak{N} \cup (\mathfrak{N} \cup {}^{i}\mathfrak{G}) \supset \mathfrak{N} \cup {}^{i-1}\mathfrak{G}$, in contraddizione col risultato già ottenuto. Dunque

$$\mathfrak{N} \cup {}^{i}\mathfrak{G} \subset (\mathfrak{N} \cup {}^{i}\mathfrak{G}) \cup {}^{i-1}\mathfrak{G} \subset (\mathfrak{N} \cup {}^{i}\mathfrak{G}) \cup {}^{i-2}\mathfrak{G}$$

e, per conseguenza,

$$\mathfrak{N} \cup {}^{i-1}\mathfrak{G} \subset \mathfrak{N} \cup {}^{i-2}\mathfrak{G}.$$

Il teorema di P. Hall si ottiene sostituendo $\mathfrak{Z}_i$ in luogo di ${}^{i}\mathfrak{G}$, cambiando $\cup$ con $\cap$ ed invertendo il senso dell'inclusione.

3. I risultati del n. 2 sono basati sul fatto che si tratta di una proprietà gruppale che diremo essere una proprietà P, convenendo di dire che un gruppo $\mathfrak{G}$ ha la proprietà P quando:

a) *ogni sottogruppo di* $\mathfrak{G}$ *ha anch'esso la proprietà* P;

b) *ogni imagine omomorfa di* $\mathfrak{G}$ *ha anch'essa la proprietà* P; oltre a dover soddisfare queste condizioni, la proprietà P deve essere tale che, in ogni gruppo,

c) *l'insieme dei sottogruppi normali* $\mathfrak{N}$ *tali che* $\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ *abbia la proprietà* P *sia un semireticolo relativamente all'intersezione*;

d) *i sottogruppi normali di* $\mathfrak{G}$ *aventi la proprietà* P *sono contenuti in un sottogruppo massimale,* $\mathfrak{M}$, *il quale pure gode della stessa proprietà.*

La nozione testè introdotta non è vuota. Esempi di proprietà P sono infatti quelli: 1° di essere commutativo con tutti gli elementi del gruppo, o 2° di essere nilpotente [2], o 3° di essere FC [3], ecc. ecc.

Se sostituiamo la condizione *d*) con quella più forte che da essa si ottiene coll'omissione della parola « normali », allora l'esempio 2° non soddisfa più

(2) Questo caso è stato studiato dall'autore [9].

(3) Per lo studio delle proprietà FC, si consultino i lavori di B. H. Neumann [7], [8] ed anche J. Erõds [4].

alla *d*). La condizione *c*) non è conseguenza della *d*) come mostra la proprietà FD studiata per la prima volta da B. H. Neumann [8].

Dalle definizioni date segue il

TEOREMA II. – *Se* $\mathfrak{G}/\mathfrak{M}$ *ha la proprietà* P, *e se il sottogruppo normale* $\mathfrak{N}$ *contiene* $\mathfrak{M}$, *allora anche* $\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ *ha la proprietà* P.

Infatti $\mathfrak{G}/\mathfrak{N} \simeq \frac{\mathfrak{G}/\mathfrak{M}}{\mathfrak{N}/\mathfrak{M}}$; dunque $\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ è isomorfo all'immagine omomorfa di un gruppo avente la proprietà P e il risultato segue dalla *b*).

Il risultato ottenuto ci mostra che i sottogruppi considerati nella condizione *c*) formano un reticolo.

TEOREMA III. – *Il sottogruppo massimale* $\mathfrak{M}$ *dato dalla condizione d*) *è caratteristico.*

Infatti, se $\mathfrak{M}$ non fosse caratteristico, esisterebbe un sottogruppo $\mathfrak{M}'$ di $\mathfrak{G}$, immagine automorfa di $\mathfrak{M}$, dunque isomorfo con questo. In base alla condizione *d*), $\mathfrak{M}$ ed $\mathfrak{M}'$ sono contenuti in un altro sottogruppo massimale il quale ha la proprietà P, il che è in contraddizione coll'ipotesi che $\mathfrak{M}$ sia massimale.

4. Supporremo in ciò che segue che il gruppo $\mathfrak{G}$ abbia la proprietà che nel reticolo dei sottogruppi normali dati dalla condizione *c*) esista un sottogruppo minimale, che noteremo con $\Delta\mathfrak{G}$.

Questo esiste sempre se $\mathfrak{G}$ è finito o con limitazione minimale per i sottogruppi normali. Ma tali condizioni non sono necessarie.

Abbiamo il seguente risultato:

TEOREMA IV. – *Se il reticolo inerente alla c*) *ammette un sottogruppo minimale* $\Delta\mathfrak{G}$, *allora* $\Delta\mathfrak{G}$ *costituisce una derivata forte nel senso di Barbilian* (4).

Dimostrazione. – La funzione gruppale Δ permette l'argomento, perché $\Delta\mathfrak{G} \subset \mathfrak{G}$.

La funzione Δ è permessa da tutti gli omomorfismi Ω dell'argomento. Sia $\Delta\Omega\mathfrak{G}$ il gruppo dianzi definito relativo all'immagine $\Omega\mathfrak{G}$ di $\mathfrak{G}$. Sia $\mathfrak{H}$ l'immagine inversa di $\Delta(\Omega\mathfrak{G})$. Allora anche $\frac{\mathfrak{G}/\mathfrak{N}}{\mathfrak{H}/\mathfrak{N}}$, dove $\mathfrak{N}$ è il nucleo dell'omomorfismo Ω, gode della proprietà P. Per conseguenza anche $\mathfrak{G}/\mathfrak{H}$ ha la proprietà P, dunque $\mathfrak{H} \supset \Delta\mathfrak{G}$. Risulta che $\Omega\mathfrak{H} \supseteq \Omega\Delta\mathfrak{G}$. Ma $\Omega\mathfrak{H} = \Delta\Omega\mathfrak{G}$, e dunque

$$\Delta\Omega\mathfrak{G} \supseteq \Omega\Delta\mathfrak{G}. \tag{1}$$

Le funzione gruppale Δ è *monotona*; ciò significa che da $\mathfrak{G}' \supset \mathfrak{G}''$ segue $\Delta\mathfrak{G}' \supset \Delta\mathfrak{G}''$. Infatti, se $\mathfrak{G}'/\mathfrak{M}$ ha la proprietà P, allora lo stesso sussiste anche per $\frac{\mathfrak{G}''\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}}$, questo essendo contenuto in $\mathfrak{G}'/\mathfrak{M}$. Ma $\frac{\mathfrak{G}''\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}} \simeq \frac{\mathfrak{G}''}{\mathfrak{M} \cap \mathfrak{G}''}$ e dunque $\Delta\mathfrak{G}'' \subset \mathfrak{M} \cap \mathfrak{G}'' \subset \mathfrak{M}$. Ponendo qui $\mathfrak{M} = \Delta\mathfrak{G}$, ne discende l'affermazione fatta.

Il risultato ottenuto porge subito il

TEOREMA V. – *Il sottogruppo* $\Delta\mathfrak{G}$ *è invariante.*

(4) Vedi D. BARBILIAN [3].

Sia Ω un qualsiasi endomorfismo di $\mathfrak{G}$. Dunque $\Omega\mathfrak{G} \subset \mathfrak{G}$. Il teor. IV ci dà $\Delta\Omega\mathfrak{G} \subset \Delta\mathfrak{G}$. Tenendo conto di (1) otteniamo

$$\Omega\Delta\mathfrak{G} \subset \Delta\mathfrak{G}$$

e ciò dimostra il teor. V.

Proviamo ora il

TEOREMA VI:

$$\Delta \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{N}} \simeq \frac{\Delta\mathfrak{G} \cdot \mathfrak{N}}{\mathfrak{N}} .$$

Sia $\mathfrak{M}$ un qualsiasi sottogruppo normale tale che $\mathfrak{M} \supseteq \Delta\mathfrak{G}$. Segue che $\mathfrak{G}/\mathfrak{M}$, e quindi anche $\mathfrak{G}/\mathfrak{M} \cup \mathfrak{N}$, ha la proprietà P. Ma $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{M} \cup \mathfrak{N}} \simeq \frac{\mathfrak{G}/\mathfrak{N}}{\mathfrak{M} \cup \mathfrak{N}/\mathfrak{N}}$; dunque $\Delta \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{N}} \subseteq \frac{\mathfrak{M} \cup \mathfrak{N}}{\mathfrak{N}}$. Questa proprietà sussiste per ogni $\mathfrak{M} \supseteq \Delta\mathfrak{G}$, onde $\Delta \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{N}} \subseteq \frac{\Delta\mathfrak{G} \cdot \mathfrak{N}}{\mathfrak{N}}$; e si tratta di mostrare che qui sussiste l'uguaglianza.

Infatti, in caso contrario, dovrebbe esistere un sottogruppo normale $\mathfrak{H}/\mathfrak{N}$ tale che

$$\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{N}} \subset \frac{\Delta\mathfrak{G} \cdot \mathfrak{N}}{\mathfrak{N}}$$

e che $\frac{\mathfrak{G}/\mathfrak{N}}{\mathfrak{H}/\mathfrak{N}}$ sia un gruppo avente la proprietà P. Ma $\frac{\mathfrak{G}/\mathfrak{N}}{\mathfrak{H}/\mathfrak{N}} \simeq \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{H}}$ e quindi $\mathfrak{H} \supseteq \Delta\mathfrak{G}$. Essendo $\mathfrak{H} \supseteq \mathfrak{N}$ abbiamo $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{N}} \supseteq \frac{\Delta\mathfrak{G} \cdot \mathfrak{N}}{\mathfrak{N}}$, in contraddizione con l'ipotesi fatta.

5. Sia $\nabla\mathfrak{G}$ il sottogruppo massimale di $\mathfrak{G}$ avente la proprietà P, la esistenza del quale è assicurata dalla condizione *d*).

La funzione gruppale ∇ può essere generalizzata secondo la legge con cui si forma la catena dei centri ascendenti. Denoteremo con $\nabla_i\,\mathfrak{G}$ il gruppo definito dalla relazione:

$$\nabla \frac{\mathfrak{G}}{\nabla_{i-1}\mathfrak{G}} = \frac{\nabla_i \mathfrak{G}}{\nabla_{i-1}\mathfrak{G}} .$$

Con l'aiuto di questi gruppi, potremo generalizzare il teorema di P. Hall. Sia λ l'operatore che associa al sottogruppo $\mathfrak{N}$ di $\mathfrak{G}$ il più piccolo sottogruppo normale $\mathfrak{G}\lambda\mathfrak{N}$ tale che, se $\mathfrak{M} \supseteq \mathfrak{G}\lambda\mathfrak{N}$, allora

$$\nabla \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{M}} \supseteq \frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{M}} .$$

Per accertare l'esistenza di questo gruppo osserviamo che, se $\nabla \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{M}} \supseteq \frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{M}}$ e $\nabla \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{M}'} \supseteq \frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{M}'}$ allora, $\frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{M}}$ e $\frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{M}'}$ essendo anch'essi gruppi aventi la proprietà P, segue in base alla *c*) che anche $\frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{M} \cap \mathfrak{M}'}$ ha la proprietà P; dunque $\nabla \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{M} \cap \mathfrak{M}'} \supseteq \frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{M} \cap \mathfrak{M}'}$ e la condizione di esistenza (come sarebbe per esempio quella di limitazione minimale) di $\Delta\mathfrak{G} = \mathfrak{G}\lambda\mathfrak{G}$ assicura anche quella di $\mathfrak{G}\lambda\mathfrak{N}$.

L'operatore λ gode di alcune proprietà, fra cui indichiamo le seguenti:

1) $$\mathfrak{G}\lambda\mathfrak{N} \subseteq \mathfrak{N}.$$

Infatti, se $\nabla \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{N}}$ è un gruppo con la proprietà P, allora in base della condizione *a*), anche $\frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{N}}$ ha la proprietà P. Ma $\frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{N}} \simeq \frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{N}}$ e dunque $\nabla \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{N}} \supseteq \frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{N}}$, onde segue la 1).

2) L'operatore λ è *monotono*. Ciò vuol dire che, se $\mathfrak{N} \supset \overline{\mathfrak{N}}$, allora $\mathfrak{G}\lambda\mathfrak{N} \supseteq \mathfrak{G}\lambda\overline{\mathfrak{N}}$.

Sia $\mathfrak{N} \subset \overline{\mathfrak{N}}$ e supponiamo che $\frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{N}} \subseteq \nabla \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{N}}$. Da qui si trae $\frac{\overline{\mathfrak{N}}}{\mathfrak{N}} \subseteq \nabla \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{N}}$. Dunque, se $\mathfrak{N} \supset \mathfrak{G}\lambda\mathfrak{N}$, allora $\mathfrak{N} \supset \mathfrak{G}\lambda\overline{\mathfrak{N}}$ e $\mathfrak{G}\lambda\mathfrak{N} \supseteq \mathfrak{G}\lambda\overline{\mathfrak{N}}$.

3) $$\mathfrak{G}\lambda\nabla_i\mathfrak{G} \subseteq \nabla_{i-1}\mathfrak{G}.$$

Infatti, se

$$\nabla \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{N}} \supseteq \frac{\nabla_i \mathfrak{G}}{\mathfrak{N}},$$

allora la *c*) ci dà che anche $\frac{\nabla_i \mathfrak{G}}{\mathfrak{N} \cap \nabla_{i-1}\mathfrak{G}}$ ha la proprietà P. Per conseguenza

$$\nabla \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{N} \cap \nabla_{i-1}\mathfrak{G}} \supseteq \frac{\nabla_i \mathfrak{G}}{\mathfrak{N} \cap \nabla_{i-1}\mathfrak{G}},$$

e ciò dimostra la 3).

4) Se $\mathfrak{G}\lambda\mathfrak{X} \subseteq \nabla_{i-1}\mathfrak{G}$, allora $\mathfrak{X} \subseteq \nabla_i \mathfrak{G}$.

Dall'ipotesi fatta risulta

$$\nabla \frac{\mathfrak{G}}{\nabla_{i-1}\mathfrak{G}} \supseteq \frac{\mathfrak{X}}{\nabla_{i-1}\mathfrak{G}};$$

dunque

$$\frac{\nabla_i \mathfrak{G}}{\nabla_{i-1}\mathfrak{G}} \supseteq \frac{\mathfrak{X}}{\nabla_{i-1}\mathfrak{G}}$$

e da qui discende la 4).

TEOREMA VII di P. Hall generalizzato [5]. – *Se il sottogruppo normale* $\mathfrak{N}$ *non è contenuto in* $\nabla_i \mathfrak{G}$, *ma è contenuto in* $\nabla_{i+1}\mathfrak{G}$, *allora sussistono le seguenti inclusioni proprie:*

(2) $$\mathfrak{N} \supset \mathfrak{N} \cap \nabla_i \mathfrak{G} \supset \mathfrak{N} \cap \nabla_{i-1}\mathfrak{G} \supset \cdots \supset e$$

Dimostrazione. – Da

$$\mathfrak{G}\lambda\mathfrak{N} \subseteq \mathfrak{N} \quad \text{e} \quad \mathfrak{G}\lambda\mathfrak{N} \subseteq \mathfrak{G}\lambda\nabla_{i+1}\mathfrak{G} \subseteq \nabla_i \mathfrak{G}$$

segue

$$\mathfrak{G}\lambda\mathfrak{N} \subseteq \mathfrak{N} \cap \nabla_i \mathfrak{G}.$$

Se $\mathfrak{N} \cap \nabla_i \mathfrak{G}$ fosse uguale a $\mathfrak{N} \cap \nabla_{i-1}\mathfrak{G}$, risulterebbe $\mathfrak{G}\lambda\mathfrak{N} \subseteq \mathfrak{N} \cap \nabla_{i-1}\mathfrak{G}$ e pertanto $\mathfrak{G}\lambda\mathfrak{N} \subseteq \nabla_{i+1}\mathfrak{G}$. Ma poiché ogni sottogruppo $\mathfrak{X}$ soddisfacente alla

(5) Cfr. P. HALL [6] o H. ZASSENHAUS [13].

relazione gruppale $\mathfrak{G}\lambda\mathfrak{X} \subseteq \nabla_{i-1}\mathfrak{G}$ è contenuto in $\nabla_i\mathfrak{G}$ si avrebbe $\mathfrak{N} \subseteq \nabla_i\mathfrak{G}$, in contraddizione con l'ipotesi fatta.

L'inclusione $\mathfrak{N} \cap \nabla_{i-1}\mathfrak{G} \supset \mathfrak{N} \cap \nabla_{i-2}\mathfrak{G}$ si ottiene ora sostituendo nell'enunciato del teor. VII $\mathfrak{N} \cap \nabla_i\mathfrak{G}$ in luogo di $\mathfrak{N}$. Le ipotesi sono soddisfatte, perché evidentemente $\mathfrak{N} \cap \nabla_i\mathfrak{G} \subset \nabla_i\mathfrak{G}$ e $\mathfrak{N} \cap \nabla_i\mathfrak{G} \not\subset \nabla_{i-1}\mathfrak{G}$ in quanto, se fosse $\mathfrak{N} \cap \nabla_i\mathfrak{G} \subset \nabla_{i-1}\mathfrak{G}$ ne seguirebbe $\mathfrak{N} \cap [\mathfrak{N} \cap \nabla_i\mathfrak{G}] \subset \mathfrak{N} \cap \nabla_{i-1}\mathfrak{G}$, in contraddizione con quanto già dimostrato. Abbiamo dunque

$$\mathfrak{N} \cap \nabla_i\mathfrak{G} \supset (\mathfrak{N} \cap \nabla_i\mathfrak{G}) \cap \nabla_{i-1}\mathfrak{G} \supset (\mathfrak{N} \cap \nabla_i\mathfrak{G}) \cap \nabla_{i-2}\mathfrak{G},$$

eppertanto:

$$\mathfrak{N} \cap \nabla_i\mathfrak{G} \supset \mathfrak{N} \cap \nabla_{i-1}\mathfrak{G} \supset \mathfrak{N} \cap \nabla_{i-2}\mathfrak{G}.$$

6. Si può ottenere un teorema duale al precedente, introducendo un operatore che abbia funzione analoga a quella di $\div$ nel teor. I.

Sia γ l'operatore facente sì che al sottogruppo normale $\mathfrak{N}$ corrisponda un sottogrupp $\mathfrak{N}\gamma\mathfrak{G}$ tale che

$$\nabla \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{N}} = \frac{\mathfrak{N}\gamma\mathfrak{G}}{\mathfrak{N}} . \tag{3}$$

Nel caso che la proprietà P sia quella di « essere commutativo con tutti gli elementi del gruppo » non si ottiene proprio la definizione data da R. Baer [1] per l'operatore $\div$, ma la differenza non è essenziale per ciò che segue.

Ricordiamo qualche proprietà dell'operatore γ. Abbiamo:

$$(i) \qquad \mathfrak{N}\gamma\mathfrak{G} \supseteq \mathfrak{N},$$

il che segue subito dalla definizione di γ.

$$(ii) \qquad \Delta_{i+1}\mathfrak{G}\gamma\mathfrak{G} \supseteq \Delta_i\mathfrak{G},$$

dove $\Delta_{i+1}\mathfrak{G}$ sia definito dall'uguaglianza $\Delta_{i+1}\mathfrak{G} = \mathfrak{G}\lambda\Delta_i\mathfrak{G}$.

Infatti, dalle definizioni date si trae che

$$\nabla \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{G}\lambda\Delta_i\mathfrak{G}} \supseteq \frac{\Delta_i\mathfrak{G}}{\mathfrak{G}\lambda\Delta_i\mathfrak{G}} = \frac{\Delta_i\mathfrak{G}}{\Delta_{i+1}\mathfrak{G}} ;$$

tenendo conto della (3) otteniamo tosto la (*ii*).

(*iii*) $\Delta_{i+1}\mathfrak{G}$ è *il più piccolo* sottogruppo $\mathfrak{M}$ tale che $\mathfrak{M}\gamma\mathfrak{G} \supseteq \Delta_i\mathfrak{G}$.

L'ipotesi fatta ci dà infatti

$$\nabla \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{M}} \supseteq \frac{\Delta_i\mathfrak{G}}{\mathfrak{M}} ; \tag{4}$$

e la definizione dell'operatore λ mostra che $\mathfrak{G}\lambda\Delta_i\mathfrak{G}$ è il più piccolo sottogruppo $\mathfrak{M}$ che soddisfa alla (4).

Coll'aiuto di queste proprietà, e con un ragionamento analogo a quello fatto nel n. 2, si dimostra il

TEOREMA VIII. – *Se* $\mathfrak{N}$ *è un sottogruppo normale di* $\mathfrak{G}$ *tale che* $\mathfrak{N} \supset \Delta_{i+1}\mathfrak{G}$ *e* $\mathfrak{N} \not\supset \Delta_i \mathfrak{G}$, *allora sussistono le seguenti inclusioni:*

$$\mathfrak{N} \subset \mathfrak{N} \cup \Delta_i \mathfrak{G} \subset \mathfrak{N} \cup \Delta_{i-1}\mathfrak{G} \subset \cdots \subset \mathfrak{G}.$$

OSSERVAZIONE. – Un teorema del tipo del teor. VII è stato ottenuto in un caso particolare in un lavoro di F. Haimo [5], relativo all'eventualità in cui $\mathfrak{N}$ sia compreso in un intervallo più piccolo, e che $\Delta\mathfrak{G}$ sia il sottogruppo di $\mathfrak{G}$ formato dagli elementi di $\mathfrak{G}$ aventi soltanto un numero finito di coniugati. Questo sottogruppo fu considerato per la prima volta da R. Baer [2].

BIBLIOGRAFIA.

[1] R. BAER, *Representations of groups as quotient groups, I, II*, «Trans. Amer. Math. Soc.», t. 58, pp. 295–347, 348–389 (1945).

[2] R. BAER, *Finiteness properties of groups*, «Duke Math. Journal», t. 15, pp. 1021–1032 (1948).

[3] D. BARBILIAN, *Lărgirea noțiunii de grup resolubil, I.* «Bul. Ştiinț. Acad. R.P.R.», t. 2, pp. 769–775 (1950).

[4] J. ERDÖS, *The theory of groups with finite classes of conjugate elements*, «Acta Math. Acad. Sci. Hungar.», t. 5, pp. 45–58 (1954).

[5] F. HAIMO, *The FC–chain of a group*, «Canad. Journ. of Math.», t. 5, pp. 498–511 (1953).

[6] P. HALL, *A contribution to the theory of groups of prime–pover order*, «Proc. London Math. Soc.», t. 36, pp. 29–95 (1933).

[7] B. H. NEUMANN, *Groups with finite classes of conjugate elements*, «Proc. London Math. Soc.», t. 1, pp. 178–187 (1951).

[8] B. H. NEUMANN, *Groups with finite classes of conjugate groups*, «Math. Zeitsch.», t. 63, pp. 76–96 (1955).

[9] G. PIC, *Despre o nouă generalizare a noțiunii de nilpotență a unui grup*, «Bul. Ştiinț. Acad. R.P.R.», t. 6, pp. 199–211 (1954).

[10] B. I. PLOTKIN, *Radikalnie gruppi*, «Matem. Sbornik.», t. 37, pp. 507–527 (1955).

[11] W. SPECHT, *Gruppentheorie*. J. Springer (1956).

[12] A. SPEISER, *Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung*. J. Springer (1937).

[13] H. ZASSENHAUS, *The theory of groups*. Chelsea, 1949.

Algebra. — *Sui quasicorpi distributivi finiti*. Nota di GAETANO RODRIQUEZ, presentata (*) dal Socio B. SEGRE.

1. La classificazione dei quasicorpi finiti (necessariamente di ordine $q = p^t$ (1), dove p è un numero primo e t è un intero qualsiasi) può essere ricondotta al seguente problema (2):

Determinare tutti i possibili sistemi di $q - 1$ matrici quadrate a elementi in γ_p (3) del tipo

$$\text{(I)} \qquad \begin{pmatrix} x_1 & f_{12}\cdots f_{1t} \\ x_2 & f_{22}\cdots f_{2t} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ x_t & f_{t2}\cdots f_{tt} \end{pmatrix} \quad (4)$$

che si ottengono attribuendo ad $x_1, x_2, \cdots, x_t$ i valori costituenti tutte le possibili t–uple di numeri non tutti nulli del campo fondamentale γ_p, soggetti alle seguenti condizioni:

Le f_{ij} $(i = 1, 2, \cdots, t; j = 2, \cdots, t)$ sono funzioni di $x_1, x_2, \cdots, x_t$, le quali sono scelte in modo da verificare le:

$$\text{(a)} \qquad f_{ij}(1, 0, \cdots, 0) = \begin{cases} 0 & \text{se } i \neq j \\ 1 & \text{se } i = j; \end{cases}$$

$$\text{(b)} \qquad \begin{vmatrix} x_1 & f_{12}\cdots f_{1t} \\ x_2 & f_{22}\cdots f_{2t} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ x_t & f_{t2}\cdots f_{tt} \end{vmatrix} \equiv 0,$$

qualunque siano $x_1, x_2, \cdots, x_t$ in γ_p (purché non tutti nulli);

$$\text{(c)} \qquad \begin{vmatrix} x'_1 - x''_1 & f'_{12} - f''_{12}\cdots f'_{1t} - f''_{1t} \\ x'_2 - x''_2 & f'_{22} - f''_{22}\cdots f'_{2t} - f''_{2t} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ x'_t - x''_t & f'_{t2} - f''_{t2}\cdots f_{tt} - f''_{tt} \end{vmatrix} \equiv 0,$$

(*) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) Ved., ad esempio L. LOMBARDO RADICE, *Piani grafici finiti a coordinate di Veblen–Wedderburn*, « Ricerche di matematica », Napoli, tomo 2, pp. 266–273 (1953).

(2) Ved. LOMBARDO RADICE, *Quelques résultats nouveaux et quelques problèmes ouverts dans la théorie des quasicorpes*, Faculté des Sciences de Paris, Séminaire Dubreil, 1957–58.

(3) Ora, e nel seguito, indicheremo con γ_p il campo delle classi resto mod p (campo fondamentale della caratteristica p); ved., ad esempio, B. SEGRE, *Lezioni di geometria moderna*, I°, Bologna, Zanichelli, 1948.

(4) Nei numeri successivi indicheremo con $(x_i f_{ij})$, $(i = 1, \cdots, t; j = 2, \cdots, t)$, le matrici del tipo (I) e con $|x_i f_{ij}|$ i determinanti corrispondenti.

dove f'_{ij}, f''_{ij} $(i = 1, 2, \cdots, t; j = 2, \cdots, t)$ sono i valori assunti dalle funzioni f_{ij} nelle due distinte t-uple di numeri $x'_1, x'_2, \cdots, x'_t$; $x''_1, x''_2, \cdots, x''_t$, non tutti nulli, comunque scelti in γ_p.

In base al risultato ora citato, la ricerca dei quasicorpi di ordine p^t viene ricondotta, dunque, a quella delle funzioni f_{ij} che verificano le tre condizioni precedenti.

Appare, pertanto, non privo di interesse determinare preliminarmente quale sia la forma più semplice che può darsi alle funzioni f_{ij}.

Dimostreremo nei nn. 2, 3 che le funzioni f_{ij} possono rappresentarsi mediante polinomi. Nei nn. 4, 5, 6 ci soffermeremo su alcune particolarità che presenta il sistema di matrici (1) nel caso in cui esso rappresenti un quasicorpo distributivo. Infine, nel n. 7 dimostreremo che non esistono quasicorpi distributivi propri di ordine p^2.

2. TEOREMA. – *Se* $x_1^{(1)}, x_1^{(2)}, \cdots, x_1^{(p_1)}$ *sono valori distinti della variabile* x_1, $x_2^{(1)}, x_2^{(2)}, \cdots, x_2^{(p_2)}$ *valori distinti della variabile* $x_2, \cdots, x_t^{(1)}, x_t^{(2)}, \cdots, x_t^{p_t}$ *valori distinti della variabile* x_t *nel campo* γ_p $(p_1 \leq p, p_2 \leq p, \cdots, p_t \leq p)$, *esiste ed è unico il polinomio di grado* $p_1 - 1$ *al più in* x_1, $p_2 - 1$ *al più in* $x_2, \cdots, p_t - 1$ *al più in* x_t *che assume in ciascuno dei punti* $(x_1^{(i)}, x_2^{(j)}, \cdots, x_t^{(k)})$ $(i = 1, 2, \cdots, p_1; j = 1, 2, \cdots, p_2; \cdots; k = 1, 2, \cdots, p_t)$ *dello spazio affine a* t *dimensioni su* γ_p, $S^*_{t,p}$, *il valore* $f(x_1^{(i)}, x_2^{(j)}, \cdots, x_t^{(k)})$ *assegnato* (5).

Applichiamo, invero, la formola di interpolazione di Lagrange in più variabili. Posto

$$u(x_1) = \prod_{s_1=1}^{p_1} (x_1 - x_1^{(s_1)}), \; v(x_2) = \prod_{s_2=1}^{p_2} (x_2 - x_2^{(s_2)}), \cdots, w(x_t) = \prod_{s_t=1}^{p_t} (x_t - x_t^{(s_t)}),$$

$$u_i(x_1) = \frac{u(x_1)}{x_1 - x_1^{(i)}}, \; v_j(x_2) = \frac{v(x_2)}{x_2 - x_2^{(j)}}, \cdots, w_k(x_t) = \frac{w(x_t)}{x_t - x_t^{(k)}},$$

la funzione

$$\frac{u_i(x_1)}{u_i(x_1^{(i)})} \cdot \frac{v_j(x_2)}{v_j(x_2^{(j)})} \cdots \frac{w_k(x_t)}{w_k(x_t^{(k)})}$$

assume il valore 1 nel punto $(x_1^{(i)}, x_2^{(j)}, \cdots, x_t^{(k)})$, mentre assume il valore zero in ciascuno degli altri punti $(x_1^{(i')}, x_2^{(j')}, \cdots, x_t^{(k')})$ $(i' = 1, \cdots, i - 1, i + 1, \cdots, p_1; j' = 1, \cdots, j - 1, j + 1, \cdots, p_2; \cdots; k' = 1, \cdots, k - 1, k + 1, \cdots, p_t)$.

Allora il polinomio

$$(2) \qquad \sum_{1}^{p_1}{}_i \sum_{1}^{p_2}{}_j \cdots \sum_{1}^{p_t}{}_k \frac{u_i(x_1)}{u_i(x_1^{(i)})} \cdot \frac{v_j(x_2)}{v_j(x_2^{(j)})} \cdots \frac{w_k(x_t)}{w_k(x_t^{(k)})} f(x_1^{(i)}, x_2^{(j)}, \cdots, x_t^{(k)})$$

(5) Nel caso di due variabili del campo reale, la dimostrazione dell'esistenza del polinomio è riportata da L. MERLI, *Sull'approssimazione delle funzioni continue di due variabili*, « Boll. U.M.I. », (3), 5, pp. 68–71 (1950); e l'unicità da D. QUILGHINI, *Sull'approssimazione delle funzioni continue di due variabili, ecc.* « Rivista di Matematica », Parma, 5, pp. 313–324, (1954).

di grado $p_1 - 1$ in x_1, $p_2 - 1$ in $x_2, \cdots, p_t - 1$ in x_t (al più) verifica le condizioni richieste.

Dimostriamo ora che il polinomio che verifica tali condizioni è unico.

Infatti, se $f(x_1, x_2, \cdots, x_t)$, $g(x_1, x_2, \cdots, x_t)$ sono due polinomi di grado $p_1 - 1$ in x_1, $p_2 - 1$ in $x_2, \cdots, p_t - 1$ in x_t (al più), che assumono i medesimi valori nei punti $(x_1^{(i)}, x_2^{(j)}, \cdots, x_t^{(k)})$, il polinomio

$$\varphi(x_1, x_2, \cdots, x_t) = f(x_1, x_2, \cdots, x_t) - g(x_1, x_2, \cdots, x_t)$$

assume il valore zero in tutti quei punti.

Ordiniamolo rispetto ad x_1 si ha:

$$\varphi(x_1, x_2, \cdots, x_t) = \sum_{r=1}^{p_1} a_r(x_2, \cdots, x_t)\, x_1^{p_1 - r},$$

e posto $x_2 = x_2^{(j)}, \cdots, x_t = x_t^{(k)}$, si ottiene il polinomio in x_1 di grado $p_1 - 1$ (al più)

$$a_r(x_2^{(j)}, \cdots, x_t^{(k)})\, x_1^{p_1 - 1}$$

il quale ammette almeno p_1 zeri distinti $x_1^{(1)}, x_1^{(2)}, \cdots, x_1^{(p_1)}$, onde è identicamente nullo. Quindi:

$$a_r(x_2^{(j)}, \cdots, x_t^{(k)}) = 0 \qquad (r = 1, 2, \cdots, p_1).$$

Consideriamo ora i polinomi in x_2

$$a_r(x_2, \cdots, x_t^{(k)}) \qquad (r = 1, 2, \cdots, p_1)$$

di grado $p_2 - 1$ (al più). Essi ammettono almeno p_2 zeri distinti $x_2^{(1)}, x_2^{(2)}, \cdots$ $\cdots, x_2^{(p_2)}$, e pertanto sono pure identicamente nulli.

Così continuando si giunge alla conclusione che i coefficienti di $\varphi(x_1, x_2, \cdots, x_t)$ sono tutti nulli, e perciò $f(x_1, x_2, \cdots, x_t)$ e $g(x_1, x_2, \cdots, x_t)$ sono identici.

In particolare, se $p_1 = p_2 = \cdots = p_t = p$ si desume che:

Esiste ed è unico il polinomio di grado $p - 1$ *al più in ognuna delle variabili* $x_1, x_2, \cdots, x_t$ *il quale assume in ciascuno dei punti* $(x_1^{(i)}, x_2^{(j)}, \cdots, x_t^{(k)})$ $(i, j, \cdots, k = 1, 2, \cdots, p)$ *dello spazio affine* $S_{t,p}^*$ *il valore* $f(x_1^{(i)}, x_2^{(j)}, \cdots, x_t^{(k)})$ *assegnato.*

In questo caso, al polinomio (2) si può sostituire l'altro più semplice:

$$\sum_1^p{}_i \sum_1^p{}_j \cdots \sum_1^p{}_k [1 - (x_1 - x_1^{(i)})^{p-1}][1 - (x_2 - x_2^{(j)})^{p-1}] \cdots$$

$$\cdots [1 - (x_t - x_t^{(k)})^{p-1}]\, f(x_1^{(i)}, x_2^{(j)}, \cdots, x_t^{(k)})$$

come si vede subito, in base al teorema di Fermat.

3. Per il teorema enunciato alla fine del numero precedente, nel sistema delle q matrici:

(3) $$(x_i \quad f_{ij}(x_1, x_2, \cdots, x_t))$$

($x_i = 0, 1, \cdots, p-1$), che può essere associato ad un quasicorpo destro di ordine $q = p^t$, le funzioni $f_{ij}(x_1, x_2, \cdots, x_t)$ possono dunque rappresentarsi mediante polinomi di grado $p-1$ al più in ciascuna delle variabili.

Inoltre, poiché tra le matrici (3) vi è la matrice nulla [6], deve aversi:

$$f_{ij}(0, 0, \cdots, 0) = 0,$$

e quindi i polinomi f_{ij} devono essere privi del termine noto.

Pertanto, rispondendo a quanto ci si era proposto alla fine del n. 1, possiamo dire che:

In ogni sistema di q matrici che individuano un quasicorpo destro di ordine $q = p^t$, le funzioni f_{ij} possono rappresentarsi mediante polinomi di grado $p-1$ al più in ciascuna delle variabili $x_1, x_2, \cdots, x_t$ e privi del termine noto.

4. *Quasicorpi distributivi finiti.* – È noto che un quasicorpo si dice *distributivo* se valgono le proprietà distributive destra e sinistra [7].

Ricordiamo inoltre, che un sistema di matrici associato ad un quasicorpo destro può essere trasformato in un quasicorpo isomorfo a quello dato, qualora si introducano tra le matrici due operazioni di addizione e moltiplicazione, le quali non sono, in generale, le ordinarie operazioni di addizione e moltiplicazione di matrici.

Precisamente: *Come somma di due matrici di un sistema di matrici isomorfo ad un quasicorpo destro, si assume la matrice del sistema (univocamente determinata) che ha per prima colonna gli elementi che si ottengono sommando gli elementi corrispondenti delle prime colonne delle due matrici, e come prodotto di due matrici, la matrice del sistema (univocamente determinata) che ha per prima colonna quella ottenuta moltiplicando le due matrici con la regola ordinaria* [8].

Vediamo ora quale particolarità presenta un sistema di matrici isomorfo a un quasicorpo distributivo.

Siano

$$(a_i\, \alpha_{ij}) \quad , \quad (b_i\, \beta_{ij}) \quad , \quad (c_i\, \gamma_{ij})$$

tre matrici qualunque di un sistema che individua un quasicorpo destro.

Se il quasicorpo è anche sinistro, nel sistema di matrici deve valere la proprietà distributiva sinistra. Cioè deve aversi:

$$[(a_i\, \alpha_{ij}) + (b_i\, \beta_{ij})]\,(c_i\, \gamma_{ij}) = (a_i\, \alpha_{ij})\,(c_i\, \gamma_{ij}) + (b_i\, \beta_{ij})\,(c_i\, \gamma_{ij})\ [9].$$

(6) Tali matrici sono associate ai $q-1$ elementi non nulli del quasicorpo, allo zero del quasicorpo di può associare la matrice nulla. (Ved. L. LOMBARDO RADICE, *op. cit.* in (2)).

(7) Ricordiamo che vale la proprietà distributiva destra se $a(b+c) = ab + ac$, e sinistra se $(a+b)c = ac + bc$. Ved., per esempio, L. LOMBARDO RADICE, *Piani grafici finiti non desarguesiani*, E. Denaro, Editore, Palermo, p. 19 (1959).

(8) Ved. L. LOMBARDO RADICE, *Quasicorpi finiti e piani finiti con traslazioni*, « Rend. Sem. Matem. Messina », Tomo 4°, Parte 2ª, pp. 1–10 (1958–59.)

(9) Si sono assunti qui, per l'addizione e la moltiplicazione di matrici sopra definite, gli stessi segni delle operazioni ordinarie.

Eseguendo le operazioni al 1° e al 2° membro, si ha:

$$(4) \qquad [(a_i\ \alpha_{ij}) + b_i\ \beta_{ij})]\ (c_i\ \gamma_{ij}) = (a_i + b_i \quad \delta_{ij})\ (c_i\ \gamma_{ij}) =$$

$$= \left((a_i + b_i)\ c_1 + \sum_{2}^{t}{}_k\ \delta_{ik}\ c_k \quad \varepsilon_{ij}\right);$$

$$(5) \qquad (a_i\ \alpha_{ij})\ (c_i\ \gamma_{ij}) + (b_i\ \beta_{ij})\ (c_i\ \gamma_{ij}) =$$

$$= \left(a_i\ c_1 + \sum_{2}^{t}{}_k\ \alpha_{ik}\ c_k \quad \rho_{ij}\right) + \left(b_i\ c_1 + \sum_{2}^{t}{}_k\ \beta_{ik}\ c_k \quad \sigma_{ij}\right) =$$

$$= \left((a_i + b_i)\ c_1 + \sum_{2}^{t}{}_k\ (\alpha_{ik} + \beta_{ik})\ c_k \quad \tau_{ij}\right).$$

Quindi, se il quasicorpo è distribuitivo le matrici (4) e (5) sono uguali. Ma tali matrici sono uguali se (e solo se) sono uguali le loro prime colonne, cioè se (e solo se):

$$\sum_{2}^{t}{}_k\ \delta_{ik}\ c_k = \sum_{2}^{t}{}_k\ (\alpha_{ik} + \beta_{ik})\ c_k \qquad (i = 1, 2, \cdots, t)$$

da cui:

$$\delta_{ik} = \alpha_{ik} + \beta_{ik} \qquad \begin{pmatrix} i = 1, 2, \cdots, t \\ k = 2, \cdots, t \end{pmatrix}$$

Pertanto:

L'addizione sopra definita tra le matrici di un sistema isomorfo a un quasicorpo distributivo finito coincide con l'ordinaria addizione di matrici. Tali matrici, quindi, formano gruppo rispetto all'addizione (ordinaria) di matrici.

Questo risultato, che non abbiamo trovato nella letteratura sull'argomento a noi nota, è analogo a quello ottenuto da H. Zassenhaus [10] nel 1936 relativamente ai quasicorpi associativi finiti: *Un sistema di matrici isomorfo a un quasicorpo associativo finito è un gruppo rispetto alla moltiplicazione ordinaria di matrici.*

5. Abbiamo visto nel n. 3 che le funzioni f_{ij} che figurano in un sistema di q matrici associate a un quasicorpo destro possono rappresentarsi mediante polinomi di grado $p - 1$ al più in ciascuna delle variabili e privi del termine noto.

Ci chiediamo ora: Quale particolarità presentano tali polinomi nel caso in cui il quasicorpo sia distributivo?

Un sistema Σ di matrici associato a un quasicorpo distributivo è un gruppo additivo (n. 4), e pertanto, se

$$(x_i \quad f_{ij}(x_1, \cdots, x_t)) \quad , \quad (x'_i \quad f_{ij}(x'_1, \cdots, x'_t))$$

sono due qualsiasi matrici di Σ, la matrice

$$(x_i + x'_i \quad f_{ij}(x_1, \cdots, x_t) + f_{ij}(x'_1, \cdots, x'_t))$$

(10) *Über endliche Fastkörper*, « Abh. math. Sem. Univ. Hamburg », 2°, 1936, pp. 187–220.

deve pure appartenere a Σ, e quindi deve essere uguale alla matrice:

$$(x_i + x'_i \quad f_{ij}(x_1 + x'_1, \cdots, x_t + x'_t)) .$$

Si ha ciò se e soltanto se

$$f_{ij}(x_1 + x'_1, \cdots, x_t + x'_t) = f_{ij}(x_1, \cdots, x_t) + f_{ij}(x'_1, \cdots, x'_t)$$

Ora è sostanzialmente ben noto che:

Dato, in un campo γ_p, un polinomio $f(x_1, x_2, \cdots, x_t)$, privo del termine noto, se $(x_1, x_2, \cdots, x_t)$, $(x'_1, x'_2, \cdots, x'_t)$ sono due punti qualunque dello spazio affine $S^*_{t,p}$, affinché si abbia

$$f(x_1 + x'_1, \cdots, x_t + x'_t) = f(x_1, \cdots, x_t) + f(x'_1, \cdots, x'_t) \tag{6}$$

occorre e basta che $f(x_1, \cdots, x_t)$ sia di 1° grado nel complesso delle variabili, cioè sia del tipo:

$$a^1 x_1 + a^2 x_2 + \cdots + a^t x_t .$$

Posto infatti uguali a zero i valori di tutte le x_i, ad eccezione di una di esse, e sia x_k, e posto:

$$f(0, \cdots, x_k, \cdots, 0) = \bar{f}(x_k)$$

si ha, per la (6), che $\bar{f}$ è un automorfismo di γ_p, e che pertanto:

$$\bar{f}(x_k) = a^k x_k ;$$

donde facilmente segue la linearità del polinomio f in tutte le x_i.

Possiamo quindi concludere che: *In un sistema di matrici isomorfo a un quasicorpo distributivo le funzioni f_{ij} possono rappresentarsi mediante polinomi omogenei di 1° grado nel complesso delle incognite.*

6. In base al risultato ottenuto alla fine del numero precedente, le matrici di un sistema isomorfo a un quasicorpo distributivo sono del tipo:

$$\left(x_i \quad a^{\cdot k}_{ij} x_k\right)$$

dove:

$$a^{\cdot k}_{ij} x_k = \sum_1^t{}_k a^k_{ij} x_k$$

Esse naturalmente devono verificare le condizioni (a), (b), (c), del n. 1.

Dalla condizione (a) si desume:

$$a^1_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{se } i \neq j \\ 1 & \text{se } i = j \end{cases}$$

Per la (b) deve aversi:

$$\left| x_i \quad a^{\cdot k}_{ij} x_k \right| \neq 0 ;$$

e per la condizione (c)

$$\left| x_i - x'_i \quad a^{\cdot k}_{ij} (x_k - x'_k) \right| \neq 0 .$$

Si ponga ora

$$X_i = x_i - x'_i , \qquad (i = 1, 2, \cdots, t)$$

allora la (c) si scrive più semplicemente:

$$\left| X_i \quad a^{\cdot k}_{ij} X_k \right| = 0$$

e si vede subito che essa coincide con la (*b*).

Pertanto:

Ogni sistema di matrici associate agli elementi non nulli di un quasicorpo distributivo di ordine $q = p^t$ *è dato dalle* $q - 1$ *matrici*

$$(7) \qquad \begin{pmatrix} x_1 & a^{\cdot k}_{12} x_k \cdots \cdots a^{\cdot k}_{1t} x_k \\ x_2 & x_1 + a^{\cdot k}_{22} x_k \cdots \cdots a^{\cdot k}_{2t} x_k \\ \cdots & \cdots \\ x_t & a^{\cdot k}_{t2} x_k \cdots x_1 + a^{\cdot k}_{tt} x_k \end{pmatrix}$$

con determinante diverso da zero, nelle quali

$$a^{\cdot k}_{ij} x_k = \sum_{1}^{t}{}_k a^k_{ij} x_k .$$

Se il quasicorpo distributivo è anche associativo, e quindi un corpo, tale sarà naturalmente anche il sistema (7).

Inversamente:

Un sistema di matrici del tipo (7), *a determinante non nullo, rappresenta un quasicorpo distributivo finito* (*in particolare un corpo finito, se il prodotto è associativo*).

Quindi: *La ricerca dei quasicorpi distributivi propri di ordine* $q = p^t$ *viene ricondotta alla ricerca dei sistemi di* $q - 1$ *matrici* (7), *a determinante non nullo, per le quali il prodotto non sia associativo.*

7. Per quanto si è detto precedentemente, gli eventuali quasicorpi distributivi di ordine $q = p^2$ vanno ricercati tra i sistemi di matrici del tipo

$$(8) \qquad \begin{pmatrix} x_1 & a^2_{12} x_2 \\ x_2 & x_1 + a^2_{22} x_2 \end{pmatrix}$$

con determinante diverso da zero.

Calcoliamo il prodotto di due matrici del sistema (8); si ha:

$$\begin{pmatrix} x_1 & a^2_{12} x_2 \\ x_2 & x_1 + a^2_{22} x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_1 & a^2_{12} x'_2 \\ x'_2 & x'_1 + a^2_{22} x'_2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} x_1 x'_1 + a^2_{12} x_2 x'_2 & a^2_{12} (x_2 x'_1 + x_1 x'_2 + a^2_{22} x_2 x'_2) \\ x_2 x'_1 + x_1 x'_2 + a^2_{22} x_2 x'_2 & (x_1 x'_1 + a^2_{12} x_2 x'_2) + a^2_{22} (x_2 x'_1 + x_1 x'_2 + a^2_{22} x_2 x'_2) \end{pmatrix}.$$

Se si pone

$$x_1 x'_1 + a^2_{12} x_2 x'_2 = X_1 \quad , \quad x_2 x'_2 + x_2 x'_2 + a^2_{22} x_2 x'_2 = X_2$$

tale prodotto si scrive più semplicemente

$$\begin{pmatrix} X_1 & a_{12}^2 X_2 \\ X_2 & X_1 + a_{22}^2 X_2 \end{pmatrix}$$

e questa è ancora una matrice (8).

Discende da ciò che il prodotto in senso gruppale (n. 4) coincide col prodotto ordinario di matrici, e pertanto è associativo.

Perciò, i quasicorpi distributivi di ordine p^2 sono anche associativi, e quindi corpi.

Ne consegue che:

Non esistono quasicorpi distributivi propri di ordine p^2.

Si ritrova così, per una via che ci sembra più semplice e naturale, uno dei risultati già conseguiti da L. E. Dickson nella sua fondamentale Memoria: *On finite algebras*, «Nachr. Gesellschaft wiss. Göttingen Math. Phys.», pp. 358–394 (1905), nella quale vengono dati esempi di quasicorpi distributivi propri di ordine p^3, sui quali ci proponiamo di soffermarci in una successiva ricerca.

Matematica. — *Misure tensoriali e omologia su una varietà differenziabile.* Nota di GAETANO FICHERA, presentata (*) dal Socio B. SEGRE.

Scopo della presente Nota è di riassumere i punti salienti del Corso di Analisi da me tenuto presso l'Istituto Nazionale di Alta Matematica nello scorso anno accademico (1).

Esso ebbe per oggetto la teoria di certi nuovi enti da me chiamati *misure tensoriali* e introdotti su una varietà differenziabile reale.

Come applicazione di questo concetto potei dare una nuova formulazione della teoria dell'omologia su una varietà differenziabile che, precipuamente fondata sull'impiego di particolari misure tensoriali, le *k–misure*, è in grado di mettere meglio in risalto – rispetto ad altri procedimenti fondati sui metodi algebrico–topologici – gli aspetti di natura più analitica e specialmente più prossimi alla teoria delle funzioni di variabili reali, delle questioni trattate.

L'interesse del concetto di *k*–misura risiede anche – a mio avviso – nel fatto che esso fornisce una *rappresentazione* analitica concreta dell'ente che su una varietà differenziabile unifica i concetti di *forma differenziale esterna* e *catena*, facendoli apparire come suoi aspetti particolari. La possibilità di introdurre un siffatto ente, denominato *corrente*, trovasi già prospettata nella fondamentale Tesi di G. de Rham (2) ed attuata, con procedimento puramente algebrico, nella successiva Nota di questo Autore, pubblicata sulla rivista « L'Enseignement Mathématique » (3).

Tale punto di vista viene però abbandonato dal de Rham nella sua recente, pregevole Monografia sulle varietà differenziabili (4). In essa, impiegando sulla varietà una struttura differenziale di classe C^∞, la *corrente* viene definita come un funzionale lineare e continuo, definito nello spazio delle forme differenziali di classe C^∞, munito di un opportuno concetto di convergenza.

In altri termini la corrente è definita come elemento dello spazio duale di quello, ora detto, delle forme C^∞ e, pertanto, essa può concepirsi come una forma differenziale i cui coefficienti sono distribuzioni nel senso di L. Schwartz.

Si potrebbe, impiegando spazî vettoriali di forme di classe C^m ($0 \leq \leq m < +\infty$), configurare la teoria delle correnti identificando lo spazio

(*) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) Tale Corso sarà prossimamente pubblicato. Ho anche esposto i punti fondamentali della teoria in conferenze tenute presso l'Università di Trieste (febbraio 1957), l'I.N.A.M. (Seminario di Topologia e Geometria – marzo 1957), la Scuola Normale Superiore di Pisa (settembre 1958), il Seminario Matematico di Milano (marzo 1959).

(2) Cfr. [3]. I numeri fra parentesi quadra rimandano alla Bibliografia.

(3) Cfr. [4].

(4) Cfr. [6].

delle correnti con lo spazio duale di quello di tali forme. Ciò che, se da un canto, al diminuire di m, viene a, via via, restringere lo spazio delle correnti, d'altra parte lascia sempre maggiore generalità alla classe della struttura differenziale sulla varietà [5].

Mi sia però consentito osservare che la schematizzazione della corrente quale elemento dello spazio duale di un dato spazio di forme differenziali, non fornendo di tale ente una rappresentazione analitica concreta, non lascia vedere la opportunità di sostituire siffatta schematizzazione al precedente concetto algebrico di corrente, apparendo, forse, questo meno artificiale.

Mi permetto ritenere che le *k–misure*, che definiremo fra breve, essendo concepite come particolari distribuzioni tensoriali di masse sulla varietà, forniscono un'interpretazione soddisfacente degli enti, di cui le forme e le catene sono aspetti particolari, dato che le prime si lasciano visualizzare in quelle distribuzioni tensoriali di masse, che sono ripartite senza addensamenti sulla varietà, e le seconde in quelle concentrate opportunamente su particolari insiemi singolari.

D'altra parte lo stesso de Rham, nelle sue precedenti trattazioni della teoria delle correnti, ricorre, in qualche caso, peraltro assai particolare, ad esempi relativi a distribuzioni di masse per fornire una interpretazione concreta del concetto di corrente [6]. Sono stati appunto questi esempi particolari, considerati dall'illustre Geometra svizzero, che mi hanno indotto a dare, in generale, la *rappresentazione* di una corrente per mezzo di una *k*–misura, dopo aver introdotto il concetto, più generale, di misura tensoriale.

Può dirsi, in sostanza, che la teoria che verremo a riassumere in queste Note ha lo stesso ufficio, rispetto alla teoria delle correnti, che il teorema di rappresentazione di F. Riesz ha nella teoria dei funzionali lineari nello spazio delle funzioni continue.

H. Whitney nel suo recente, assai interessante libro *Geometric integration Theory*, riduce la teoria delle catene in uno spazio euclideo a quella di vettori le cui componenti sono delle misure. Il procedimento di Whitney è di natura del tutto diversa da quelli che verranno riassunti in queste Note, non introducendo egli il concetto generale di misura tensoriale e non avendo come obiettivo la formulazione di una teoria unitaria dell'omologia su una varietà differenziabile.

Tuttavia sarebbe a nostro avviso assai interessante approfondire gli eventuali legami fra la teoria di Whitney e quella delle misure tensoriali.

Vorrei infine notare che è assai presumibile che il concetto di misura tensoriale possa essere utilmente impiegato in diverse altre questioni di Analisi e di Fisica matematica.

(5) Ciò sostanzialmente equivale ad affrancare la definizione del concetto di corrente dall'impiego del ben noto teorema di immersione di H. Whitney.

(6) Cfr. [3] p. 3 (nota a piè di pagina) e [4] pp. 223–224.

1. – Misure tensoriali.

Indicheremo con $V^{(r)}$ una varietà topologica di dimensione r, munita di una struttura differenziale reale di classe C^1_L. Con ciò intendiamo che le trasformazioni delle coordinate locali ammissibili sono espresse da funzioni continue ed aventi derivate parziali prime uniformemente lipschitziane.

Avvertiamo che molte delle cose che verremo a dire (ad esempio tutte quelle del presente paragrafo) valgono in ipotesi di maggiore generalità per $V^{(r)}$. Tuttavia, per semplificare l'esposizione, assumeremo d'ora in avanti l'ipotesi che *la varietà differenziabile* $V^{(r)}$ *sia di classe* C^1_L.

Una mappa ε ammissibile in $V^{(r)}$ sarà indicata con $\varepsilon \equiv \{E, \tau, \Sigma\}$, essendo E la r–cella *sostegno* della mappa, τ l'omeomorfismo di E sulla r–sfera (aperta) Σ dello spazio cartesiano reale $X^{(r)}$, che introduce in E le coordinate locali relative alla mappa ε.

Se ε ed $\bar{\varepsilon}$ sono due mappe ammissibili a sostegni intersecantesi e $x^1 \cdots x^r$ sono le coordinate locali di ε e $\bar{x}^1 \cdots \bar{x}^r$ quelle di $\bar{\varepsilon}$, porremo:

$$a^i_j = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^j} \quad ; \quad \bar{a}^i_j = \frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^j} \; ;$$

$$A = \det\left(a^i_j\right) = \frac{\partial\left(\bar{x}^1, \cdots, \bar{x}^r\right)}{\partial\left(x^1, \cdots, x^r\right)} \quad ; \quad \bar{A} = \det\left(\bar{a}^i_j\right) = \frac{\partial\left(x^1, \cdots, x^r\right)}{\partial\left(\bar{x}^1, \cdots, \bar{x}^r\right)} \; .$$

Ad una mappa ammissibile ε associeremo la famiglia di tutti i boreliani di $V^{(r)}$ i quali hanno la chiusura contenuta nel sostegno di ε. Tale famiglia è totalmente additiva secondo la definizione che trovasi in [8] (pp. 270–271) o come anche si dice, è un σ–*anello ridotto*.

Indicheremo con $\{B\}_\varepsilon$ la famiglia anzidetta a cui è associata la mappa ε. È bene rilevare esplicitamente che se ε ed $\bar{\varepsilon}$ hanno sostegni coincidenti, le due famiglie ad esse relative contengono gli stessi insiemi, tuttavia $\{B\}_\varepsilon$ e $\{B\}_{\bar{\varepsilon}}$ sono da riguardarsi come due enti distinti, denotando $\{B\}_\varepsilon$ l'ente: famiglia–mappa.

Fissiamo gli interi non negativi: n, s, m (con $m = 0$ oppure $m = 1$) ed il numero reale p.

Chiamerò *misura tensoriale* μ l'ente definito dalle seguenti condizioni:

I° Per ogni mappa ammissibile ε sono determinate le seguenti misure reali (funzioni reali, numerabilmente additive d'insieme):

$$\mu^{i_1 \cdots i_n}_{j_1 \cdots j_s}(B)$$

definite in ogni B di $\{B\}_\varepsilon$.

Ciascuna di esse è individuata dai due sistemi di indici $i_1 \cdots i_n$, $j_1 \cdots j_s$ che costituiscono rispettivamente due disposizioni con ripetizione degli indici $1, 2, \cdots, r$, rispettivamente di classe r e di classe s. Talché si hanno complessivamente r^{n+s} delle anzidette misure definite in $\{B\}_\varepsilon$.

II) Sia $\bar{\varepsilon}$ una mappa ammissibile avente sostegno intersecantesi con quello di ε. Siano:

$$\bar{\mu}^{h_1 \cdots h_n}_{k_1 \cdots k_s}(B)$$

le misure relative a $\bar{\varepsilon}$. Sussistono, per ogni B appartenente a $\{B\}_\varepsilon$ e $\{B\}_{\bar{\varepsilon}}$, le seguenti *formole di trasformazione*:

$$(1) \qquad \mu^{i_1 \cdots i_n}_{j_1 \cdots j_s}(B) = \int_B \frac{\bar{A}^m}{|\bar{A}|^{p+m}} a^{k_1}_{j_1} \cdots a^{k_s}_{j_s} \bar{a}^{i_1}_{h_1} \cdots \bar{a}^{i_n}_{h_n} d\bar{\mu}^{h_1 \cdots h_n}_{k_1 \cdots k_s} .$$

La misura tensoriale μ dicesi di *primo rango n*, *secondo rango s*, di *peso p* e di *specie pari* se $m = 0$, *dispari* se $m = 1$.

Il seguente teorema rende lecita la definizione data di misura tensoriale.

I. *La relazione* (1) *è riflessiva, simmetrica e transitiva.*

Le misure $\mu^{i_1 \cdots i_n}_{j_1 \cdots j_s}$ diconsi le *componenti* di μ relative alla mappa ε.

Per ogni $\varepsilon \equiv \{E, \tau, \Sigma\}$ ammissibile, definiamo sui boreliani di $\{B\}_\varepsilon$ la misura $x(B)$ la quale ad ogni B fa corrispondere la misura di Lebesgue della sua immagine τB in Σ. Si ha, indicando con $\bar{x}(B)$ l'analoga misura relativa alla mappa $\bar{\varepsilon}$:

$$x(B) = \int_B |\bar{A}| \, d\bar{x} \quad , \quad \bar{x}(B) = \int_B |A| \, dx.$$

Pertanto x è una misura tensoriale di primo rango zero, secondo rango zero, di specie pari e di peso -1. Essa sarà detta la *misura canonica* su $V^{(r)}$.

La misura tensoriale μ sarà detta *assolutamente continua* se le sue componenti relative ad ogni ε sono tali rispetto alla componente di x in ε [7]. La μ si dirà invece *singolare* se le sue componenti in ogni ε sono tali rispetto alla corrispondente componente della misura canonica x [8].

Sussistono i seguenti teoremi:

II. *Se la misura tensoriale* μ *è assolutamente continua, essa determina* (*a meno dell'aggiunzione di un tensore quasi ovunque nullo* [9]) *un tensore f di primo rango n, secondo rango s, specie m, peso* $p + 1$, *le cui componenti in* ε *sono localmente sommabili rispetto alla misura canonica e tale che per ogni* B *di* $\{B\}_\varepsilon$ *si ha*:

$$(2) \qquad \mu^{i_1 \cdots i_n}_{j_1 \cdots j_s}(B) = \int_B f^{i_1 \cdots i_n}_{j_1 \cdots j_s} \, dx.$$

Scriveremo intrinsecamente la (2) al modo seguente:

$$(2') \qquad \mu = \int f.$$

(7) Cfr. [8] pp. 397–398.

(8) Cfr. [8] pp. 398–404.

(9) Per *insieme di misura nulla* su $V^{(r)}$ è da intendersi ogni insieme N tale che per ogni $\varepsilon \equiv (E, \tau, \Sigma)$ ammissibile, riesca $\tau(N \cap E)$ un insieme di $X^{(r)}$ di misura nulla secondo Lebesgue. La definizione data dà senso alle frasi: *quasi ovunque su* $V^{(r)}$, *in quasi tutta* $V^{(r)}$, ecc.

Diremo che μ è identicamente nulla sull'insieme I di $V^{(r)}$ se per ogni $B \subset I$ ed appartenente a qualche $\{B\}_\varepsilon$ le relative componenti di μ sono tutte nulle.

III. *La misura tensoriale* μ *è singolare se e solo se esiste su* $V^{(r)}$ *un insieme* N *di misura nulla, tale che su ogni* I *di* $V^{(r)}$ *disgiunto da* N, *la* μ *è identicamente nulla.*

L'insieme N dicesi un insieme singolare per μ.

Definendo in modo ovvio la somma di due misure tensoriali (aventi eguali i ranghi, la specie ed il peso) ed il prodotto di una misura tensoriale per un numero reale, lo spazio $\mathfrak{M}$ delle misure tensoriali (di assegnati ranghi, specie e peso) acquista una struttura di spazio vettoriale reale. Si consideri in $\mathfrak{M}$ il sottospazio $\mathfrak{M}^*$ delle misure tensoriali singolari e quello $\mathfrak{F}$ delle misure tensoriali assolutamente continue; estendendo alle misure tensoriali un fondamentale teorema di Lebesgue, si dimostra che esistono per ogni μ di $\mathfrak{M}$ e sono univocamente determinati due elementi μ^* e φ, rispettivamente di di $\mathfrak{M}^*$ ed $\mathfrak{F}$ tali che $\mu = \mu^* + \varphi$. Si ha cioè:

IV. *Lo spazio* $\mathfrak{M}$ *è somma diretta di* $\mathfrak{M}^*$ *e di* $\mathfrak{F}$:

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}^* \oplus \mathfrak{F}.$$

Poiché $\mathfrak{F}$ è isomorfo (linearmente) allo spazio vettoriale dei tensori quasi ovunque definiti su $V^{(r)}$ ed aventi componenti localmente sommabili (rispetto alla misura canonica) [10], il teorema IV rende ragione del fatto che il concetto di misura tensoriale è da riguardarsi come una generalizzazione di quello di tensore.

La μ^* singolare, determinata dalla μ, dicesi la *parte singolare* di μ mentre la:

$$\varphi = \int f$$

è la *parte assolutamente continua* di μ. Il tensore f dicesi *la derivata* di μ.

2. – k–Misure.

Indicheremo brevemente col nome di *k–misura* una misura tensoriale di primo rango 0, secondo rango k, di peso — 1, le cui componenti dipendono in modo emisimmetrico dagli indici.

In tal caso, $\mathfrak{F}$ è isomorfo allo spazio dei tensori emisimmetrici covarianti di rango k e di specie assegnata, aventi componenti localmente sommabili (rispetto a x) in $V^{(r)}$. Tale spazio si identifica con quello delle forme differenziali di grado k o *k–forme* con coefficienti localmente sommabili.

(10) Tale isomorfismo è (cfr. la (2')) il seguente:

$$f \longleftrightarrow \int f.$$

Le k–misure e, in particolare, le k–forme possono essere di specie pari o dispari. Se però la $V^{(r)}$ si suppone orientabile e su di essa si fissa un orientamento, talché l'ammissibilità di una data mappa è anche da intendersi in riguardo all'orientamento scelto, allora tale distinzione non ha più luogo ad essere fatta. Al puro scopo di semplificare la nostra esposizione, noi supporremo che $V^{(r)}$ sia orientabile e su di essa sia stato fissato un orientamento. Supporremo altresì che $V^{(r)}$ sia compatta. Avvertiamo che potremmo esporre la teoria anche prescindendo da tali ipotesi, ciò che però appesantirebbe la trattazione.

Diremo che la k–forma v è *regolare* se essa è di classe C^0_L (cioè le sue componenti in qualsiasi ε sono uniformemente lipschitziane) e se il suo differenziale esterno dv (che esiste quasi ovunque) coincide con una $(k+1)$–forma di classe C^0_L.

Supponiamo che il supporto C [11] della k–forma regolare v sia contenuto nel sostegno della mappa ε. Detta μ una $(r-k)$–misura, porremo:

$$\int v \wedge \mu = \frac{1}{k!\,(r-k)!}\,\delta^{s_1 \cdots s_r}_{1 \cdots r} \int_C v_{s_1 \cdots s_k}\, d\mu_{s_{k+1} \cdots s_r}\,.$$

Si verifica che *l'integrale della k–forma v rispetto alla* $(r-k)$*–misura* μ, così definito, ha significato intrinseco. Se v è un'arbitraria $(r-k)$–forma regolare, considerata una partizione dell'unità su $V^{(r)}$:

$$\sum_{h=1}^{n} \varphi_h(x) = 1$$

(con le $\varphi_h(x)$ di classe C^1_L), porremo:

$$\int v \wedge \mu = \sum_{h=1}^{\nu} \int \varphi_h\, v \wedge \mu.$$

Il secondo membro ha senso se si suppone – cosa lecita – che il supporto di ogni φ_h sia contenuto nel sostegno di qualche mappa ammissibile. Si verifica che se v soddisfa la condizione prima ammessa, si ritrova il valore dell'integrale dianzi definito. Inoltre l'integrale non dipende dalla particolare partizione impiegata.

Diremo che la k–misura μ è dotata di differenziale se esiste una $(k+1)$–misura α tale che, quale si sia la $(k-1)$–forma regolare v, riesca:

$$\int dv \wedge \mu = (-1)^{r-k} \int v \wedge \alpha. \tag{3}$$

Porremo allora per definizione:

$$d\mu = \alpha.$$

Se μ è assolutamente continua ed ha per derivata una k–forma regolare v [12], allora la α è assolutamente continua ed ha per derivata du.

(11) Il supporto C di u è il minimo insieme chiuso al difuori del quale la u è identicamente nulla.

(12) In accordo alla definizione data di derivata di una k–misura, dovremmo dire che μ ha per derivata il tensore che individua la k–forma u. Ma ora e nel seguito identificheremo tale tensore con u e useremo per entrambi lo stesso simbolo per indicarli.

Supponiamo che μ ed α siano assolutamente continue:

$$\mu = \int u \quad , \quad \alpha = \int w$$

e che u e w abbiamo coefficienti localmente appartenenti a $\mathfrak{L}^p$ $(p \geq 1)$ (rispetto alla misura canonica). La (3) si scrive:

$$\int dv \wedge u = (-1)^{r-k} \int v \wedge w. \tag{4}$$

Per un teorema di Friedrichs [13] esiste una successione di k–forme regolari $v^{(n)}$ tali che:

$$\lim_{n \to \infty} \| u - v^{(n)} \|_p = \lim_{n \to \infty} \| w - dw^{(n)} \|_p \, , \tag{5}$$

denotando $\| \quad \|_p$ una norma $\mathfrak{L}^p$ delle k–forme. Questa può definirsi considerando un qualsiasi ricoprimento di $V^{(r)}$ con dominî contenuti in mappe ammissibili ed assumendola eguale alla somma delle norme $\mathfrak{L}^p$, relative a tale dominî, dei vettori che hanno per componenti i coefficienti della forma in ogni singolo dominio.

Per $p = \infty$, ad $\mathfrak{L}^\infty$ occorre dare non il consueto significato, ma quello più particolare di spazio delle k–forme a coefficienti continui.

Si riconosce così che per forme di $\mathfrak{L}^p$ la definizione *debole*, data dalle (4), di differenziale, è equivalente a quella *forte* data dalle (5).

Anche nel caso generale di k–misure non assolutamente continue può darsi, accanto alla definizione debole (3) del differenziale, un'equivalente definizione forte. Questa, evidentemente, non può esprimersi con relazioni quali le (5), solo possibili nel caso dell'assoluta continuità. Si possono tuttavia usare, in tal caso, delle altre relazioni di limite che, essendo equivalenti alle (5), si lasciano estendere al caso generale.

Precisamente, si dirà che $u \in \mathfrak{L}^p$ ha differenziale forte $w \in \mathfrak{L}^p$, se esiste una successione $\{ \tilde{v}^{(n)} \}$ di k–forme regolari tale che, assunta arbitrariamente la $(r-k)$–forma z_1 e la $(r-h-1)$–forma z_2, con $z_1 \in \mathfrak{L}^q$ e $z_2 \in \mathfrak{L}^q$, si ha:

$$\lim_{n \to \infty} \left(\int z_1 \wedge \tilde{v}^{(n)} + \int z_2 \wedge d\tilde{v}^{(n)} \right) = \int z_1 \wedge u + \int z_2 \wedge w \quad [14]. \tag{6}$$

Le (5) ovviamente implicano le (6). Ma viceversa, per un teorema di Analisi lineare [15], se sono verificate le (6), può costruirsi una successione, il cui termine $v^{(n)}$ è un'opportuna combinazione lineare di $\tilde{v}^{(1)}, \tilde{v}^{(2)}, \cdots, \tilde{v}^{(n)}$, che verifica le (5).

Siamo quindi portati a dare la seguente definizione *forte* di differenziale di una k–misura.

Si dirà che μ è dotata di *differenziale forte* α se esiste una successione $\{ \tilde{v}^{(n)} \}$ di k–forme regolari, tale che, assunte arbitrariamente la $(r-k)$–forma z_1 e la $(r-k-1)$–forma z_2, entrambi continue, riesce:

$$\lim_{n \to \infty} \left(\int z_1 \wedge \tilde{v}^{(n)} + \int z_2 \wedge d\tilde{v}^{(n)} \right) = \int z_1 \wedge \mu + \int z_2 \wedge \alpha .$$

L'esistenza del differenziale forte α di μ implica quella del differenziale debole, che con esso coincide. Viceversa:

(13) Cfr. [12]. Cfr. anche [11] pp. 266–275.

(14) Nel caso $p = \infty$, z_1 e z_2 sono da intendersi rispettivamente come una $(r-k)$–misura ed una $(r-k-1)$–misura.

(15) [8] p. 158.

V. *Se* μ *è dotata di differenziale debole* α, *questo può anche riguardarsi come il differenziale forte di* μ.

È utile il seguente teorema:

VI. *Condizione necessaria e sufficiente perché* μ *sia differenziabile è che esista una successione* $\{\bar{v}^{(n)}\}$ *di k–forme regolari tale che per ogni* z_1 *continua*:

$$\lim_{n\to\infty}\int z_1 \wedge \bar{v}^{(n)} = \int z_1 \wedge \mu \quad , \quad \| d\bar{v}^{(n)} \|_1 < L .$$

con L *costante indipendente da n.*

Una k–misura (k–forma) avente differenziale nullo dicesi *chiusa.*

3. – Identificazione di una *k–catena* con una $(r - k)$–*misura.*

Si è già visto come l'isomorfismo:

$$v \longleftrightarrow \int v$$

identifichi una k–forma con una k–misura. Vedremo adesso come una $(r - k)$–catena $(0 \leq k \leq r)$ su $V^{(r)}$ (singolare o no) γ, a coefficienti reali, possa identificarsi con una k–misura. Ciò è conseguenza del teorema:

VII. *Ad ogni* $(r - k)$–*catena* γ *di* $V^{(r)}$ *può biunivocamente associarsi una k–misura* $t\gamma$ *tale che per ogni* $(r - k)$–*forma regolare v si abbia*:

$$\int_\gamma v = \int v \wedge t\gamma .$$

La $t\gamma$ *è singolare per* $k < r$ *e l'insieme dei simplessi, di cui* γ *è combinazione lineare, è un insieme singolare per* $t\gamma$.

La trasformazione t è un isomorfismo dello spazio vettoriale $\mathfrak{S}_k$ delle $(r - k)$–catene (catene che diremo *di grado k*) nello spazio delle k–misure $\mathfrak{M}_k$. Se $b\gamma$ è il bordo di γ, porremo:

$$\beta\gamma = (-1)^{r-k} b\gamma .$$

Sussistono i seguenti teoremi:

VIII. *Le trasformazioni* d, t *e* β *verificano l'identità fondamentale*:

$$dt = t\beta .$$

IX. *L'isomorfismo t subordina un isomorfismo fra i cicli di* $\mathfrak{S}_k$ *e le k–misure chiuse di* $t(\mathfrak{S}_k)$.

4. – Reticolazione di $V^{(r)}$.

Diremo *k–intervallo* su $V^{(r)}$ $(0 \leq k \leq r)$ un insieme $I^{(k)}$ contenuto nel sostegno di una mappa ammissibile $\varepsilon \equiv (E, \tau, \Sigma)$ e tale che $\tau\, I^{(k)}$ sia il codominio di una funzione $x = x(t)$ vettoriale, invertibile, definita in un intervallo chiuso $R^{(k)}$ dello spazio cartesiano $X^{(k)}$ del punto $t \equiv (t^1, \cdots, t^k)$ la quale sia di classe C^1_L e tale che la matrice jacobiana $\partial x/\partial t$ abbia sempre caratteristica massima. La funzione $x = x(t)$ è una rappresentazione parametrica di $I^{(k)}$ rela-

tiva alle coordinate locali di ε. È evidente che $I^{(k)}$ si identifica con la classe di equivalenza $\{x(t)\}$ di tutte le sue rappresentazioni parametriche (relative ad uno stesso sistema di coordinate locali su ε). La classe $\{x(t)\}$ si suddivide, com'è noto, in due classi di equivalenza $\{x(t)\}_+$ e $\{x(t)\}_-$, ciascuna delle quali determina un *k–intervallo orientato* $I^{(k)}$. Noi supporremo sempre di considerare $I^{(k)}$ come k–intervallo orientato.

Allorché si considererà l'insieme di punti su $V^{(r)}$ determinato da $I^{(k)}$ (insieme che indicheremo con la stessa lettera $I^{(k)}$, si converrà sempre di pensarlo privo di punti del bordo. Se $\{I^{(s)}\}$ è una famiglia di s–intervalli contenente s–intervalli di tutte le dimensioni, dicendo che γ è una *k–catena della famiglia*, intenderemo che γ può rappresentarsi come combinazione lineare a coefficienti reali di k–intervalli appartenenti a $\{I^{(s)}\}$.

Una *reticolazione* di $V^{(r)}$ è una famiglia $\{I_i^{(s)}\}$ $(s = 0, 1, \cdots, r; i = 1, 2, \cdots, p_s)$ di s–intervalli orientati tale che:

1° Due qualsiansi intervalli della famiglia sono disgiunti.

2° La famiglia ricopre $V^{(r)}$.

3° Se $I_j^{(k)} \in \{I_i^{(s)}\}$, il bordo di $I_j^{(k)}$ è una $(k-1)$–catena della famiglia $\{I_i^{(s)}\}$ (16).

5. – Spazi di omologia su $V^{(r)}$. Teoremi fondamentali.

Chiameremo *spazio di m–omologia* su $V^{(r)}$ relativo alla dimensione k $(0 \leq k \leq r)$ e lo denoteremo con il simbolo $\mathfrak{H}_k^{(m)}$, lo spazio vettoriale reale ottenuto come quoziente di quello delle k–misure chiuse, modulo le k–misure che sono il differenziale di $(k-1)$–misure.

Due k–misure μ e ν appartenenti ad una stessa classe di equivalenza di $\mathfrak{H}_k^{(m)}$ saranno dette *m–omologhe* e sarà detta *m–omologa a zero* ogni k–misura appartenente alla classe elemento nullo di $\mathfrak{H}_k^{(m)}$. In simboli:

$$\mu \overset{m}{\sim} \nu \quad , \quad \mu \overset{m}{\sim} 0.$$

Diremo *spazio di f–omologia* su $V^{(r)}$ (*o spazio di de Rham*) relativo alla dimensione k e lo denoteremo con $\mathfrak{H}_k^{(f)}$ lo spazio vettoriale reale ottenuto come quoziente di quello delle k–forme regolari chiuse, modulo le k–forme regolari differenziali di $(k-1)$–forme regolari. È ovvio cosa debba intendersi con le frasi: *le due forme u e v sono f–omologhe* o *la forma u è f–omologa a zero*, in simboli:

$$u \overset{f}{\sim} v \quad , \quad u \overset{f}{\sim} 0.$$

Per due k–forme regolari possono considerarsi entrambi i concetti di f–omologia ed m–omologia, considerando come m–omologhe due k–forme u e v tali che $\int u$ e $\int v$ siano m–omologhe.

Dicendo che la k–forma u è m–omologa alla k–misura μ, si intende che $\int u$ e μ sono m–omologhe.

(16) Cfr. [2], [19]. Per una dimostrazione esauriente della reticolabilità di $V^{(r)}$, cfr. anche [20]. Si noti che, in generale, la reticolazione di $V^{(n)}$ si consegue impiegando *k–simplessi* anziché *k–intervalli*. Ma è di elementare dimostrazione la possibilità di reticolare un k– simplesso con k–intervalli.

Consideriamo infine lo spazio quoziente degli $(r-k)$–cicli appartenenti alla reticolazione $\{I_i^{(s)}\}$, modulo gli $(r-k)$–cicli che sono il bordo di una $(r-k-1)$–catena appartenente alla reticolazione $\{I_i^{(s)}\}$. Tale spazio sarà chiamato *spazio di c–omologia relativo alla reticolazione* $\{I_i^{(s)}\}$ ed alla dimensione $r-k$ e denotato con $\mathfrak{H}_k^{(c)}$.

Due catene γ e σ di grado k si diranno m–omologhe se $t\gamma$ e $t\sigma$ sono tali. È evidente cosa debba intendersi per $(r-k)$–catena m–omologa ad una k–misura μ $(t\gamma \overset{m}{\sim} \mu)$ o ad una k–forma $v\left(t\gamma \overset{m}{\sim} \int v\right)$.

Una k–forma regolare chiusa v determina una classe di m–omologia in $\mathfrak{H}_k^{(m)}$: la classe delle k–misure m–omologhe a $\int v$. Si ha in tal modo un omomorfismo di $\mathfrak{H}_k^{(f)}$ in $\mathfrak{H}_k^{(m)}$. Tale omomorfismo sarà denotato come l'*immersione di* $\mathfrak{H}_k^{(f)}$ *in* $\mathfrak{H}_k^{(m)}$.

Analogamente si definisce *l'immersione di* $\mathfrak{H}_k^{(c)}$ *in* $\mathfrak{H}_k^{(m)}$.

I risultati salienti della teoria sono espressi dai due seguenti teoremi.

A) *L'immersione di* $\mathfrak{H}_k^{(f)}$ *in* $\mathfrak{H}_k^{(m)}$ *è un isomorfismo di* $\mathfrak{H}_k^{(f)}$ *su* $\mathfrak{H}_k^{(m)}$.

B) *L'immersione di* $\mathfrak{H}_k^{(c)}$ *in* $\mathfrak{H}_k^{(m)}$ *è un isomorfismo di* $\mathfrak{H}_k^{(c)}$ *su* $\mathfrak{H}_k^{(m)}$ [17].

6. – Diseguaglianza fondamentale e teoremi di de Rham e di Hodge.

Giuoca un ruolo essenziale il seguente teorema:

X. *Per ogni k–forma regolare v sussiste le diseguaglianza:*

$$\operatorname*{estr.\,inf.}_{v_0 \in V_0} \| v + v_0 \|_\infty \leq K_p \| dv \|_p ,$$

essendo V_0 *la varietà delle k–forme chiuse,* K_p *una costante positiva che non dipende da v e p un qualsiasi fissato numero reale maggiore di r.*

Da questo teorema, usando un principio di esistenza negli spazî di Banach [18], segue:

XI. *La* $(k+1)$*–misura* α *è m–omologa a zero se e solo se riesce:*

$$\int v \wedge \alpha = 0$$

per ogni $(r-k-1)$*–forma regolare v chiusa. In tal caso esiste una k–misura assolutamente continua* μ *avente* α *per differenziale. Se* α *è assolutamente continua e regolare, tale è anche la* μ *ora considerata.*

Si dimostra anche che:

(17) Non parleremo, in questa Nota, dell'operazione di prodotto fra una k–misura ed una h–misura, che può definirsi, in modo conveniente e consentirebbe di dare ai teoremi di isomorfismo una forma più penetrante.

(18) Cfr. [9], p. 175; [11], p. 43.

XII. *Se* μ *è una k–misura chiusa, esiste una k–forma regolare w chiusa tale che*:

$$\int v \wedge (\mu - w)$$

per ogni $(r - k)$*–forma regolare chiusa v.*

Dai teorr. XI e XII si deducono immediatamente i seguenti:

1° A) *Se una k–forma regolare è m–omologa a zero, è anche f–omologa a zero.*

2° A) *Ogni k–misura chiusa è m–omologa ad una k–forma regolare chiusa.* I teoremi 1° A) e 2° A) equivalgono al teorema fondamentale A) del paragrafo precedente. Per conseguire B) si dimostra dapprima il seguente importante teorema:

1° B) *Se la catena* γ *di grado k della reticolazione è m–omologa a zero, è c–omologa a zero.*

Si prova poi anche che:

XIII. *Ogni k–forma regolare chiusa è m–omologa ad un ciclo di grado k della reticolazione.*

Da XIII e 2° A) segue subito:

2° B) *Ogni k–misura chiusa è m–omologa ad un ciclo di grado k della reticolazione.*

In tal modo anche B) viene conseguito.

Si noti che nei teoremi dimostrati è incluso, come facilmente si constata, il seguente di de Rham:

XIV. *Se v è una k–forma regolare chiusa e* γ *un k–ciclo (della reticolazione) la trasformazione*:

$$v \longrightarrow \int_{\gamma} v$$

è un isomorfismo di $\mathcal{H}_k^{(f)}$ *sullo spazio duale di* $\mathcal{H}_{r-k}^{c}$ *(spazio di c–co–omologia relativo alla dimensione k).*

Se in $V^{(r)}$ di introduce una metrica di Riemann, può allora definirsi, com'è noto, l'operazione δ di *differenziazione regressiva* o *co–differenziazione* per una k–forma regolare v.

Chiamando *armoniche* le k–forme regolari tali che $dv = 0$, $\delta v = 0$, sussiste il ben noto teorema di Hodge [19], che nel quadro della teoria qui riassunta, si enuncia al modo seguente:

C) *Ogni classe (di m–omologia) di* $\mathcal{H}_k^{(m)}$ *contiene una ed una sola k–forma armonica.*

Prima di finire, vogliamo notare come nei due teoremi principali A) e B) non si faccia ricorso ai concetti della co–omologia su $V^{(r)}$, che invece intervengono in modo essenziale in altre trattazioni fondate su procedimenti di carattere algebrico–topologico. Ciò è dovuto al fatto che quando non sono introdotti enti quali le k–misure e, quindi, neppure gli spazî $\mathcal{H}_k^{(m)}$, le relazioni che intercorrono fra $\mathcal{H}_k^{(f)}$ (spazio di de Rham) e $\mathcal{H}_k^{(c)}$ sono solo descrivibili in termini degli isomorfismi di tali spazî sul duale di $\mathcal{H}_{r-k}^{c}$ (spazio di co–omologia) [20]. Il concetto di m–omologia consente invece di stabilire una relazione diretta fra $\mathcal{H}_k^{(f)}$ e $\mathcal{H}_k^{(c)}$.

(19) Cfr. [16], [7], [10], [13], [17].

(20) Tali isomorfismi sono forniti rispettivamente dal teorema di de Rham (cfr. teorema XIV) e del teorema di dualità di Poincaré.

BIBLIOGRAFIA.

[1] R. CACCIOPPOLI, *Sui teoremi di esistenza di Riemann*, «Ann. Sc. Norm. Pisa», 1937.
[2] S. S. CAIRNS, *On the triangulation of regular loci*, «Ann. of. Mathem.», 1934.
[3] G. DE RHAM, *Sur l'Analysis Situs des variétés a n dimensions* (Thèse). «Journ. de math. pures e appl.», 1931.
[4] G. DE RHAM, *Relations entre la topologie et la théorie des intégrales multiples*, «L'Enseignement mathem.», 1936.
[5] G. DE RHAM, *Sur la théorie des formes différentielles harmoniques*, «Ann. Univ. Grenoble», 1936.
[6] G. DE RHAM, *Variétés différentiables (formes, courants, formes harmoniques)*, «Act. Scient. Industr.», Hermann e C. – Edit.
[7] G. DE RHAM, P. BIDAL, *Les formes différentielles harmoniques*, «Comm. Mat. Helv.», 1946.
[8] G. FICHERA, *Lezioni sulle trasformazioni lineari*, vol. I, Ist. Mat. Univ. Trieste, 1954.
[9] G. FICHERA, *Alcuni recenti sviluppi della teoria dei problemi al contorno per le equazioni alle derivate parziali*. Atti Convegno Equaz. Der. Parz. – Trieste, 1954 – Edit. Cremonese.
[10] G. FICHERA, *Sull'esistenza delle forme differenziali armoniche*, «Rend. Sem. Mat. Padova», 1955.
[11] G. FICHERA, *Premesse ad una teoria generale dei problemi al contorno per le equazioni differenziali*. Corsi dell'Ist. Naz. Alta Mat. – Ediz. Veschi, 1958.
[12] K. O FRIEDRICHS, *The identity of weak and strong extensions of differential operator*, «Trans. Amer. Math. Soc.», 1944.
[13] K. O. FRIEDRICHS, *Differential Forms on Riemannian Manifolds*, «Comm. on Pure and Appl. Math.», 1955.
[14] P. R. HALMOS, *Measure Theory*, V. Nostrand Co. 1950.
[15 F. HIRZEBRUCH, *Neue Topologische Methoden in der Algebraischen Geometrie*, «Ergeb. d. Math.», Springer 1956.
[16] W. V. D. HODGE, *The Theory and applications of harmonic integrals*, Cambridge Univ. Press, 1952.
[17] C. B. MORREY Jr., J. EELLS Jr., *A variational method in the Theory of harmonic integrals*, «Ann. of Math.», 1956.
[18] B. SEGRE, *Forme differenziali e loro integrali*, vol. II, Docet Ed. Univ. Roma, 1956.
[19] J. H. G. WHITEHEAD, *On C^1-Complexes*, «Ann. of Math.», 1940.
[20] H. WHITNEY, *Geometric Integration Theory*, Princeton Univ. Press. 1957.

Relativité. — *Le Concept d'un Mouvement Rigide.* Nota di C. B. Rayner, presentata (*) dal Socio E. Bompiani.

1. Introduction. – Le mouvement rigide, au sens de Rosen [1], a été étudié par lui, par Salzmann et Taub [2] et par l'auteur [3] en vue de ses applications en relativité générale. Rosen a défini un mouvement rigide comme une congruence de courbes dont le vecteur tangent λ^α satisfait aux equations

$$\nabla_\alpha \lambda_\beta + \nabla_\beta \lambda_\alpha - \lambda^\gamma (\lambda_\alpha \nabla_\gamma \lambda_\beta + \lambda_\beta \nabla_\gamma \lambda_\alpha) = 0 ; \tag{1.1}$$

cependant, il ne les a pas justifiées, sauf par analogie avec les équations classiques: $u_{i,j} + u_{j,i} = 0$ $(i, j = 1, 2, 3)$.

Salzmann et Taub ont montré le résultat suivant. On considère deux courbes voisines Λ_P, Λ_Q d'une congruence $\{\Lambda\}$, ayant λ^α pour vecteur tangent unitaire. On construit le déplacement $dx^\alpha_P = x^\alpha_Q - x^\alpha_P$, où P, Q sont situés sur Λ_P, Λ_Q, respectivement, tel que $\lambda_\alpha(P)\, dx^\alpha_P = 0$. Alors, l'hypothèse que dx^α_P ait une longueur fixe lorsque P, Q se remuent le long de Λ_P, Λ_Q – et ceci vrai pour toute paire de courbes voisines de la congruence – mène aux équations de Rosen (1.1). Cette définition infinitésimale, donnée préalablement par Herglotz [4] et d'autres, exprime essentiellement que la dérivée de Lie du « tenseur métrique de projection » $g_{\alpha\beta} - \lambda_\alpha \lambda_\beta$ soit nulle relative à la congruence $\{\Lambda\}$:

$$X(\lambda)(g_{\alpha\beta} - \lambda_\alpha \lambda_\beta) = 0 . \tag{1.2}$$

Dans cette note on donne (§ 2) dans le cas où $g_{\alpha\beta}$ est défini positif une définition finie, géometrique pour la rigidité, qui assume moins de conditions de différentiabilité que celles exigées par les équations de Rosen, et qui mène (§ 3) aux équations de Rosen lorsque des conditions de différentiabilité supplémentaires sont satisfaites (1). Dans § 4 la définition précédente est modifiée de sorte qu'elle s'applique aussi à une riemannienne à métrique hyperbolique normale. Cependant, en ce cas la démonstration des équations de Rosen est plus difficile et n'est pas entreprise. Il n'est pas difficile, mais moins intéressant, de montrer que, sous des hypothèses de différentiabilité faibles, les équations de Rosen avec les conditions (i), (ii) de § 2 entraînent la définition de la rigidité de l'auteur. Ce sujet ne sera pas traité ici.

(*) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) D'une manière simplifiée, la nouvelle définition est la suivante. Avec les notations ci-dessus on définit la distance de la courbe Λ_Q du point P comme la limite inférieure des longueurs de toutes les courbes qui joignent P à des points sur Λ_Q. Cette distance ne doit pas être infinitésimale. Il est exigé qu'elle soit indépendante de la position de P sur Λ_P.

2. DÉFINITIONS. – (i) V_n est une variété riemannienne de classe $\mathcal{C}^1$ munie d'une métrique $g_{\alpha\beta}\,dx^\alpha\,dx^\beta$, où les éléments $g_{\alpha\beta}$ sont continus.

(ii) Une *fibration* $[\mathfrak{D}, R, L, p]$ est définie sur un domaine ouvert $\mathfrak{D}$ de V_n. C'est a dire, une relation d'équivalence R est donnée sur $\mathfrak{D}$ telle que: (ii *a*) l'ensemble des points Λ_x équivalent à un point x dans $\mathfrak{D}$ est homéomorphe à un ensemble L, où L peut être la ligne euclidienne ou le cercle; (ii *b*) le quotient $\mathfrak{D}/R = \mathfrak{D}'$ est un domaine ouvert sur une variété différentiable V_{n-1} de classe $\mathcal{C}^1$ et de dimension $n-1$; (ii *c*) la *projection* p de $\mathfrak{D}$ sur $\mathfrak{D}'$, c'est à dire l'application de $\mathfrak{D}$ sur $\mathfrak{D}'$ selon la définition de $\mathfrak{D}'$ comme espace-quotient, est partout une application différentiable de classe $\mathcal{C}^1$ et de rang $n-1$; (ii *d*) $\mathfrak{D} \simeq \mathfrak{D}' \times L$. La configuration ainsi construite sera appelée une *congruence de courbes* $\{\Lambda\}$ sur V_n. Les membres de cette congruence seront appelés Λ–courbes, notés Λ, et deux Λ–courbes seront distinguées par suffixes.

(iii) Une *courbe rectifiable* dans V_n est définie localement par des équations $x^\alpha = \xi^\alpha(t)$, où les ξ^α sont des fonctions continues, $\mathcal{C}^1$ par morceaux d'un paramètre t.

(iv) La *distance* $d(x, y)$ entre deux points (x, y) de V_n est la limite inférieure des longueurs de toutes les courbes rectifiables qui joignent x et y.

(v) La *distance* $l(x, \Lambda)$ du point x de la courbe Λ est la limite inférieure $\operatorname{Lim}_{\inf} d(x, y)$, où $y \in \Lambda$. La quantité $l(x, \Lambda)$ varie, en général, lorsque le point x se remue le long de la courbe Λ_x qui passe par x.

(vi) Une *sphère* (ouverte) de rayon ε et de centre x, $\mathfrak{S}_\varepsilon(x)$, est l'ensemble des points de V_n dont la distance de x se trouve moins de ε.

(vii) Le *ε-voisinage* $\mathfrak{N}_\varepsilon(\Lambda)$ de Λ est l'ensemble $\Sigma\mathfrak{S}_\varepsilon(x)$, où $x \in \Lambda$.

(viii) La congruence $\{\Lambda\}$ est *localement rigide* relative à Λ s'il existe un ε–voisinage $\mathfrak{N}_\varepsilon(\Lambda)$ tel que chaque courbe Λ' qui coupe $\mathfrak{N}_\varepsilon(\Lambda)$ a la propriété que sa distance de tout point sur Λ est le même nombre $l(\Lambda\,\Lambda')\,(= l(\Lambda'\,\Lambda))$.

(ix) La congruence $\{\Lambda\}$ définit un *mouvement rigide* sur V_n si elle est localement rigide relative à chaque Λ–courbe.

REMARQUES. – Considérons le V_2 avec la métrique euclidienne: $ds^2 = dx^2 + dy^2$, homéomorphe au tore, qui est défini sur l'ensemble (x, y), où $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, et $(x, 0) \sim (x, 1)$, $(0, y) \sim (1, y)$. La congruence $y = \rho x + c$, où ρ est une constante irrationnelle, et c est un paramètre, a un vecteur tangent unitaire satisfaisant à (1.1). Chaque courbe est de longueur infinie, et s'approche arbitrairement près de tout point de V_2. Une telle congruence ne définit pas, donc, un mouvement rigide au sens de ce paragraphe.

Considérons, maintenant, le même V_2 avec une congruence $y = \sin 2\pi x + \rho x + c$, où ρ et c sont comme avant. Cette congruence ne satisfait pas à (1.1), mais elle satisferait à la définition de ce paragraphe si la condition (ii) était absente – puisque $l(\Lambda\,\Lambda') = 0$ pour tout Λ, Λ'. On introduit l'hypothèse (ii) pour éliminer de telles congruences.

3. Soit V_n de classe $\mathcal{C}^5$, et supposons que la congruence $\{\Lambda\}$ définisse un mouvement rigide au sens de § 2. D'ailleurs, supposons que les courbes Λ aient un vecteur tangent unitaire λ^α dont les éléments sont de classe $\mathcal{C}^2$. Il est montré dans l'annexe que, pour chaque x_0 dans $\mathfrak{D}$ on peut choisir $\varepsilon\,(>0)$ tel que, quand $x \in \mathcal{S}_\varepsilon(x_0)$ et $y \in \mathcal{S}_{4\varepsilon}(x_0) - \overline{\mathfrak{V}}_{2\varepsilon}(\Lambda_0) \cap \mathcal{S}_{4\varepsilon}(x_0)$, une fonction $\Phi(x, \Lambda_y)$, de classe $\mathcal{C}^2$, existe, qui satisfait à

$$g^{\alpha\beta} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\alpha} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\beta} = 1 , \tag{3.1}$$

et qui est égale à $l(x, \Lambda)$ dans son domaine de définition. Ici, Λ_0, Λ_y passent par x_0, y, respectivement.

Par l'hypothèse de rigidité locale relative à Λ, la fonction $\Phi(x, \Lambda)$ satisfait aussi à l'équation différentielle

$$\lambda^\alpha \frac{\partial \Phi}{\partial x^\alpha} = 0 \tag{3.2}$$

dans $\mathcal{S}_\varepsilon(x_0)$. Les équations (3.1) et (3.2) admettent, ainsi une solution commune de classe $\mathcal{C}^2$, et elles sont *compatibles* au sens de Charpit [5]; on va étudier maintenant les conséquences de ce fait.

Écrivant $p_\alpha = \partial\Phi/\partial x^\alpha$, $p_{\alpha\beta} = \partial^2 \Phi/\partial x^\alpha \partial x^\beta$, on peut différencier (3.1) et (3.2) dans la region $\mathcal{S}_\varepsilon(x_0)$, et l'on obtient

$$\begin{cases} g^{\alpha\beta} p_\alpha p_{\beta\gamma} + \frac{1}{2} g^{\alpha\beta}_{,\gamma} p_{\alpha\beta} = 0, \\ \lambda^\alpha p_{\alpha\beta} + \lambda^\alpha_{,\beta} p_\alpha = 0, \end{cases} \tag{3.3}$$

où la virgule veut dire différenciation partielle. Eliminant les dérivées secondes, on obtient

$$p^\alpha p^\beta \nabla_\alpha \lambda_\beta = 0 , \tag{3.4}$$

où p^α est le vecteur unitaire (par (3.1)) contravariant orthogonal à λ^α (par (3.2))

$$p^\alpha = g^{\alpha\beta} p_\beta = g^{\alpha\beta} \partial\Phi/\partial x^\beta . \tag{3.5}$$

Il est indiqué dans l'annexe que le vecteur p^α dans (3.4) peut être choisi arbitrairement à la condition $\lambda_\alpha p^\alpha = 0$ près, lorsqu'on considère (3.4) au point x_0. Il résulte qu'il existe un vecteur θ_α tel que, à x_0,

$$\nabla_\alpha \lambda_\beta + \nabla_\beta \lambda_\alpha = \theta_\alpha \lambda_\beta + \theta_\beta \lambda_\alpha .$$

Pour déterminer θ_α, on multiplie (3.6) successivement par λ^α , $\lambda^\sigma \lambda^\beta$; celui qui donne

$$\theta_\alpha = \lambda^\gamma \nabla_\gamma \lambda_\alpha , \tag{3.6}$$

au point x_0. Mais, puisque x_0 est arbitraire, on a le résultat cherché.

4. On peut modifier dans la manière suivante la définition de § 2 pour un mouvement rigide de sorte qu'elle s'applique aussi à une variété à métrique hyperbolique normale, ayant la signature $(+, +, \cdots, +, -)$. Pre-

mièrement, les courbes de la congruence $\{\Lambda\}$ satisfont à (ii) et, en outre, possèdent un vecteur tangent unitaire λ^α avec des éléments continus. Dans le cas hyperbolique normal ce vecteur doit être orienté dans le « temps »; c'est à dire, $g_{\alpha\beta}\lambda^\alpha\lambda^\beta < 0$. Deuxièmement, une *courbe normale* dans V_n est définie localement par des équations $x^\alpha = \xi^\alpha(t)$, où les ξ^α sont continus, de classe $\mathfrak{C}^1$ par morceaux, dans le paramètre t, et tels que $\lambda_\alpha d\xi^\alpha/dt = 0$, quand le premier membre existe. Troisièmement, la *distance* $l(x, \Lambda)$ de la courbe Λ du point x est la limite inférieure des longueurs de toutes les courbes normales qui joignent x à des points sur Λ. Quatrièmement, le *ε-voisinage* $\mathfrak{N}_\varepsilon(\Lambda)$ de Λ est l'ensemble de tous les points qui peuvent être joints à des points sur Λ par des courbes normales de longueur moins de ε. La définition procède maintenant comme avant.

Avec cette nouvelle définition la démonstration des équations de Rosen se trouve compliquée par le fait que $\{\Lambda\}$ peut être ou ne pas être une congruence normale. La difficulté provient en établissant l'existence d'une fonction $\Phi(x, \Lambda)$ de classe $\mathfrak{C}^2$ à satisfaire au système

$$\left\{\begin{aligned} &(g^{\alpha\beta} + \lambda^\alpha\lambda^\beta)\frac{\partial\Phi}{\partial x^\alpha}\frac{\partial\Phi}{\partial x^\beta} = 1, \\ &\lambda^\alpha\frac{\partial\Phi}{\partial x^\alpha} = 0, \end{aligned}\right. \tag{4.1}$$

qui est, bien entendu, l'analogue du système (3.1), (3.2). L'équivalence approximative des deux définitions paraît de l'équivalence du système (3.1), (3.2) à (4.1).

Il n'est pas difficile, quand-même, d'établir les équations de Rosen pour un espace à métrique hyperbolique normale si l'on commence avec une définition semblable à celle de § 2, mais qui se sert des géodésiques satisfaisant aux équations

$$\frac{d^2x^\alpha}{ds^2} + \Gamma^\alpha_{\beta\gamma}\frac{dx^\beta}{ds}\frac{dx^\gamma}{ds} = 0. \tag{4.2}$$

On peut définir la distance $l(x, \Lambda)$ d'une courbe orientée dans le temps d'un point voisin comme la limite supérieure des longueurs de toutes les géodésiques orientées dans l'espace qui joignent le point à cette courbe. La variété riemannienne en ce cas doit être de classe $\mathfrak{C}^2$.

ANNEXE.

On sait d'après les propriétés des coordonnées normales [6] que, pour chaque x_0 dans $\mathfrak{D}$, on peut construire une sphère $\mathfrak{S}_{2\varepsilon}(x_0)$, de rayon $2\delta > 0$, telle que pour tout $y, z \in \mathfrak{S}_{2\delta}(x_0)$ la métrique $d(y, z)$ est représentée par une fonction f:

$$d(y, z) = f(y, z) = f(z, y), \tag{A.1}$$

ayant les propriétés suivantes. D'abord, $\{f(y, z)\}^2$ est de classe $\mathcal{C}^3$ dans ses $2n$ arguments $(y^1, \cdots, z^n)$. Puis, elle satisfait à l'équation

$$g^{\alpha\beta} \frac{\partial f}{\partial x^\alpha} \frac{\partial f}{\partial x^\beta} = 1 , \tag{A.2}$$

avec z fixe ($\neq y$). Enfin, elle a la propriété aux limites:

$$2f \frac{\partial^2 f}{\partial y^\alpha \partial y^\beta} \longrightarrow g_{\alpha\beta}(z) \tag{A.3}$$

lorsque y tend vers z par un chemin quelconque.

Il suit de (ii d) de § 2, avec l'hypothèse que les λ^α sont de classe $\mathcal{C}^2$, que, si δ est suffisamment petit, et si $y \in \mathcal{S}_{2\delta}(x_0)$, alors les points de Λ_y (passant par y) qui se trouvent dans $\mathcal{S}_{2\delta}(x_0)$ peuvent être représentés par $y^\alpha = \eta^\alpha(t)$, avec $t' < t < t''$, où les η^α sont des fonctions $\mathcal{C}^3$ de t. En particulier, Λ_0 par x_0 est représenté dans $\mathcal{S}_{2\delta}(x_0)$ par $x^\alpha = \xi^\alpha(t_0)$, avec $t_0' < t_0 < t_0''$. Il est commode de prendre comme paramètres t, t_0 les longueurs des courbes Λ_y, Λ_0 prises de points convenables.

De l'équation

$$\frac{d^2}{dt^2} f\{\eta(t), z\} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^\alpha \partial y^\beta} \lambda^\alpha \lambda^\beta + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial \lambda^\alpha}{\partial y^\beta} \lambda^\beta , \tag{A.4}$$

avec (A.3), on trouve, en utilisant le fait que λ^α a ses dérivées premières continues, que, si δ est suffisamment petit, $d^2 f/dt^2 > 0$ pour tout y, z dans $\mathcal{S}_{2\delta}(x_0)$.

Ecrivons, maintenant, $\delta = 8\varepsilon$, et supposons que $x \in \mathcal{S}_\varepsilon(x_0)$, et $y \in \mathcal{S}_{4\varepsilon}(x_0) - \overline{\mathfrak{T}}_{2\varepsilon}(\Lambda_0) \cap \mathcal{S}_{4\varepsilon}(x_0)$; alors $\mathcal{S}_{8\varepsilon}(x) \in \mathcal{S}_{16\varepsilon}(x_0)$, et Λ_y coupe $\mathcal{S}_{8\varepsilon}(x)$, pendant que $d(x, y) > \varepsilon$. Par conséquent, $f\{x, \eta(t)\}$, comme fonction de t, atteint sa limite inférieure ($\geq \varepsilon$) à quelque point $y_0 = \eta(t_0)$ dans $\mathcal{S}_{8\varepsilon}(x)$, de sorte que l'équation

$$\frac{d}{dt} f\{x, \eta(t)\} = \lambda^\alpha \frac{\partial f}{\partial y^\alpha} = 0 \tag{A.5}$$

est satisfaite à y_0. Il ne peut y avoir deux points sur Λ_y dans $\mathcal{S}_{16\varepsilon}(x_0)$ auxquels (A.5) tient, parce que ceci entraînerait la nullité de $d^2 f/dt^2$ dans $\mathcal{S}_{16\varepsilon}(x_0)$. Il résulte que l'équation (A.5) détermine uniquement la variable t comme fonction $\psi(x^1, \cdots, x^n)$ des n coordonnées de x, lorsque $x \in \mathcal{S}_\varepsilon(x_0)$, et Λ_y est restreint par l'inégalité ci-dessus pour y. Or, le premier membre de (A.5) est de classe $\mathcal{C}^2$ dans les $n+1$ arguments $(x^1, \cdots, x^n, t)$, et a la dérivée par rapport à t non-nulle; d'après le théorème des fonctions implicites, ψ est donc de classe $\mathcal{C}^2$ dans les n variables $(x^1, \cdots, x^n)$.

On peut substituer la fonction ψ dans l'expression $f\{x, \eta(t)\}$, ce qui donne une nouvelle fonction $\Phi(x^1, \cdots, x^n; \Lambda_y)$ de classe $\mathcal{C}^2$, qui est un morceau de l'enveloppe des fonctions $f\{x, \eta(t)\}$ relative au paramètre t. Ainsi, par les propriétés bien connues des équations aux dérivées partielles du premier ordre [5], Φ satisfait à (A.2). D'ailleurs, d'après son mode de construction, Φ est une représentation locale de la fonction $l(x, \Lambda_y)$.

Il reste de montrer que l'ensemble $\mathcal{S}_{4\varepsilon}(x_0) - \overline{\mathcal{U}}_{2\varepsilon}(\Lambda_0) \cap \mathcal{S}_{4\varepsilon}(x_0)$ n'est pas vide. Considérons une géodésique quelconque (satisfaisant à (4.2)) passant par x_0, et coupant Λ_0 orthogonalement, et soit y_1 le point sur cette courbe qui correspond à $s = 3\varepsilon$, où $s = 0$ à x_0. Evidemment, $y_1 \in \mathcal{S}_{4\varepsilon}(x_0)$, et $\mathcal{S}_{4\varepsilon}(y_1) \in \mathcal{S}_{8\varepsilon}(x_0)$. Selon un raisonnement ci-dessus, la fonction $f\{\xi(t_0), y_1\}$ atteint sa limite inférieure 3ε au point x_0, ce qui entraîne que $y_1 \notin \overline{\mathcal{U}}_{2\varepsilon}(\Lambda_0)$, comme il faut démontrer. On a, en passant, établi que le vecteur p^α dans (3.4) peut être choisi avec l'arbitraire précisé dans § 3, quand le point considéré est à x_0; car, selon une propriété des caractéristiques de (3.1) (géodésiques), $p^\alpha = dx^\alpha/ds$.

L'auteur désire exprimer sa gratitude au Professeur A. Lichnerowicz pour son conseil dans la préparation de cet article.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] ROSEN N., « Phys. Rev. », *71*, 54 (1947).
[2] SALZMANN G. et TAUB A. H., « Phys. Rev. », *95*, 1659 (1954).
[3] RAYNER C. B., « C. R. Acad. Sc. », t. 248, 929 (1959).
[4] HERGLOTZ G., « Ann. Physik », *31*, 393 (1910).
[5] GOURSAT E., *Cours d'analyse mathématique*, II, 7e éd., § 444 – Paris, Gauthier-Villars (1949).
[6] CARTAN E., *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*, 2e éd., Note IV, – Paris, Gauthier-Villars (1951).

Geometria. — *Caratterizzazione grafica di certe superficie cubiche di* $S_{3,q}$. Nota I di GIUSEPPE TALLINI, presentata (*) dal Socio B. SEGRE.

Negli spazi di Galois, $S_{r,q}$, ossia negli spazi lineari, di dimensione r, sopra un campo di Galois d'ordine q (1), si pone in modo naturale il problema di caratterizzare con sole proprietà grafiche i vari tipi di varietà algebriche. Diversi risultati sono stati già ottenuti in questo campo dal prof. Beniamino Segre e dalla sua scuola, per quanto concerne le coniche, le curve razionali normali, la superficie di Veronese, le quadriche (2) di siffatti spazi.

In quest'ordine d'idee abbiamo rivolto l'attenzione alle superficie cubiche di $S_{3,q}$. In questa e nella successiva Nota esporremo i primi risultati da noi ottenuti. Precisamente in questa, dopo alcune considerazioni preliminari, caratterizzeremo le rigate cubiche generali (cioè a direttrici rettilinee distinte), e nell'altra le superficie cubiche con quattro e con tre punti doppi di un $S_{3,q}$ (con $q > 3$, dispari).

1. Volendo caratterizzare con sole proprietà grafiche le superficie cubiche di un $S_{3,q}$, viene spontaneo di fissare l'attenzione sugli insiemi di punti, di un tale spazio, godenti della proprietà *di contenere ogni retta avente più di tre punti in comune con essi*; converrà inoltre supporre – se si vogliono escludere casi banali – che *tali insiemi non contengano come parte: piani, quadriche (specializzate o no), né si riducano a coni* (ossia non constino di rette per un punto). In un insieme siffatto chiameremo *punto doppio ogni punto tale che ciascuna retta per esso, non appartenente all'insieme, abbia al più un altro punto a comune con questo*; supporremo infine che l'insieme goda della ulteriore proprietà *di contenere ogni retta congiungente due suoi punti doppi*. Un insieme di punti di $S_{3,q}$ godente delle proprietà suddette, e che contenga k punti distinti, sarà da noi denotato con $\mathfrak{F}(k)$.

In questo lavoro inizieremo lo studio degli insiemi $\mathfrak{F}(k)$. Precisamente, in questa Nota I dimostreremo il seguente:

TEOREMA I. – *Ogni* $\mathfrak{F}(k)$ *di un* $S_{3,q}$ ($q > 3$, *dispari*), *contenente tre punti doppi allineati e tale che sia* $k \geq q^2 + 2q + 1$, *risulta una rigata cubica a direttrici rettilinee distinte, e quindi di fatto è* $k = q^2 + q + 1$ (3).

(*) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) Per le prime nozioni e proprietà sui campi di Galois e sugli spazi di Galois cfr. per esempio B. SEGRE [5], §§ 12, 17. (I numeri entro parentesi quadre di riferiscono alla bibliografia posta alla fine della presente Nota).

(2) Cfr. B. SEGRE [6], [7], [8], [9], [10], A. BARLOTTI [1]; G. F. PANELLA [2]; G. TALLINI [11], [12], [13], [14].

(3) In un $S_{3,q}$ (q dispari) il numero dei punti di una rigata cubica a direttrici rettilinee distinte è $q^2 + 2q + 1$, cfr. L. A. ROSATI [4].

Nella Nota successiva proveremo i due seguenti teoremi:

TEOREMA II. – *Ogni* $\mathfrak{F}(k)$ *di* $S_{3,q}$ ($q > 3$, *dispari*), *con* $k \geq q^2 + 3q + 1$, *contenente quattro punti doppi indipendenti, risulta una superficie cubica con quattro punti doppi, e quindi di fatto è* $k = q^2 + 3q + 1$ (4).

TEOREMA III. – *Ogni* $\mathfrak{F}(k)$ *di* $S_{3,q}$ ($q > 3$, *dispari*), *con* $k \geq q^2 + 4q + 1$, *contenente tre punti doppi indipendenti, risulta una superficie cubica con tre punti doppi, e quindi di fatto è* $k = q^2 + 4q + 1$ (4).

2. Cominciamo con lo stabilire alcune proprietà elementari degli insiemi $\mathfrak{F}(k)$ di un $S_{3,q}$ ($q > 3$).

OSSERVAZIONE I. – *Un piano* α *di* $S_{3,q}$ *avente tre rette,* r_1, r_2, r_3, *in comune con un* $\mathfrak{F}(k)$, *non può avere nessun altro punto,* P, *a comune con tale insieme.* Infatti ogni retta di α per P, diversa dalle tre rette s_1, s_2, s_3 (eventualmente coincidenti) congiungenti P con i punti d'incontro di r_1, r_2, r_3, avendo evidentemente quattro punti a comune con $\mathfrak{F}(k)$, apparterrebbe ad $\mathfrak{F}(k)$; da ciò seguirebbe subito (essendo $q > 3$) l'appartenenza a $\mathfrak{F}(k)$ anche di s_1, s_2, s_3, e quindi di tutto α, e ciò si è escluso (n. 1).

OSSERVAZIONE II. – *I punti doppi di un* $\mathfrak{F}(k)$ – *supposti esistenti ed in numero maggiore di due* – *o sono situati tutti su una stessa retta, oppure sono tra loro indipendenti e quindi al massimo in numero di quattro.*

Se $\mathfrak{F}(k)$ contiene tre punti doppi su una retta r, ogni altro punto doppio deve giacere su r, altrimenti il piano per r e per un eventuale altro punto doppio non situato su r, dovrebbe contenere evidentemente quattro rette distinte di $\mathfrak{F}(k)$ (n. 1), e quindi, per l'osservazione precedente, tutto il piano apparterrebbe a $\mathfrak{F}(k)$, e ciò si è escluso (n. 1). Dunque, se i punti doppi di $\mathfrak{F}(k)$ non giacciono tutti su una stessa retta, essi sono a tre a tre non allineati. D'altra parte mai quattro di essi possono giacere su uno stesso piano: altrimenti tale piano dovrebbe avere in comune con $\mathfrak{F}(k)$ le sei rette congiungenti a due a due i quattro punti doppi (n. 1), e ciò è escluso (Oss. I). È parimenti assurdo che $\mathfrak{F}(k)$ contenga cinque punti doppi A_i ($i = 1, \cdots, 5$) non situati su una stessa retta, e quindi a quattro a quattro indipendenti. In quanto allora la retta $A_4 A_5$, per esempio, apparterrebbe ad $\mathfrak{F}(k)$: onde il piano $A_1 A_2 A_3$ avrebbe in comune con $\mathfrak{F}(k)$ le tre rette $A_i A_j$ ($i, j = 1, 2, 3, i \neq j$) ed il punto sezione della $A_4 A_5$ con siffatto piano – punto certamente distinto da quelli delle rette $A_i A_j$ – e ciò è escluso (Oss. I).

OSSERVAZIONE III. – *Ogni piano per una retta contenente due punti doppi di* $\mathfrak{F}(k)$, *interseca* $\mathfrak{F}(k)$ – *oltre che in quella retta* – *o in un* h*–arco* (5) *ampliabile in un* $(h + 2)$*–arco, se ad esso si aggregano i due punti doppi, o in una retta, o in due rette una per un punto doppio l'altra per l'altro;*

(4) In un $S_{3,q}$ (q dispari) il numero dei punti di una superficie cubica con quattro punti doppi indipendenti è $q^2 + 3q + 1$, mentre quello di una superficie cubica con soli tre punti doppi può essere o $q^2 + 2q + 1$, oppure $q^2 + 4q + 1$. Cfr. L. A. ROSATI [4].

(5) Per la nozione di h–arco cfr. B. SEGRE [8] p. 359.

l'ultima eventualità potendosi presentare soltanto se la retta per i due punti doppi non ne contiene nessun altro.

Siano A_1 e A_2 due punti doppi di $\mathfrak{F}(k)$ e π un piano per $A_1 A_2$. π interseca $\mathfrak{F}(k)$ nella retta $A_1 A_2$ ed in un insieme di punti $\mathfrak{I}$. Due casi sono ora possibili: o $\mathfrak{I}$ è costituito di punti a tre a tre non allineati, ed allora $\mathfrak{I}$ coincide con un h–arco evidentemente ampliabile in un $(h+2)$–arco, se all'h–arco si aggiungono A_1, A_2; oppure tre punti di $\mathfrak{I}$ sono allineati su una retta r: ma allora r appartiene a $\mathfrak{F}(k)$, avendo in comune con $\mathfrak{F}(k)$ quei tre punti e il punto d'incontro con $A_1 A_2$. In questo secondo caso due eventualità possono presentarsi: o $\mathfrak{I}$ non contiene altri punti all'infuori di quelli di r, oppure esiste un punto P di $\mathfrak{I}$ non situato su r. In quest'ultima ipotesi, detta s la retta congiungente P con uno dei due punti doppi A_1, A_2 per cui non passi la r, la s dovrà appartenere a $\mathfrak{F}(k)$. Il piano π incontra allora $\mathfrak{F}(k)$ nelle tre rette $r, s, A_1 A_2$, né può avere altri punti a comune con $\mathfrak{F}(k)$ (Oss. I). Supposta la s passante per A_1, la r dovrà passare per A_2, altrimenti ogni retta di π per A_2 dovrebbe appartenere a $\mathfrak{F}(k)$, avendo in comune con tale insieme il punto doppio A_2 e i due distinti punti d'incontro di essa con r e s.

3. Allo scopo di dimostrare il teorema I del n. 1, consideriamo in un $S_{3,q}$ ($q > 3$, dispari) un insieme $\mathfrak{F}(k)$, con $k \geq q^2 + 2q + 1$, contenente tre punti doppi, A_1, A_2, A_3, allineati su una retta r.

Siano in numero di s $(0 \leq s \leq q+1)$ i piani per r intersecanti ulteriormente $\mathfrak{F}(k)$ in una (sola) retta. Per l'i–esimo tra i rimanenti $q+1-s$ piani potrà presentarsi soltanto l'eventualità che esso incontri ulteriormente $\mathfrak{F}(k)$ in un h_i–arco, ampliabile in un (h_i+2)–arco, se ad esso si aggregano A_1, A_2 (Oss. III, n. 2). Si ha inoltre $h_i + 2 \leq q+1$ [6]. Uguagliando la somma dei numeri di punti di $\mathfrak{F}(k)$ appartenenti ai singoli piani per r, ma non ad r, ai punti di $\mathfrak{F}(k)$ distinti da quelli di r, e tenendo presente che è $k \geq q^2 + 2q + 1$, si ha:

$$qs + \sum_{i=1}^{q+1-s} h_i = k - (q+1) \geq q^2 + q.$$

D'altra parte, essendo $h_i \leq q - 1$, sarà:

$$\sum_{i}^{q+1-s} h_i \leq (q + 1 - s)(q - 1) = q^2 - sq + s - 1.$$

Dalle due precedenti disuguaglianze si ricava allora:

$$s \geq q + 1.$$

Ma è anche $s \leq q + 1$, onde dovrà essere $s = q + 1$.

(6) Si ricordi che in un $S_{2,q}$ (q dispari) il massimo numero di punti di cui mai tre allineati è $q+1$. Cfr. B. Qvist [3], § 1.

Dunque *ogni piano per r interseca* $\mathfrak{F}(k)$ *ulteriormente in una retta distinta da r*. Chiameremo tali $q+1$ rette *generatrici di* $\mathfrak{F}(k)$. L'insieme $\mathfrak{F}(k)$ si compone quindi dei punti della retta r e delle sue $q+1$ generatrici. Si ha poi che *due generatrici o sono sghembe o incidenti in un punto di r, né mai complanari con r*. Da quanto precede segue poi facilmente che $k = q^2 + 2q + 1$ ed inoltre che ogni punto di r deve essere doppio per $\mathfrak{F}(k)$.

Proveremo ora che *da ogni punto di r passano al più due tra le* $q+1$ *generatrici di* $\mathfrak{F}(k)$.

Supponiamo, per assurdo, che esista un punto R di r per cui passino tre generatrici, g_1, g_2, g_3. Non potendo tutte le generatrici passare per R – altrimenti $\mathfrak{F}(k)$ si ridurrebbe ad un cono con vertice R, il che è stato escluso (n. 1) – ne esisterà una, g, incidente r in un punto distinto da R. Le rette g_1, g_2, g_3 non possono essere complanari, altrimenti g inciderebbe il piano da esse determinato in un punto necessariamente appartenente o a g_1, o a g_2, o a g_3 (Oss. I, n. 2); esisterebbero allora due generatrici incidenti in un punto fuori di r, e ciò è escluso (cfr. penultimo capoverso precedente).

Due casi possono ora presentarsi: o tutte le generatrici, distinte da g, passano per R, oppure ne esiste almeno un'altra, g' incidente r in un punto distinto da R.

Nel primo caso le q generatrici per R – al pari di g_1, g_2, g_3 – risultano a tre a tre non complanari e a due e due non complanari con r, quindi r e tali q generatrici costituiscono un cono quadrico con vertice R: infatti la sezione di quelle $q+1$ rette per R con un piano non passante per R, risulta un $(q+1)$–arco e quindi una conica [7]. $\mathfrak{F}(k)$ verrebbe dunque a contenere un cono quadrico, e ciò è escluso (n. 1).

Nel secondo caso, denotati con P e P′ i punti d'incontro rispettivamente di g e g' con il piano $g_1 \cup g_2$, dovrà essere $P \equiv P'$; inoltre, evidentemente, né P né P′ potranno appartenere a g_1 o a g_2. La retta PP′ – che è certamente sghemba con r, altrimenti g, g' e r sarebbero complanari – dovrà allora appartenere a $\mathfrak{F}(k)$, avendo in comune con tale insieme quattro punti distinti: P, P′ e i due punti d'incontro della retta PP′ con g_1 e g_2. La PP′ è evidentemente sghemba con g_3, il piano $r \cup g_3$ incontra allora la PP′ in un punto di $\mathfrak{F}(k)$ non situato né su r né su g_3 e ciò è assurdo (Oss. III, n. 2).

4. Continuando lo studio dell'insieme $\mathfrak{F}(k)$ del numero precedente, osserviamo che un tale insieme può al più contenere un'altra retta distinta da r e dalle $q+1$ generatrici: infatti ogni eventuale retta siffatta deve essere evidentemente sghemba con r ed inoltre incidente le generatrici (in quanto deve incontrare ogni piano per r, in un punto della generatrice che è su quel piano); se dunque esistessero due di queste rette, $\mathfrak{F}(k)$ conterrebbe la quadrica luogo delle rette appoggiate ad esse e ad r, e ciò è escluso (n. 1). Chiameremo *direttrice rettilinea semplice* di $\mathfrak{F}(k)$ una eventuale retta siffatta.

(7) Si rammenti che in un $S_{2,q}$ (q dispari) ogni $(q+1)$–arco è una conica. Cfr. B. SEGRE [6], [7].

In base all'ultima proposizione del numero precedente, in relazione a $\mathfrak{F}(k)$ due eventualità possono presentarsi: o esiste almeno un punto di r da cui esce una sola generatrice, oppure per ogni punto di r ne passano due, o nessuna.

Esaminiamo il primo caso. Detto P un punto di r da cui esce una sola generatrice, g, siano α_1 e α_2 due piani per g, distinti dal piano $g \cup r$ e dal piano determinato da g e dall'eventuale direttrice. Le q generatrici diverse da g, non potendo passare per P, non giacciono né su α_1 né su α_2, e quindi intersecano α_i $(i = 1, 2)$ in q punti, evidentemente distinti tra loro e dai punti di g, e a tre a tre non allineati. Tali q punti determinano dunque su α_i un q–arco completabile in un $(q+1)$–arco, e quindi in una conica C_i [8], se ad esso si aggrega P.

Il luogo delle rette appoggiate a r e alle due coniche C_1 e C_2 – le quali sono evidentemente tangenti in P a g – può essere, come è noto, o un cono quadrico, o una quadrica iperbolica, o una rigata cubica generale passante per g. Attualmente però tale rigata, dovendo contenere le q generatrici di $\mathfrak{F}(k)$ distinte da g, non può essere un cono quadrico né una quadrica iperbolica (n. 1); sarà dunque una rigata cubica generale passante per g, la quale, contenendo r e tutte le generatrici di $\mathfrak{F}(k)$, dovrà coincidere con $\mathfrak{F}(k)$.

Esaminiamo ora il secondo caso. Siano g_1 e g_2 due generatrici di $\mathfrak{F}(k)$ per un punto P di r, e π il piano da esse determinato. Le rimanenti $q-1$ generatrici incontrano π in $q-1$ punti distinti, necessariamente appartenenti ad una retta d di $\mathfrak{F}(k)$, sghemba con r. La d è allora la direttrice semplice di $\mathfrak{F}(k)$. Sia α un piano per g_1 diverso da π e del piano $g_1 \cup r$. Esso, non potendo evidentemente contenere rette di $\mathfrak{F}(k)$ diverse da g_1, è intersecato dalle $q-1$ generatrici distinte da g_1 e g_2, in $q-1$ punti, distinti tra loro e dai punti di g_1, a tre a tre non allineati; costituenti quindi un $(q-1)$–arco, ampliabile in un q–arco se ad esso si aggrega P. Sia C la conica contenente tale q–arco [9].

Le $q-1$ generatrici suddette sono dunque appoggiate a r, C, e d. Esse appartengono quindi alla rigata luogo delle rette appoggiate a tali tre curve. Siffatta rigata è una quadrica, se C incide d, ma ciò è da escludersi nel nostro caso, altrimenti $\mathfrak{F}(k)$ dovrebbe contenere quella quadrica. Dunque C non incide d, e la rigata è una rigata cubica generale. Essa deve poi ammettere r e d rispettivamente come direttrici rettilinee doppia e semplice, e quindi deve contenere, oltre alle $q-1$ generatrici di $\mathfrak{F}(k)$ suddette, anche g_1 e g_2, dovendo le due generatrici della rigata cubica per P incidere d proprio nei due punti d'incontro di g_1 e g_2 con d.

In ogni caso, dunque, $\mathfrak{F}(k)$ coincide con una rigata cubica generale, come asserito dal teorema I del n. 1.

(8) Cfr. la nota (7).

(9) È noto che in un $S_{2,q}$ (q dispari) ogni q–arco è contenuto in una conica. Cfr. B. Segre [8].

BIBLIOGRAFIA.

[1] A. BARLOTTI, *Un'estensione del teorema di Segre–Kustaanheimo*, « Boll. U.M.I. » (3) *10*, 498–506 (1955).

[2] G. F. PANELLA, *Caratterizzazione delle quadriche di uno spazio (tridimensionale) lineare sopra un corpo finito*, « Boll. U.M.I. » (3) *10*, 507–513 (1955).

[3] B. QVIST, *Some remarks concerning curves of the second degree in a finite plane*, « Ann. Acc. Sc. Fennicae », ser. A, I, n. 134 (1952).

[4] L. A. ROSATI, *Sul numero dei punti di una superficie cubica in uno spazio lineare finito*. « Boll. U.M.I. » (3) *11*, 412–418 (1956).

[5] B. SEGRE, *Lezioni di geometria moderna*, vol. I (Bologna, Zanichelli, 1948).

[6] B. SEGRE, *Sulle ovali nei piani lineari finiti*, « Rend. Acc. Naz. Lincei » (8) *17*, 141–142 (1954).

[7] B. SEGRE, *Ovals in a finite projective plane*, « Canadian Journal of Math. », *7*, 414–416 (1955).

[8] B. SEGRE, *Curve razionali normali e k–archi negli spazi finiti*, « Annali di Mat. », (4) *39*, 357–379 (1955).

[9] B. SEGRE, *Sui k–archi nei piani finiti di caratteristica due*, « Revue de math. pures et appl. », t. 2, 283–294 (1957).

[10] B. SEGRE, *Sulle geometrie proiettive finite*, « Rend. Convegno Reticoli e geometrie proiettive, Palermo », 46–61 (1957).

[11] G. TALLINI, *Sulle k–calotte degli spazi lineari finiti*, Note I e II, « Rend. Acc. Lincei », (8) *20*, 311–317; 442–446 (1956).

[12] G. TALLINI, *Sulle k–calotte di uno spazio lineare finito*, « Annali di Mat. », (4) *42*, 119–164, (1956).

[13] G. TALLINI, *Caratterizzazione grafica delle quadriche ellittiche negli spazi finiti*, « Rend. Mat. », (3–4), vol. 16, 328–351 (1957).

[14] G. TALLINI, *Una proprietà grafica caratteristica della superficie di Veronese negli spazi finiti*, « Rend. Acc. Naz. Lincei », (8) *24*, 19–23; 135–138 (1958).

Meccanica. — *Moto di dipoli elettrici nell'ultima teoria unitaria einsteiniana.* Nota di CARLO VENINI, presentata (*) dal Socio B. FINZI.

Nella teoria relativistica della gravitazione, le equazioni di moto delle particelle materiali si possono trarre da quelle di puro campo, rappresentando le masse gravitazionali con singolarità del campo stesso [1]. Il metodo di Einstein e coll. stabilisce le leggi di moto delle particelle mediante integrali di superficie, che isolano dalle rimanenti ciascuna singolarità del campo; questi integrali dipendono solo dalla natura della singolarità stessa e non dalla forma della superficie. Si ritrovano così, in prima approssimazione, le equazioni di moto della Fisica classica, riferite ad un osservatore inerziale, nelle quali è presente la sola forza gravitazionale newtoniana che si esercita fra le particelle in moto.

Nella teoria unitaria si presenta lo stesso problema, cioè quello di dedurre dalle equazioni di campo il moto di particelle dotate non solo di massa, ma anche di carica elettrica. Il problema è stato risolto da Clauser [2], il quale ha sostituito alla funzione armonica, che individua il classico potenziale elettrostatico coulombiano, una funzione biarmonica (come appunto vogliono le equazioni elettromagnetiche che si traggono in prima approssimazione da quelle di campo), anzi, la più generale funzione biarmonica dipendente dalla sola distanza fra la particella e il generico punto dello spazio. Servendosi di una formula integrale precedentemente dedotta [3] dalle equazioni di campo della teoria unitaria, Clauser ha determinato le equazioni di moto di prima approssimazione relative a particelle dotate di carica elettrica e di massa, ritrovando la legge di moto della Fisica classica, riferita a un osservatore inerziale, nella quale però, accanto alla forza gravitazionale newtoniana e alla forza elettrostatica coulombiana, compare una debole forza centrale di modulo costante, che traduce, nell'approssimazione considerata, l'interazione fra gravitazione ed elettricità. Clauser ha inoltre dimostrato che, nelle successive approssimazioni, anche la forza elettrodinamica di Lorentz interviene insieme alle precedenti e a forze ulteriori.

Anche Treder [4] è pervenuto (limitatamente alla prima approssimazione) ad equazioni di moto analoghe a quelle di Clauser, pure avendo adottato lo schema originario di Einstein e collaboratori, che aveva condotto Callaway [5] ad un risultato negativo. Egli però, a differenza di questo autore, ha ritenuto biarmonico, e non armonico, il potenziale elettrostatico elementare.

In questa Nota, servendomi della formula integrale di Clauser, determino le equazioni di moto in prima approssimazione di particelle materiali, le quali si possono interpretare come supporti non solo di semplici cariche, ma anche di dipoli elettrici. A tal fine assumo ancora la nota soluzione di

(*) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

prima approssimazione per la parte simmetrica del tensore fondamentale, che individua il campo gravitazionale esternamente alle masse, mentre scelgo, come è possibile, quale potenziale elettrostatico di una particella una funzione somma della funzione biarmonica elementare, già utilizzata da Clauser e Treder, con una funzione biarmonica che dipende non solo dalla distanza fra il corpuscolo e il generico punto potenziato del campo, ma anche dall'angolo formato da una direzione privilegiata associata al corpuscolo e la semiretta che congiunge il corpuscolo stesso con il punto potenziato.

Le equazioni di moto di prima approssimazione che così si ottengono per corpuscoli supporti di masse e di dipoli elettrici contengono, oltre alle forze presenti nel caso di semplici cariche, ulteriori forze che dipendono dalla direzione privilegiata associata a ciascuna particella. Si ha precisamente un primo insieme di forze centrali, dirette dalla particella considerata a ciascuna delle rimanenti; una forza diretta come l'asse privilegiato della particella; un secondo insieme di forze, ognuna delle quali diretta come l'asse privilegiato di ciascuno dei rimanenti corpuscoli.

1. PREMESSE. – È noto che, nella teoria einsteiniana della relatività unitaria, lo spazio–tempo è un continuo quadridimensionale non riemanniano, completamente individuato da un tensore fondamentale non simmetrico $g_{\alpha\beta}$ [1]. Applichiamo alle componenti del tensore fondamentale il seguente sviluppo in serie di potenze di un parametro λ positivo a priori arbitrario:

$$
(\mathrm{I}) \qquad \left\{ \begin{array}{l}
g_{00} = 1 + \lambda^2 \alpha^2 \underset{2}{g_{00}} + \lambda^4 \alpha^4 \underset{4}{g_{00}} + \cdots ; \\
g_{\underline{mn}} = -\delta_{mn} + \lambda^2 \alpha^2 \underset{2}{g_{\underline{mn}}} + \lambda^4 \alpha^4 \underset{4}{g_{\underline{mn}}} + \cdots ; \\
g_{0\underline{n}} = \lambda^3 \alpha^3 \underset{3}{g_{0\underline{n}}} + \lambda^5 \alpha^5 \underset{5}{g_{0\underline{n}}} + \cdots ; \\
g_{\underset{\vee}{mn}} = \lambda^2 \beta^2 \underset{2}{g_{\underset{\vee}{mn}}} + \lambda^4 \beta^4 \underset{4}{g_{\underset{\vee}{mn}}} + \cdots ; \\
g_{0\underset{\vee}{n}} = \lambda^3 \beta^3 \underset{3}{g_{0\underset{\vee}{n}}} + \lambda^5 \beta^5 \underset{5}{g_{0\underset{\vee}{n}}} + \cdots \qquad [2],
\end{array} \right.
$$

dove α e β sono costanti anch'esse a priori arbitrarie e δ_{mn} è l'ordinario simbolo di Kronecher. Nei calcoli successivi riterremo le derivate parziali rispetto alla coordinata temporale x_0 di ordine di grandezza più elevato (rispetto a λ) delle derivate parziali rispetto alle coordinate spaziali x_1, x_2, x_3. Converrà allora assumere $x_0 \equiv \lambda^{-1} t$ e supporre dello stesso ordine le derivate rispetto a t e alle x_1.

Ritenendo sia le componenti del tensore fondamentale, sia i coefficienti dello sviluppo (I) puri numeri, a λ spettano le dimensioni del reciproco di

(1) Gli indici greci assumono i valori 0, 1, 2, 3, quelli latini i valori 1, 2, 3. La virgola è simbolo di derivazione ordinaria, il punto e virgola di derivazione tensoriale. Si sottintende il segno di sommatoria per quegli indici (anche non tensoriali) che vengono ripetuti.

una velocità e ad α e β quelle di una velocità. Grazie agli sviluppi (I) e all'arbitrarietà di λ, le equazioni del campo unitario [6] si spezzano nelle seguenti equazioni ridotte:

$$\text{(II)} \qquad \underset{n}{R_{\alpha\beta}} = 0 \quad ; \quad \underset{n}{\Gamma'_{\alpha\nu}} = 0 \quad ; \quad \underset{n}{R_{\alpha\beta,\gamma}} + \underset{n}{R_{\beta\gamma,\alpha}} + \underset{n}{R_{\gamma\alpha,\beta}} = 0 \; ;$$

$$(n = 2 , 3 , 4 , \cdots) \quad [2],$$

essendo $\Gamma^{\nu}_{\alpha\beta}$ il generico coefficiente di connessione e $R_{\alpha\beta}$ il tensore contratto di curvatura.

La prima delle (II), per $n = 2$ e $n = 3$, fornisce le equazioni gravitazionali di prima approssimazione, alle quali soddisferemo, con Clauser, assumendo per ogni particella:

$$\text{(III)} \qquad \underset{2}{g_{\infty}} = -2\, h\alpha^{-2}\, mr^{-1} \quad ; \quad \underset{2}{g_{mn}} = \delta_{mn}\, \underset{2}{g_{\infty}} \quad ; \quad \underset{3}{g_{0l}} = 4\, h\alpha^{-3}\, mr^{-1}\, v_l .$$

Nelle (III) h rappresenta la costante di attrazione universale, m la massa costante della particella, $\boldsymbol{v}$ la sua velocità, r la distanza fra la particella e il generico punto dello spazio.

Ponendo nella seconda e nella terza delle (II) $n = 2$, si ha:

$$\text{(IV)} \qquad \underset{2}{\Gamma^{s}_{is}} = -\beta^2\, \underset{2}{g_{im,m}} = 0 \quad ; \quad \Delta\,(\underset{2}{g_{mn,s}} + \underset{2}{g_{ns,m}} + \underset{2}{g_{sm,n}}) = 0 ,$$

essendo Δ l'ordinario operatore di Laplace dello spazio euclideo tridimensionale. Le (IV) coincidono con le equazioni che individuano il campo elettrico di particelle in prima approssimazione [2] [7]. La prima delle (IV) è identicamente soddisfatta assumendo:

$$\text{(1)} \qquad \underset{2}{g_{12}} = \mathrm{KV}_{,3} \quad ; \quad \underset{2}{g_{23}} = \mathrm{KV}_{,1} \quad ; \quad \underset{2}{g_{31}} = \mathrm{KV}_{,2} \; ,$$

con V funzione a priori arbitraria delle sole coordinate spaziali e K costante arbitraria. Ponendo le (1) nella seconda delle (IV) si ha:

$$\text{(2)} \qquad \Delta\Delta \mathrm{V} = 0 .$$

Il potenziale elettrostatico V è quindi biarmonico.

2. Determinazione del potenziale elettrostatico. – Supponiamo ogni particella supporto di una carica e di un dipolo; allora il potenziale elettrostatico in un generico punto dello spazio non dipenderà solo dalla distanza r fra esso e la particella, ma anche dall'angolo θ che la semiretta tracciata dalla particella al punto forma con una direzione privilegiata associata al corpuscolo. Assunto un sistema di coordinate polari con il polo nella particella e con l'asse polare coincidente con la semiretta privilegiata, l'angolo θ rappresenta la colatitudine del punto potenziato; V dipende quindi dal raggio vettore e dalla colatitudine, ma non dalla longitudine.

Scegliamo quale potenziale la seguente funzione biarmonica:

$$\mathring{V} = Ar^{-1} + Cr + Br^2 + f(r, \theta), \tag{3}$$

somma della funzione biarmonica elementare e di una funzione biarmonica $f(r, \theta)$ a priori arbitraria. Quest'ultima si può rappresentare con la somma di una funzione armonica $u(r, \theta)$ e della funzione biarmonica $r^2 v(r, \theta)$, essendo v armonica [8]. La (3) diventa così:

$$V = Ar^{-1} + Cr + Br^2 + r^2 v + u ,$$

con:

$$\Delta u(r, \theta) = 0 \quad ; \quad \Delta v(r, \theta) = 0. \tag{4}$$

Una soluzione particolare delle (4), ottenuta separando le variabili, è la seguente:

$$u = (Mr^l + Nr^{-(l+1)}) P_l(\cos\theta) \quad ; \quad v = (Dr^l + Fr^{-(l+1)}) P_l(\cos\theta), \tag{5}$$

dove M, N, D, F sono costanti, l un intero non negativo e $P_l(\cos\theta)$ un polinomio di Legendre [9]. Ponendo nelle (5) $l = 1$, che costituisce il minimo valore di l per il quale u e v dipendono da θ, si ha:

$$u = (Mr + Nr^{-2}) \cos\theta \quad ; \quad v = (Dr + Fr^{-2}) \cos\theta. \tag{6}$$

Il potenziale elettrostatico assume così la seguente forma:

$$V = Ar^{-1} + Cr + Br^2 + Nr^{-2}\cos\theta + F\cos\theta + Mr\cos\theta + Dr^3\cos\theta. \tag{7}$$

La funzione armonica

$$\Delta V = 2Cr^{-1} + 6B - 2Fr^{-2}\cos\theta + 10Dr\cos\theta \tag{8}$$

rappresenta la distribuzione elettrica.

3. EQUAZIONI DI MOTO IN PRIMA APPROSSIMAZIONE. – Dalle equazioni di campo dell'ultima teoria unitaria einsteiniana (1953), Clauser [3] ha dedotto le seguenti formule:

$$\int_\sigma (\mathfrak{U}^{os}_{i,o} + \mathfrak{t}^s_i)\, n_s\, d\sigma = 0 \qquad (i = 1, 2, 3) \tag{9}$$

$$\int_\sigma (\mathfrak{U}^{os}_{o,o} + \mathfrak{t}^s_o)\, n_s\, d\sigma = 0 \quad [2]. \tag{10}$$

Le tre equazioni (9) permettono il calcolo del moto di una particella, mentre la (10) fornisce il teorema dell'energia relativo al corpuscolo, essendo σ una superficie dell'ordinario spazio euclideo, che isola dalle rimanenti la particella considerata, n_s il coseno direttore del versore normale a σ.

(2) Circa il significato di $\mathfrak{U}$ e di $\mathfrak{t}$, cfr. loco citato in [2], § 3.

Applicando alle funzioni integrande (9) e (10) lo sviluppo in serie di potenze di λ, le (9) cessano di essere delle identità allorché si comincia a tenere conto dei termini di quarto grado, mentre la (10), arrestando lo sviluppo a detti termini, risulta identicamente soddisfatta. In prima approssimazione le equazioni di moto di una particella $\overset{1}{P}$ sono costituite dai termini in λ^4 delle (9), che si calcolano tenendo conto delle soluzioni (III) delle equazioni gravitazionali e della soluzione (7) delle equazioni elettrostatiche. Questo calcolo è stato eseguito considerando il corpuscolo materiale $\overset{1}{P}$, supporto di carica e di dipolo, soggetto all'azione di un solo analogo corpuscolo $\overset{2}{P}$.

Eliminando preventivamente dalla funzione integranda (9) l'insieme di quei termini che non possono arrecare contributo all'integrale stesso in virtù del noto lemma di Einstein e Infeld, conseguenza immediata del teorema di Stokes [1], nell'approssimazione considerata l'integrale (9) si spezza nella somma di due integrali, il primo dei quali rappresenta il contributo del campo gravitazionale e coincide con quello trovato da Clauser, il secondo il contributo del campo elettromagnetico. Le tre equazioni (9) si trasformano pertanto nelle seguenti:

$$(11) \qquad 16\,\pi\lambda^4\, h\overset{1}{m}\overset{1}{a_i} = 16\,\pi\lambda^4\, hU_{,i} -$$

$$-\lambda^4\beta^4 K^2 \int_{\overset{1}{\sigma}} (\delta_{ik} V_{,s}\,\Delta V_{,s} - 2\,\underline{V_{,i}\,\Delta V_{,k}} + \tfrac{1}{2}\,\delta_{ik}\,\Delta V \Delta V)\, n^k\, d\overset{1}{\sigma}$$

dove U è il classico potenziale gravitazionale ed $\overset{1}{\boldsymbol{a}}$ l'accelerazione di $\overset{1}{P}$. Qui, come in seguito, gli indici sovrapposti 1 e 2 indicano il corpuscolo al quale si riferisce la quantità così denotata.

La (11) costituisce la valutazione di prima approssimazione della (9). Si constata con facili calcoli che la divergenza del vettore integrando (che rappresenta il contributo del campo elettromagnetico al moto di $\overset{1}{P}$) al secondo membro della (11) risulta nulla; il corrispondente integrale non dipende quindi da $\overset{1}{\sigma}$. Si può allora semplificarne il calcolo assumendo come superficie d'integrazione una sfera con centro in $\overset{1}{P}$ e, fra gli integrali in cui si spezza il dato, trascurare quelli che dipendono dal raggio della sfera e che si eliderebbero reciprocamente se venissero calcolati e posti nella (11).

Assunto un sistema di assi cartesiani ortogonali rispetto al quale $\overset{1}{P}$ possiede velocità nulla (in una posizione e in un istante prefissati ad arbitrio) e il cui asse x_3 coincida in direzione e verso con l'asse privilegiato del corpuscolo stesso, si perviene, a conclusione di calcoli concettualmente semplici, ma assai laboriosi, alle seguenti equazioni di moto di prima approssimazione di $\overset{1}{P}$:

$$(V)\quad \begin{cases} 16\pi\lambda^4 h\overset{1}{m}\overset{1}{a}_q = 16\pi\lambda^4 hU_{,q} - 4\pi\lambda^4\beta^4 K^2 \overset{1}{A}\Delta\overset{2}{V}_{,q} - 8\pi\lambda^4\beta^4 K^2 \overset{1}{C}\overset{2}{V}_{,q} + \\ \qquad - 4\pi\lambda^4\beta^4 K^2 \overset{1}{N}\Delta\overset{2}{V}_{,q3} + 8\pi\lambda^4\beta^4 K^2 \overset{1}{F}\overset{2}{V}_{,q3} \qquad (q = 1, 2); \\ 16\pi\lambda^4 h\overset{1}{m}\overset{1}{a}_3 = 16\pi\lambda^4 hU_{,3} - 4\pi\lambda^4\beta^4 K^2 \overset{1}{A}\Delta\overset{2}{V}_{,3} - 8\pi\lambda^4\beta^4 K^2 \overset{1}{C}\overset{2}{V}_{,3} + \\ \qquad - 4\pi\lambda^4\beta^4 K^2 \overset{1}{N}\Delta\overset{2}{V}_{,33} + 8\pi\lambda^4\beta^4 K^2 \overset{1}{F}\overset{2}{V}_{,33} + \\ \qquad + (16\pi\lambda^4\beta^4 K^2 \overset{1}{B}\overset{1}{F} - 8\pi\lambda^4\beta^4 K^2 \overset{1}{M}\overset{1}{C} - 40\pi\lambda^4\beta^4 K^2 \overset{1}{A}\overset{1}{D}). \end{cases}$$

Le (V) costituiscono tre equazioni scalari in forma adimensionale e le funzioni che in esse compaiono si intendono valutate in $\overset{1}{P}$. Dividendo per il fattore comune $16\pi\lambda^4 h$, indicando con $\overset{1}{\mathbf{K}}$ e $\overset{2}{\mathbf{K}}$ i versori degli assi privilegiati di $\overset{1}{P}$ e $\overset{2}{P}$, posto

$$(\overset{1}{P} - \overset{2}{P}) \times \overset{1}{\mathbf{K}} \equiv \psi \quad ; \quad (\overset{1}{P} - \overset{2}{P}) \times \overset{2}{\mathbf{K}} \equiv \xi \quad ; \quad \overset{1}{\mathbf{K}} \times \overset{2}{\mathbf{K}} \equiv \eta,$$

le tre equazioni (V), per la (7), si possono riassumere nella seguente equazione vettoriale:

$$(12)\quad \overset{1}{m}\overset{1}{\boldsymbol{a}} = h\frac{\overset{1}{m}\overset{2}{m}}{r^2}\operatorname{vers}(\overset{2}{P} - \overset{1}{P}) + \frac{\beta^4 K^2}{2h}\frac{\overset{1}{A}\overset{2}{C} + \overset{1}{C}\overset{2}{A}}{r^2}\operatorname{vers}(\overset{1}{P} - \overset{2}{P}) -$$

$$- \frac{\beta^4 K^2}{2h}\overset{1}{C}\overset{2}{C}\operatorname{vers}(\overset{1}{P} - \overset{2}{P}) + - \frac{\beta^4 K^2}{h}\overset{1}{C}\overset{2}{B}(\overset{1}{P} - \overset{2}{P}) +$$

$$+ \frac{\beta^4 K^2}{2h}\left[\frac{-3\overset{1}{A}\overset{2}{F}\xi + 3\overset{1}{F}\overset{2}{A}\psi - 3\overset{1}{N}\overset{2}{C}\psi + 3\overset{1}{C}\overset{2}{N}\xi + 3\overset{1}{F}\overset{2}{F}\psi\xi - 3\overset{1}{F}\overset{2}{N}\eta - 3\overset{1}{N}\overset{2}{F}\eta}{r^4} +\right.$$

$$\left. + \frac{\overset{1}{C}\overset{2}{F}\xi - \overset{1}{F}\overset{2}{C}\psi - \overset{1}{F}\overset{2}{F}\eta}{r^2} + \frac{15\overset{1}{F}\overset{2}{N} + 15\overset{1}{N}\overset{2}{F}}{r^6}\psi\xi + 2\overset{1}{F}\overset{2}{D}r\eta - 2\overset{1}{C}\overset{2}{D}r\xi\right]\operatorname{vers}(\overset{1}{P} - \overset{2}{P}) +$$

$$+ \frac{\beta^4 K^2}{2h}\left[-\frac{3\overset{1}{F}\overset{2}{N} + 3\overset{1}{N}\overset{2}{F}}{r^5}\psi + \frac{\overset{1}{A}\overset{2}{F} - \overset{1}{C}\overset{2}{N} - \overset{1}{F}\overset{2}{F}\psi}{r^3} - \frac{\overset{1}{C}\overset{2}{F}}{r} + 2\overset{1}{F}\overset{2}{D}\psi - \overset{1}{C}\overset{2}{D}r^2 -\right.$$

$$\left. - \overset{1}{C}\overset{2}{M} - 5\overset{1}{A}\overset{2}{D}\right]\overset{2}{\mathbf{K}} + \frac{\beta^4 K^2}{2h}\left[-\frac{3\overset{1}{F}\overset{2}{N} + 3\overset{1}{N}\overset{2}{F}}{r^5}\xi + \frac{-\overset{1}{F}\overset{2}{A} + \overset{1}{N}\overset{2}{C} - \overset{1}{F}\overset{2}{F}\xi}{r^3} + \frac{\overset{1}{F}\overset{2}{C}}{r} +\right.$$

$$\left. + 2\overset{1}{F}\overset{2}{D}\xi + 2\overset{1}{F}\overset{2}{B}\right]\overset{1}{\mathbf{K}} + \frac{\beta^4 K^2}{2h}\left[2\overset{1}{B}\overset{1}{F} - \overset{1}{C}\overset{1}{M} - 5\overset{1}{A}\overset{1}{D}\right]\overset{1}{\mathbf{K}}.$$

Particolarizzando le costanti A e C nel seguente modo:

$$(VI)\quad \overset{1}{A} = -\overset{1}{e} \quad ; \quad \overset{2}{A} = -\overset{2}{e} \quad ; \quad \overset{1}{C} = -h\beta^{-4}K^{-2}\overset{1}{e} \quad ; \quad \overset{2}{C} = -h\beta^{-4}K^{-2}\overset{2}{e}$$

($\overset{1}{e}$, $\overset{2}{e}$ rappresentano le cariche dei due corpuscoli in valore e segno), il secondo vettore al secondo membro della (12) si identifica con la ordinaria forza elettrostatica coulombiana esercitata da $\overset{2}{P}$ su $\overset{1}{P}$.

Assumiamo infine:

$$B = D = M = 0 , \tag{13}$$

poiché i corrispondenti termini della (7) non sono essenziali per ravvisare un supporto di dipolo nelle particelle considerate; d'altra parte essi sono regolari, sia nella (7), sia nella (8).

La (12) diviene allora:

$$\begin{aligned} (14)\quad \overset{1}{m}\overset{1}{\boldsymbol{a}} = {} & h\frac{\overset{1}{m}\overset{2}{m}}{r^2}\operatorname{vers}(\overset{2}{P}-\overset{1}{P}) + \frac{\overset{1}{e}\overset{2}{e}}{r^2}\operatorname{vers}(\overset{1}{P}-\overset{2}{P}) - \frac{\beta^4 K^2}{2h}\overset{1}{C}\overset{2}{C}\operatorname{vers}(\overset{1}{P}-\overset{2}{P}) + \\ & + \frac{\beta^4 K^2}{2h}\left[\frac{-3\overset{1}{A}\overset{2}{F}\xi + 3\overset{1}{F}\overset{2}{A}\psi - 3\overset{1}{N}\overset{2}{C}\psi + 3\overset{1}{C}\overset{2}{N}\xi + 3\overset{1}{F}\overset{2}{F}\psi\xi - 3\overset{1}{F}\overset{2}{N}\eta - 3\overset{1}{N}\overset{2}{F}\eta}{r^4} + \right. \\ & \left. + \frac{\overset{1}{C}\overset{2}{F}\xi - \overset{1}{F}\overset{2}{C}\psi - \overset{1}{F}\overset{2}{F}\eta}{r^2} + \frac{15\overset{1}{F}\overset{2}{N} + 15\overset{1}{N}\overset{2}{F}}{r^6}\psi\xi\right]\operatorname{vers}(\overset{1}{P}-\overset{2}{P}) + \\ & + \frac{\beta^4 K^2}{2h}\left[-\frac{3\overset{1}{F}\overset{2}{N} + 3\overset{1}{N}\overset{2}{F}}{r^5}\psi + \frac{\overset{1}{A}\overset{2}{F} - \overset{1}{C}\overset{2}{N} - \overset{1}{F}\overset{2}{F}\psi}{r^3} - \frac{\overset{1}{C}\overset{2}{F}}{r}\right]\overset{2}{\mathbf{K}} + \\ & + \frac{\beta^4 K^2}{2h}\left[-\frac{3\overset{1}{F}\overset{2}{N} + 3\overset{1}{N}\overset{2}{F}}{r^5}\xi + \frac{-\overset{1}{F}\overset{2}{A} + \overset{1}{N}\overset{2}{C} - \overset{1}{F}\overset{2}{F}\xi}{r^3} + \frac{\overset{1}{F}\overset{2}{C}}{r}\right]\overset{1}{\mathbf{K}} \end{aligned}$$

essendo i coefficienti A, C precisati dalle (VI). Grazie al riferimento assunto, l'equazione vettoriale (14) individua il moto della particella $\overset{1}{P}$ rispetto ad un osservatore $\overset{1}{O}$ solidale con la particella stessa in un istante prefissato ad arbitrio, nel quale il corpuscolo ha nulla la sua velocità. Conviene osservare che tale equazione sussiste inalterata anche per un osservatore O in moto traslatorio rettilineo e uniforme rispetto al precedente ed in qualunque istante. Basta a tal fine notare che da $\overset{1}{O}$ ad O si passa mediante una trasformazione di Lorentz, tenendo però conto in essa dei soli termini in λ^4; l'equazione vettoriale di moto riferita ad O è quindi ancora la (14) [3]. Detta equazione si estende immediatamente a sistemi formati da un numero qualsiasi di particelle, grazie alla struttura delle equazioni (9) e (10) e alla linearità delle equazioni ridotte di campo, che, nella approssimazione considerata, individuano il campo elettromagnetico indipendentemente dal campo gravitazionale.

Se, in particolare, si ritiene il potenziale elettrostatico funzione della sola coordinata raggio, al secondo membro di (14) rimangono i soli primi tre termini, ossia la forza gravitazionale newtoniana, la forza elettrostatica coulombiana ed una terza forza centrale di modulo costante. Si ritrova in tal caso l'equazione vettoriale di moto stabilita da Clauser e conforme al risultato di Treder [2] [4]. La dipendenza del potenziale dalla colatitudine implica la presenza di un primo insieme di forze centrali dirette dal corpu-

(3) Cfr. [2], § 12.

scolo $\overset{1}{P}$ a ciascuno dei rimanenti, di una forza avente la stessa direzione dell'asse privilegiato di $\overset{1}{P}$, ed infine di un secondo insieme di forze, ciascuna delle quali è diretta come l'asse privilegiato di ciascuno dei rimanenti corpuscoli.

Grazie alle (VI) e alle (13), il potenziale elettrostatico (7) diventa:

$$V = -\frac{e}{r} - h\beta^{-4}K^{-2}er + \frac{N}{r^2}\cos\theta + F\cos\theta. \tag{15}$$

La funzione armonica rappresentata dal terzo termine al secondo membro della (15) si può interpretare come il classico potenziale di un dipolo e la costante N come il momento di detto dipolo [10].

BIBLIOGRAFIA.

[1] A. EINSTEIN, L. INFELD, B. HOFFMANN, *The gravitational equations and the problem of motion*, « Annals of Mathematics », Vol. 39, p. 65 (1938); ibidem, Vol. 41, p. 455 (1940). A. EINSTEIN, L. INFELD, *On the motion of particles in general relativity theory*, « Can. Journal of Mathematics », Vol. I, p. 209 (1949).

[2] E. CLAUSER, *Legge di moto nell'ultima teoria unitaria einsteiniana*, « Il Nuovo Cimento », Vol. VII, p. 764 (1958).

[3] E. CLAUSER, *Movimento di particelle nel campo unitario einsteiniano*, « Rend. Acc. Naz. dei Lincei », Vol. XXI, p. 408 (1956).

[4] H. TREDER, *Stromladungsdefinition und elektrische Kraft in der einheitlischen Feldtheorie*, « Annalen der Physik », Vol. 19, p. 369 (1957).

[5] J. CALLAWAY, *The equations of motion in Einstein's new unified field theory* », Phys. Rew. », Vol. 92, p. 1567 (1953).

[6] Cfr. A. EINSTEIN, *The meaning of Relativity*, (Princeton, 1953), IV Ed.

[7] Cfr. P. UDESCHINI, *Successiva linearizzazione delle ultime equazioni del campo unitario einsteiniano*, « Rend. Acc. Naz. dei Lincei », Vol. XV, p. 165 (1953).

[8] Cfr. E. ALMANSI, *Sull'integrazione dell'equazione differenziale* $\Delta^{2n} = 0$ « Annali di Matematica », Tomo 2, p. 1 (1899).

[9] Cfr., ad esempio, E. PERSICO, *Fondamenti della meccanica atomica* (Bologna 1936), p. 216 sgg.

[10] Cfr., ad esempio, J. A. STRATTON, *Electromagnetic Theory* (New York and London, 1941), p. 175.

Meccanica. — *Condizioni di integrabilità e moto di particelle nell'ultima teoria unitaria einsteiniana.* Nota di EMILIO CLAUSER, presentata (*) dal Socio B. FINZI.

Dalle equazioni di puro campo della teoria gravitazionale, Einstein e collaboratori hanno dedotto le equazioni del moto di particelle, sorgenti del campo stesso (1); esse sono desunte da condizioni di integrabilità di infinite equazioni ricorrenti; queste ultime sono tratte dalle equazioni di campo, vengono anzi ottenute non soltanto sviluppando il tensore fondamentale in serie di potenze intere e positive di un parametro positivo arbitrario, ma imponendo altresì ai fenomeni del campo di essere quasistazionari, di possedere cioè il carattere tipicamente attribuito ad un ordinario fenomeno gravitazionale. È quindi implicitamente ritenuta piccola la velocità di ogni particella (tipicamente rispetto a quella della luce nel vuoto, misurata da un osservatore inerziale) e si prescinde da fenomeni di radiazione.

In questa Nota dimostro che alle equazioni 1953 del campo unitario einsteiniano si può estendere il metodo precedente nella sua forma più elaborata (2), lasciandola completamente inalterata. A tal fine, mantengo l'ipotesi di quasistazionarietà e lo sviluppo di Einstein e collaboratori per la parte simmetrica del tensore fondamentale, completandolo con una parte emisimmetrica individuata da un analogo sviluppo. Si ripete allora la situazione del caso gravitazionale e cioè: se il tensore fondamentale è regolare, risultano soddisfatte tutte le condizioni di integrabilità del generico sistema che rappresenta le infinite equazioni ricorrenti di campo, alcune identicamente, le rimanenti grazie alle equazioni che precedono il sistema considerato; se invece il tensore fondamentale presenta delle singolarità in punti isolati, non solo non risultano identicamente soddisfatte a priori le condizioni di integrabilità che dianzi lo erano, ma addirittura queste coincidono con quelle trovate nel caso gravitazionale (2); beninteso, esse si esplicitano non con elementi del tensore contratto di curvatura degli spazi riemanniani, ma con gli analoghi elementi contenuti nella parte simmetrica del corrispondente tensore asimmetrico. Le equazioni di movimento di particelle dotate di carica elettrica e di massa, si possono quindi dedurre dalle equazioni 1953 del campo unitario einsteiniano, con l'identico procedimento di Einstein ed Infeld; esse si traggono pertanto in successive approssimazioni dalle due medesime condizioni di integrabilità che nel caso gravitazionale non sono identicamente soddisfatte in presenza di singolarità isolate, pur di identificare ancora ciascuna particella a singolarità (isolate)

(*) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) A. EINSTEIN, L. INFELD, B. HOFFMANN, «Ann. of Math.», vol. 39, 65 (1938); A. EINSTEIN, L. INFELD, ibidem, vol. 41, 455 (1940).

(2) A. EINSTEIN, L. INFELD, «Can. Journal of Math.», vol. I, 3, 209 (1949).

di tipo prefissato, fra quelle concesse dalle equazioni ricorrenti di prima approssimazione. La precedente conclusione sussiste principalmente perchè, grazie alle corrispondenti equazioni che le precedono, risultano soddisfatte tutte le condizioni di integrabilità delle generiche equazioni ricorrenti tratte dalle equazioni di campo presenti nella teoria unitaria, ma non in quella gravitazionale. Circostanza ben naturale codesta, poiché queste equazioni ricorrenti generalizzano formalmente le classiche equazioni di Maxwell per un generico campo elettromagnetico, rimanendo tuttavia, ancora lineari; ma la linearità esclude a priori di poter comunque trarre dalle equazioni di Maxwell, una legge di moto per le cariche. Nessun contributo diretto alla legge di moto di particelle del campo unitario einsteiniano è pertanto da attendersi in questo schema dalle equazioni ricorrenti corrispondenti alle equazioni maxwelliane, perché ad esse strettamente affini. Al moto di corpuscoli elettrizzati, queste equazioni contribuiscono soltanto indirettamente, partecipando alla determinazione del tensore fondamentale.

In due precedenti Note [3], mi ero già occupato del moto di particelle nel campo unitario einsteiniano, ma non avevo avuto bisogno di considerare la compatibilità delle equazioni di campo, perché le leggi di moto sono ivi tratte direttamente da una formula integrale rigorosa da me dedotta dalle equazioni di campo stesse, valida anche per particelle veloci e senza escludere a priori fenomeni di radiazione.

1. LE EQUAZIONI DEL CAMPO UNITARIO. – Le equazioni di campo della teoria unitaria einsteiniana, nella formulazione del 1953, sono le seguenti

$$(I)\quad \begin{cases} (1) & R_{\underline{\alpha\beta}} = 0\,, \\ (2) & R_{\underset{\vee}{\alpha\beta},\gamma} + R_{\underset{\vee}{\beta\gamma},\alpha} + R_{\underset{\vee}{\gamma\alpha},\beta} = 0\,, \\ (3) & \mathfrak{g}^{\underset{\vee}{\alpha\sigma}}{}_{,\sigma} = 0\,, \\ (4) & g_{\underset{+}{\alpha\beta};\nu} \equiv g_{\alpha\beta,\nu} - g_{\alpha\sigma}\,\Gamma^{\sigma}_{\nu\beta} - g_{\sigma\beta}\,\Gamma^{\sigma}_{\alpha\nu}\,, \end{cases}$$

dove, come in seguito, gli indici greci assumono i valori 0, 1, 2, 3, gli indici latini assumeranno invece i valori 1, 2, 3, $\Gamma^{\nu}_{\alpha\beta}$ è il coefficiente di connessione,

$$(5)\qquad R_{\alpha\beta} \equiv \Gamma^{\nu}_{\alpha\beta,\nu} - \Gamma^{\sigma}_{\alpha\sigma,\beta} + \Gamma^{\nu}_{\alpha\beta}\,\Gamma^{\sigma}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\nu}_{\alpha\sigma}\,\Gamma^{\sigma}_{\nu\beta}$$

è il tensore contratto di curvatura, mentre, indicando con g il determinante formato con le componenti $g_{\alpha\beta}$ del tensore fondamentale,

$$(6)\qquad \mathfrak{g}^{\alpha\beta} \equiv +\sqrt{-g}\,g^{\alpha\beta}$$

(3) E. CLAUSER, «Rend. Acc. Lincei», vol. XXI, 408 (1956); E. CLAUSER, «Nuovo Cimento», serie X, vol. VII, 764 (1958).

è la generica componente controvariante della densità tensoriale fondamentale. La (3) è talvolta sostituita dall'equazione

$$\Gamma_\sigma \equiv \Gamma^\beta_{\underset{\vee}{\sigma\beta}} = 0, \tag{3'}$$

sostanzialmente equivalente alla (3), poiché dalla (4) segue:

$$\mathfrak{g}^{\alpha\sigma}_{\underset{\vee}{\ },\sigma} - \Gamma_\sigma \mathfrak{g}^{\underline{\alpha\sigma}} = 0 \text{ (4)}. \tag{7}$$

2. Determinazione delle parti lineari delle equazioni di campo. – Nel caso gravitazionale ha notevole importanza la posizione

$$g_{\underline{\alpha\beta}} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}, \tag{8}$$

con $\eta_{\alpha\beta}$ forma canonica del tensore fondamentale dello spazio–tempo pseudo-euclideo ed $h_{\alpha\beta}$ disponibile; infatti tutte le condizioni di integrabilità delle equazioni di campo conseguono dalla struttura di una parte dei termini lineari, ivi presenti assumendo la (8) (5). Ciò suggerisce di esplicitare la parte lineare delle equazioni di campo (I), che si ottiene conservando la (8). Spezzando allora la (4) secondo la simmetria degli indici α e β, si ottiene per la (8):

$$\text{(II)} \quad \begin{cases} \eta_{\alpha\sigma}\Gamma^\sigma_{\nu\underline{\beta}} + \eta_{\beta\sigma}\Gamma^\sigma_{\nu\underline{\alpha}} = h_{\alpha\beta,\nu} - [(h_{\alpha\sigma}\Gamma^\sigma_{\nu\underline{\beta}} + h_{\beta\sigma}\Gamma^\sigma_{\alpha\underline{\nu}}) + (g_{\underset{\vee}{\alpha\sigma}}\Gamma^\sigma_{\underset{\vee}{\nu\beta}} + g_{\underset{\vee}{\beta\sigma}}\Gamma^\sigma_{\underset{\vee}{\nu\alpha}})] \\ \eta_{\alpha\sigma}\Gamma^\sigma_{\underset{\vee}{\nu\beta}} + \eta_{\beta\sigma}\Gamma^\sigma_{\underset{\vee}{\nu\alpha}} = g_{\underset{\vee}{\alpha\beta},\nu} - [(h_{\alpha\sigma}\Gamma^\sigma_{\underset{\vee}{\nu\beta}} + h_{\beta\sigma}\Gamma^\sigma_{\underset{\vee}{\alpha\nu}}) + (g_{\underset{\vee}{\alpha\sigma}}\Gamma^\sigma_{\nu\underline{\beta}} + g_{\underset{\vee}{\beta\sigma}}\Gamma^\sigma_{\nu\underline{\alpha}})]\,; \end{cases}$$

risolvendo le (II) rispetto ai primi membri, e notando che per la regola di Cramer ogni $\Gamma^\nu_{\alpha\beta}$ non nulla che soddisfa alla (4), è priva di termini indipendenti dalle $g_{\varrho\sigma}$, si ottiene per le parti lineari $L^\nu_{\alpha\beta}$ delle $\Gamma^\nu_{\alpha\beta}$:

$$\begin{cases} \text{(9)} \qquad 2\,L^\nu_{\underline{\alpha\beta}} = \eta^{\nu\sigma}(h_{\alpha\sigma,\beta} + h_{\sigma\beta,\alpha} - h_{\alpha\beta,\sigma}), \\ \text{(10)} \qquad 2\,L^\nu_{\underset{\vee}{\alpha\beta}} = \eta^{\nu\sigma}(g_{\underset{\vee}{\alpha\sigma},\beta} + g_{\underset{\vee}{\sigma\beta},\alpha} + g_{\underset{\vee}{\alpha\beta},\sigma}). \end{cases}$$

Le equazioni di campo (2) si possono allora esprimere così

$$\text{(11)} \qquad R_{\underset{\vee}{\alpha\beta},\gamma} + R_{\underset{\vee}{\beta\gamma},\alpha} + R_{\underset{\vee}{\gamma\alpha},\beta} \equiv \frac{1}{2}\Box(g_{\underset{\vee}{\alpha\beta},\gamma} + g_{\underset{\vee}{\beta\gamma},\alpha} + g_{\underset{\vee}{\gamma\alpha},\beta}) + \\ + (Q_{\underset{\vee}{\alpha\beta},\gamma} + Q_{\underset{\vee}{\beta\gamma},\alpha} + Q_{\underset{\vee}{\gamma\alpha},\beta}) = 0,$$

essendo

$$\Box \equiv \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} - \sum_1^3{}_i \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \equiv \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} - \Delta$$

(4) A. Einstein, *The Meaning of Relativity*, App. II, 4ª ed. Princeton (1953), trad. it. Einaudi editore; nelle (I) sono mantenute le notazioni del loco sopracitato; la virgola indica così derivazione parziale ordinaria rispetto alle coordinate, il punto e virgola derivazione tensoriale; in seguito, anche nelle formule non tensoriali, viene genericamente omesso il simbolo di sommatoria relativo ad indici uguali, comunque collocati.

(5) Loco citato in (2); i richiami a questo loco rimandano ai paragrafi 2–8.

la forma ordinaria dell'operatore di D'Alembert relativo alle tre coordinate spaziali x_i e temporale x_0 alle quali sono riferite le equazioni di campo (I), e Δ il corrispondente operatore di Laplace; $Q_{\alpha\beta}$ rappresenta infine i termini non lineari di $R_{\alpha\beta}$. Per la (8) e per la (6), la (3) si può analogamente esprimere così

$$\mathfrak{g}^{\alpha\sigma}_{\ ,\sigma} \equiv \pm g_{\alpha\sigma,\sigma} + q_{\alpha\sigma,\sigma} = 0, \tag{12}$$

con il segno negativo quando uno dei due indici α e σ è zero, positivo nel caso opposto e con $q_{\alpha\sigma}$ parte non lineare di $\mathfrak{g}^{\alpha\sigma}$.

Infine alla (1) conviene sostituire le quattro equivalenti combinazioni lineari

$$-2\left(R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta_{\alpha\beta}\eta^{\mu\nu}R_{\mu\nu}\right) = 0, \tag{13}$$

esprimendo contemporaneamente nella (8) $h_{\alpha\beta}$ mediante

$$\gamma_{\alpha\beta} \equiv h_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta_{\alpha\beta}\eta^{\mu\nu}h_{\mu\nu}; \tag{14}$$

infatti, grazie alla (9), alla (3), alla (5) ed alla (7), le parti lineari delle (13) coincidono allora con quelle delle corrispondenti equazioni gravitazionali di puro campo [6].

3. IL METODO DI APPROSSIMAZIONE. – Conserviamo inalterata l'ipotesi di quasistazionarietà del caso gravitazionale, innanzitutto ritenendo il tensore fondamentale funzione delle medesime coordinate spaziali x_i delle equazioni di campo (I), ma anziché della ulteriore coordinata temporale x_0, di

$$\tau \equiv \lambda x_0, \tag{15}$$

dove λ è il parametro positivo ed arbitrario di sviluppo del tensore fondamentale stesso; alle sue derivate parziali rispetto a τ viene poi attribuito l'ordine di grandezza delle sue derivate parziali rispetto alle x_i. Completiamo la formulazione dell'ipotesi di quasistazionarietà, imponendo al tensore fondamentale la seguente forma

$$\text{(III)} \quad \begin{cases} (16) \qquad g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + \Sigma_k \lambda^k \alpha^k g^{(k)}_{\alpha\beta} \\ (17) \qquad g_{\alpha\beta} = \Sigma_k \lambda^k \beta^k g^{(k)}_{\alpha\beta}, \end{cases}$$

ulteriormente precisata dalla condizione di seguire la « regola di sviluppo », la quale stabilisce che lo sviluppo di una quantità in serie di potenze di λ contiene soltanto le potenze intere e positive, e con esponenti della stessa parità del numero degli indici zero della quantità stessa; nelle (III) α e β sono due costanti a priori disponibili, introdotte per comodità dimensionale. Le (16)

(6) Loco secondo citato in (3), par. 4 e par. 6.

sono conformi alla (8), e per la (14) ripetono in altra forma gli sviluppi di Einstein ed Infeld [6].

Giova ancora osservare che alla regola di sviluppo ubbidiscono, grazie alla (8), le $g^{\alpha\beta}$ e pertanto anche le $\mathfrak{g}^{\alpha\beta}$, poiché, per le (III), lo sviluppo di $\sqrt{-g}$ risulta costituito da potenze pari di λ.

Anche le $\Gamma^{\nu}_{\alpha\beta}$ ubbidiscono alla stessa regola; i relativi sviluppi si possono infatti trarre dalle (II) con procedimento ricorrente, mediante le (III); l'asserto consegue allora dalle (II) stesse per induzione completa, tenendo conto della (15). Notando infine che alla regola di sviluppo ubbidiscono le quantità ottenute per composizione e derivazione da altre ad essa conformi, si conclude che alla medesima regola sono pure conformi gli sviluppi di tutte le equazioni di campo (I).

La precedente impostazione appare (a posteriori) fisicamente soddisfacente, come nel caso gravitazionale, dove però la (16) si può giustificare anche a priori [7]. In particolare, il campo in prima approssimazione risulta ancora statico [8].

4. Le equazioni ricorrenti di campo. – Per l'arbitrarietà di λ, le equazioni di campo (I), sviluppate mediante le (III) con il precedente metodo di approssimazione, si spezzano in infinite equazioni ricorrenti. Introduciamo i vettori $\underset{2l-2}{\mathbf{E}}$, $\underset{2l-2}{\mathbf{E}^*}$, $\underset{2l-1}{\mathbf{H}}$, $\underset{2l-1}{\mathbf{H}^*}$, $\underset{2l-1}{\boldsymbol{q}_0}$ e $\underset{2l-2}{\boldsymbol{q}}$ dell'ordinario spazio tridimensionale euclideo, di componenti

$$\begin{cases} \underset{2l-2}{\mathrm{E}_1} \equiv \beta^{2l-2}\, \underset{2l-2}{\overset{\vee}{g}_{23}} \quad , \quad \underset{2l-2}{\mathrm{E}_1} \equiv \underset{\vee}{\mathrm{Q}_{23}} \text{ e quattro analoghe,} \\ \underset{2l-1}{\mathrm{H}_s} \equiv \beta^{2l-1}\, \underset{2l-1}{\overset{\vee}{g}_{0s}} \quad , \quad \underset{2l-1}{\mathrm{H}^*_s} \equiv \underset{\vee}{\mathrm{Q}_{0s}} \; , \; \underset{2l-3}{\overset{\vee}{q}_{0s}} \; , \; \underset{2l-2}{\overset{\vee}{q}_{ms}} \; ; \end{cases}$$

per la (11), per la (12) e per la (15), le equazioni ricorrenti tratte dalle equazioni di campo (2) e (3), sono allora rappresentate dal sistema

$$\text{(IV)} \quad \begin{cases} \text{(18)} \quad \Delta \operatorname{div} \underset{2l-2}{\mathbf{E}} = \operatorname{div} \underset{2l-4}{\mathbf{E}_{,44}} + 2 \operatorname{div} \underset{2l-2}{\mathbf{E}^*} \\ \text{(19)} \quad \operatorname{rot} \underset{2l-2}{\mathbf{E}} = - \underset{2l-3}{\mathbf{H}_{,4}} + \underset{2l-3}{\boldsymbol{q}_{0,4}} - \operatorname{rot} \underset{2l-2}{\boldsymbol{q}} \\ \text{(20)} \quad \Delta (\operatorname{rot} \underset{2l-1}{\mathbf{H}} - \underset{2l-2}{\mathbf{E}_{,4}}) = (\operatorname{rot} \underset{2l-3}{\mathbf{H}} - \underset{2l-4}{\mathbf{E}_{,4}})_{,44} + 2 (\operatorname{rot} \underset{2l-1}{\mathbf{H}^*} - \underset{2l-2}{\mathbf{E}^*_{,4}}) \\ \text{(21)} \quad \operatorname{div} \underset{2l-1}{\mathbf{H}} = \operatorname{div} \underset{2l-1}{\boldsymbol{q}_0} \qquad (l = 2, 3, \cdots); \end{cases}$$

nelle (IV), 4 è l'indice di derivazione parziale $\frac{\partial}{\partial x^2_0}$ rispetto al parametro τ, definito dalla (15). Si osservi che mentre l'equazione di campo (3′) è sostanzialmente, ma non rigorosamente equivalente alla (3), le equazioni ricorrenti che si possono trarre dalla (3′) sono identiche alla (19) ed alla (21), che discen-

(7) Loco citato in [2]; vedere anche P. G. Bergmann, *Introduction to the Theory of Relativity*, VIII[a] ed. (New Jersey, 1958), pp. 223–6.

(8) Loco secondo citato in [3], par. 6 e par. 7.

dono dalla (3), come si dimostra facilmente per induzione completa, in virtù delle relazioni ricorrenti nelle quali si spezza la (7). Il sistema (IV) è quindi indipendente dalla scelta del procedimento che determina le equazioni 1953 del campo unitario einsteiniano; infatti ciascuno di questi procedimenti dà sempre luogo alle equazioni (1), (2), e (4), mentre invece l'ulteriore equazione di campo può essere la (3) oppure la (3′) [9].

Il sistema che rappresenta tutte le equazioni ricorrenti di campo, si ottiene associando alle (IV) le ulteriori equazioni ricorrenti tratte dalle (13) mediante le (III) e la (14); conservando la notazione adottata nel caso gravitazionale esse si possono indicare così:

$$\text{(V)} \qquad \begin{cases} (22) \quad \underset{2l-2}{\Phi_{00}} + 2 \underset{2l-2}{\Lambda_{00}} = 0 \\ (23) \quad \underset{2l-1}{\Phi_{0n}} + 2 \underset{2l-1}{\Lambda_{0n}} = 0 \\ (24) \quad \underset{2l}{\Phi_{mn}} + 2 \underset{2l}{\Lambda_{mn}} = 0 \end{cases} \qquad (l = 2, 3, \cdots);$$

le (V) coincidono formalmente con le equazioni del caso gravitazionale ottenute dalla (13) mediante la (16) e la (14)[5]; ne hanno anzi identiche le parti lineari rappresentate da $\underset{k}{\Phi_{\alpha\beta}}$ (cfr. par. 2) e possono quindi differirne soltanto per termini non lineari contenuti in $2\underset{k}{\Lambda_{\alpha\beta}}$. Dal confronto fra le (IV) e le (V), risulta allora che la sola (24) può a priori contenere elementi individuati dalle (IV): precisamente le componenti del vettore $\underset{2l-2}{\mathbf{E}}$, funzione incognita della (18) e della (19); un facile calcolo prova che le componenti di questo vettore sono effettivamente contenute in $\underset{2l}{\Lambda_{mn}}$.

Le equazioni (IV) sono invece indipendenti dalle (V); esse generalizzano le ordinarie equazioni di Maxwell, conservandone la struttura lineare; fungono però da correnti, non vettori disponibili, ma vettori individuati dal sistema (IV) che precede quello considerato. Le (IV) sono equazioni tra loro compatibili, poiché a coppie condizionano la parte irrotazionale e quella solenoidale dei vettori incogniti $\underset{2l-2}{\mathbf{E}}$ ed $\underset{2l-1}{\mathbf{H}}$. Le condizioni di integrabilità delle (IV) riguardano così ciascuna equazione singolarmente; esse sono soddisfatte se non si impongono vincoli alle soluzioni stesse delle (IV); la (18) e la (21) sono infatti integrabili qualunque siano i loro secondi membri; la (19) e la (20) presentano invece una condizione di integrabilità dovuta alla identità

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \boldsymbol{v} \equiv 0;$$

ma per la (19) questa condizione è soddisfatta, grazie all'equazione (integrabile nell'ipotesi precedente), corrispondente alla (21) nel sistema che precede quello considerato; per la (20), la condizione di integrabilità è soddisfatta grazie alla (18).

(9) Cfr. loco citato in (4), ibidem, e 5ª ed. dello stesso loco, oppure A. EINSTEIN, B. KAUFMAN, «Ann. of Math.», vol. 62, 162 (1955); cfr. anche A. EINSTEIN, «Can. Journal of Math.», vol. II, 1, 120 (1950).

Nulla muta allorché si impone alle (IV) di avere soluzioni con singolarità in punti isolati: infatti la (18) e la (21) rimangono integrabili e le due condizioni di integrabilità della (19) e della (20) continuano ad essere soddisfatte. Infine la presenza di singolarità non implica ulteriori condizioni di integrabilità: queste condizioni potrebbero infatti essere soltanto di tipo integrale, poiché condizioni di tipo differenziale sussisterebbero anche in assenza di singolarità; grazie alla struttura delle (IV), condizioni di tipo integrale possono poi conseguire soltanto dalla (19) e dalla (20), in virtù del teorema di Stokes; ma valutando i flussi dei vettori a primo ed a secondo membro delle (19) e delle (20) attraverso ad una superficie chiusa e regolare che isola ciascuna singolarità dalle rimanenti, non soltanto, grazie al teorema di Stokes, è nullo il flusso dei vettori che sono esplicitamente dei rotori, ma è pure nullo il flusso dei rimanenti vettori; infatti ognuno di essi è pure il rotore di un vettore, funzione uniforme nei punti delle superficie considerate, perché lo spazio euclideo esterno a queste superficie è semplicemente connesso, ed ivi e sopra le superficie stesse i vettori precedenti hanno divergenza nulla.

Le condizioni di integrabilità del sistema (V), nel presente caso, coincidono formalmente con quelle che gli competono nel caso gravitazionale, poiché in questo caso sono espresse mediante alcune $\underset{k}{\Lambda}_{\alpha\beta}$, ma conseguono unicamente dalla forma esplicita di alcune parti lineari $\underset{k}{\Phi}_{\alpha\beta}$ e le $\underset{k}{\Phi}_{\alpha\beta}$ sussistono inalterate per il caso attuale. Avendo dimostrato che tutte le condizioni di integrabilità del sistema (IV) sono soddisfatte, si conclude che le condizioni di integrabilità delle equazioni ricorrenti tratte dalle equazioni di campo (I) si riducono a quelle del sistema (V) nel caso gravitazionale, e cioè alle seguenti

$$\text{(VI)} \qquad \begin{cases} \underset{2l-1}{\Lambda}_{om,m} = 0 \\ \underset{2l}{\Lambda}_{mn,n} = 0 \end{cases} \qquad \text{e (VII)} \qquad \begin{cases} \int\limits_{\overset{i}{\sigma}} 2 \underset{2l-1}{\Lambda}_{ok} \overset{i}{n}_k \, d\sigma = 0 \\ \int\limits_{\overset{i}{\sigma}} 2 \underset{2l}{\Lambda}_{mk} \overset{i}{n}_k \, d\sigma = 0 ; \end{cases}$$

nelle (VII), $\overset{i}{\sigma}$ ed $\overset{i}{n}_k$ indicano rispettivamente la superficie chiusa e regolare dello spazio ordinario che isola dalle rimanenti la i–esima singolarità, e la generica componente del versore normale a $\overset{i}{\sigma}$ [5]. Le (VI) risultano soddisfatte grazie alle equazioni ricorrenti che precedono i sistemi (IV) e (V) considerati; l'asserto si può provare come nel caso gravitazionale, facendo naturalmente capo non alle identità contratte di Bianchi, ma alle corrispondenti identità contratte di Bianchi–Einstein: precisamente nella forma ottenuta direttamente dalla struttura dei primi membri delle equazioni di campo supponendo verificata la sola (4) [10], e non nella forma comunque dedotta dal principio variazionale che regge la teoria, perché questa forma si ottiene

(10) Cfr. loco ultimo citato in [9].

invece ritenendo soddisfatta oltre alla (4), anche una delle due equazioni di campo (3) o (3′)[11].

Alle (VII), identicamente soddisfatte in assenza di singolarità, si può soddisfare in presenza di singolarità come nel caso gravitazionale[12], modificando cioè le soluzioni della (23) e della (24), anzi addirittura nello stesso modo; si può così lasciare immutata la soluzione prescelta del sistema (IV), perché le sue equazioni non contengono elementi individuati dal sistema (V).

A questo punto è possibile non soltanto di ripetere integralmente il passo conclusivo del procedimento di Einstein ed Infeld, ma, accettando ancora di escludere dal campo la presenza di masse gravitazionali negative, si può addirittura concludere che le equazioni di movimento di particelle del campo unitario einsteiniano, si possono trarre dalle (VII) come nel caso gravitazionale[13].

(11) Cfr. i primi tre lochi citati in (9).

(12) Loco citato in (2). La formula (8.27) di questo loco è errata perché discende dalla errata (A. 8.4), contenuta in appendice. Alla (8.27) va sostituita la seguente, tratta dalla esatta (A. 8.3) ed indicata con le notazioni del loco citato:

$$\ddot{S}^{\,i}_{m\;2l-2} - \frac{13}{5}\,\dot{S}^{\,i}_{r\;2l-2}\left(\sum_{s\neq i}{}^{s}_{2} m\,\ddot{\psi}^{\,s}_{,rm}\right) - {}^{i}_{2} m \sum_{s\neq i}\dot{S}^{\,s}_{r\;2l-2}\,\ddot{\psi}^{\,s}_{,rm} = \dot{C}^{\,i}_{m\;2l}.$$

I due ultimi addendi a primo membro della precedente, mancanti nella (8.27), impediscono di affermare a priori che all'ultima delle (VII) si può soddisfare in un intervallo temporale qualsivoglia, e sono così la traccia nelle equazioni di movimento in approssimazioni successive alla prima, del classico problema degli n-corpi che si riaffaccia immutato con le equazioni del moto gravitazionale in prima approssimazione. La rettifica dell'errore precedente lascia tuttavia inalterata la successiva trattazione in (2).

(13) Alle medesime equazioni di movimento si può pervenire anche senza escludere esplicitamente dal campo masse gravitazionali negative, ma utilizzando invece l'arbitrarietà del sistema di riferimento (cfr. L. INFELD, A. SCHEIDEGGER, «Can. Journal of Math.», vol. III, *2*, 195 (1951); cfr. anche A. SCHEIDEGGER, «Revs. of Modern Physics», *25*, 451 (1953)).

Cosmogonia. — *Limiti superiori della variazione dell'eccentricità nei sistemi binari di massa decrescente.* Nota II di LUCIANO CHIARA, presentata (*) dal Socio C. MINEO.

1. Con riferimento al problema dei due corpi di masse decrescenti e con le stesse notazioni usate in altra mia ricerca (1) del genere, inserita in questi « Rendiconti », mi rifaccio ancora alle note formule:

$$(1) \qquad r = p\,(1 - e^2)^{-1}\,(1 - e\cos \mathrm{E}) \quad , \quad p = m^{-1} \quad , \quad v = \vartheta - \omega \, ,$$

$$(2) \qquad r^2\,\dot{\vartheta} = 1 \quad , \quad r^2\,\dot{v} = 1 - d\omega/d\vartheta \, ,$$

$$(3) \qquad \cos v = \frac{\cos \mathrm{E} - e}{1 - e\cos \mathrm{E}} \quad , \quad \operatorname{sen} v = \frac{\operatorname{sen} \mathrm{E}\sqrt{1 - e^2}}{1 - e\cos \mathrm{E}} \, ,$$

$$(4) \qquad \tau = 2\pi m^{-2}\,(1 - e^2)^{-3/2} \, ,$$

avendo al solito scelto le unità come segue

$$p_0 = 1 \quad , \quad m_0 = 1 \quad , \quad (2\pi)^{-1}\,(1 - e_0^2)^{3/2}\,\tau_0 = 1 \, .$$

Ed assumo di nuovo quali equazioni fondamentali di avvio al nostro studio le relazioni

$$(5) \qquad de = -\frac{(1 - e^2)\cos \mathrm{E}}{1 - e\cos \mathrm{E}}\,\frac{dm}{m}$$

$$(6) \qquad em\,d\omega = \frac{\sqrt{1 - e^2}\operatorname{sen} \mathrm{E}}{1 - e\cos \mathrm{E}}\,dm \, ,$$

che legano notoriamente le variazioni dell'eccentricità e e dell'anomalia ω del periastro alla diminuizione dm della massa, in termini dipendenti anche dall'anomalia eccentrica E del *secondario* sull'orbita osculatrice.

2. Anche questa volta il parametro fondamentale sarà, istante per istante, la quantità puramente numerica $\varepsilon = \varepsilon\,(t) = -\dot{m}\tau/m$, e verrà chiamato *caso astronomico* quello in cui ε si mantenga molto piccolo rispetto all'unità, almeno entro il lasso di tempo (il solo che a noi importa considerare), dell'ordine dell'età massima dei sistemi binari celesti (stelle doppie), durante il quale la massa del sistema, diminuendo, si riduca peraltro magari ad un decimo circa di quella iniziale.

Nella realtà fisica (di cui solo ci occupiamo) avviene che la diminuizione della massa procede con *estrema* lentezza: se si tiene presente che i periodi vanno da qualche giorno in media (doppie fotometriche) a qualche centinaio di anni (doppie visuali), essendo da accettarsi con riserva (2) i periodi

(*) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) *Limiti superiori della variazione dell'eccentricità nei sistemi binari di massa decrescente*, « Rend. Acc. Lincei », fasc. 6 – Giugno 1958.

(2) Cfr. ad esempio E. L. MARTIN, *Stelle doppie*, « Osserv. Astron. di Trieste », n. 235, p. 57: nella stessa pagina l'autore dà, come risultato statistico per le eccentricità, valori non superiori a 0,96.

superiori, ne discende che $\varepsilon = -\dot{m}\tau/m$ *è nei sistemi binari* (*fotometrici, spettroscopici o visuali*) *estremamente piccolo rispetto all'unità.*

In una interessante ricerca [3] dal titolo *Sul problema dei due corpi di massa variabile*, Graffi dà (al n. 3) per ε il valore indicativo di 10^{-13}. E, sempre con riferimento ai sistemi binari, anche Martin ritiene [4] in media uguale a 10^{-13} la quantità $\gamma = (2\pi e)^{-1}(1 - e^2)^{3/2}\,\varepsilon$ *generalmente* dello stesso ordine di ε.

Notiamo ancora che, dati per un sistema binario in un generico istante t i valori numerici di m, $\dot{m}$ e τ, la quantità $\varepsilon = -\dot{m}\tau/m$ può ben dirsi il valore all'istante t del rapporto $\Delta m/m$, $\Delta m = -\dot{m}\tau$ indicando la diminuzione della massa del sistema in un periodo, calcolata con i dati $\dot{m}$ e τ relativi all'istante t.

In fine, che il detto rapporto ε possa « *in linea puramente ipotetica* » [5] non restare piccolo rispetto all'unità, non interessa alla nostra indagine: a partire dall'istante in cui per avventura si prospetti una simile evenienza, noi ci riterremo fuori (e da parecchio) dal *caso astronomico*!

3. Dalla (6) e dalla prima delle (2) discende:

$$\frac{d\omega}{d\vartheta} = \frac{\varepsilon}{2\pi e}\,\mathrm{sen\,E}\,(1 - e\cos \mathrm{E}),$$

e quindi, per la seconda delle (2),

$$r^2\dot{v} = 1 - \frac{\varepsilon}{2\pi e}\,\mathrm{sen\,E}\,(1 - e\cos \mathrm{E}). \tag{7}$$

Intanto, calcolando $\dot{v}$ dalle (3) e tenendo conto delle (5), si ottiene dopo semplici riduzioni,

$$r^2\dot{v} = \frac{1 - e\cos \mathrm{E}}{m^2(1 - e^2)^{3/2}}\,\dot{\mathrm{E}} + \frac{\varepsilon}{2\pi}\,\mathrm{sen\,E\cos E}, \tag{8}$$

e, confrontando questa con la (7), si ha:

$$\frac{1 - e\cos \mathrm{E}}{m^2(1 - e^2)^{3/2}}\,\dot{\mathrm{E}} = 1 - \frac{\varepsilon}{2\pi e}\,\mathrm{sen\,E}. \tag{9}$$

Da qui si trae che:

Per $\varepsilon < 2\pi e$ l'anomalia eccentrica E è funzione crescente di t e t è funzione crescente di E; sicché, sempre per $\varepsilon < 2\pi e$, ogni funzione monotona di t è anche funzione monotona di E e viceversa.

In tutto il seguito supporremo senz'altro verificata la limitazione

$$\varepsilon < 2\pi e. \tag{10}$$

(3) Inserita negli « Annali dell'Università di Ferrara » (Nuova Serie), Sezione VII, Scienze Matematiche, Vol. I, n. 4.

(4) E. L. MARTIN, *Sulle variazioni secolari del periastro e della eccentricità, ecc.* « Pubbl. Staz. Astr. di Carloforte », n. 28, p. 12 e seg. dove l'autore, quanto all'eccentricità, si limita a ritenere $0{,}1 \leq e \leq 0{,}9$.

(5) Ad esempio in un lasso di tempo enormemente maggiore, o in corrispondenza ad una emissione di gran lunga più intensa, o per doppie con periodo dell'ordine dei milioni o miliardi di anni, o comunque sotto altre ipotesi che esulino dai confini astronomici della questione.

E, tanto per fissare le idee, si penserà la e compresa nell'intervallo (0,01–0,97); anzi, precisando, se ε^* è un numero dato quale limite superiore di ε, si riterrà:

$$(11) \qquad 0{,}01 < e - \varepsilon^* \quad , \quad e + \varepsilon^* < 0{,}97 \quad , \quad \varepsilon^* < 0{,}01 \, .$$

Ma sia ben chiaro, per quel che si è detto al n. 2, che, nei casi riguardanti i sistemi binari, anche se considerati – secondo le odierne teorie di Fesenkov, Ambarstumian, Krat . . . – di massa notevolmente decrescente per emissione corpuscolare, il numero ε^* può prendersi molto più piccolo: di certo più piccolo ad esempio di 10^{-6}.

4. Dalla (5), tenuto conto della (2), si ottiene:

$$(12) \qquad de = -\frac{(1-e^2)\cos \mathrm{E}}{1 - e\cos \mathrm{E}} r^2 (\dot{v} + \dot{\omega}) \frac{dm}{m} ;$$

dalla (3) ricaviamo

$$dv = \frac{(1-e^2)^{1/2} d\mathrm{E} + (1-e^2)^{-1/2} \operatorname{sen} \mathrm{E}\, de}{1 - e\cos \mathrm{E}} \, .$$

Servendoci di questa e della (6) abbiamo dalla (12)

$$2\pi (1-e^2)^{1/2} de = \varepsilon (1-e^2)^{3/2} \cos \mathrm{E}\, de + \varepsilon (1-e^2)^{1/2} \operatorname{sen} \mathrm{E} \cos \mathrm{E}\, de -$$

$$- \varepsilon (1-e^2)^{3/2} \operatorname{sen} \mathrm{E} \cos \mathrm{E} \frac{dm}{em} \, .$$

Da questa, posto

$$\varepsilon (1-e^2)^{3/2} = -2\pi \dot{m}/m^3 = \varepsilon_1$$

e notato che per la (5)

$$-\frac{dm}{em} = \frac{1 - e\cos \mathrm{E}}{(1-e^2)\cos \mathrm{E}} \frac{de}{e} \, ,$$

si trae infine l'equazione sotto la forma cercata

$$(13) \qquad (1-e^2)^{1/2} \left(2\pi - \varepsilon \frac{\operatorname{sen} \mathrm{E}}{e}\right) de = \varepsilon_1 \cos \mathrm{E}\, d\mathrm{E} \, ,$$

da cui

$$(14) \qquad \int_{e_0}^{e} (1-e^2)^{1/2} \left(2\pi - \varepsilon \frac{\operatorname{sen} \mathrm{E}}{e}\right) de = \int_{\mathrm{E}_0}^{2\mathrm{N}\pi + \mathrm{E}} \varepsilon_1 \cos \mathrm{E}\, d\mathrm{E} \, .$$

Per il seguito, occorrendo, denoteremo con j il valore comune dei due integrali.

5. Supponiamo ora che valgano le (11) e la ε_1 sia, in un certo lasso di tempo T, una funzione monotona di t e quindi di E.

Dico che la variazione totale della eccentricità in qualsiasi intervallo $t_1 - t_0 \leq \mathrm{T}$ sarà (in valore assoluto) minore di ε^*.

Possa infatti per assurdo la e subire una tale variazione. Dalla (14) si avrà subito

$$\varepsilon^* [1 - (e_0 + \varepsilon^*)^2]^{1/2} \left(2\pi - \frac{\varepsilon^*}{e_0 - \varepsilon^*}\right) < |j| \, ,$$

ed inoltre

$$|j| \leq \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Phi(E) \cos E,$$

dove

$$\Phi(E) = \varepsilon_1(E) - \varepsilon_1(E+\pi) + \varepsilon_1(E+2\pi) - \cdots + \varepsilon_1(E+2N\pi)$$

è la somma di $2N+1$ termini a segni alternati non decrescenti (non crescenti) in valore assoluto e con i termini estremi positivi; sicché:

$$0 < \Phi \leq \varepsilon_{1\,max};$$

e quindi

$$|j| < 2\varepsilon^* [1 - (e_0 - \varepsilon^*)^2]^{3/2};$$

dovrebbe quindi essere

$$[1 - (e_0 + \varepsilon^*)^2]^{1/2} \left(2\pi - \frac{\varepsilon^*}{e_0 - \varepsilon^*}\right) < 2 [1 - (e_0 - \varepsilon^*)^2]^{3/2},$$

ineguaglianza, per le (11), assurda.

Come ho già detto, nei casi concreti riguardanti i sistemi binari, anche pensati di massa notevolmente decrescente per emissione corpuscolare, il numero ε^* può assumersi molto più piccolo di 0,01, certamente minore di 10^{-6}. In tal caso, ferme restando le altre ipotesi, con identico procedimento dimostrativo di quello testé usato, si prova che la variazione totale dell'eccentricità è in valore assoluto minore di ε^*/π.

In particolare, quando l'emissione sia regolata da una legge del tipo

$$-\dot{m} = \lambda m^h \qquad (\lambda, h \text{ costanti}) \tag{15}$$

e con essa la massa di un sistema si riduca in un lasso di tempo dell'ordine di 10^9–10^{10} anni magari ad 1/10–1/100 di quella iniziale, sono soddisfatte le nostre ipotesi: $-\dot{m}/m^3$ *funzione monotona di* t *ed* $\varepsilon^* < 10^{-6}$.

Valgono quindi le nostre conclusioni, epperò:

NEL CASO ASTRONOMICO, *se l'emissione nei sistemi binari avviene secondo la legge del tipo* (15) *di Eddington–Jeans–Fesenkov, la variazione totale della eccentricità in quanti si vogliano periodi sarà minore di* $\delta m/\pi m$, *essendo* δm *la massima diminuzione subita dalla massa in un* SOL PERIODO.

6. Ripigliamo l'integrale (14), scrivendo:

$$\beta \int_{e_0}^{e} \left(2\pi - \frac{\varepsilon \operatorname{sen} E}{e}\right) de = j, \tag{16}$$

dove β rappresenta un conveniente valor medio di $\sqrt{1-e^2}$.

Dalla (16) si ricava:

$$2\pi\beta\,\Delta e = j + 2\pi\beta\sigma, \tag{17}$$

avendo posto

$$\int_{e_0}^{e} \frac{\varepsilon \operatorname{sen} E}{e}\, de = 2\pi\sigma. \tag{18}$$

Si ha intanto dalla (17)

$$|\Delta e| < \frac{1}{2\pi\beta}|j| + |\sigma|,$$

e per la (18):

$$2\pi|\sigma| < \varepsilon^* \left|\log \frac{e}{e_0}\right|,$$

da cui, ricordando le (11):

$$|\sigma| < \varepsilon^*.$$

Quindi: l'errore che si commette nella valutazione della variazione secolare di e, col trascurare il termine σ, è in valore assoluto minore di ε^*.

Epperò NEL CASO ASTRONOMICO *si può, in luogo della* (14), *in quest'ordine di approssimazione*, assumere quale equazione fondamentale la seguente:

$$\int_{e_0}^{e} \sqrt{1-e^2}\, de = \int_{E_0}^{2N\pi+E} \left(-\frac{\dot{m}}{m^3}\right) \cos E\, dE. \tag{19}$$

Ciò detto, se in ogni periodo si indica con

$$\bar{K} + \Sigma_s (a_s \cos sE + b_s \operatorname{sen} sE) \tag{20}$$

lo sviluppo (esistente sotto condizioni poco restrittive) di $K(E) = -\dot{m}/m^3$ in serie di Fourier e si va a sostituire nella (19), integrando a secondo membro, si trova

$$\int_{e_0}^{e} \sqrt{1-e^2}\, de = \pi a_1.$$

Può concludersi: *affinché risulti in quanti si vogliano periodi*

$$|\Delta e| < \varepsilon^*$$

talché la e resti praticamente invariata, occorre e basta che nello sviluppo di $K(E) = -\dot{m}/m^3$ relativo ad ogni periodo manchi [6] *il coefficiente di Fourier a_1.*

È appena il caso di dire che invece, quando nello sviluppo relativo ad ogni periodo non manchi a_1, anzi il suo valore sia dello stesso ordine [7] di $\bar{K}$, allora la variazione totale dell'eccentricità in un conveniente numero di periodi può essere grande abbastanza. Resta così fugato il sospetto, avanzato recentemente da Martin [8], che imporre ad ε di mantenersi sempre piccolo possa corrispondere ad imporre che pure e resti molto piccola rispetto ad uno.

(6) O meglio, sia trascurabile rispetto ad ε^* la somma dei primi l termini (qualunque sia l) dei coefficienti a_1 di Fourier negli sviluppi relativi al 1°, 2°, $\cdots$, l^{mo} periodo.

(7) Basta, tanto per dare un esempio, che sia

$$-\dot{m}/m^3 = K(2 + \cos E), \quad \text{con } K \text{ costante.}$$

(8) E. L. MARTIN, *Precisazioni sul problema dei due corpi ...*, « Osserv. Astron. di Trieste », 282, p. 9, righe 20 ÷ 22.

Chimica fisica. — *Applicazione dei metodi di sovrapposizione allo studio strutturale del cromotricarbonilbenzolo* (*). Nota di Paolo Corradini e Giuseppe Allegra, presentata (**) dal Socio G. Natta.

In relazione con gli studi compiuti nel nostro Istituto da G. Natta, R. Ercoli e F. Calderazzo sulla sintesi [1] e le proprietà [2] dei cromotricarbonilareni, abbiamo intrapreso uno studio roentgenografico del cromotricarbonilbezene $(Cr(C_6H_6)(CO)_3)$.

Questo prodotto si presenta sotto forma di cristalli tabulari gialli, stabili a temperatura ambiente.

Essi sono stati esaminanti con i consueti metodi Weisserberg e le costanti della cella elementare sono risultate: $a = 6{,}58 \pm 0{,}04$ Å; $b = 10{,}99 \pm 0{,}07$ Å; $c = 6{,}09 \pm 0{,}04$ Å e $\beta = 101°30'$.

La densità calcolata per due molecole contenute in ogni cella elementare è 1,65 gr/cm^3, in accordo con la sperimentale (1,64 gr/cm^3). Dall'assenza sistematica, anche in pellicole a lunghissima esposizione, dei riflessi $Ok0$ con $k = 2n + 1$, risultano possibili i gruppi spaziali $P\,2_1$ e $P\,2_1/m$.

Nel primo caso tutti gli atomi dovrebbero risultare in posizione generale $(x, y, z; \bar{x}, 1/2 + y, \bar{z})$ [3], mentre nel secondo gli atomi di Cr ed un gruppo carbonilico dovrebbero trovarsi in una posizione speciale del gruppo spaziale $P\,2_1/m$.

Si riconosce facilmente che, non potendo essere la molecola centrosimmetrica, l'unica posizione speciale permessa può essere nel secondo caso: *e*) $x, 1/4, z$; $\bar{x}, 3/4, \bar{z}$, e pertanto la molecola deve contenere il piano di simmetria cristallografico. Una decisione tra i due gruppi spaziali deve essere posposta ad un esame strutturale più approfondito.

Sono state eseguite le proiezioni Patterson dei vettori interatomici lungo a e lungo c utilizzando i valori di F^2/f^2 in luogo dei valori di F^2 come coefficienti della serie di Fourier, in modo da ottenere massimi meglio risolti (Patterson sharpened).

I vettori cromo–cromo, di gran lunga più intensi degli altri, sono attesi per entrambi i gruppi spaziali in $y = 1/2$, con coordinate $x = \pm 2x_{Cr}$ e $z = \pm 2z_{Cr}$ e molteplicità unitaria.

Come si può chiaramente rilevare dalle figg. 1 e 2, in entrambe le proiezioni sono presenti effettivamente due massimi molto intensi per $y = 1/2$ rispettivamente in $x = \pm 0{,}044$ e in $z = \pm 0{,}662$.

Dato che per il gruppo spaziale $P\,2_1$ la coordinata y del cromo può essere scelta arbitrariamente, mentre per il gruppo spaziale $P\,2_1/m$ è necessariamente $y = 1/4$, le coordinate degli atomi di cromo possono essere poste senza

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica Industriale del Politecnico di Milano.
(**) Nella seduta del 14 marzo 1959.

ambiguità per entrambi i gruppi in $x = 0{,}022$, $y = 1/4$ e $z = 0{,}331$. Su questa base, è stato da noi approfondito l'esame di entrambe le proiezioni Patterson in modo da ricavare direttamente elementi atti a stabilire il gruppo spaziale e la conformazione della molecola.

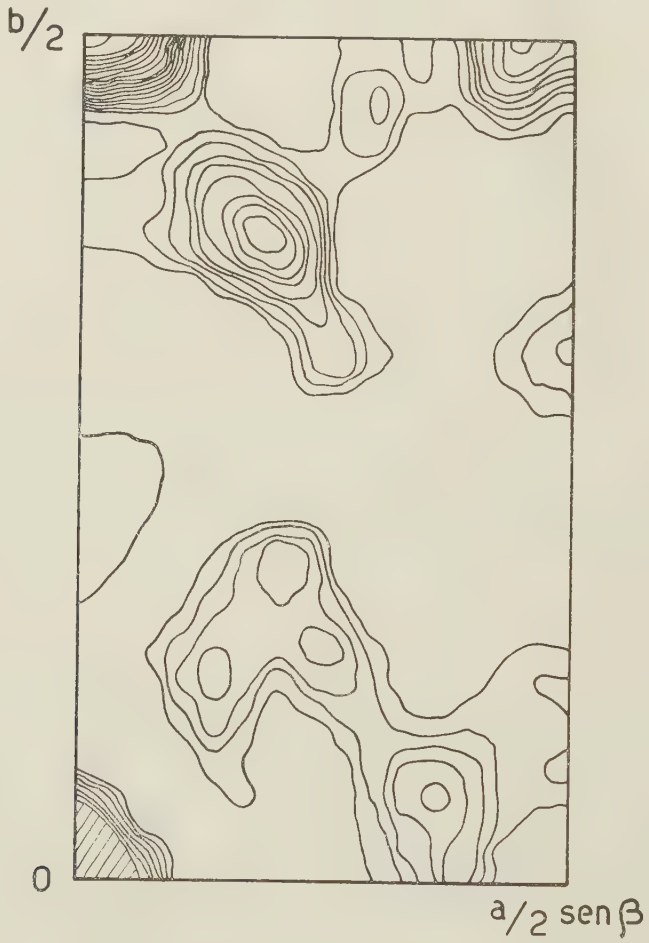


Fig. 1. – Proiezione della funzione Patterson lungo l'asse *c*.

In effetti ci si può attendere che tutti gli altri vettori presenti oltre a quelli Cr—Cr, siano del tipo atomo pesante—atomo leggero, cioè Cr—O o Cr—C. Come è noto, il peso dei massimi è proporzionale al prodotto delle cariche degli atomi che determinano il vettore Patterson; pertanto i vettori O—O, C—O e C—C dovrebbero avere un peso, in prima approssimazione, trascurabile.

Nel caso del gruppo spaziale $P\,2_1$ (al quale confineremo la nostra attenzione, senza perdita di generalità, dato che $P\,2_1$ è sottogruppo di $P\,2_1/m$) nell'intorno dell'origine della funzione Patterson si dovrebbero ritrovare le immagini di entrambe le molecole presenti nella cella elementare « viste »

dai rispettivi atomi di cromo, oltre alle loro immagini centrosimmetriche, come è implicito nella natura stessa della funzione Patterson. In totale sono attese 4 immagini diversamente orientate della molecola, che daranno luogo a sensibili sovrapposizioni. Analogamente, attorno a ciascuno dei due massimi Cr—Cr in $\pm 2x$ ($\pm 2z$), $y = 1/2$, saranno presenti due immagini simme-

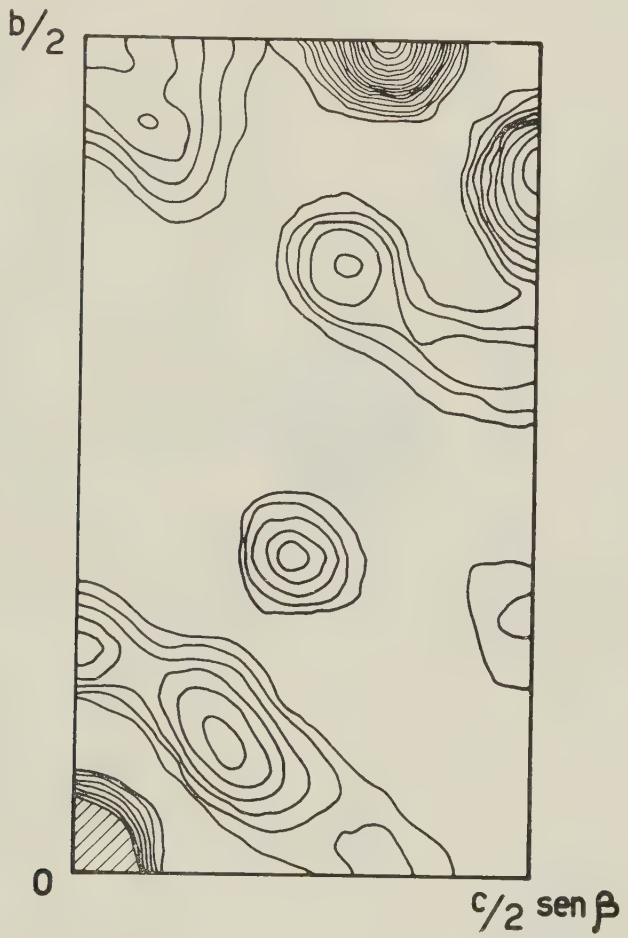


Fig. 2. – Proiezione della funzione Patterson lungo l'asse *a*.

triche rispetto al piano $y = 1/2$ della molecola. Esse corrispondono alle immagini di una molecola « viste » dall'atomo di cromo dell'altra, ed alle loro immagini centrosimmetriche rispetto all'origine. Anche in questo caso sono da attendersi quindi sensibili sovrapposizioni.

Da questa discussione segue che nell'intorno dell'origine come nell'intorno di ciascuno dei due vettori cromo–cromo in $y = 1/2$, i massimi Patterson non possono assumere valori inferiori al prodotto della densità elettronica del cromo per la densità elettronica degli atomi leggeri che lo circondano. Pertanto, nell'approssimazione in cui i massimi della funzione Patterson si

possono considerare dovuti a vettori partenti solo dall'atomo di Cr, essi non possono assumere, a meno di un fattore di scala, valori inferiori alla densità elettronica degli atomi leggeri che circondano l'atomo di cromo. Seguendo

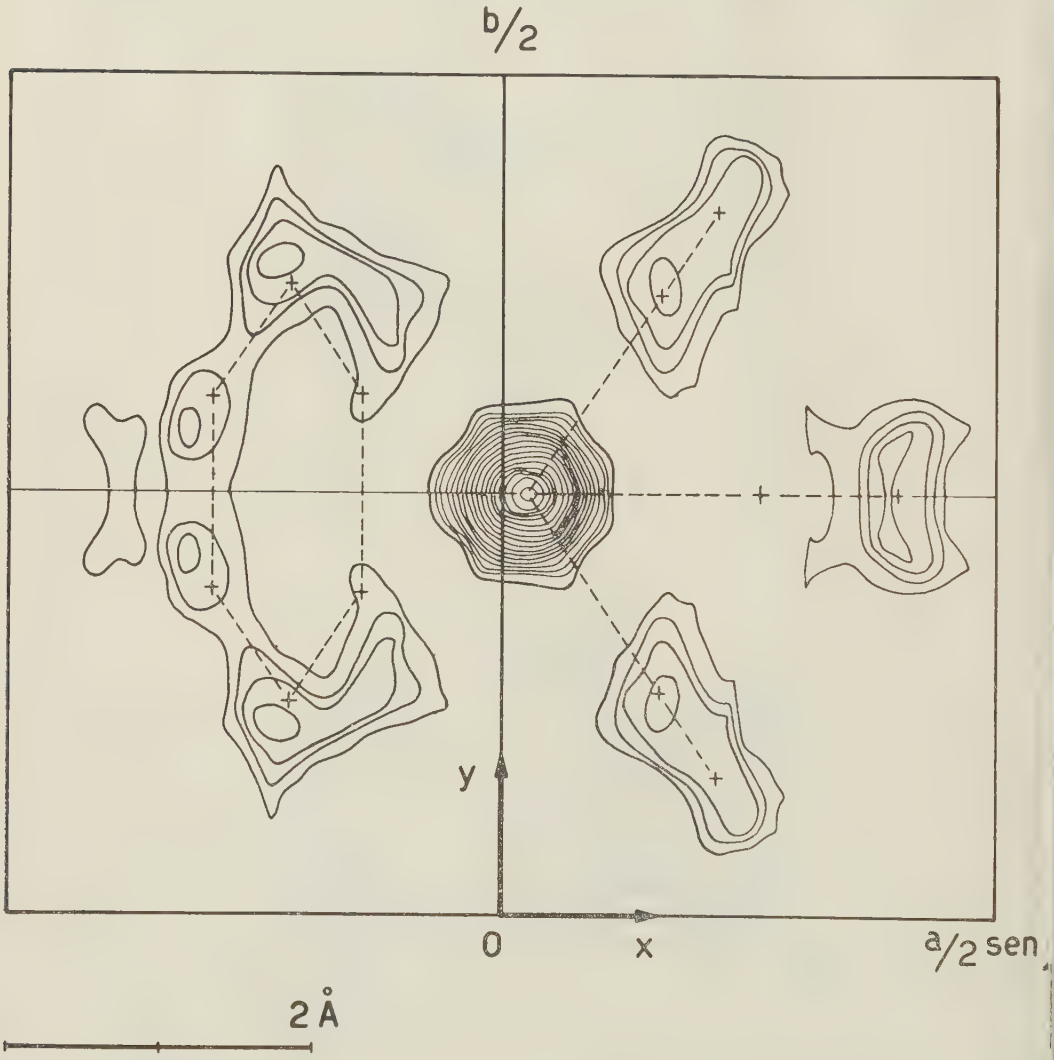


Fig. 3. – Mappa dei valori minimi assunti dalla funzione Patterson lungo c in x, y e $x+2x_{Cr}, y+i$

L'origine è stata posta nel disegno a coincidere con l'origine del reticolo diretto. Sono rappresentate con crocette le posizioni probabili dei vari atomi nella cella.

il metodo suggerito da Buerger [4], abbiamo confrontato i valori della funzione Patterson $P(x, y)$ [rispettivamente, $P(y, z)$] con i valori $P(x + 2x_{Cr}, y + 1/2)$ [rispettivamente $P(y + 1/2, z + 2z_{Cr})$]. Il minore dei due valori, che chiameremo $A(x, y)$ [rispettivamente $A(y, z)$], può essere preso come limite superiore più restrittivo, in scala relativa, della densità elettronica nell'intorno dell'atomo di cromo.

In pratica abbiamo tracciato su carta trasparente una funzione P (x, y) [rispettivamente P (y, z)] identica a quella originale, sovrapposto uno dei due massimi cromo—cromo di quest'ultima al massimo all'origine della prima

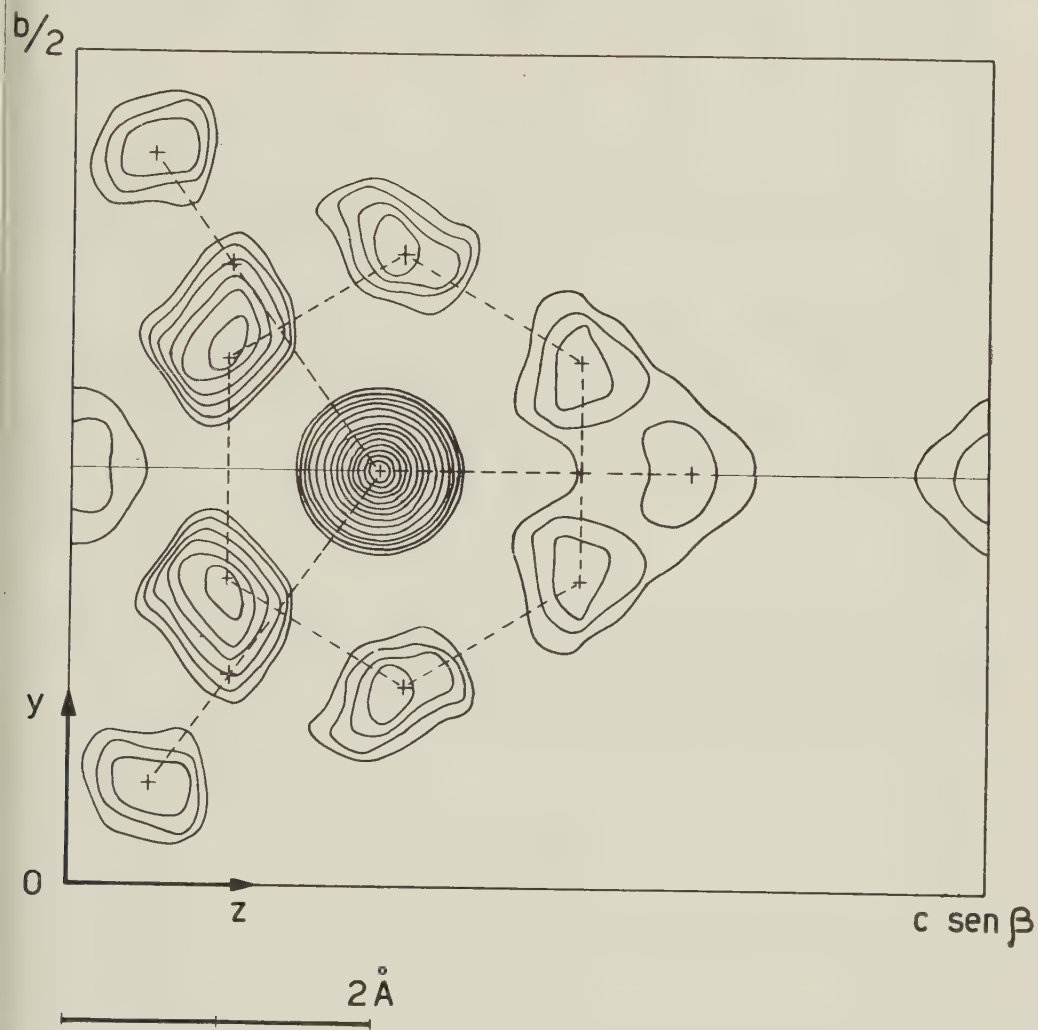


Fig. 4. – Mappa dei valori minimi assunti dalla funzione Patterson lungo a in y, z e $y + 1/2$, $z + 2z_{Cr}$.

L'origine è stata posta nel disegno a coincidere con l'origine del reticolo diretto. Sono rappresentate con crocette le posizioni più probabili dei vari atomi nella cella. L'asse Cr–centro del benzene si discosta di circa 9° dalla direzione dell'asse a.

funzione e scelto, per il generico punto (x, y), il valore minimo delle due funzioni, a rappresentare il limite superiore della densità elettronica.

Il risultato ottenuto è quello di liberare dalle sovrapposizioni le due immagini piano-simmetriche presenti nella funzione Patterson intorno al vettore Cr—Cr in $2x, 1/2$, da quelle ad esse parzialmente sovrapposte, in $-2x, 1/2$.

Nelle figg. 3 e 4 sono mostrate le mappe risultanti. Esse vanno interpretate ciascuna come la sovrapposizione di due immagini piano–simmetriche della molecola (sempre confinando la nostra attenzione al gruppo spaziale $P\,2_1$). Appare chiaro tuttavia, come tali due immagini siano coincindenti, e si può concludere pertanto che la molecola è piano—simmetrica, ed il gruppo spaziale è $P\,2_1/m$.

Per quest'ultimo gruppo nulla cambia delle considerazioni generali precedenti relative al sottogruppo $P\,2_1$; va tuttavia rilevato che occorrerebbe introdurre una correzione nel valutare il « peso » dell'atomo di cromo: avendo tutti i massimi Patterson Cr—C e Cr—O molteplicità doppia, nel gruppo spaziale $P\,2_1/m$. mentre il massimo Cr—Cr ha molteplicità unitaria, il valore della funzione $A(x, y)$ ottenuta andrebbe raddoppiato in corrispondenza dell'atomo di cromo.

Le posizioni degli atomi che più coerentemente si accordano con le immagini $A(x, y)$ e $A(y, z)$, nell'ipotesi che il piano che contiene il nucleo benzenico sia parallelo al piano che contiene gli ossigeni dei gruppi carbonilici, sono mostrati con crocette sulle figg. 3 e 4 stesse.

L'asse Cr–centro del benzene forma un angolo di circa 70° con l'asse c e di circa 9° con l'asse a. Gli angoli OC—Cr—CO sono approssimativamente eguali a 90°, favorendo per il cromo l'assegnazione di una ibridizzazione d^2sp^3 [5].

Sono in corso di esecuzione le proiezioni Fourier della densità elettronica lungo a e lungo c. Rimandiamo pertanto ad un prossimo lavoro una discussione più dettagliata della stereochimica della molecola.

Ringraziamo il prof. Natta che ci ha consigliati e guidati in questo lavoro.

Bibliografia.

[1] G. Natta, R. Ercoli e F. Calderazzo, «Chim. e Ind.», *40*, 287 (1958).

[2] G. Natta, R. Ercoli, F. Calderazzo e E. Santambrogio, «Chim. e Ind.», *40*, 1003 (1958).

[3] « International Tables for X–Ray Crystallography ». The International Union for Crystallography. Birmingham (1952).

[4] M. J. Buerger, «Acta Cryst.», *4*, 531 (1951).

[5] E. O. Fischer, K. Öfele, H. Essler, W. Frölich, J. P. Mortensen e W. Semmlinger, «Chem. Ber.» *91*, 2763 (1958).

Chimica inorganica. — *Struttura cristallina e isomorfismo di alcuni* Co^{III}*–esacianuri di cationi bivalenti.* Nota di Alessandro Vaciago e Angelo Mugnoli (*), presentata (**) dal Socio L. Cambi.

Questa ricerca fa parte del ciclo d'indagini sugli esa– e pentacianuri dei metalli dell'VIII gruppo che si compiono da tempo presso questo Centro.

All'atto di presentare la Nota attuale dei dottori Vaciago e Mugnoli, ho avuto notizia di una pubblicazione analoga della Sig.na Maria Eleonora Tani apparsa nell'« Ateneo Parmense », vol. 29 (1958), che si ispira alla nostra precedente di Paglia e Sironi, « Gazz. chim. ital. », vol. 88, 541 (1958).

Alla Sig.na Autrice è però completamente sfuggita l'intima discussione chimico fisica che ci preoccupa, e che supera la forma cristallina generale. Non posso però tacere che il metodo sommario seguito dall'Autrice stessa è di scarso rilievo anche dal lato cristallografico e strutturistico, per la sommarietà dei dati, e pertanto presento la Nota attuale sullo stesso argomento, che reca sostanziale contributo alle conoscenze dell'intima struttura degli esacianuri in quistione.

L. Cambi.

Nella Nota precedente [1] abbiamo discusso la questione delle possibili strutture « ionica » e « polinucleare » dei ferro–, ferri– e cobalti–cianuri di cationi bi– e trivalenti, sia puri, sia in presenza di cationi monovalenti, con particolare riguardo al caso del Co^{III}–esacianuro di Co^{II}. La presente ricerca sistematica riguarda i cobalticianuri di manganese, ferro, cobalto, nichel, rame e zinco bivalenti. Di essi solo il $Cu_3[Co(CN)_6]_2$ era stato precedentemente esaminato da altri ricercatori [2].

I risultati cristallografici sono riassunti in Tabella I: essi sono stati ottenuti con il metodo delle polveri, radiazione FeKα, camera di 114,59 mm di diametro.

L'accordo fra i valori di $\sin^2\vartheta_{oss}$ e $\sin^2\vartheta_{calc}$ assicura l'univocità dell'indicizzazione, mentre il valore di a_o è calcolato dai valori di d_{hkl} con una media pesata (1).

La variazione di a_o al variare del catione Me^{2+} segue l'andamento dei rispettivi raggi ionici, come mostrato in Tabella II.

Infine, la valutazione qualitativa delle intensità osservate è data in Tabella III.

(*) Lavoro eseguito presso il Centro Studi di Chimica Metallurgica del CNR; Università Statale di Milano.

(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) Per la presente ricerca sono state rideterminate anche le grandezze cristallografiche del $Co_3[Co(CN)_6]_2$ così da ottenere risultati confrontabili, per metodo e accuratezza, con quelli relativi agli altri cobalticianuri esaminati. Le lievi discrepanze con i valori da noi già comunicati [1] non alterano la validità delle considerazioni e delle conclusioni di quella Nota.

TABELLA I.

hkl	$Mn_3[Co(CN)_6]_2$			$Fe_3[Co(CN)_6]_2$			$Co_3[Co(CN)_6]_2$	
	$\sin^2\vartheta_{oss}$	$\sin^2\vartheta_{calc}$	*d*	$\sin^2\vartheta_{oss}$	$\sin^2\vartheta_{calc}$	*d*	$\sin^2\vartheta_{oss}$	$\sin^2\vartheta_{calc}$
111	—	—	—	—	—	—	0,0261	0,0268
200	0,0345	0,0345	5,216	0,0354	0,0355	5,141	0,0357	0,0357
220	0,0690	0,0689	3,689	0,0712	0,0710	3,627	0,0714	0,0715
311	—	—	—	0,0970	0,0977	3,110	0,0979	0,0983
222	0,1031	0,1034	3,017	0,1063	0,1066	2,970	0,1071	0,1072
400	0,1379	0,1378	2,609	0,1419	0,1421	2,571	0,1426	0,1430
420	0,1720	0,1723	2,336	0,1777	0,1776	2,298	0,1786	0,1787
422	0,2065	0,2068	2,132	0,2132	0,2131	2,098	0,2143	0,2144
511 + 333	—	—	—	0,2392	0,2398	1,981	0,2410	0,2412
440	0,2751	0,2757	1,847	0,2837	0,2842	1,819	0,2855	0,2859
531	—	—	—	—	—	—	—	—
600 + 442	0,3100	0,3101	1,740	0,3197	0,3197	1,713	0,3221	0,3217
620	0,3446	0,3446	1,650	0,3555	0,3552	1,625	0,3577	0,3574
622	0,3787	0,3791	1,573	0,3906	0,3907	1,550	0,3926	0,3931
444	0,4132	0,4135	1,507	0,4267	0,4262	1,483	0,4284	0,4289
640	0,4477	0,4480	1,448	0,4613	0,4618	1,426	0,4639	0,4646
642	0,4823	0,4824	1,394	0,4970	0,4973	1,374	0,5005	0,5004
800	0,5510	0,5514	1,305	0,5684	0,5683	1,284	0,5722	0,5718
820 + 644	0,5856	0,5858	1,266	0,6040	0,6038	1,246	0,6079	0,6076
822 + 660	0,6207	0,6203	1,230	0,6392	0,6394	1,212	0,6436	0,6433
662	0,6542	0,6547	1,198	0,6756	0,6749	1,179	0,6800	0,6791
840	0,6889	0,6892	1,167	0,7097	0,7104	1,150	0,7160	0,7148
842	0,7231	0,7237	1,139	0,7467	0,7459	1,121	0,7515	0,7505
664	0,7583	0,7581	1,113	0,7817	0,7814	1,096	0,7882	0,7863
844	0,8274	0,8270	1,065	—	—	—	—	—
1000+860	0,8615	0,8615	1,044	0,8892	0,8880	1,028	0,8949	0,8935
1020+862	0,8967	0,8960	1,023	0,9243	0,9235	1,007	0,9309	0,9292
1022+666	0,9309	0,9304	1,004	—	—	—	—	—
a_o	10,44 Å			10,28 Å			10,24 Å	

$Ni_3[Co(CN)_6]_2$			$Cu_3[Co(CN)_6]_2$			$Zn_3[Co(CN)_6]_2$		
ϑ_{oss}	$\sin^2\vartheta_{calc}$	d	$\sin^2\vartheta_{oss}$	$\sin^2\vartheta_{calc}$	d	$\sin^2\vartheta_{oss}$	$\sin^2\vartheta_{calc}$	d
–	—	—	0,0275	0,0278	5,839	0,0263	0,0267	5,973
364	0,0363	5,073	0,0370	0,0370	5,039	0,0357	0,0356	5,129
726	0,0727	3,598	0,0739	0,0740	3,567	0,0712	0,0712	3,629
–	—	—	0,1017	0,1018	3,037	0,0976	0,0979	3,102
–	—	—	—	—	—	—	—	—
456	0,1453	2,538	0,1477	0,1480	2,520	0,1421	0,1424	2,569
820	0,1817	2,271	0,1850	0,1850	2,251	0,1780	0,1780	2,296
187	0,2180	2,071	0,2219	0,2220	2,057	0,2136	0,2136	2,096
–	—	—	0,2500	0,2498	1,938	0,2407	0,2403	1,974
903	0,2907	1,798	0,2958	0,2961	1,781	0,2848	0,2848	1,816
–	—	—	—	—	—	0,3116	0,3115	1,736
271	0,3270	1,694	0,3328	0,3331	1,679	0,3208	0,3204	1,710
636	0,3633	1,607	0,3703	0,3701	1,592	0,3563	0,3560	1,623
987	0,3997	1,534	0,4068	0,4071	1,519	0,3914	0,3916	1,548
356	0,4360	1,467	0,4443	0,4441	1,453	0,4279	0,4272	1,481
718	0,4723	1,410	0,4808	0,4811	1,397	0,4625	0,4627	1,424
075	0,5086	1,360	0,5179	0,5181	1,346	0,4988	0,4983	1,372
–	—	—	0,5920	0,5921	1,259	0,5701	0,5695	1,282
–	—	—	0,6291	0,6291	1,221	0,6049	0,6051	1,245
–	—	—	0,6658	0,6661	1,187	0,6412	0,6407	1,210
–	—	—	0,7026	0,7032	1,156	0,6759	0,6763	1,178
–	—	—	0,7401	0,7402	1,126	0,7118	0,7119	1,148
–	—	—	0,7767	0,7772	1,099	0,7478	0,7475	1,120
–	—	—	0,8144	0,8142	1,073	0,7829	0,7831	1,095
–	—	—	0,8897	0,8882	1,027	0,8545	0,8543	1,048
–	—	—	0,9252	0,9252	1,007	0,8908	0,8900	1,027
–	—	—	0,9636	0,9622	0,987	0,9254	0,9255	1,007
–	—	—	—	—	—	—	—	—
10,16 Å			10,07 Å			10,27 Å		

TABELLA II.

Me^{2+}	Mn^{2+}	Fe^{2+}	Co^{2+}	Ni^{2+}	Cu^{2+}	Zn^{2+}
a_o	10,44	10,28	10,24	10,16	10,07	10,27
r. i. [3]	0,80	0,75	0,72	0,70	—	0,74

TABELLA III.

Me^{2+} / *hkl*	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn
111	—	—	*dd*	—	*dd*	*d*
200	*ff*	*ff*	*ff*	*ff*	*ff*	*ff*
220	*ff*	*ff*	*ff*	*ff*	*ff*	*ff*
311	—	*dd*	*dd*	—	*d*	*d*
222	*d*	*d*	*dd*	—	—	—
400	*ff*	*ff*	*ff*	*ff*	*ff*	*ff*
420	*f*	*f*	*f*	*f*	*f*	*f*
422	*m*	*m*	*m*	*d*	*m*	*m*
511 + 333	—	*dd*	*dd*	—	*ddd*	*dd*
440	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*
531	—	—	—	—	—	*ddd*
600 + 442	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*
620	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*
622	*dd*	*dd*	*dd*	*ddd*	*dd*	*dd*
444	*dd*	*dd*	*dd*	*ddd*	*dd*	*dd*
640	*d*	*d*	*d*	*dd*	*d*	*d*
642	*d*	*d*	*d*	*dd*	*d*	*d*
800	*ddd*	*ddd*	*ddd*	—	*ddd*	*ddd*
820 + 644	*d*	*d*	*dd*	—	*d*	*d*
822 + 660	*dd*	*dd*	*ddd*	—	*dd*	*d*
662	*dd*	*dd*	*ddd*	—	*ddd*	*dd*
840	*dd*	*dd*	*ddd*	—	*ddd*	*dd*
842	*dd*	*ddd*	*ddd*	—	*dd*	*dd*
664	*dd*	*dd*	*ddd*	—	*dd*	*dd*
844	*dd*	—	—	—	*ddd*	*ddd*
1000 + 860	*dd*	*d*	*ddd*	—	*ddd*	*ddd*
1020 + 862	*dd*	*d*	*dd*	—	*ddd*	*ddd*
1022 + 666	*dd*	—	—	—	—	—

I cobalticianuri esaminati risultano tra essi perfettamente isomorfi e cristallizzano nel sistema monometrico con reticolo a facce centrate. Il numero delle righe osservabili varia caso per caso, a seconda del grado di cristallinità con cui è possibile ottenere i diversi precipitati. Particolari sforzi sono stati fatti in questo senso, e, ad esempio, la nostra rideterminazione delle grandezze cristallografiche del $Cu_3[Co(CN)_6]_2$ è basata su ben 25 righe (sin $\vartheta_{max} = 0{,}9814$) mentre i risultati già noti cui abbiamo accennato [2] sono basati su 11 righe (sin $\vartheta_{max} = 0{,}7310$): questo può spiegare la differenza tra il valore di $a_0 = 10{,}07$ Å da noi dato e quello precedente di 9,91 Å.

L'isomorfismo tra questi cobalticianuri e i corrispondenti ferricianuri è strettissimo. Anche in questo caso abbiamo due molecole di $Me^{II}_3[Co(CN)_6]_2$ per cella elementare (2). Dalle estinzioni e da considerazioni sulle posizioni equivalenti necessarie per distribuire gli atomi pesanti in accordo con le intensità osservate, si deduce che sono possibili i gruppi spaziali O_h^5–Fm3m e T_h^3–Fm3. L'andamento generale delle intensità è poi spiegato ponendo 4 atomi di Co^{III} nella posizione 4 (*a*) del gruppo spaziale, 4 atomi di Me^{II} nella posizione 4 (*b*), 2 atomi di Me^{II} nella posizione 8 (*c*) (con distribuzione statistica) e i 24 radicali CN^- nella posizione 24 (*e*). Per una illustrazione grafica della struttura risultante rimandiamo alla fig. 1 della nostra Nota citata [1].

Era già dimostrato nel caso degli analoghi ferro– e ferri–cianuri [4] che questa è la migliore disposizione possibile, contrariamente a quanto sostenuto da precedenti ricercatori [2,5] che ritenevano occupata statisticamente da 2 atomi di Me^{II} la posizione 32 (*f*) anziché la 8 (*c*).

I risultati cristallografici non variano, almeno nei limiti della sensibilità delle nostre misure, al variare del numero delle molecole di acqua sempre associata a questi composti. Era già stato del resto dimostrato che sempre gli analoghi ferro– e ferri–cianuri non formano idrati definiti [6] e che quindi non si può parlare di localizzazione cristallografica dell'acqua.

La struttura ha in definitiva la più alta delle due simmetrie che abbiamo già dette possibili e quindi possiamo affermare che il gruppo spaziale relativo ai composti esaminati è O_h^5–Fm3m.

Una struttura di questo tipo si ha del resto anche nella maggioranza dei sali degli esammino– e degli acquoammino metallati (II) e (III) e in particolare proprio per il caso del Co^{III} [7–13].

Le sole variabili della struttura proposta sono i parametri x_C e x_N degli atomi C e N in posizione 24 (*e*). Nella nostra Nota precedente abbiamo appunto discusso la determinazione di questi parametri per il caso del $Co_3[Co(CN)_6]_2$. In questa sede ci limitiamo a ricordare come siano da considerare arbitrarie tutte le presunte dimostrazioni cristallografiche sin qui date sulla formazione di supercomplessi, da parte dei ferro–, ferri– e cobalti–cianuri e analoghi composti. Solo l'esatta localizzazione dei radicali CN^-, problema di difficile soluzione sperimentale, potrebbe dimostrare per via cristallografica la formazione di un supercomplesso, ove il radicale CN^- venisse a trovarsi in posi-

(2) Cfr. le misure di densità effettuate per il $Co_3[Co(CN)_6]_2$ [1]

zione simmetrica rispetto alla posizioni 4 (*a*) e 4 (*b*). Per il sale $Co_3[Co(CN)_6]_2$ Paglia e Sironi hanno individuato la presenza dei tre ioni Co^{2+} per via chimica [14]. Noi abbiamo d'altra parte mostrato [1] che una struttura «ionica» anche con distanze di legame approssimative, è comunque più attendibile della struttura « simmetrica » sin qui accettata per tutti i composti di questo tipo.

Ringraziamo i dottori E. Paglia e P. G. Salvadeo che ci hanno favorito i sali da noi esaminati, oggetto anche delle loro indagini chimiche.

Bibliografia.

[1] A. Vaciago e A. Mugnoli, « Rend. Acc. Lincei », *25*, 531 (1958).
[2] M. A. Rollier e E. Arrenghini, « Gazz. chim. ital. », *69*, 499 (1939).
[3] G. L. Clark, *Applied X– Rays*, New York 1955, p. 502.
[4] H. B. Weiser, W. O. Milligan e J. B. Bates, « J. Phys. Chem. », *46*, 99 (1942).
[5] A. K. van Bever, « Rec. Trav. Chim. Pays–Bas », *57*, 1259 (1938).
[6] H. B. Weiser, W. O. Milligan e J. B. Bates, « J. Phys. Chem. », *38*, 701 (1941).
[7] G. Natta, « Gazz. chim. ital. », *58*, 619 (1928).
[8] O. Hassel e G. Bödtker–Naess, « Z. anorg. allg. Chem. », *174*, 24 (1928).
[9] O. Hassel e H. Kringstad, ibid., *182*, 281 (1929).
[10] O. Hassel e H. Kringstad, ibid., *209*, 281 (1932).
[11] G. Bödtker–Naess e O. Hassel, ibid., *211*, 21 (1933).
[12] G. Bödtker–Naess e O. Hassel, « Z. physik. Chem. », *B 22*, 471 (1933).
[13] G. Bödtker–Naess e O. Hassel, « Norsk Vidensk.–Akad. I. Mat.–Nat. Kl. », No. 4, 1 (1933).
[14] E. Paglia e C. Sironi, « Gazz. chim. ital. », *88*, 541 (1958).

Geologia. — *Alpi meridionali e Prepirenei catalani.* – I. *Sintesi tettonica delle Alpi meridionali e dei Prepirenei catalani (versante spagnolo)* (*). Nota di PIERO LEONARDI, presentata (**) dal Socio GB. DAL PIAZ.

Nel luglio 1956, grazie al gentile invito dell'amico dott. Miguel Crusafont Pairò, Direttore della sezione paleontologica del Museo Civico di Sabadell (Barcelona), partecipai – come già ai precedenti – al *III Cursillo Internacional de Paleontologia* di Sabadell.

In tale occasione, l'amico dott. Crusafont Pairò e i suoi collaboratori dott. J. Truyols Santonja, dott. J. F. Villalta Comella e dott. A. Miralles, organizzarono una mirabile escursione di vari giorni, durante la quale si potè visitare con la preziosa guida dei maggiori competenti sulla geologia locale, quali L. Solè Sabaris, J. Fontbotè e V. Masachs, il versante meridionale dei Pirenei catalani, passando in rassegna accuratamente sia la serie stratigrafica locale, che i motivi più caratteristici della sua tettonica.

Ebbi così la possibilità di farmi un'idea abbastanza precisa e diffusa sulla struttura geologica di questa catena (di cui avevo già visitato precedentemente (1952–1954) il versante francese nella zona di Gavarnie e nel tratto fra Puigcerdà e Tolosa, e l'estremità nord–occidentale tra Vitoria e Baiona).

Ciò che soprattutto destò il mio interesse, fu la constatazione che se, prese nel loro complesso, la catena dei Pirenei e quella alpina presentano sostanziali differenze sia dal punto di vista stratigrafico che da quello tettonico, si notano invece tra il versante catalano dei Pirenei e le Alpi meridionali impressionanti analogie, che evidentemente non sono casuali e che meritano, mi sembra, di essere poste in rilievo meglio di quanto non sia stato fatto da altri finora.

A tale scopo darò qui una sommaria descrizione delle caratteristiche tettoniche essenziali delle Alpi meridionali e dei Pirenei catalani, per poi passare – in una seconda Nota – ad un confronto, dal quale risulteranno evidenti le suddette notevoli analogie.

SCHEMA TETTONICO DELLE ALPI MERIDIONALI.

Non è certo il caso di diffondersi in particolari sulla struttura delle Alpi meridionali, che è fin troppo nota, anche se non sempre è stata descritta esattamente. Mi limiterò a tracciare le linee fondamentali necessarie al confronto che è oggetto del presente studio.

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto Geologico dell'Università di Ferrara sotto gli auspici del Consiglio Nazionale delle Ricerche.

(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

Le Alpi meridionali, comprese nella letteratura geologica meno recente nella denominazione di « Dinaridi » ora ristretta alle montagne illiriche, costituiscono nel complesso edificio alpino un'unità nettamente distinta dalle altre per il suo stile tettonico.

Da questo punto di vista infatti le Alpi meridionali costituiscono una tipica « regione a pieghe », corrispondendo ad una serie di pieghe, pieghe–faglie e scaglie embriciate con assi subparalleli orientati nel complesso da occidente ad oriente e in massima parte rivolte verso la pianura padana.

Non mancano nelle Alpi meridionali le dislocazioni del tipo « ricoprimento » e lo dimostrano – ad esempio – le notevoli complicazioni tettoniche del Gruppo delle Grigne e delle Orobie nelle Prealpi lombarde [1] e i ricoprimenti segnalati da G. Dal Piaz e Boyer [2] e ora in corso di studio ad opera mia e dei miei collaboratori nella zona di Longarone nella Valle del Piave [3]. Ma a differenza di quanto si verifica nelle altre unità tettoniche alpine, essi rappresentano l'eccezione e non la regola e non raggiungono mai proporzioni rilevanti.

Come si diceva, le pieghe e le scaglie embriciate sono qui prevalentemente rivolte verso la pianura padana e sono note nella letteratura geologica come « pieghe di ritorno ».

Il distacco fra le Alpi meridionali e la parte restante della struttura alpina è messa maggiormente in evidenza dalla coincidenza fra il limite settentrionale di questa unità e alcune linee di frattura di importanza particolarmente notevole, quali la Linea del Tonale (= insubrica), la Linea delle Giudicarie nella sua parte settentrionale, la Linea della Pusteria e quella della Drava, le quali separano nettamente le strutture alpine propriamente dette, costituite quasi totalmente da rocce scistoso–cristalline, da quelle sudalpine, la cui parte superficiale è invece costituita in massima parte da formazioni sedimentarie normali, e distinguono in maniera particolarmente evidente compartimenti longitudinali ben diversamente deformati [4].

L'importanza di queste linee, corrispondenti a quello che viene chiamato « limite austroalpino–sudalpino » (già « limite alpino–dinarico » *Auct.*) e la loro profonda penetrazione nella crosta terrestre è messa particolarmente

(1) L. U. De Sitter e C. M. De Sitter, Coomans *The geology of the Bergamasc Alps, Lombardia, Italy*, « Leidse Geol. Mededel », vol. XIV B (1949).

(2) G. Dal Piaz, *Sulla tettonica dei monti fra il Brenta e i dintorni del Lago di S. Croce. Nota preliminare*, « Atti Acc. Scient. veneto–trentino–istriana », vol. II, 1905; *Studi geotettonici sulle Alpi Orientali*, « Mem. Ist. Geol. Univ. Padova », vol. I, 1912; *Guida delle escursioni del XXXIII Congresso della Società Geologica Italiana*, Padova, 1920; Profilo in: Parona, *Trattato di Geologia*, II ediz., 1924, p. 497; *Discorso di apertura* tenuto il 29 agosto 1920 al XXXIII Congresso della Società Geologica Italiana, « Boll. Soc. Geol. It. », vol. XXXIX (1920), Roma 1920, pp. XLIII–LV; G. R. Boyer, *Étude géologique des environs de Longarone (Alpes vénitiennes)*, « Bull. Soc. Géol. France », vol. XIII, 1914.

(3) P. Leonardi, *Campagne geo–paleontologiche 1954–56 dell'Istituto Geologico di Ferrara nelle Dolomiti*, « Ricerca Scientifica », vol. 27, 1957, pp. 3645–3647, fig. 18.

(4) L. U. De Sitter, *Essai de géologie structurale, ecc.* Op. cit., p. 55.

in evidenza da un rosario di masse intrusive [5], la cui origine è certamente legata ai profondi piani di frattura delle linee suddette.

Le Alpi meridionali sono costituite da un basamento cristallino (che emerge in varie zone grazie alla denudazione operata dagli agenti atmosferici), in cui prevalgono le « filladi quarzifere », e da una « serie di copertura » più o meno continua, trasgressiva sul basamento suddetto e comprendente sedimenti che vanno da vari periodi del Paleozoico fino al Cenozoico e al Quaternario.

Il basamento cristallino e la serie di copertura hanno avuto un diverso comportamento di fronte alle spinte orogeniche e in generale ai movimenti tettonici alpidici.

Il basamento cristallino è stato interessato oltreché dall'orogenesi alpidica, anche dall'orogenesi ercinica e probabilmente da altre precedenti, archeozoiche, che hanno intensamente ripiegato e costipato i materiali prepaleozoici da cui le filladi e gli altri scisti derivano, rendendo il basamento suddetto sensibilmente rigido agli effetti delle successive spinte orogeniche.

La serie di copertura, invece, non essendo mai più antica del Paleozoico, ed anzi nella parte occidentale (Lombardia, Veneto occidentale e Venezia Tridentina) iniziandosi solo a partire dal Paleozoico recente (Permo–carbonifero), è stata interessata soltanto dall'orogenesi alpidica e da quella ercinica nella parte orientale (Alpi Carniche), dove la serie comprende anche il Paleozoico antico, e addirittura solamente da quella alpidica e tutt'al più – forse – da qualche movimento tardoercinico [6] nella parte occidentale.

Ne consegue, che mentre il basamento cristallino – ripiegato e costipato dalle precedenti orogenesi – ha reagito alle spinte alpidiche dando origine a pieghe di fondo di largo raggio e a dislocazioni per frattura, la serie di copertura, sensibilmente più plastica, ha consentito la formazione di un caratteristico stile tettonico a pieghe.

Va rilevato che – su scala ridotta – un'analoga differenziazione nella reazione alle spinte orogeniche si nota anche nelle masse rocciose della serie di copertura a seconda che sono più o meno rigide o plastiche. Infatti, per citare solo qualche esempio, piastrone porfirico atesino e scogliere dolomitiche non stratificate si comportano come masse rigide e dànno origine a fratture, mentre i sedimenti di facies normale sono regolarmente ripiegati. Si verifica cioè quella che viene felicemente chiamata « tettonica selettiva », in conseguenza della quale una stessa linea di dislocazione può avere carat-

(5) G. DAL PIAZ, *Il confine alpino–dinarico dall'Adamello al massiccio di M. Croce nell'Alto Adige*, « Atti Acc. Scient. Ven. Trent. Istr. », ser. III, vol. XVII (1926); GB. DAL PIAZ, *Sull'andamento delle linee di dislocazione che accompagnano i massicci intrusivi di M. Croce, Ivigna, Bressanone nell'Alto Adige*, « Rend. Acc. Naz. Lincei », vol. XIV (1931); *Geologia della bassa Val d'Ultimo e del Massiccio granitico di M. Croce*, « Mem. Mus. St. Nat. Ven. Trid. », vol. V (1942).

(6) P. LEONARDI e D. ROSSI, *I porfidi paleozoici della Conca di Cavalese nelle Dolomiti Occidentali*, « Mem. Mus. St. Nat. Ven. Trid. », Anno XXI, 1958–59, vol. XII, fasc. 1.

tere di faglia nello spessore di una delle suddette masse rigide, e di piega nella sovrastante e sottostante serie di sedimenti plastici [7].

Si è recentemente affacciata da parte di qualche autore [8] la convinzione che il diverso stile tettonico dello zoccolo cristallino e della serie di copertura sia dovuta non soltanto a quanto si è detto sopra, ma anche a « scollamenti » della copertura sia nei riguardi dello zoccolo cristallino, sia nei riguardi di qualcuna delle masse rigide intercalate alla copertura stessa, per esempio del già citato piastrone porfirico.

E secondo gli stessi Autori, in particolare Signorini, le pieghe e buona parte delle dislocazioni in genere delle Alpi meridionali, sarebbero dovute non a spinte orogenetiche tangenziali, ma a colamenti per gravità conseguenti al sollevamento della zona assiale alpina [9].

Non è qui il caso di entrare in discussione al riguardo, avendo già trattato la questione altrove [10] e dovendocene occupare – sia pur fuggevolmente – nella parte conclusiva del presente studio.

Mi limiterò a rilevare che certamente nelle Alpi meridionali esistono oltre alle ben note « dislocazioni di vetta » (*Gipfelfaltungen*) delle Dolomiti [11] – che hanno valore del tutto locale – colamenti per gravità di una certa ampiezza, che non vanno sottovalutati, ma nemmeno ritenuti fenomeno di valore regionale.

Mi piace riportare in proposito quanto ebbe a sostenere M. Gortani in un recente simposio geotettonico [12]. « . . . È vano – egli dice – cercare di interpretare per questa via, come tentò il Signorini, la struttura della regione Dolomitica, di cui anche recenti lavori hanno confermato il motivo dominante di corrugamenti subparalleli con direzione E–W e SW–NE. Le ipotesi di lavoro non devono diventare schemi preconcetti ».

Per tutto un complesso di fatti « è naturale che piegamenti disarmonici, faglie, scorrimenti, accavallamenti, dislocazioni intercutanee e localmente anche scivolamenti per gravità, ne complichino la struttura. Ma, questa rimane comandata da movimenti profondi ed improntata ad un fondamentale carattere plicativo, in una zona tutta ben radicata ».

« In favore dell'origine profonda degli impulsi, parlano non soltanto le intrusioni e le effusioni magmatiche e la perdurante sismicità, ma anche

(7) P. Leonardi, *Breve sintesi tettonica delle Dolomiti Occidentali*, « Boll. Soc. Geol. Ital. », vol. LXXIV (1955).

(8) P. Fallot, *Remarques sur la tectonique de couverture dans les Alpes Bergamasques et les Dolomites*, « Bull. Soc. Géol. Franc. », vol. XX (1950); *Du rôle des decollements en tectonique*. « Scientia », vol. 47 (1953).

(9) R. Signorini, *Osservazioni sulla struttura e la morfologia delle Dolomiti orientali*, « Boll. Soc. Geol. Ital. », vol. LXX (1951).

(10) P. Leonardi, *Breve sintesi tettonica delle Dolomiti Occidentali*, « Boll. Soc. Geol. Ital. », vol. LXXIV, pp. 46–53 (1955).

(11) B. Accordi, *Le dislocazioni delle cime* (*Gipfelfaltungen*) *delle Dolomiti*, « Ann. Univ. Ferrara », sez. IX, vol. II (1955).

(12) M. Gortani, *Recenti progressi nella conoscenza strutturale dell'Italia*, « Geotekt. Symp. », zu Ehr. v. Haus Stille, Stuttgart 1956.

la corrispondenza fra l'andamento della forte anomalia gravidica positiva in destra del Piave (cfr. Vecchia) ed il costipamento delle direttrici tettoniche convergenti nella giunzione « cadorina » di Leonardi. Più verso occidente, l'anomalia positiva investe il fascio di fratture della fossa tettonica del Garda, con scorrimenti anche orizzontali, e delle altre confluenti nella Linea delle Giudicarie–sud, che già Trevisan additò come manifestazioni superficiali di una grande frattura unica in profondità. Le considerazioni su esposte valgono anche per le Alpi meridionali lombarde » (Gortani M., op. cit.).

A questo stesso proposito va tenuto presente che le pieghe, le pieghe–faglie e le scaglie sono in generale – come già si è detto – rivolte verso sud, ma non mancano – specialmente nella zona marginale settentrionale, in prossimità delle grandi fratture che separano le Alpi meridionali dalle altre unità alpine, – elementi tettonici rivolti a nord.

Va infine rilevato che se la grande maggioranza delle unità tettoniche – pieghe e linee tettoniche di ogni genere – sono disposte longitudinalmente rispetto alla catena alpina, non mancano elementi tettonici più o meno nettamente trasversali, che si possono talora mettere in relazione con l'alternarsi delle culminazioni e depressioni assiali delle pieghe, o alla presenza di masse rigide profonde, ma talora sembrano dovute a spinte orogenetiche o comunque a movimenti tettonici distinti da quelli che hanno dato origine alle entità longitudinali.

Le Alpi meridionali sono divise in due parti – l'occidentale, rispondente all'ingrosso alle Prealpi lombarde, e l'orientale rispondente alle Alpi trentine e venete – da una linea di frattura di grande importanza, dall'andamento obliquo rispetto all'allineamento complessivo delle pieghe: la Linea delle Giudicarie.

Le due parti, orientale ed occidentale, pur presentando lo stesso stile tettonico che è quello suddescritto delle Alpi meridionali, presentano ai due lati della suddetta linea caratteri diversi per una costipazione sensibilmente maggiore degli elementi tettonici della parte occidentale rispetto a quella atesino–dolomitica. Il fatto, incontestabile, non è chiaramente spiegabile nelle sue cause, probabilmente rispondenti – almeno in parte – a condizioni tettoniche profonde.

Sembra possibile che ciò sia in relazione anche con la presenza, entro la serie di copertura della parte orientale, del rigido piastrone porfirico paleozoico. Sull'importanza di questa rigidità nel determinare lo stile tettonico della regione dolomitica, richiamò l'attenzione dei geologi già S. Vardabasso [13], ma a parer mio dando alla cosa importanza un po' eccessiva, in quanto, pur ammettendo che alla rigidità del piastrone porfirico (come del resto a quella delle scogliere dolomitiche più estese) siano dovute particolari caratteristiche della tettonica atesina e dolomitica, non mi sembra che essa abbia mutato in maniera sostanziale lo stile tettonico essenzialmente

(13) S. VARDABASSO, *La piattaforma porfirica atesina. Sua struttura geologica e funzione tettonica*, « Atti Soc. Ital. Progr. Sc. », XXI Riun. Milano, 1931.

a pieghe della regione [14]. Ritengo infatti che essa abbia soltanto impedito una maggiore costipazione degli elementi tettonici e dato origine ad un certo numero di dislocazioni per frattura nello spessore dei porfidi.

Lo studio delle linee di dislocazione delle Alpi meridionali dimostra che nel corso dell'orogenesi alpidica le forze cui è dovuto il ripiegamento e la fratturazione, sia dello zoccolo cristallino che della serie di copertura, ebbero carattere discontinuo e che fasi di compressione e di spinte si sono alternate a fasi di distensione, facendo sì che in qualche caso (come, ad esempio, allo sbocco della gola del Vaiont presso Longarone nella Valle del Piave) in una medesima linea di frattura le due labbra abbiano subìto successivamente movimenti in senso inverso, corrispondenti appunto ad una fase di compressione e ad una di distensione. Gli effetti di quest'ultima però non sono paragonabili alla serie di faglie trasversali normali che nei Pirenei catalani è dovuta alla fase finale distensiva corrispondente allo sprofondamento della zona costiera mediterranea.

Schema tettonico dei Pirenei catalani.

I Pirenei, dal punto di vista tettonico, si dividono essenzialmente in tre elementi longitudinali disposti all'incirca parallelamente con direzione est–ovest.

Si ha innanzitutto una zona mediana detta « zona assiale », costituita da uno zoccolo scistoso–cristallino e granitico, corrispondente ad una vasta anticlinale di fondo e sormontato specialmente nelle due zone più esterne da sedimenti del Paleozoico inferiore ripiegati, il tutto interessato da un sistema di fratture longitudinali con carattere di faglie inverse, i cui piani convergono verso il basso, e che determinano ai due lati, verso la Francia e verso la Spagna, una disposizione a gradini progressivamente degradanti verso l'esterno della catena [15].

Ai lati della zona assiale vi sono due zone in cui affiora largamente la serie sedimentaria mesozoico–cenozoica, le cui formazioni sono più o meno intensamente corrugate costituendo una serie di pieghe e pieghe–faglie, rivolte prevalentemente verso l'esterno della catena, con assi subparalleli orientati complessivamente da est ad ovest.

Questa divisione tripartita della catena non è soltanto attuale, ma risponde alle condizioni originarie della zona pirenaica all'inizio dell'orogenesi alpina.

Infatti già in conseguenza dell'orogenesi ercinica si era formata, con asse poco diversamente orientato da quello degli attuali Pirenei, un'emergenza montuosa ai lati della quale si era venuti costituendo due bacini di

(14) P. Leonardi, *Note sulla tettonica della Regione Dolomitica*, « Studi Trent. Sc. Nat. », vol. XVII, pp. 132–161 (1936).

(15) J. Fontbotè, *Vision de conjuncto de la geologia de los Pirineos Catalanes*, « III Curs. Intern. Paleontol. », Sabadell 1956, p. 15.

sedimentazione indipendenti. In questi si depositarono le formazioni sedimentarie che con l'orogenesi alpidica vennero ripiegate e sollevate a costituire – ai due lati del nucleo ercinico a sua volta sollevato – le montagne prepirenaiche.

Risulta infatti che in corrispondenza di questa catena non si ebbe durante l'èra mesozoica un bacino geosinclinale unitario [16], ma solo i suddetti due bacini, mentre almeno in alcuni periodi il crinale dei Pirenei emerse e non venne ricoperto da sedimenti. Si deve addirittura ammettere che il sollevamento alpidico della catena pirenaica non fu conseguente alla formazione ed all'approfondimento di una geosinclinale, ma che all'opposto la formazione e l'approfondimento delle due fosse prepirenaiche furono una conseguenza della compressione che condusse al sollevamento della catena [17].

Ma non è qui il caso di occuparsi – più di quanto si abbia fatto finora a scopo puramente introduttivo – dei problemi generali della catena pirenaica, come ad esempio di quello della tettonica di frattura corrispondente alla fase finale di distensione, intendendo lo scrivente occuparsi soltanto della struttura tettonica della zona prepirenaica catalana in vista di un confronto con quello delle Alpi meridionali.

Limitando dunque il nostro esame alla struttura del versante catalano e particolarmente alla regione compresa tra Andorra e Balaguer, dove la struttura è più chiaramente riconoscibile, farò rilevare che a partire dal crinale dei Pirenei e procedendo verso la pianura dell'Ebro, si hanno a parer mio nella suddetta regione cinque zone distinte per i propri caratteri tettonici:

1° Abbiamo innanzitutto la parte centrale della « zona assiale » corrispondente, come già si è accennato, a uno zoccolo prevalentemente scistoso–cristallino, con migmatiti (gneiss occhiadini) e ammassi granitici derivanti da anatessi in posto o intrusivi [18]. I terreni della zona assiale hanno subìto un intenso piegamento durante l'orogenesi ercinica, e furono rielaborati dall'orogenesi alpidica, costituendo per la loro rigidità una grande anticlinale di fondo tagliata da numerose faglie [19].

2° Viene poi una fascia più esterna, zona di transizione tra la zona assiale propriamente detta o centrale e i Prepirenei, in cui le rocce scistoso–cristalline succitate sono coperte da sedimenti del Paleozoico inferiore (Cambriano–Siluriano–Devoniano) ripiegati dall'orogenesi ercinica e successivamente tagliati dalle faglie inverse dell'orogenesi alpidica, che li hanno spezzettati e suddivisi nei vari gradini longitudinali digradanti verso sud [20]. Le pieghe di età ercinica delle formazioni paleozoiche antiche sono in generale orientate da est ad ovest, con vergenza prevalente a sud.

(16) L. U. DE SITTER, *Essai de géologie structurale, ecc.*, op. cit., p. 55.

(17) L. U. DE SITTER, op. cit., p. 55.

(18) J. FONTBOTÈ, *Vision de conjuncto, ecc.*, op. cit., p. 12; DEL BONO e NICOSIA, *Relazione sul ciclo di studi riguardanti la Geologia dei Pirenei, ecc.*, pp. 144–145.

(19) J. FONTBOTÈ, *Vision de conjunto, ecc.*, op. cit., p. 1.

(20) Anche in senso est–ovest queste formazioni risultano spezzettate dalle frequenti faglie trasversali di età alpidica, delle due fasi compressiva e distensiva.

3° Segue la « zona delle sierre interne » detta anche « zona interna meridionale » o « zona sudpirenaica » [21], corrispondente alle Sierre de Pinyana, Sant Gervasi e Bonmort, in cui le formazioni mesozoiche [22] e cenozoiche di copertura sono intensamente ripiegate (« anticlinorio settentrionale »), sia in conseguenza delle spinte orogeniche alpidiche e della relativa compressione, sia per colamenti per gravità dovuti al distacco della « serie di copertura » dalla suddetta fascia esterna della « zona assiale », in conseguenza del formarsi di piani inclinati determinato dal sollevamento della zona assiale stessa e dal taglio in zone longitudinali della serie di copertura operato dal sistema di faglie longitudinali inverse cui sopra si è accennato.

Alla tettonica gravitativa sembrano dovute ad esempio certe pieghe « in cascata » (come quelle bellissime che potei osservare nella Valle del Rio Freser tra Campdevanol e Aigues de Ribes [23]) e alcuni ricoprimenti della zona centrale del versante spagnolo (per esempio Baliabrigra) che però hanno sempre estensione piuttosto limitata e valore del tutto locale (Tav. I, fig. 1).

In questo anticlinorio la prima unità tettonica, al limite con la zona precedente, è costituita dalla « Zona di Nogueras » in cui al complicatissimo piegamento partecipano anche sedimenti paleozoici intensamente spezzettati e scagliati [24]. Va rilevata l'importanza che viene attribuita, per la tettonica di « scollamento » di questa zona delle sierre interne, al complesso salifero del Trias, che risulta qui assai potente e si inietta in tutte le strutture, alterandole profondamente [25].

4° Segue la grande e piatta « sinclinale media o centrale » (*Southern marginal trough* di De Sitter), corrispondente alla conca di Tremp, il cui nucleo è costituito da sedimenti del « Garumniense » e dell'Eocene.

5° Infine abbiamo la « Zona delle sierre esterne o marginali », corrispondente alle sierre del Montsech, di Montroig, San Mamet, ecc. in cui il piegamento torna ad essere più accentuato, dando origine ad una successione di pieghe più o meno inclinate con vergenza prevalente a sud. L'estremità meridionale presenta notevoli complicazioni dovute in parte al comportamento diapirico del Keuper. Tanto nella zona delle Sierre interne che in quest'ultima, lo stile tettonico presenta straordinarie analogie con quello delle Alpi meridionali e particolarmente delle Alpi venete. Abbondano infatti le « pieghe a ginocchio » (*en rodilla* nella terminologia spagnola) e vi sono anche pieghe a doppio ginocchio in senso inverso (*en cofre*), strutture che

(21) L. U. De Sitter, *A cross section through the Central-Pyrenees* « Geol. Rundschau », vol. 45 (1956).

(22) Il Permo-Trias dei Pirenei orientali è una potente formazione in cui si alternano conglomerati e arenarie, dalla tinta spesso rossastra, che ricordano molto per la facies le « Arenarie di Val Gardena » permiane delle Alpi meridionali.

(23) J. Fontbotè, *Excursion a los Pirineos. Primera jornada*, III Cursillo Int. Paleontol., Sabadell 1956, pp. 2–3.

(24) J. Fontbotè, *Vision de conjuncto, ecc.*, op. cit., p. 16.

(25) J. M. Rio e V. Masachs, *Excursion a los Pirineos. Tercera jornada: La Seu de Urgell-Artesa de Segre-Tremp.* III Cursillo Int. Paleontol., Sabadell 1956, p. 1.

trovano ambedue, e specialmente la prima, largo riscontro nelle Alpi meridionali, e che potei osservare con grande interesse durante il percorso tra la Seo de Urgel e la conca di Tremp lungo la Valle del Rio Segre e in modo particolare nella zona della Sierra de Montanisell (Tavv. I, II, III).

Secondo De Sitter la successione di pieghe situata a sud della « fossa marginale » di Tremp (Zona delle sierre) *does no longer really belong to the Pyrenean orogene, but has a similar connection with it as the Jura Mountains have with the Alps* [26].

Confesso che il paragone dell'illustre Collega e Amico non mi convince completamente, in quanto ammetto che le pieghe della zona delle Sierre e quella della catena del Giura vengano a trovarsi in una posizione apparentemente analoga rispetto alle due catene, ma nel caso del Giura ci troviamo di fronte ad una tipica struttura tettonica di « scollamento », come è dimostrato dal raccorciamento della serie di copertura rispetto al sottostante zoccolo di terreni cristallini antichi, mentre nel caso della Zona delle Sierre pirenaica non mi sembra che le pieghe e le dislocazioni in genere interessino soltanto la serie di copertura. Un'impressione del genere si ricava anche da un profilo dello stesso De Sitter [27], nel quale – se non lo interpreto male – si vede un'importante linea di disturbo in corrispondenza della Sierra de Montsech tagliare non soltanto la copertura, ma anche il basamento scistoso–cristallino, il quale risulta poi presentare « pieghe di fondo » in corrispondenza delle pieghe, più accentuate, della serie di copertura della fascia più meridionale al margine della Piana dell'Ebro.

Il contrasto tra la densità delle pieghe nella Zona delle Sierre e l'ampiezza della sinclinale di Tremp, corrispondente alla parte mediana della « fossa marginale meridionale », mi sembra si possa attribuire al fatto che la coltre sedimentaria mesozoico–cenozoica in corrispondenza della conca di Tremp presentava il massimo spessore, ed era quindi meno suscettibile di un accentuato ripiegamento che più a sud (Zona delle Sierre meridionale), dove i sedimenti, sovrapposti al margine dello zoccolo dell'Ebro si presentano *with much reduced thicknesses* [28].

La diversità sostanziale di caratteri tra la zona assiale orogenicamente più antica, conservando essa ampiamente le strutture erciniche, e la zona prepirenaica, che deve quasi totalmente la sua struttura all'orogenesi alpidica, è messa in evidenza anche dalla morfologia. Nella zona assiale vi sono ampie superfici elevate di erosione e caratteristici terrazzi orografici nelle valli, gli uni e gli altri modellati successivamente dai ghiacciai quaternari. La zona prepirenaica invece presenta un rilievo più giovane e assai più influenzato dalla struttura tettonica [29].

(26) L. U. DE SITTER, *A cross section through the Central–Pyrenees*, « Geol. Rundschau », vol. 45, p. 216 (1956).

(27) L. U. DE SITTER, *Ibidem*, p. 216, fig. 2.

(28) L. U. DE SITTER, *Ibidem*, p. 216.

(29) J. FONTBOTÈ, *Vision de conjuncto, ecc.*, op. cit., p. 2.

Risulta da quanto sopra che anche il versante meridionale dei Pirenei al di fuori della « zona assiale » risponde ad una tipica regione a pieghe, in cui – come nelle Alpi meridionali – le unità tettoniche sono nella loro generalità rivolte verso l'esterno della catena.

Il fatto però che questa regola abbia le sue eccezioni, e che nemmeno qui manchino pieghe rivolte al contrario verso nord, e la presenza di dislocazioni assai rilevanti che evidentemente non sono limitate alla serie di copertura, ma si estendono al sottostante zoccolo scistoso–cristallino, induce a ritenere che anche le dislocazioni della regione prepirenaica catalana, come quelle delle Alpi meridionali, siano prevalentemente dovute alla compressione esercitata dalle spinte orogenetiche e non a colamenti gravitativi, che tuttavia, come si è visto, specialmente nella zona prepirenaica più vicina alla zona assiale, sono – con ogni probabilità – rappresentati da pieghe e scorrimenti rivolti a sud e da qualche ricoprimento di limitata entità.

Al limite tra zona assiale e zona prepirenaica abbondano, come già si è accennato, fratture di tipo ed entità varia. Nessuna di queste però ha la portata di quelle assai più rilevanti, che caratterizzano la stessa zona nel versante pirenaico settentrionale (« Faglia nord–pirenaica »).

Una caratteristica particolare dei Pirenei catalani è costituita da un sistema di faglie dirette trasversali, corrispondenti ad una fase tardiva di distensione dell'orogenesi alpidica [30] collegata con sprofondamenti neogenici della zona mediterranea. Con questo sistema di fratture trasversali è collegata la formazione delle caratteristiche fosse tettoniche della Cerdana (Puigcerdà) e dell'Urgellet (Seo de Urgél) che le escursioni del « Cursillo » 1956 mi permisero di esaminare accuratamente (Tav. IV, fig. 2) [31].

Strutture tettoniche paragonabili a quest'ultime non mi risultano esistenti nelle Alpi meridionali, né vi si nota un sistema di fratture trasversali di distensione così sviluppato.

Va rilevato però che anche qui – come già si è fatto notare a p. 528 – vi sono testimonianze di fasi orogeniche di distensione, che però non sembrano dovute a cause analoghe a quelle che determinarono la formazione delle fosse tettoniche catalane, e comunque hanno uno sviluppo assai minore.

In una seconda Nota verranno messe a confronto le caratteristiche tettoniche delle due regioni, Prepirenei catalani e Alpi meridionali, ponendo in rilievo le notevoli analogie che esse presentano, ad onta delle sensibili differenze dal punto di vista litologico e stratigrafico.

(30) J. FONTBOTÈ, *Ibidem*, p. 15.

(31) L. SOLÈ SABARIS, *Excursion a los Pirineos. Segunda jornada: Puigcerdá, La Seu d'Urgell.* III Curs. Int. Paleont., Sabadel, 1954.

(Fotogr. Dr. J. Closas)

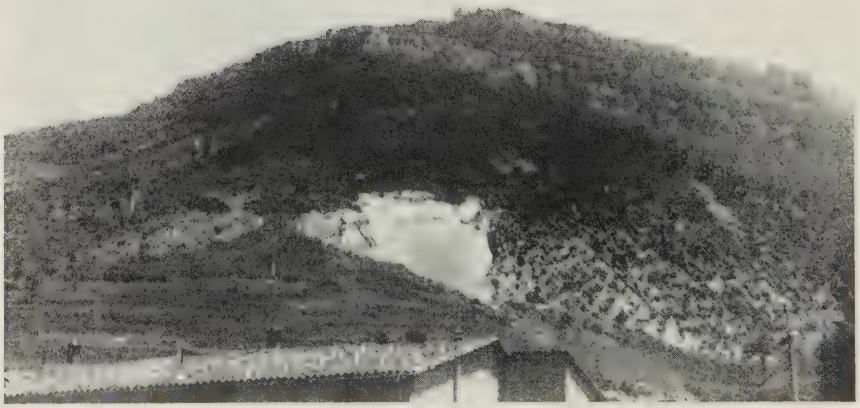
Fig. 1. – Calcari dell'Eocene basale piegati « in cascata » presso La Corba nella Valle del Rio Freser, zona delle Sierre interne.

(Fotogr. P. Leonardi)

Fig. 2. – Calcari ypresiani piegati a ginocchio a Carburos de Freser presso Campdevanols nella Valle del Rio Freser, zona delle Sierre interne.

(Fotogr. Dr. J. Closas)

Fig. 1. – La Sierra de Carreu e de San Juan. I calcari cretacei delle cime appartengono al nucleo della sinclinale di Orgaña, nella zona delle Sierre interne.



(Fotogr. P. Leonardi)

Fig. 2. – Calcari ypresiani ripiegati a ginocchio con vergenza a Sud. Gli strati immergentisi verso l'osservatore al centro della fotografia appartengono al fianco meridionale raddrizzato, mentre quelli lievemente inclinati in alto a destra appartengono al fianco settentrionale suborizzontale. Presso Campdevanols nella Valle del Rio Freser, zona delle Sierre interne.

(Fotogr. Dr. E. Semenza)

Fig. 1. – Montagne a NE della Conca di Tremp (Sierre interne). Sullo sfondo a sinistra calcari cretacei piegati a ginocchio con vergenza a Sud.

(Fotogr. Dr. E. Semenza)

Fig. 2. – La conca sinclinale di Tremp vista dalle Sierre interne. A destra calcari cretacei raddrizzati del fianco meridionale di una piega a ginocchio rivolta a Sud. Sullo sfondo le Sierre esterne.

(Fotogr. Dr. E. Semenza)

Fig. 1. – Calcari maestrichtiani raddrizzati del fianco meridionale di una piega inclinata verso Sud, sullo spartiacque tra la Valle del Rio Segre e la Conca di Tremp, nella zona delle Sierre interne. All'estremità destra in alto si vedono strati suborizzontali del fianco settentrionale della stessa piega.

Fig. 2. – La fossa tettonica della Cerdana presso Puigcerdà. Sullo sfondo a destra la Sierra del Cadì. (Fotogr. Dr. E. Semenza)

Geologia. — *Osservazioni sulla tettonica della regione del Monte Oserot (fianco sinistro della Valle Stura di Demonte fra Pontebernardo e Bersezio, Alpi Marittime)* (*). Nota di BORTOLO FRANCESCHETTI, presentata (**) dal Socio GB. DAL PIAZ.

Nell'Estate del 1958 ho iniziato, nell'ambito del piano di studi sulle Alpi Occidentali programmato dall'Istituto di Geologia dell'Università di Torino [10], il rilevamento geologico della regione montuosa posta a Nord della Stura di Demonte, fra Pietraporzio e Bersezio (1).

Poiché da un punto di vista strutturale la regione è assai complicata ho ritenuto necessario dedicarmi, all'inizio del lavoro, alla raccolta di dati che permettessero di arrivare, con la maggior precisione possibile, al riconoscimento della tettonica locale. Ho potuto così formulare delle considerazioni che ritengo opportuno anticipare senza attendere il completamento del lavoro di ricerca in corso.

Gli unici riferimenti specifici sulla tettonica della regione si trovano nel foglio Dronero–Argentera della Carta geologica d'Italia alla scala 1 : 100.000, rilevato per la parte in questione da S. Franchi [13], e in un recente studio di M. Gidon [7], seguito e completamento di un precedente lavoro sulla tettonica della « zona brianzonese » nell'alto Ubaye e nell'alta Val Maira [6].

Nel rilevamento del Franchi le principali linee di faglia e di scorrimento sono ben rappresentate, ma la mancanza di profili limita la possibilità di una ricostruzione della tettonica che rispecchi il pensiero dell'autore in proposito.

Assai dettagliato è il lavoro di M. Gidon [7] in cui sono presentati uno schema di carta tettonica ed un tettonogramma illustrativo schematico. In questo suo studio egli elenca le unità tettoniche riconoscibili, ne pone in luce i reciproci rapporti e conclude affermando la esistenza di una struttura a « falde » per la « zona brianzonese » e la evidenza di questa struttura anche al di qua del confine italo–francese. Egli sostiene ancora che le direttrici tettoniche della « zona brianzonese » presentano una chiara immersione verso NW per cui, da NW a SE affiorano prima le unità brianzonesi, dalle superiori alle inferiori, e quindi le unità subbrianzonesi. Egli distingue così, elen-

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Geologia dell'Università di Torino con l'aiuto finanziario del Consiglio Nazionale delle Ricerche.

(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) L'area rappresentata nello stereogramma e i riferimenti topografici che si trovano nel testo e nella tavola dei profili sono compresi nel foglio 79 (Dronero) della Carta d'Italia alla scala 1 : 100.000; tavoletta topografica III SW (Bersezio) alla scala 1 : 25.000.

candole in ordine di sovrapposizione, le seguenti unità:

Autoctono dell'Argentera;
Unità subbrianzonesi;
Falda di Rocca Peroni (I unità brianzonese);
Terreni silicei della fascia di Roburent e del Passo della Gardetta;
Falda del Rouchouze (II unità brianzonese);
Falda del Sautron (III unità brianzonese), che delimita verso l'interno i terreni a facies brianzonese;
Anticlinale silicea del Marinet, comprendente terreni appartenenti alla cosidetta « zona assiale permo–carbonifera ».

Le unità brianzonesi superiori (IV o falda delle Aiguilles de Chambeyron; V o falda del Chatelet; VI e VII (?) che si osservano a NW dell'Ubaye) non affiorano che molto più a NW della nostra zona.

Per non mancare di obbiettività ho cercato di ricostruire la tettonica locale basandomi essenzialmente sui dati che l'osservazione mi proponeva, astraendo dalla interpretazione del Gidon. Ne ho ottenuto: la conferma della validità, almeno nelle sue linee generali, della interpretazione tettonica data dall'Autore francese; la possibilità di presentare qualche nuovo elemento sulla tettonica propria delle singole unità; la possibilità di illustrare con sufficiente chiarezza i rapporti fra le varie unità eliminando alcuni dubbi che, per la zona del M. Oserot, sono espressi nella ricostruzione di M. Gidon. Per illustrare questi risultati ho ritenuto utile rappresentare a mezzo di uno stereogramma la parte della regione in cui appaiono i fatti più interessanti, allegando anche dei profili e un breve testo di commento.

Autoctono dell'Argentera. – Il sedimentario auctono dell'Argentera poggia sul suo substrato cristallino originario, ma i suoi rapporti con esso sono definiti da un piano di movimento [2]. A monte di Pontebernardo, in particolare, si ha la successione: Cristallino; quarziti arenacee (Permo–eotrias); dolomia cariata con grosse intercalazioni di calcari a cellette (Trias); potente complesso di terreni giuresi, cretacei e paleogenici che completano la serie autoctona (si va dai calcari scuri a patina giallastra e laminati del Lias ai *grès d'Annot* oligocenici). La serie è immersa verso Nord ed ha una inclinazione, dapprima molto accentuata, che diminuisce man mano che ci si allontana dal Cristallino.

Il piano di movimento è localizzabile in corrispondenza alla dolomia cariata e al limite quarziti–dolomia cariata per cui questa avrebbe agito da lubrificante tettonico [3]. Più ad Ovest, nel Vallone delle Ferriere, diminuisce

(2) Che i rapporti fra Cristallino e copertura autoctona (o parautoctona) siano definiti da un piano di movimento è un fatto generale per tutto il Massiccio dell'Argentera. Di esso parlano in particolare A. Faure–Muret [1, 2, 4] e P. Fallot [1].

(3) Condizioni analoghe sono state notate da F. Carraro e L. Ezechieli nella zona di Sambuco (tesi di laurea in corso presso l'Università di Padova).

notevolmente, in corrispondenza alla dolomia cariata, la evidenza di un piano di movimento, che invece è di nuovo ben individuabile presso il Colle del Pourriac (4).

La scomparsa della copertura autoctona a NE di Preinardo non è facilmente spiegabile anche se esistono elementi che chiarificano il problema. Nella serie autoctona, fra Pontebernardo e Preinardo, tutta una serie di faglie, con andamento N–S o NE–SW e subverticali, tende a porre in risalto una struttura a zolle trasversali rispetto alle direttrici tettoniche prevalenti, con spostamenti della serie, per settori, verso S e SW e con rigetti talora ben evidenti. Le faglie principali sono accompagnate da faglie vicarianti e, tanto nelle prime quanto nelle seconde, nei pressi del Rio di Servagno la componente verticale del rigetto diventa sempre più evidente. È in questa zona poi che, dopo aver scavalcate le unità subbrianzonesi, i terreni brianzonesi vengono direttamente a contatto con l'Autoctono.

UNITÀ SUBBRIANZONESI. – Sopra ai *grès d'Annot*, ultimo termine della serie autoctona dell'Argentera, affiorano sulla sinistra della Stura di Demonte, nel tratto più sudorientale dell'area rilevata, i terreni a facies subbrianzonese. Nella zona M. Giordano–M. Bodoira si ha una grande massa di calcari scuri, scistosi, talora fogliettati, a grana fine, con intercalati grossi banchi di calcari cristallini compatti, rosei, riferiti da S. Franchi al Titoniano [13]. Sopra a questi si osserva in vari punti un Priaboniano trasgressivo costituito alla base da arenarie e scisti arenacei e da scisti policromi alla sommità.

Il limite superiore delle unità subbrianzonesi è segnato da una superficie di scorrimento in corrispondenza alla quale, da Servagno al Bric Servagno, sui terreni subbrianzonesi sta una potente formazione calcareo–dolomitica riferibile al Trias brianzonese. A SE di Bric Servagno a diretto contatto con il subbrianzonese stanno invece dei terreni di natura diversa (gessi, dolomie cariate, calcari) riferibili in parte al Trias brianzonese della unità di Rocca Peroni e in parte al Trias della zona di radice delle falde del Rouchouze e del Sautron.

Il punto in cui il contatto si vede più nettamente è al Colle di Servagno (tav. I: stereogramma, tav. II: profilo 10) ove un Trias calcareo–dolomitico compatto, con livelli brecciati, sempre notevolmente fratturato secondo sistemi regolari (unità di Rocca Peroni), è sovrapposto a dei livelli arenacei notevolmente fratturati, superiormente scistosi ed assai pieghettati. Questi livelli, a loro volta, stanno direttamente sui calcari scistosi già riferiti al Giurese subbrianzonese. Fra il Trias calcareo–dolomitico brianzonese e i livelli arenaceo–scistosi, che riferisco all'Eocene subbrianzonese, corre una lista di dolomia cariata, con lenticelle gessose, della potenza di circa tre metri. I terreni appartenenti alle due unità presentano anche una netta discordanza angolare. La traccia di questa superficie di scorrimento, messa in evidenza dalla dolo-

(4) Condizioni riscontrate da C. STURANI nella serie autoctona a Sud del paese di Argentera (tesi di laurea in corso presso l'Università di Torino).

mia cariata, si può seguire per qualche centinaio di metri lungo la mulattiera che dal Colle di Servagno scende verso i ruderi dell'abitato di Servagno; a Nord del Colle, invece, essa scompare sotto i materiali quaternari già dopo una cinquantina di metri.

Un contatto tettonico molto netto, che per un tratto corre in corrispondenza della mulattiera per Servagno, si osserva circa un km a Nord di quest'ultima località. Qui i calcari dolomitici del Trias brianzonese stanno sopra a dei materiali calcarei molto laminati, superiormente con livelli arenacei e conglomeratici, riferiti dal Franchi al Cretaceo. In realtà vi si trovano anche livelli nummulitici già osservati da A. Faure–Muret & P. Fallot [3, p. 130].

Secondo questi Autori i livelli suaccennati, affioranti anche presso i ruderi dell'abitato di Servagno, dovrebbero ricollegarsi all'autoctono dell'Argentera. M. Gidon [6, fig. 1] li considera invece appartenenti alle unità subbrianzonesi. Personalmente, non avendo ancora completato lo studio della zona, non posso esprimere, per ora, un giudizio documentato poiché gli elementi raccolti se talora sembrano avvalorare la prima interpretazione, talaltra sembrano sostenere la seconda.

Necessità di rappresentazione cartografica mi hanno tuttavia costretto a dare nei profili una interpretazione anche di parte di questa zona; ho adottato per il momento quella di M. Gidon (tav. I: stereogr., tav. II: profili 9 e 10) considerando questi terreni come collegati alle unità subbrianzonesi ed indicandoli con la sigla *Sc*.

Ad Est del rio che da M. Giordano scende al Colle del Preit, e a SW della fascia siliceo–gessosa confinante col Trias di Rocca la Meja, il Franchi segna un Trias che sarebbe in contatto normale col Giurese subbrianzonese e apparterrebbe quindi a questa unità. M. Gidon riferisce invece questo Trias alle unità brianzonesi (falda di Rocca Peroni), ciò che sembra legittimato dal fatto che, a Sud di Bric Servagno, fra Giurese e Trias si vedono delle quarziti arenacee analoghe a quelle osservate nella zona del Gr. Isoardi (NE di Bric Bernoir) e a quelle raccolte nella zona del M. Oserot alla base del Trias brianzonese della falda del Rouchouze (II unità brianzonese). A riconferma della appartenenza di questo Trias alla falda di Rocca Peroni, il motivo tettonico dei calcari dolomitici triassici di Bric Servagno continua e ripete quello del Trias di Bric Bernoir (serie di strati diretti N 70° W – S 70° E e inclinati di 50° verso N 20° E).

La tettonica delle unità subbrianzonesi non appare molto chiara; però sul versante occidentale del M. Giordano sembra individuarsi un regime isoclinale inclinato verso NE. Una struttura a pieghe con piano assiale immerso verso NE si osserva anche a Sud di Bric Servagno. In corrispondenza alla dorsale M. Giordano–M. Bodoira esistono invece brusche variazioni di giacitura e piani di movimento verticali.

Unità brianzonesi e terreni silicei ad esse collegati. – A NW di una linea che passa per Servagno, Colle di Servagno e Bric Servagno, affiorano delle serie calcareo–dolomitiche separate fra di loro da fascie di terreni

1. – Quaternario: detriti, alluvioni, morenico. 2. – Cristallino dell'Argentera (C). 3 e 4. – Sedimentario autoctono dell'Argentera: *Paleogene, Cretaceo e Giurese:* arenarie, calcari scistosi, calcari (A); *Trias:* calcari a cellette e dolomie cariate (Ac). 5, 6 e 7. – Unità subbrianzonesi: *Eocene:* scisti arenacei ed arenarie (Se); *Eocene-Cretaceo:* livelli conglomeratici a Nummuliti e calcari scistosi di Servagno (Sc); *Giurese sup.:* calcari scistosi con alternanze calcaree compatte (Sg). 8, 9 e 10. – Falda di Rocca Peroni: *Giurese inf.:* calcari nerastri talora scistosi (Pg); *Trias:* calcari, calcari dolomitici e dolomie (Pt); *Trias:* calcari a cellette, dolomie cariate e gessi (Pc). 11, 12, 13 e 14. – Falda Oserot-Rouchouze: *Trias:* calcari, calcari dolomitici e dolomie (Ot); *Trias:* calcari a cellette e dolomie cariate (Oc); *Permo-eotrias:* quarziti arenacee e conglomeratiche (Ow); *Permiano:* porfidi e porfiroidi (Oπ). 15 e 16. – Complesso del Passo della Gardetta: *Trias:* calcari a cellette e dolomie cariate (Gc); *Permiano:* scisti quarzitico-sericitici (Gs). 17. – Principali superfici di scorrimento.

(1) Bersezio (m 1624); (2) Vallone della Gorgia della Madonna; (3) Preinardo (m 1461); (4) Servagno (m 1736); (5) Bassa Terra Rossa (m 2426); (6) Lago Oserot (m 2308); (7) Passo Bernoir (m 2537); (8) Colle di Servagno (m 2588); (9) Bric Bernoir (m 2424); (10) M. Oserot (m 2781); (11) Colle Oserot (m 2640); (12) Passo di Rocca Brancia (m 2590); (13) Passo della Gardetta (m 2437).

silicei o da liste di dolomia cariata. Queste serie, che presentano fra di loro una notevole analogia di facies, sono riferite in gran parte al Trias brianzonese e vengono assegnate da M. Gidon a tre unità tettoniche distinte: le falde di Rocca Peroni, del Rouchouze e del Sautron, separate fra loro dalle fascie silicee di Roburent e del Passo della Gardetta.

La più bassa di queste, la falda di Rocca Peroni (I unità brianzonese) si presenta come una grossa coltre di calcari e calcari dolomitici, con livelli brecciati verso la sommità, potente qualche centinaio di metri e sovrapposta per scorrimento alle unità subbrianzonesi; nella zona di Bersezio essa giace invece direttamente sull'autoctono dell'Argentera e, per un certo tratto, sembra, addirittura sul Cristallino. Il punto in cui si ha il completo scavalcamento delle unità subbrianzonesi può localizzarsi a Nord di Preinardo pressappoco in corrispondenza ad una grossa lente di gessi e carniole ivi affiorante.

Secondo il Gidon il motivo dominante della falda di Rocca Peroni è una piega anticlinale con curvatura accentuata, piano assiale immerso verso NE ed asse non molto inclinato verso NW. Il suo fianco normale si immerge verso NE sotto a dei quarzitoscisti verdastri permiani. Il fianco inverso, al contrario, dopo essersi pure immerso verso NE per un certo tratto, si piega bruscamente in modo da dar luogo ad una specie di piastra a profilo suborizzontale, ma in realtà immergentesi verso NW.

I dati da me raccolti non invalidano la interpretazione dello Studioso francese, ma mettono in evidenza, in alcuni punti, una struttura più complessa. A giustificazione dei profili allegati vien data qui una rapida descrizione dei più interessanti fatti osservati.

Da SE della Bassa Terra Rossa fino alla strada militare che sta a Nord del Colle di Servagno, una sezione naturale, quasi normale alle direttrici tettoniche, mette in evidenza il profilo della unità di Rocca Peroni. Dalla Bassa Terra Rossa fino al Colle di Servagno esso mostra che la unità di Rocca Peroni è rappresentata da una piastra omogenea, decisamente immersa verso NW; a Nord del Colle di Servagno questa si deforma e dà luogo ad una piega rovesciata verso SW, con il fianco inverso molto stirato e il fianco normale immerso verso NE (tav. I: stereogr., tav. II: profili 9 e 10). Il motivo del fianco normale, che dopo un po' viene intensamente eroso e mascherato dal Quaternario, si rivede in corrispondenza del Bric Servagno ove gli strati si immergono verso NE, con una inclinazione di circa 50°, sotto ai terreni permiani.

Sulla dorsale che partendo dal Passo Bernoir si ricollega al Bric Bernoir (tav. II: profilo 8) un'altra sezione naturale conferma il motivo precedente. Il fianco normale della piega descritta ha una più accentuata inclinazione verso NE, mentre il fianco inverso risulta in parte soppresso. Si intravvedono però ancora alcuni accenni di cerniera sinclinale. Gli strati che al Colle di Servagno, a Sud della piega ivi osservata, sono poco inclinati verso NE, qui invece si immergono decisamente tanto che al Passo Bernoir hanno una inclinazione di circa 70° verso N 50° E (tav. II: profilo 8).

Ad Est del Passo di Rocca Brancia, guardando dal Bric Bernoir, si può vedere (tav. II: profilo 6) una bella piega anticlinale rovesciata verso SW,

con i due fianchi e la zona di cerniera seguibili con continuità. Sul fianco normale si misura una giacitura media con direzione N 65° W – S 65° E ed inclinazione di 50° verso N 25° E; sul fianco inverso la direzione è pressappoco la stessa, ma la inclinazione è più accentuata.

Un altro bel profilo (tav. II: profilo 2) si osserva sulla dorsale che separa Fonda Brancia dalla Comba Emanuel, ove il fianco normale della piega accennata è osservabile in continuità fino alla sua scomparsa sotto agli scisti quarzitici e alle dolomie cariate del Passo della Gardetta.

Sulla dorsale che a partire dal Passo di Rocca Brancia si dirige verso NW passando a NE del Colle Oserot, gli strati sono raddrizzati quasi alla verticale con immersioni verso NE sul versante di Fonda Brancia e immersioni verso SW sul versante di Fonda Oserot. Dalla parte di Fonda Brancia, lungo la strada militare che dal Passo di Rocca Brancia porta al Passo della Gardetta (pressi del km 2) si trovano dei livelli caratteristici, potenti complessivamente qualche metro, costituiti da calcari compatti, rosei, a grana finissima, passanti poi a calcari sempre compatti e ancora a grana molto fine, ma molto scuri, quasi neri. Tanto i primi quanto i secondi sono ben stratificati. Il passaggio fra i due tipi non è netto, ma avviene attraverso una serie di pochi centimetri in cui si osservano, nei livelli rosei, delle piccole alternanze scure che via via prendono il sopravvento. A questi fanno seguito dei livelli a struttura stranissima in cui frammenti della forma più varia, e con dimensioni variabili fra i 2 mm e i 15 mm secondo il diametro maggiore, sono immersi in una pasta chiara, molto meno solubile dei frammenti scuri, e quindi in rilievo sulle superfici esposte, ove sembra di osservare il motivo di un pizzo. Materiali identici a questi ho osservato anche a Nord di Bric Bernoir, poco sotto a dei livelli brecciati che qui rappresenterebbero la parte più alta del Trias di Rocca Peroni.

Questa constatazione permette, anche nella zona del Passo di Rocca Brancia, di considerare i livelli in questione fra i più alti della serie per cui, stante la loro posizione, non possono che appartenere: o agli strati più recenti del fianco inverso della anticlinale rovesciata che si osserva sulla dorsale che separa Fonda Brancia dalla Comba Emanuel, oppure agli strati più alti di una piega a curvatura accentuatissima e a fianchi subverticali, dei quali quello SW in parte soppresso, morfologicamente messa in evidenza dalla dorsale Passo di Rocca Brancia–Colle Oserot. L'analisi delle giaciture e l'osservazione in grande mi hanno fatto considerare più verisimile la seconda ipotesi. In ogni caso questi livelli caratteristici permettono di distinguere due pieghe contigue delle quali una, in parte deformata, è interessata da numerosi piani di movimento subverticali, di preferenza localizzati in corrispondenza ai giunti di stratificazione, e da una grossolana e diffusa fratturazione.

Queste osservazioni consentono di pensare che nella falda di Rocca Peroni, via via che dal Colle di Servagno si va verso il Colle Oserot e il Passo della Gardetta, oltre alla piega principale osservabile in tutte le sezioni, vada delineandosi un secondo accidente tettonico probabilmente conseguente

alla maggiore compressione che la falda presenta fra il Colle Oserot e il Passo della Gardetta.

La falda del Rouchouze e la fascia di terreni silicei che, al Colle Oserot e a Fonda Oserot, si interpongono fra essa e la falda di Rocca Peroni (elementi che nelle tavole unisco sotto il nome di falda Oserot–Rouchouze) presentano giaciture e rapporti reciproci che concordano con la ricostruzione ad *S* rovesciata disegnata da M. Gidon. Anche se sulla carta geologica alla scala 1 : 100.000 (foglio Dronero–Argentera) i limiti del livello retico più alto sono segnati con una certa approssimazione, già il rilevamento del Franchi, nella zona ad Ovest della Bassa Terra Rossa, giustifica la interpretazione suaccennata. Osservazioni stratigrafiche più dettagliate mi hanno permesso di notare livelli di riferimento ed altri dati che rafforzano la interpretazione dello Studioso francese.

L'unica precisazione che si può fare è che il profilo presentato dalla dorsale (tav. II: profili 1 e 2) che, partendo del Colle Oserot limita a Nord e ad Ovest l'impluvio della Gorgia della Madonna, è tale da porre dei dubbi sulla idea che anche qui la fronte della falda del Rouchouze mantenga in profondità la struttura che si osserva sul fianco meridionale del M. Oserot (tav. II: profili 5 e 6).

Per obbiettività devo ricordare che l'Autore francese non esprime, nei suoi lavori accennati, alcuna opinione sulle condizioni che si osservano sul versante sud–occidentale del M. Oserot. Nello schema di carta tettonica egli si limita a segnare la possibile linea di separazione fra le due unità di Rocca Peroni e del Rouchouze, corredandola di numerosi punti interrogativi [7, fig. 1]. Ho cercato di far luce su questi punti dubbi e ritengo di essere arrivato ad una interpretazione sufficientemente valida, basata su dati generalmente ben evidenti. Ho definito così un limite fra le due unità che, a quanto è dato capire dal disegno di M. Gidon, dovrebbe corrispondere a quello da egli segnato come possibile. La localizzazione di questo limite e i profili allegati (tav. II: profili 2, 3, 4, 5 e 6) sono basati sulla osservazione dei seguenti fatti essenziali.

La fascia di dolomia cariata che si vede estesamente al valico della Bassa Terra Rossa continua lungo tutto il fianco meridionale e sud–occidentale del M. Oserot, ed è facilmente osservabile, affiorando molto spesso in corrispondenza o nelle prossimità della mulattiera che da Bersezio porta al valico accennato. Questa lista di dolomia cariata è dapprima intercalata fra il Trias della unità di Rocca Peroni e quello della falda Oserot–Rouchouze, e poi fra il Trias di Rocca Peroni ed una serie di calcari giuresi, talora scistosi e intensamente fratturati, che costituiscono gran parte degli affioramenti di Testa dell'Iretta. A NE di Bersezio questa lista separa invece la serie giurese accennata da una serie sottostante, sempre di calcari giuresi, che si distingue dalla prima per la maggior compattezza. Il ritrovamento di alcuni esemplari di Brachiopodi del genere *Rhynchonella* e la presenza nelle sezioni sottili della roccia di Foraminiferi ed Alghe di tipo liassico, danno la possibilità di riferire questi calcari al Giurese medio–inferiore.

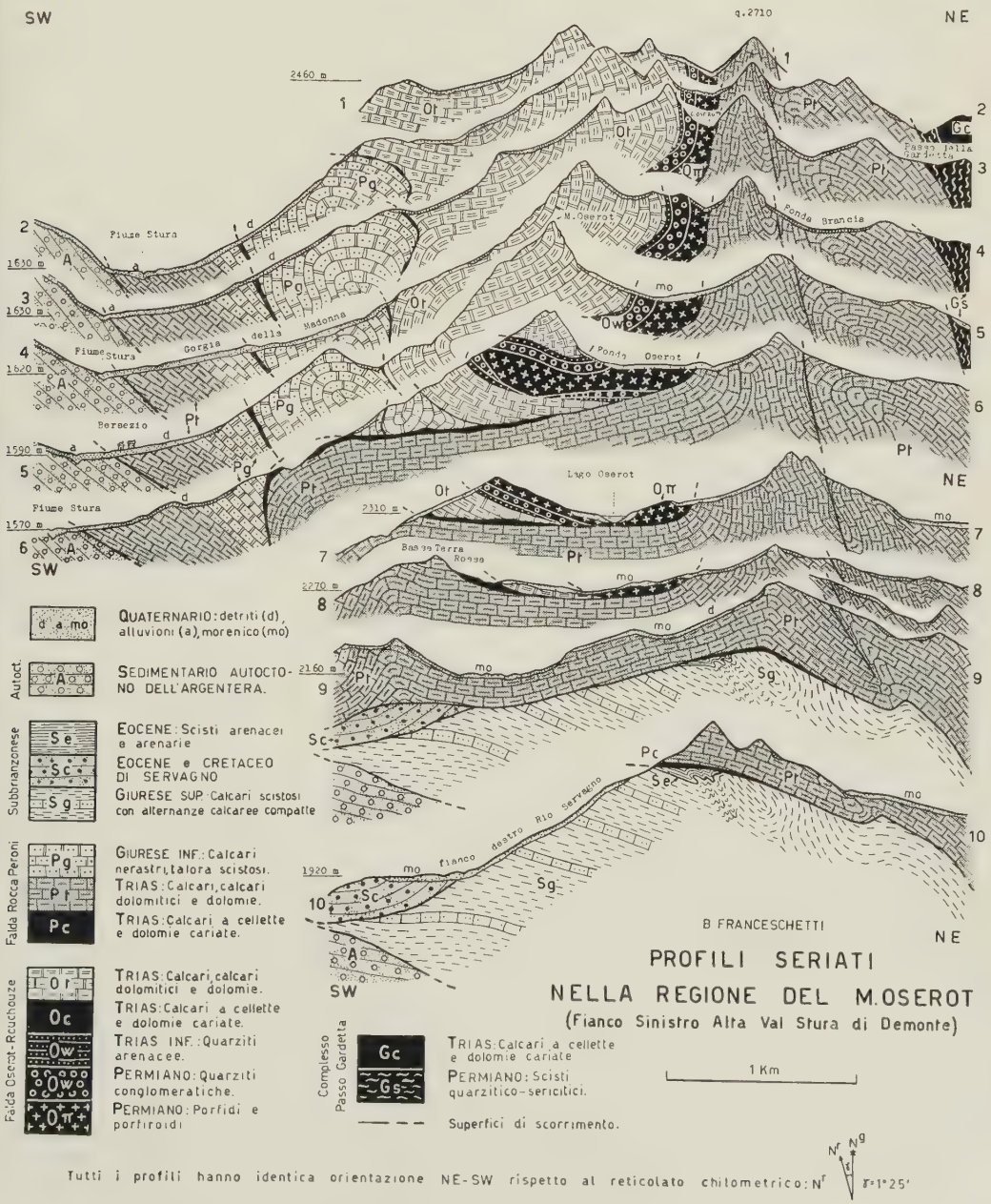
Mentre la serie sottostante presenta una pressoché costante direzione N 55° W – S 55° E ed una inclinazione media di 40° verso N 35° E, la serie soprastante appare ripiegata secondo un motivo che ricorda una piega a ginocchio e il cui profilo si può chiaramente osservare sui due versanti del vallone Gorgia della Madonna. Ancora, a SE del colletto che unisce Testa dell'Iretta al M. Oserot, si vede un lembo di Giurese della serie superiore, fratturato fino ad essere ridotto in certi punti ad una breccia tettonica, staccato dalla massa principale e ripiegato secondo un motivo sinclinale molto compresso (tav. II: profilo 6).

Il Trias della falda Oserot–Rouchouze, sul versante sud–occidentale del M. Oserot, non presenta più la struttura ad *S* rovesciata che si nota a Nord della Bassa Terra Rossa. Qui la serie, dapprima immersa poco accentuatamente verso NW, si raddrizza sino alla verticale, fino a retroflettersi, man mano che si va verso il Colle Oserot. Che i suoi rapporti con la serie calcarea giurese siano definiti da un piano di movimento è confermato: dalla discordanza angolare esistente fra le due serie giurese e triassica, dalla presenza di lenticelle di dolomia cariata e dai diversi rapporti di sovrapposizione della serie triassica su quella giurese (tav. II: profili 1, 2, 3, 4, 5 e 6).

Il Trias della unità di Rocca Peroni, sottostante al Giurese di Testa dell'Iretta, mantiene costante la sua giacitura con direzione NE–SW e inclinazione di 30° verso NW, indipendentemente dalle deformazioni subite dalla serie soprastante. Questa giacitura si modifica bruscamente quando il Trias viene direttamente a contatto con la serie calcarea giurese più bassa, ove gli strati, che si immergono improvvisamente verso SW, assumono giaciture subverticali ed ove sono messi in evidenza numerosi piani di faglia in corrispondenza ai quali il Trias, probabilmente dopo un primo tentativo di ripiegamento, si è spostato secondo un insieme di fratture subparallele.

Per concludere resterebbe da definire a quale delle due unità brianzonesi descritte debbano assegnarsi le serie giuresi. Mentre la serie inferiore si può decisamente collegare alla unità di Rocca Peroni, per la serie sovrastante la questione è meno chiara. Analogie litologiche e l'osservazione microscopica propenderebbero a collegarla alla serie sottostante e i rapporti che essa presenta con il Trias di Rocca Peroni farebbero pensare che possa trattarsi della copertura giurese di questa scollatasi sotto la spinta del sopraggiungente elemento del Rouchouze. Siccome però tratti del contatto Giurese–Trias del M. Oserot non mi sono ancora del tutto chiari, preferisco per ora considerare questa conclusione come probabile e non come provata. In ogni caso, limitandoci a considerare la struttura della falda del Rouchouze come ci viene messa in evidenza dalla serie triassica si può affermare che il limite di essa, dalla parte della Stura, è collocabile in corrispondenza al contatto fra il Trias di M. Oserot ed il Giurese di Testa dell'Iretta.

Una grossa lama calcarea verticale, morfologicamente individuata dalla dorsale Bric Cassorso–Rocca la Meja, rappresenterebbe per il Gidon la zona radicale della falda del Sautron (III unità brianzonese). Non ho potuto dedicare osservazioni particolari a questa unità; posso solo confermare che fra



Tutti i profili hanno identica orientazione NE-SW rispetto al reticolato chilometrico: N^f $\gamma = 1°25'$

questa lama calcarea e il Trias di Rocca Peroni esiste una larga fascia di terreni a composizione prevalentemente silicea (sericitoscisti, scisti quarzitico–sericitici, quarziti arenacee e conglomeratiche, porfidi, porfiroidi, andesiti, carniole, gessi) che dal Passo della Gardetta va fino al Colle del Mulo. Non ho molti elementi su queste rocce prevalentemente permiane, ma posso accennare che la disposizione sul terreno degli affioramenti dei vari tipi di materiali sembra concordare con la distinzione di essi in due fascie delle quali, secondo il Gidon, una sarebbe ricollegabile alla zona radicale della falda del Rouchouze e l'altra alla zona di radice della falda del Sautron. Ad ogni modo un attento esame a questi terreni silicei (fascia silicea del Passo della Gardetta) e a quelli del Colle Oserot e di Fonda Oserot (fascia silicea di Roburent) sarà dedicato nella prossima campagna.

BIBLIOGRAFIA.

[1] FALLOT P. & FAURE–MURET A., *Sur l'extension du décollement de la série de couverture subalpine*, «Compt. Rend. Ac. Sc.», *228*, 616–619 (1949).

[2] FAURE–MURET A., *Etudes géologiques sur le massif de l'Argentera–Mercantour et ses enveloppes sédimentaires*, «Mém. Carte Géol. France», 336 pp., 19 tt., 1 carta (1955).

[3] FAURE–MURET A. & FALLOT P., *La formation a Microcodium au pourtour de l'Argentera–Mercantour*, «Bull. Soc. Géol. France», ser. 6, 4, 111–138, 10 ff. n. t.

[4] FAURE–MURET A. & SUTER G., *Sur la tectonique du revers italien de l'Argentera–Mercantour*, «Compt. Rend. Ac. Sc.», *228*, 406–408 (1949).

[5] FRANCHI S., *Relazione sui principali risultati del rilevamento geologico nelle Alpi Marittime eseguito nelle campagne 1891–92–93*, «Boll. R. Comit. Geol. It.», *25*, 231–258 (1894).

[6] GIDON M., *Schéma structural de la zone briançonnaise en haute Ubaye et en haute Maira*, «Trav. Lab. Géol. Univ. Grenoble», *33*, 75–78, 3 ff., 1956 (1957).

[7] GIDON M., *Nouvelles observations sur la zone briançonnaise au delà de la frontière franco-italienne (Bassin de la haute Maira, provénce de Cuneo)*, «Trav. Lab. Géol. Univ. Grenoble», *34*, 153–167, 4 ff. n. t. (1958).

[8] GUBLER Y., *L'Eocéne subbriançonnais a NE du Massif de l'Argentera*, «Compt. Rend. Somm. Soc. Géol. France», 82–86 (1955).

[9] GUBLER Y., SIGAL J., ROSSET J. & KERKOVE C., *Sur la présence du Maestrichtien dans le Flysch briançonnais*, «Compt. Rend. Somm. Soc. Géol. France», 341–344 (1958).

[10] MALARODA R., *L'Istituto di Geologia dell'Università di Torino. Attività svolta durante l'anno 1955*, «La Ricerca Scientifica», *26*, 2439–2447 (1956).

[11] SCHNEEGANS D., *Observations sur les racines de la Nappe de l'Ubaye dans la vallée de la Stura (Alpes italiennes)*, «Compt. Rend. Somm. Soc. Géol. France», 253–255 (1933).

[12] SCHNEEGANS D., *La géologie des nappes de l'Ubaye–Embrunais entre la Durance et l'Ubaye*, «Mém. Carte Géol. France», 339 pp., 10 tt., 46 ff. n. t., carta e profili geol. alla scala 1 : 20.000 (1938).

[13] *Carta Geologica d'Italia* alla scala 1 : 100.000. *Foglio 78–79: Dronero–Argentera* (rilevamenti di S. FRANCHI). R. Ufficio Geologico (1930).

Botanica. — *Rapporti tra lenticelle e radici avventizie in* Nerium oleander *L.* [*]. Nota di Piera Scaramella Petri, presentata [**] dal Corrisp. R. Savelli.

L'origine delle radici avventizie è stata molto studiata e nonostante la grande mole di lavori, ai quali si sono dedicati da oltre un secolo botanici di tutto il mondo, il problema è tuttora discusso.

Sono state pure attentamente studiate le modalità con cui le radici avventizie si aprono un varco attraverso i tessuti corticali, che possono presentare una certa resistenza, specie se appartengono a fusti legnosi. Tuttavia non è stato particolarmente chiarito il problema dell'uscita attraverso i tessuti peridermici e l'importanza delle lenticelle.

Eppure queste, data la loro particolare funzione debbono esercitare un ruolo di primaria importanza. Le radici avventizie non costituiscono una formazione autonoma, ma rappresentano la reazione a un determinato stimolo. Come normalmente nelle radici a fittone non si formano radici secondarie se non quando cessa l'accrescimento apicale (per esempio per una lesione), così la formazione delle radici avventizie sui fusti è determinata dall'insorgere di particolari condizioni interne od esterne: quando ad esempio un ramo ha decorso plagiotropo, come è il caso dell'*Ajuga reptans* o della *Fragaria vesca*, oppure quando un ramo venga tagliato ed interrato. In questo ultimo caso, sulla superficie di ferita si forma un callo di cicatrizzazione e al di sopra si ha l'emissione di radici avventizie.

Queste possono insorgere nei nodi accanto o al posto delle gemme, come pure su tutta la superficie internodale. In ogni caso abbiamo una rottura dell'equilibrio interno e diverso movimento delle correnti nutritizie sia che si tratti di rami plagiotropi, sia di pezzi di ramo distaccati. La stessa cosa si può riscontrare nelle margotte dove, per ottenere la produzione di radici, si deve fasciare stretto il ramo e mantenerlo umido. Allora ai fattori nutritivi si viene ad aggiungere quello dell'acqua. Infatti sappiamo che l'emissione di radici avventizie è sempre legata ad una certa quantità di umidità locale: per facilitarla non c'è niente di meglio che immergere le talee, prima della posa in sabbia umida, per due o tre giorni nell'acqua.

Ora, specie per le talee private delle foglie, si pone il problema dell'introduzione dell'acqua: se è vero che questa può salire nei rami recisi per un certo tratto, la ulteriore ascesa e diffusione incontreranno certamente delle grandi difficoltà essendo venute a cadere la pressione radicale e la traspirazione fogliare. Però la formazione delle radici avventizie (sia che si voglia vedere la loro origine dalle cellule cambiali, sia che si chiamino in giuoco il

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto Botanico di Bologna, diretto dal prof. R. Savelli.
(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

periciclo ed il floema) avviene sempre a notevole profondità e a una certa distanza dal punto reciso.

Bisogna perciò ammettere che la corrente non segua le normali vie vascolari ma penetri piuttosto attraverso la corteccia.

In questo caso, il problema si presenta tutt'altro che semplice, difatti ben presto l'epidermide nei rami intensifica la sua cutinizzazione e al di sotto s'inizia precocemente l'attività di un fellogeno. Se non intervenissero le lenticelle l'impermeabilità si avrebbe non solo nei riguardi dell'acqua ma anche degli scambi gassosi. Acqua ed aria rappresentano un binomio inseparabile, specie quando s'inizia la formazione di un meristema secondario. Ora è facile notare che quando una talea viene interrata in sabbia umida essa rigonfia le sue lenticelle.

È facile notare nell'Oleandro, che le radici, tanto se fuorescono dalla corteccia quanto se fuorescono dal midollo, prendono origine nel parenchima adiacente al floema. Si può seguire l'inizio e il progresso di queste formazioni osservando le cellule attigue al floema: si vedrà che nelle cellule circostanti a quelle che si stanno dividendo, si va depositando dell'ossalato di calcio, indice di un aumentata intensità respiratoria nell'intera zona interessata dal processo.

È opportuno a questo punto ricordare che l'Oleandro avendo i fasci bicollaterali (con floema esterno ed interno) [1], può produrre due cerchie di radici avventizie, una interna che fuoriesce attraversando il midollo, l'altra esterna che esce attraversando la corteccia. Mentre la fuoruscita delle radici interne nei rami recisi non presenta grande difficoltà dovendo esse percorrere solo il parenchima midollare, le cui cellule a contatto con l'acqua si rigonfiano lasciando ampi meati, non è la stessa cosa per quelle originatesi al di fuori della cerchia legnosa.

Il *Nerium Oleander* ha una corteccia molto ampia e di struttura assai complessa. Il floema esterno è accompagnato da fibre sclerenchimatiche disposte a gruppi alterni che formano due cerchie, cui segue un ampio parenchima corticale a cellule piuttosto ravvicinate e ricche di sostanze nutritizie. Seguono le formazioni peridermiche, e gli strati di cellule suberose sono in numero diverso a seconda dell'età del ramo e delle condizioni di vita. Mentre all'esterno la corteccia dei giovani rami si presenta liscia e di color verde, quella dei rami più vecchi è invece imbrunita e provvista di lenticelle. Immergendo in acqua i rami verdi ben presto si notano sulla corteccia dei punti rigonfiati e screpolati che corrispondono a formazioni lenticellari.

Ora quando le cellule parenchimatiche a contatto del floema esterno, entrano in divisione e s'inizia la formazione di radici avventizie, queste per prima cosa tentano di aprirsi un varco tra i gruppi di cellule sclerenchimatiche (Tav. I, fig. 4) di sostegno. Anzi tali gruppi sono trascinati verso l'esterno dalla radice di neoformazione.

(1) A prevenire critiche o riserve, faccio presente che ho accertato la presenza di *tubi cribrosi*, che tolgono ogni possibilità di dubbio sulla vera natura *floematica* dei gruppi interni.

Questa man mano che s'inoltra nel parenchima corticale produce una dilacerazione che viene subito riparata in modo che la radice scorre in un manicotto di sughero (Tav. II, fig. 1).

Il cammino della radice viene guidato dalla lenticella che esercita una azione chemiotattica. L'apice radicale col suo meristema in attività di divisione ha bisogno di una notevole quantità di ossigeno e la sua elevata intensità respiratoria viene dimostrata dall'accumulo di cristalli di ossalato di calcio che lascia durante il suo passaggio. Inoltre mentre nelle cellule della cuffia e in quelle immediatamente sottostanti si ha presenza di granuli di amido che probabilmente hanno una funzione statolitica, nei tessuti subapicali ritroviamo invece abbondanti cristalli.

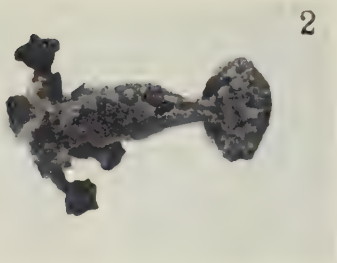
L'acqua e l'ossigeno che entrano dalla lenticella sono una guida verso il punto d'uscita, ed inoltre in quel punto l'apice troverà una zona di minor resistenza (Tav. II, fig. 2). Si vedono difatti le radici uscire dalle lenticelle asportandone le porzioni residue (Tav. I, fig. 3).

Però attorno alla porzione di radice che esce si forma una nuova lenticella che nello stesso tempo funziona come tessuto di riparazione (Tav. II, fig. 4).

Quando la produzione di radici viene eccitata con sostanze rizogene, del tipo dell'acido alfanaftalinacetico, non solo si ha la proliferazione delle cellule radicali ma anche di quelle dei tessuti corticali destinati a dare le lenticelle. Si tratta molto spesso di un ammasso di cellule indifferenziate che assumono un aspetto spugnoso e tendono ad isolare totalmente la radice di neoformazione dalla pianta madre, esplicando quasi lo stesso ruolo del tessuto di separazione che si genera quando si verifica la caduta delle foglie.

L'interruzione dei rapporti colla pianta madre da parte della radice neoformata si rivela in questo caso con la scomparsa dei fattori di correlazione, che avrebbero provveduto alla normale organizzazione. Mentre nelle radici formatesi in sola acqua si ha ben presto la formazione di un normale sistema vascolare ed un accrescimento in lunghezza ad opera dell'apice radicale, in quelle da me ottenute con la suindicata sostanza l'accrescimento in lunghezza cessò ben presto. All'apice della radice si ebbe la proliferazione, sia delle cellule della cuffia sia di quelle residuate delle lenticelle, dimodoché attorno all'apice si formò una capocchia di tessuto che in sezione aveva lo aspetto di un'ancora. I meristemi della radice presentavano una struttura uniforme e nella zona subapicale a partire dal periciclo si aveva una formazione caotica di radici secondarie. Il sistema vascolare si originava tardivamente, formato da tracheidi invece che da normali elementi vascolari.

La radice e le sue proliferazioni assumono in questo caso un aspetto che ricorda molto da vicino quello di un corpo talloso. Si ha l'impressione di trovarsi in presenza di funghi con uno stipite e un pileo (Tav. I, figg. 1–2). In questo caso mentre lo pseudostipite appartiene alla radice, lo pseudopileo deriva dalle lenticelle. Dalla sezione si vede che il tessuto corticale risulta spugnoso mentre la parte interna, che dovrebbe formare il cilindro centrale, conserva una struttura meristematica. Al punto di attacco col



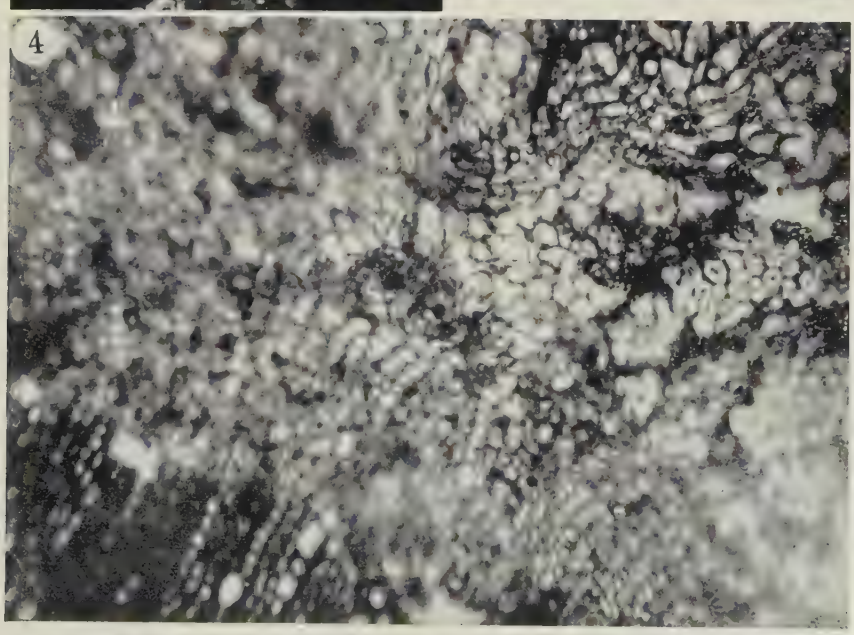
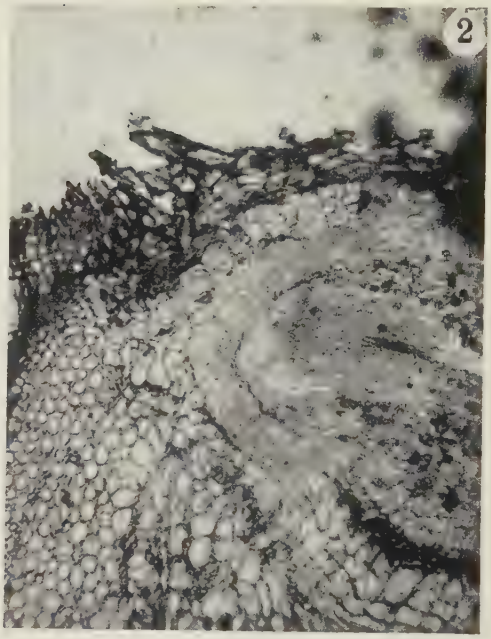
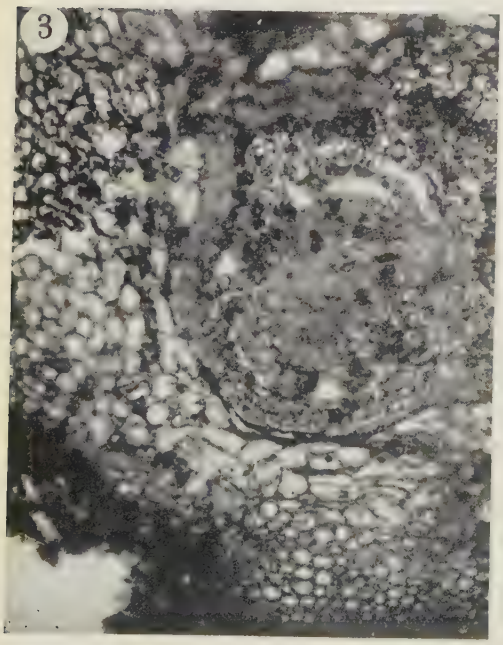


Fig. 1. – Talea di Oleandro messa in acqua, con aggiunta di acido alfanaftalinacetico. Le radici abbondantissime che fuoriescono dalle lenticelle hanno l'aspetto di colonie fungine (circa 1 volta e 1/2). Fig. 2. – Gruppo di radici isolate (ingrandite circa 3 volte). Fig. 3. – Apice radicale normale, sviluppato in acqua, con porzione residua di lenticella (circa 50 ×) Fig. 4. – Sezione di fusto: si vede un gruppo di fibre liberiane trascinate dalla radice che, dal floema dove ha avuto origine, si dirige verso l'esterno (circa 90 ×).





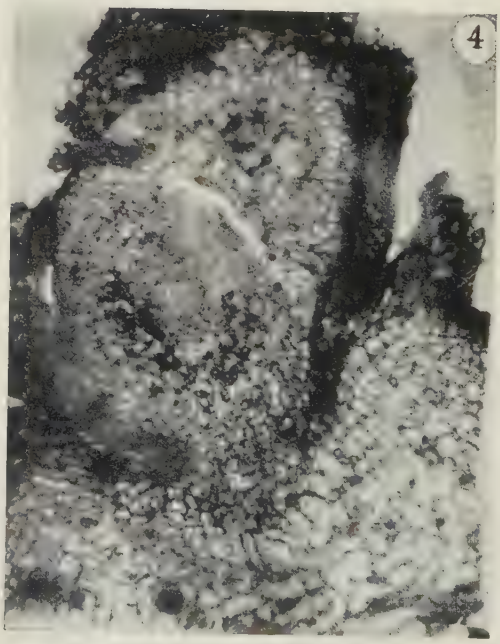


Fig. 1. – Sezione trasversale di corteccia che include una radice colpita dal taglio trasversalmente e circondata da un manicotto suberofellodermico (circa 65 ×). Fig. 2. – Sezione di corteccia: la radice, colpita dal taglio longitudinalmente, si dirige verso la lenticella. Nella porzione subapicale sono visibili i cristalli di ossalato di calcio (circa 65 ×). Fig. 3. – Sezione di corteccia: la radice in sezione trasversale è sotto la lenticella (circa 65 ×). Fig. 4. – Radice che fuoresce dalla lenticella. In alto residuo della primitiva lenticella. Al di sotto strato suberofellodermico di neoformazione (circa 65 ×).

fusto si ha una struttura lenticellare. Vi sono file di cellule rotonde che determinano ampi meati.

A parte i processi anomali di più intensa divisione cellulare, che possono accompagnare l'emissione di radici avventizie con l'uso di sostanze rizogene, resta in comune con quelle normali l'indubbia introduzione dell'acqua con l'acido alfanaftalinacetico, attraverso le lenticelle, e la fuoruscita delle radici da queste.

Del resto in una bella fotografia che accompagna il lavoro di Bolli [2] sulla formazione di radici avventizie nell'Oleandro, nonostante il piccolo ingrandimento, è visibile una lenticella in direzione dell'abbozzo radicale. Non solo, ma l'autore dice che l'inizio delle radici avventizie nell'Oleandro può essere dimostrato precocemente per la produzione di protuberanze sulla corteccia. Protuberanze che effettivamente esistono, ma non sono determinate dall'apice della radice bensì dalla lenticella.

Lo studio dei rapporti tra lenticelle e radici avventizie potrebbe avere degli sviluppi importanti in quanto si potrebbe trovare la spiegazione della maggiore o minore facilità di radicazione delle talee da una specie all'altra. Secondo me la presenza delle lenticelle ha una doppia funzione: facilitare all'inizio l'introduzione dell'acqua e dell'ossigeno in un secondo tempo guidare ed agevolare la fuoruscita degli apici attraverso i punti di minor resistenza.

BIBLIOGRAFIA.

[1] SCARAMELLA PETRI P., *Il luogo d'origine delle radici avventizie interne di* Nerium Oleander *L.*, Cesalpinia N. 2, pp. 1–14 (1958).

[2] BOLLI M., *Sulla origine delle radici avventizie in talee di* Nerium Oleander *L. e sugli stimoli che inducono tali formazioni.* «Annali Fac. Agraria di Perugia», XIII, pp. 1–27 (1957).

Citologia vegetale. — *Ricerche sull'infrastruttura di alcune Schizoficee di acque termali* (*). Nota di FILIPPO M. GEROLA, presentata (**), dal Socio S. TONZIG.

Nonostante i sostanziali progressi che, nei riguardi dell'infrastruttura delle alghe azzurre, sono stati consentiti dalle moderne tecniche di studio, e sebbene, in modo particolare, la microscopia elettronica abbia permesso di riconoscere [1–2–3] che il cromatoplasma di queste alghe ha una struttura lamellare ben diversa da quella prevalentemente granulare del centroplasma, molti ed assai importanti particolari della loro struttura citologica permangono tuttora incerti: scarse, per esempio, sono ancora le nostre conoscenze sulla distinzione e posizione topograficamente reciproca del centroplasma e del cromatoplasma, sulla loro struttura, sulla origine dei vacuoli, sul processo di cheritomia, sulle modificazioni strutturali che accompagnano l'invecchiamento e la degenerazione della cellula e su altre questioni ancora che, se chiarite, varrebbero a darci un quadro assai preciso dell'organizzazione e della vita stessa di questi organismi. Scopo della presente Nota è di portare un contributo alla conoscenza di questi problemi.

Ho eseguito le mie ricerche su due Schizoficee – *Phormidium laminosum* Gom. e *Aphanocapsa thermalis* Brägg. (1) – che, provenienti dalle acque termali di Abano, già da parecchi anni sono mantenute in cultura, nel nostro Istituto, in vasche di vetro contenenti soluzioni debolmente nutritizie, continuamente aerate, a temperatura costante di 58° C e lasciate alle naturali vicende delle variazioni d'intensità luminosa.

Durante tutto il periodo di cultura, le colonie di *Phormidium* non hanno mai mostrato variazioni sia macro– che microscopicamente apprezzabili. Non così le colonie di *Aphanocapsa* che, in vasche differenti, in periodi stagionali diversi, e soprattutto in punti diversi della medesima vasca, hanno spesso dimostrato una notevole variabilità, rilevabile tanto macroscopicamente, per il colore e l'aspetto complessivo della colonia, quanto all'esame microscopico, per la diversa grandezza delle cellule e per la loro differente intensità di pigmentazione. Ho distinto, di conseguenza, tre tipi di colonie di *Aphanocapsa* le cui caratteristiche mi sembra siano così riassumibili: *a*) colonie situate verso il fondo delle vasche, di colore verde scuro e costituite da individui ricchi di plasma, prevalentemente isolati, talora riuniti in catenelle; *b*) colonie aderenti alle pareti della parte superiore delle vasche e costituite da individui per lo più isolati, di grandi dimensioni, debolmente e non uniformemente pigmentati; *c*) colonie distribuite senza preferenze, di intenso colore verde e

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto Botanico dell'Università di Milano.

(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) Ringrazio vivamente il prof. V. Marchesoni che me ne ha fatto la classificazione.

costituite da individui uniformemente e intensamente pigmentati, quasi sempre riuniti in piccoli agglomerati, talora semplicemente riavvicinati in file.

La fissazione è stata fatta con acido osmico tamponato secondo Palade (pH 7,3) ed è stata seguita, di solito, da postfissazione in formalina neutra [4] o in acetato di uranile [5]. Dopo inclusione in metacrilati polimerizzati con benzoilperossido per 48 ore a 60° C, si sono fatte le sezioni ultrasottili con microtomo Philips. Le fotografie sono state eseguite con microscopio elettronico Philips 100 MV [2].

RILIEVI CITOLOGICI.

Phormidium laminosum (figg. 1, 2, 3, 4, 5 e 6). – Il cromatoplasma è periferico ed è caratterizzato da un sistema di lamelle che hanno decorso pressocché parallelo all'asse longitudinale della cellula, in modo da formare come tanti cilindri cavi, avvolgenti il centroplasma che è ben distinto per l'aspetto granulare. Nelle sezioni longitudinali mediane si contano, solitamente, quattro lamelle scure, (oltre ad una quinta pressocché in superficie) alternate con una sostanza interlamellare più chiara. Per lo più, le lamelle si estendono da un capo all'altro della cellula; esse possono tuttavia arrestarsi in qualsiasi punto, a causa del loro ripiegamento e collegamento con una lamella vicina. In prossimità delle membrane trasversali, le lamelle appaiono ripiegarsi verso l'asse longitudinale della cellula, senza peraltro raggiungerlo. Ne deriva che, nella zona assiale della cellula, il centroplasma tende a spingersi fino a ridosso delle membrane trasversali.

Un particolare che sembra doversi porre in grande rilievo è rappresentato sempre nel cromatoplasma, da un secondo sistema di sottilissime lamelle che, avvicinate a due a due ed orientate perpendicolarmente alle maggiori lamelle longitudinali, le collegano trasversalmente.

La caratteristica fondamentale del cromatoplasma di *Phormidium laminosum* è dunque costituita dalla presenza d'una serie di cilindri laminari coassiali ad andamento longitudinale e che sono, per così dire, tenuti separati e, contemporaneamente, saldati assieme da un sistema di lamine anulari appaiate, ad andamento trasversale; struttura, del resto, che assomiglia a quella già descritta [2] per altre specie di *Phormidium*, dalla quale, peraltro, quella da me rilevata differisce sia per la maggior distanza tra le lamine cilindriche longitudinali, sia, ed ancor più, per la presenza del sistema di più sottili lamine trasversali che sembrano collegare quelle longitudinali.

Ho già rilevato, ma desidero sottolineare ulteriormente, come le lamelle longitudinali e quelle trasversali del cromatoplasma di *Phormidium laminosum* differiscano tra loro, oltre che per l'orientamento e per la generale conformazione, per essere assai più spesse le prime e più esili le seconde. Quale sia l'eventuale diverso significato fisiologico che corrisponde a queste

(2) Presso il Centro di Microscopia Elettronica del Politecnico di Milano.

differenze morfologiche dei due tipi di lamelle, io non posso arrischiare di dire nemmeno come semplice ipotesi; anche se molto facile, e forse inevitabile, sia il raffronto con strutture che, nelle cellule di piante meno primitive, sono separate in organuli diversi.

Aphanocapsa thermalis. – È caratterizzata, in maniera assolutamente evidente, per il cromatoplasma che, a differenza di quel che si ossserva in *Phormidium*, non è limitato alla porzione periferica della cellula, ma si estende in maniera uniforme attraverso l'intero protoplasto (figg. 7 e sgg.). Il mio reperto dà così indubbia conferma a quanto Chodat [6] e Geitler [7] hanno sostenuto, contro l'opinione più diffusa, sulla possibilità che, in alcune Schizoficee, il cromatoplasma non sia esclusivamente periferico.

Negli individui di tutti tre i tipi di colonie di *Aphanocapsa* che ho più sopra descritti, il cromatoplasma appare costituito da un complesso sistema di lamelle il cui decorso è quanto mai irregolare e che appaiono più volte ripiegate su sé stesse od anche anastomosate fra loro in un fitto intreccio che, dall'estremo margine della cellula, arriva fino al suo centro. In prevalenza, tali lamelle appaiono costituite da due straterelli appaiati e più o meno vicini, aventi spesso numerosi punti di contatto fra di loro, analogamente a quanto è stato osservato per i cloroplasti di *Chlamydomonas* [8]; il sistema ch'esse formano è talora più fine, in altri casi più grossolano. È anche generale la presenza di granulazioni osmiofile, assai variabili per numero e grandezza, apparentemente prive di struttura e distribuite senza ordine particolare.

Un altro particolare che merita rilievo, nelle cellule della nostra *Aphanocapsa*, è la presenza di vacuoli che sono soprattutto frequenti negli individui isolati e intensamente pigmentati (colonie di tipo *a*). Essi meritano particolare attenzione anche perché causa di vivo disaccordo tra gli specialisti della citologia delle Schizoficee, alcuni dei quali ritengono che la presenza di vacuoli in queste alghe sia non solo accertata ma debba anche considerarsi cosa normale [9–10 ecc.], mentre altri ne negano l'esistenza finché la cellula è sana e ne riguardano la comparsa come sintomo di processi degenerativi. La loro frequente presenza nel mio materiale appare favorevole all'opinione dei primi; va comunque osservato che, in *Aphanocapsa thermalis*, i vacuoli sono delimitati da membranelle opache ai raggi elettronici, spesso distintamente duplici, che ne impediscono il confluire. Talora tuttavia, pur senza modificare la loro forma, sembra che fra vacuoli vicini possano stabilirsi delle comunicazioni, forse per lisi locale delle membranelle avvolgenti (fig. 11).

Completamente diverso da quello di vacuolizzazione, è il processo detto di cheritomia: processo che, più volte descritto nelle Schizoficee, è stato soltanto fugacemente rilevato al ME. Esso è apparso in modo chiaro nelle mie alghe, soprattutto negli individui di *Aphanocapsa thermalis* appartenenti alle colonie di tipo *b*. Una sua sommaria descrizione potrebbe essere la seguente.

Si direbbe, dapprima, che le lamelle del cromatoplasma qua e là si distacchino e si allontanino l'una dall'altra dando in tal modo origine a

delle lacune (fig. 12) il cui volume va rapidamente aumentando. Ciò avviene nella parte centrale della cellula ma, da questa zona, il processo si estende poi verso quella periferica rispettando peraltro, almeno per un certo tempo, la regione marginale. In questo momento le cellule di *Aphanocapsa thermalis* appaiono assai ingrossate e il loro aspetto è molto caratteristico (fig. 13) per le numerose, ampie e irregolari lacune che occupano tutta la zona largamente centrale, tutto in giro circondata da uno strato ancora notevolmente compatto. Contemporaneamente, va acquistando evidenza il « centroplasma » (termine di ovvia improprietà per i suoi troppo rigidi riferimenti topografici) che appare abbondante e sparso tanto nello spessore delle briglie che separano le lacune e che sono delimitate dalle lamelle scure, come anche nello strato periferico compatto (fig. 13). In stadi più avanzati, legati a fenomeni di senescenza e di necrobiosi della cellula, il materiale interposto fra le lacune sembra contrarsi, le briglie stesse sembrano farsi più sottili e compatte e la parte meno periferica della cellula appare, per così dire, occupata da un'irregolare intelaiatura scheletrica le cui maglie sono rotte qua e la (fig. 14).

L'andamento di questo processo, valido come schema generale, sembra poter presentare, peraltro, qualche variante. Tipica è quella degli individui di *Aphanocapsa thermalis* delle colonie di tipo *c* (figg. 15 e 16) che, in confronto degli altri, sono caratteristici perché le loro lamelle cromatoplasmiche, invece di avere un andamento tortuoso e anziché formare, con le loro frequenti diramazioni e anastomosi, un fitto intreccio, semplicemente formano delle pieghe, a guisa di grosse falde ricoprentisi, cosicché la struttura che ne deriva appare molto più marcata e, in certo modo, più grossolana. Quale sia il significato di questa diversa struttura fra individui di vario tipo, io non ho elementi per discutere. Recentemente, del resto, è stato rilevato [11] come in condizioni fisiologiche diverse, il sistema lamellare del cromatoplasma delle alghe azzurre possa mostrarsi con evidenza diversa. In questo tipo di individui, come pure in alcune cellule delle colonie di tipo *a* (fig. 10), il processo di cheritomia interessa, sin da principio, tutta intera la cellula, sino al margine esterno il quale appare con più evidenza formato, come in *Phormidium*, da una lamella bistratificata assai simile a quelle cromatoplasmiche.

Durante i processi necrobiotici le lamelle cromatoplasmiche, sebbene ridotte a monconi via via più piccoli, sembrano maggiormente resistenti ai fenomeni degenerativi (fig. 17) sinché, alla fine, del sistema lamellare non rimane più traccia e dell'intero protoplasto non restano che informi rimasugli.

CONSIDERAZIONI GENERALI E RIASSUNTIVE.

L'esame al ME di sezioni ultrasottili di *Phormidium laminosum* e di *Aphanocapsa thermalis* ha consentito di riconoscere alcuni particolari relativi all'organizzazione strutturale di queste Schizoficee; ciò che è stato anche

favorito dalla possibilità di seguire le modificazioni che tale organizzazione subisce durante i processi di vacuolizzazione, di cheritomia, di senescenza e di necrobiosi.

I principali reperti sono i seguenti:

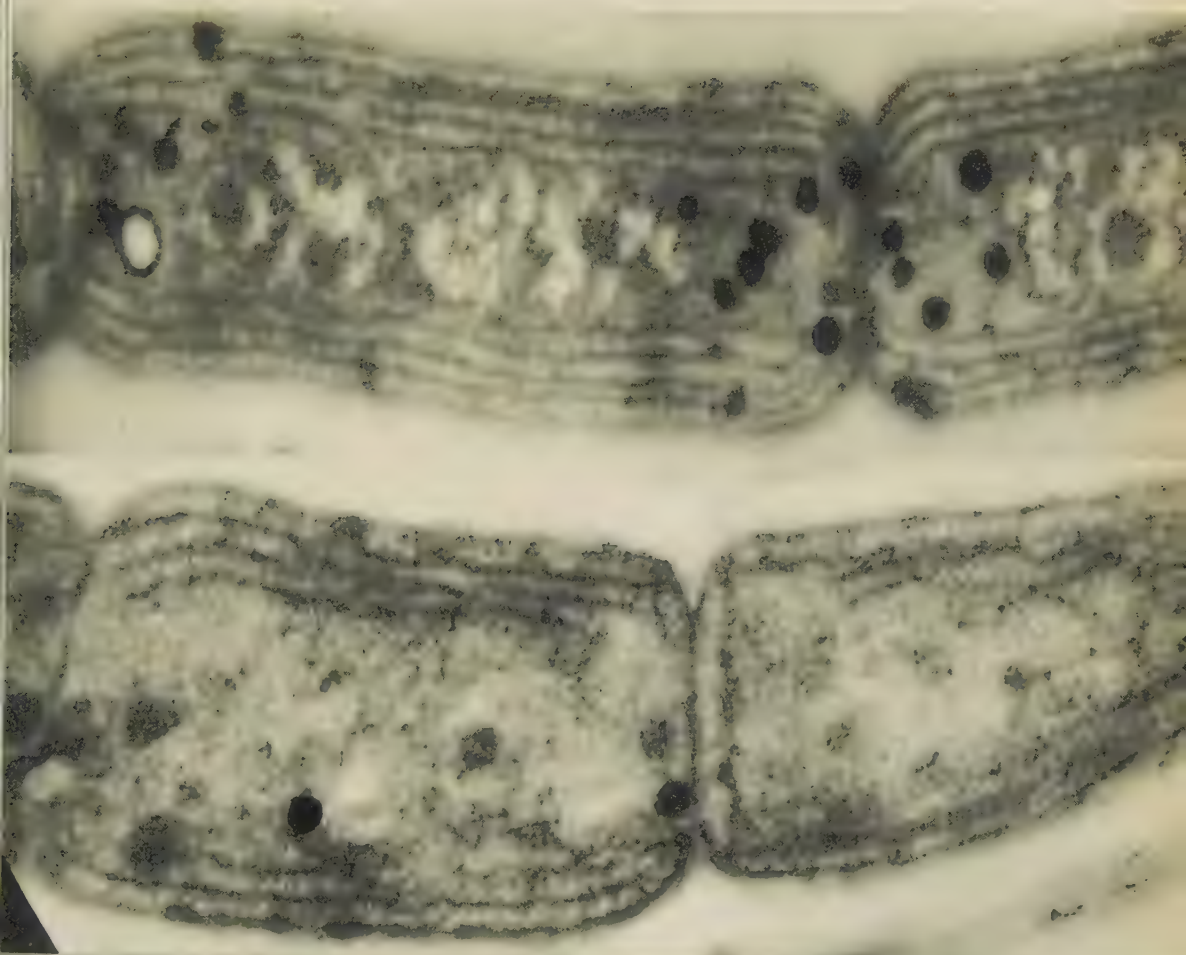
1° L'opinione pressocché generale secondo la quale l'organizzazione del protoplasto delle alghe azzurre è caratterizzata dalla presenza di un cromatoplasma, a funzione prevalentemente plastidiale, e di un centroplasma, ricco di sostanze nucleari, topograficamente ben separati, il cromatoplasma nella regione periferica della cellula, il centroplasma in quella centrale, non sembra, in realtà, generalizzabile. In *Aphanocapsa thermalis*, infatti, cromatoplasma e centroplasma si compenetrano l'uno nell'altro tanto nella porzione periferica che in quella centrale della cellula.

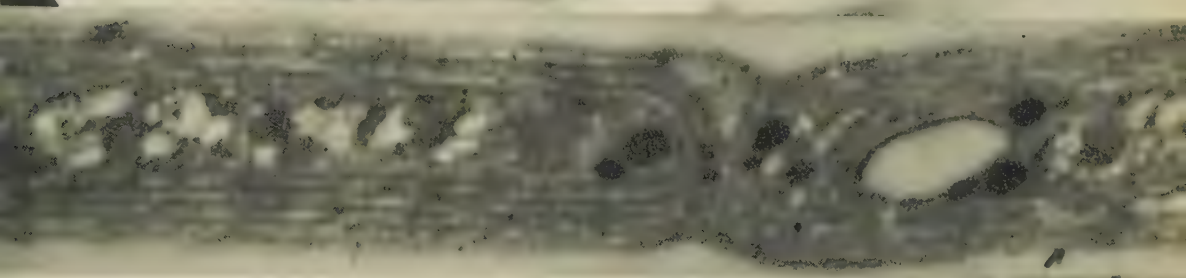
2° I vacuoli possono esistere nelle Schizoficee. In quelle da me studiate, anzi, essi sono assai frequenti. In *Aphanocapsa*, la loro presenza è rilevabile (specialmente nelle forme che vivono isolate) prima che inizi il processo di cheritomia, ciò che ne dimostra l'indipendenza di origine. Essi sono delimitati da membranelle opache alle radiazioni elettroniche, più o meno distintamente bistratificate.

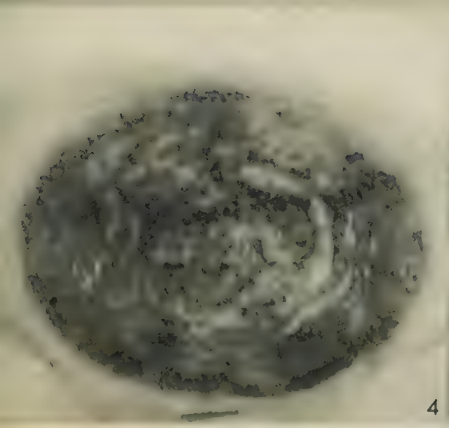
3° Le forme coloniali di *Aphanocapsa thermalis* caratterizzate al microscopio ottico dalle grandi dimensioni e dalla scarsa pigmentazione, presentano un ben evidente processo di cheritomia durante il quale si formano, in numero progressivamente maggiore, irregolari lacune che, sebbene delimitate da membranelle opache al ME, appaiono ben diverse dai vacuoli sia per la forma, quanto, soprattutto, per l'origine e, assai probabilmente, per il significato. Il progredire del processo di cheritomia finisce per dare alla cellula un inconfondibile aspetto, caratterizzato dal ricco sistema di lacune che rendono tutto spugnoso il protoplasto, con l'eventuale eccezione della sua parte più periferica che rimane compatta.

4° Il cromatoplasma delle alghe azzurre appare ovviamente rassomigliabile ai plastidi clorofilliani, sia per la sua struttura lamellare che per la probabile localizzazione dei pigmenti fotosintetici sulle sue lamelle. È peraltro emerso dalle mie osservazioni che il ravvicinamento va considerato valido soltanto in termini generali. In *Phormidium laminosum*, infatti, le lamelle a decorso longitudinale non sono piane, ma formano come dei cilindri cavi concentrici i quali, inoltre, sono collegati trasversalmente da altre lamelle più sottili, appaiate e a forma di anelli; e in *Aphanocapsa thermalis* le lamelle sono variamente ripiegate e anastomosate in modo da formare un intreccio più o meno fitto.

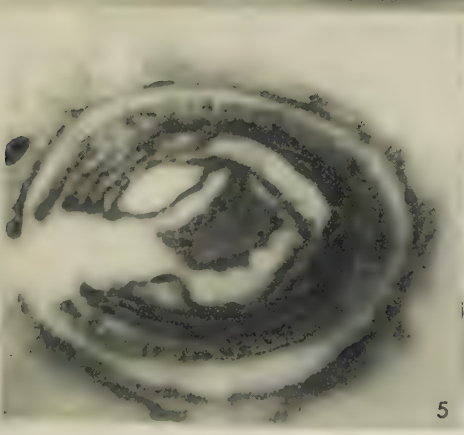
5° L'esame al microscopio ottico aveva, già in precedenza, dimostrato [7] un frequente polimorfismo nella conformazione di parecchie alghe azzurre quali, ad esempio, l'*Anabaena cycadinae*; un rilevante polimorfismo io ho osservato anche in *Aphanocapsa thermalis* che può presentarsi in individui isolati o in colonie filamentose, con cellule di varia grandezza e variamente pigmentate. L'esame al ME ha dimostrato come a tale variabilità di caratteri più grossolani corrisponda un polimorfismo anche nell'infrastrut-



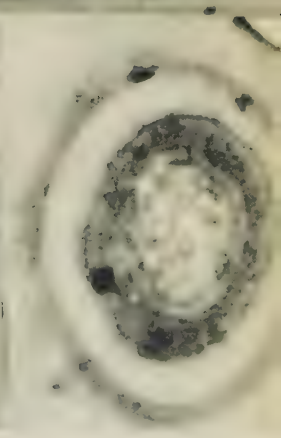


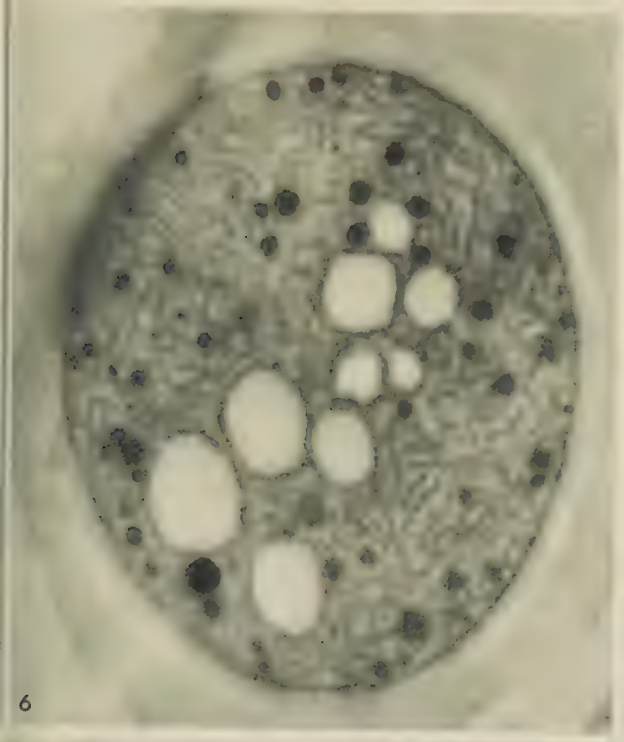


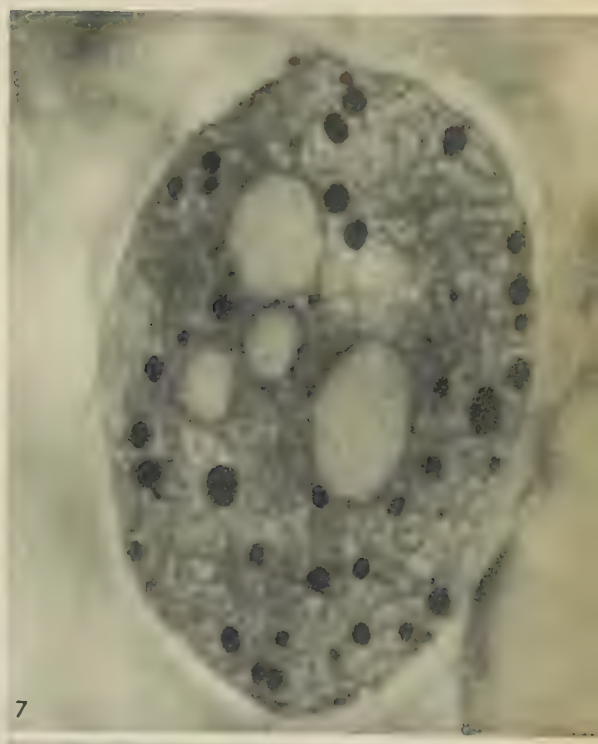
4

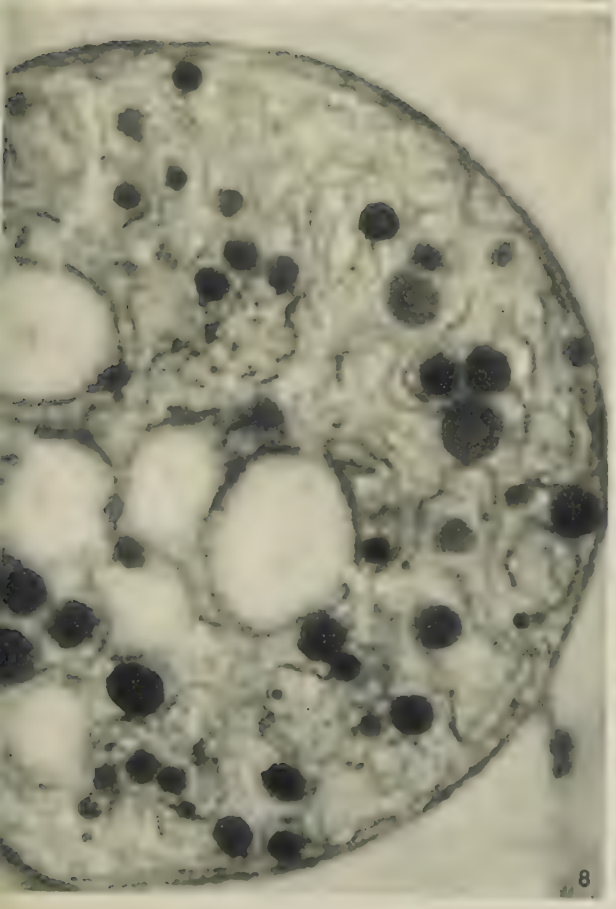


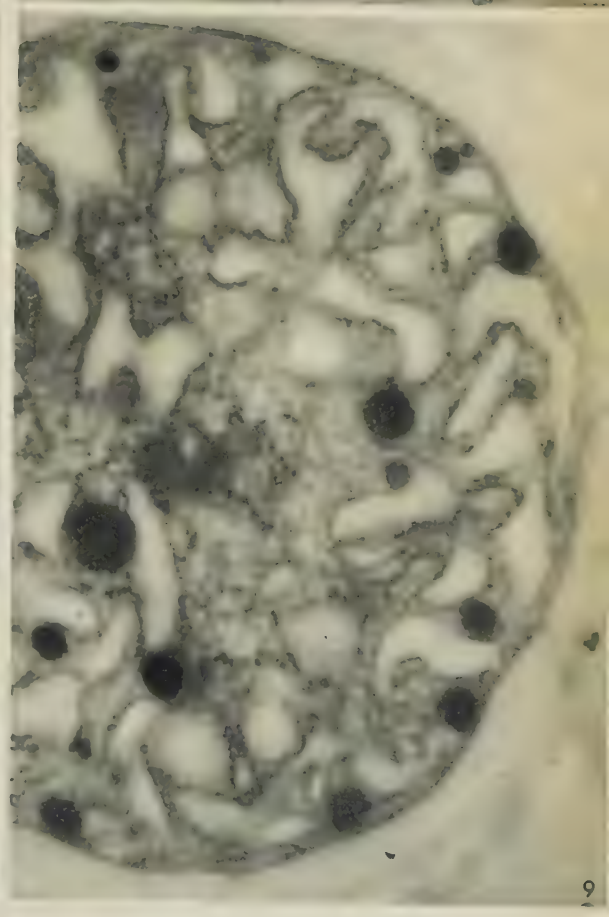
5

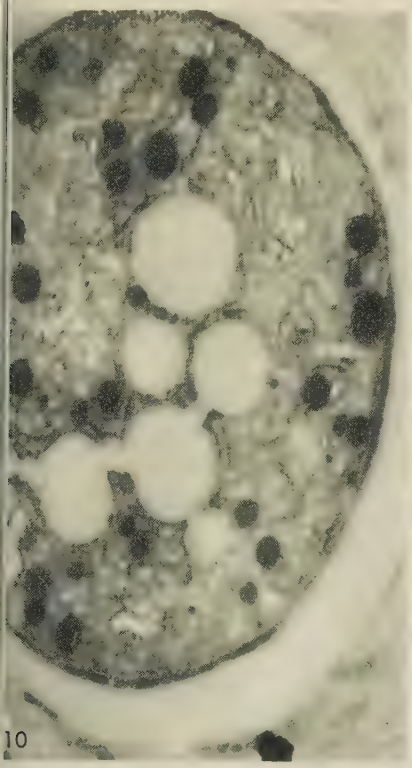


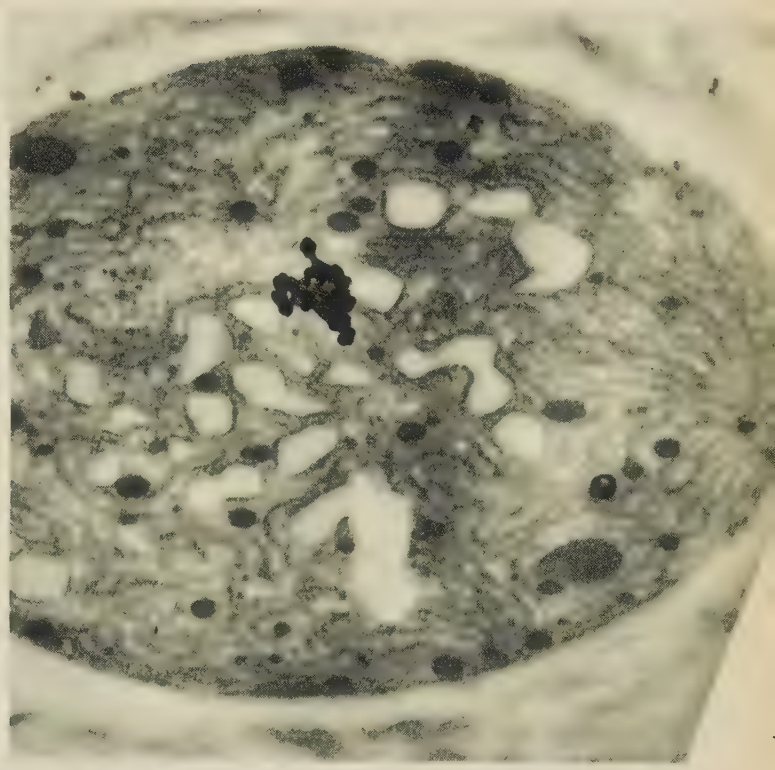

6

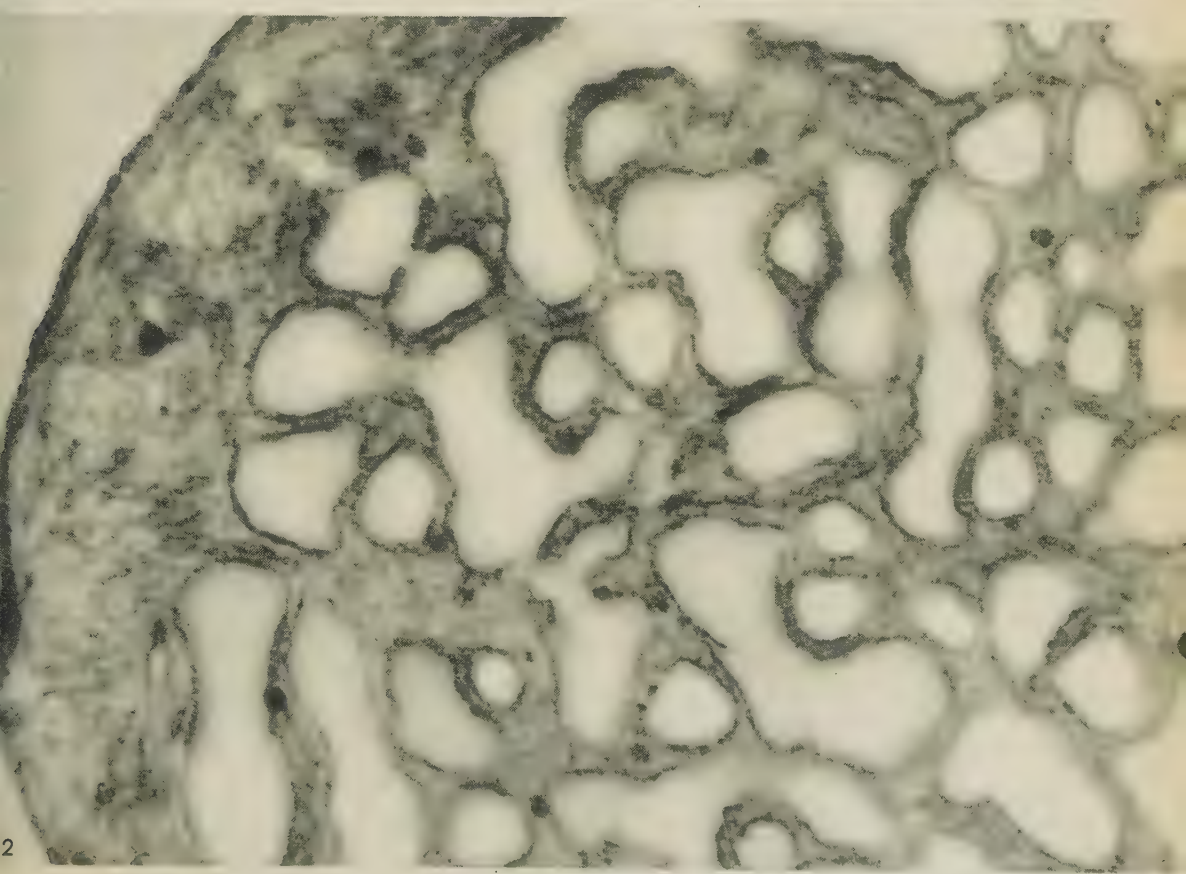

7

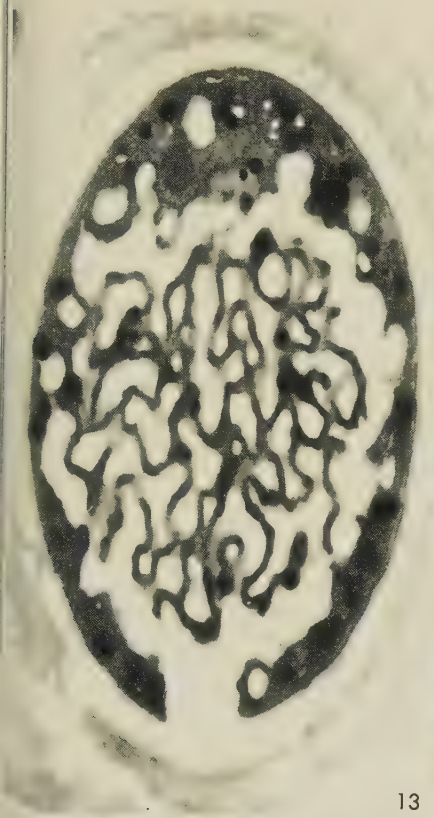

8


9

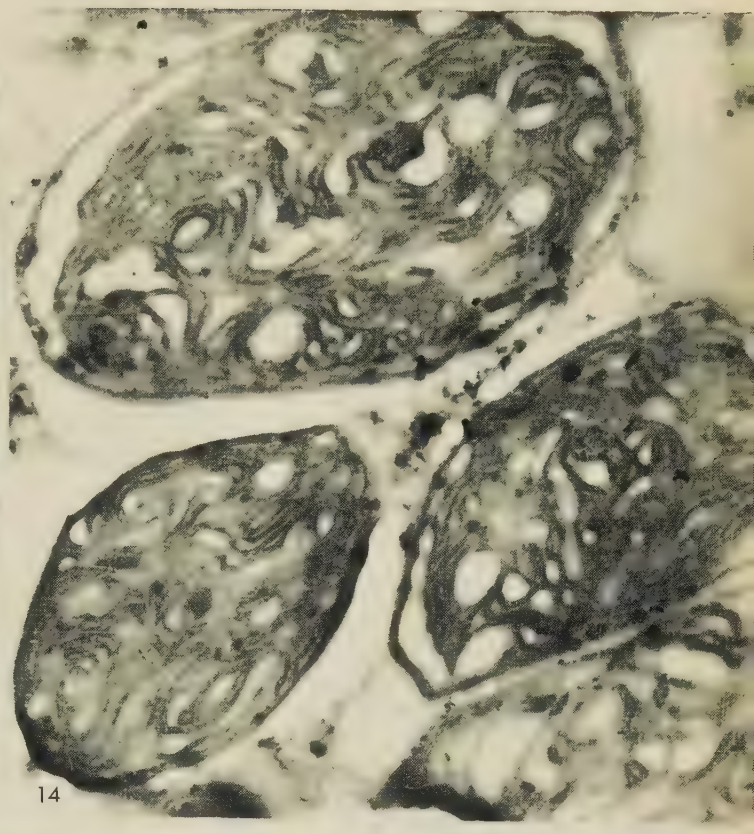




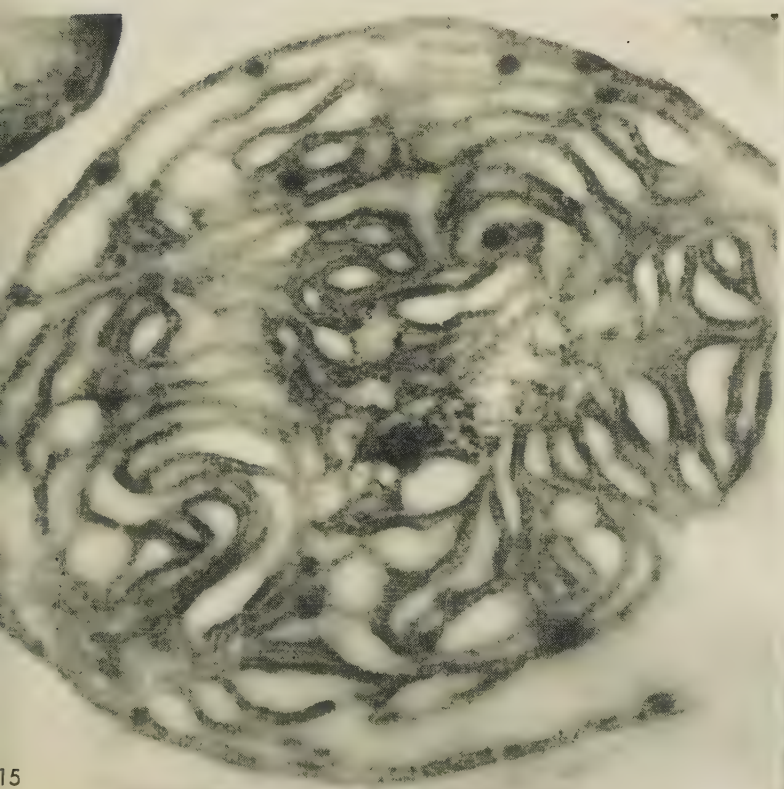




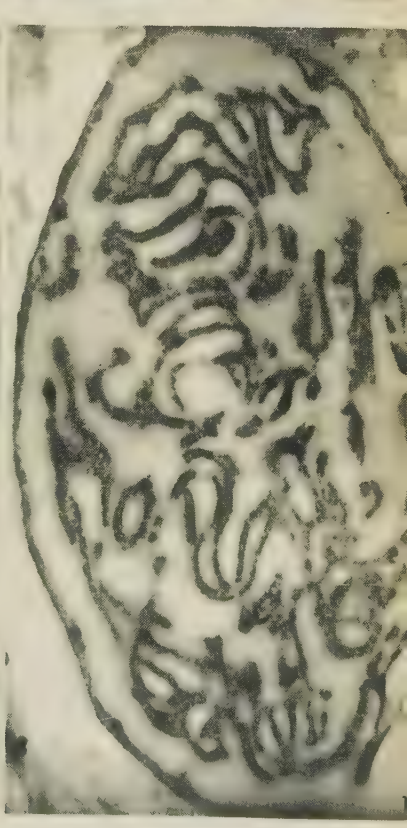
13



14



15



tura. I caratteri variabili sono quelli che riguardano lo spessore e la disposizione delle lamelle cromatoplasmiche, l'esistenza di vacuoli e il loro numero, la minore o maggiore evidenza del cromatoplasma. La variabilità di questo ultimo carattere, già era stata riconosciuta da Geitler [11] in alcune Schizoficee torbicole.

6° Le scarse osservazioni sin qui fatte al ME sull'andamento dei processi necrobiotici nelle Schizoficee avevano indotto a ritenere, come fatto generale, che le strutture cromatoplasmiche resistano meglio ai fenomeni degenerativi di quelle del centroplasma. In *Aphanocapsa*, effettivamente, il sistema lamellare è l'ultimo che degenera e i suoi residui si conservano con caratteristica evidenza – come una maglia reticolare o come pezzi sconnessi a seconda che le lamelle erano anastomosate o semplicemente ripiegate – anche quando del cromatoplasma non rimane più traccia.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Figg. 1, 2 e 3: *Phormidium laminosum*, sezioni longitudinali (52.000 × 63.000 × e 38.000 ×). – Figg. 4, 5 e 6: idem, sezioni trasversali (60.000 ×, 40.000 × e 40.000 ×).

Figg. 7, 8 e 9: *Aphanocapsa thermalis* (40.000 ×, 35.000 × e 40.000 ×). – Fig. 10: idem, con evidente cheritomia (57.000 ×).

Fig. 11: idem, con vacuoli in parte collegati (27.000 ×). – Figg. 12 e 13: idem, con incipiente e avanzata cheritomia nella parte centrale della cellula (38.000 × e 50.000 ×).

Fig. 14: idem, con cheritomia progredita, preludente a processi degenerativi (17.000 ×). Figg. 15 e 16: *Aphanocaspa thermalis* delle colonie di tipo *c* (22.000 × e 40.000 ×). – Fig. 17: idem, in fase degenerativa (38.000 ×).

BIBLIOGRAFIA.

[1] W. NIKLOWITZ u. G. DREWS, « Arch. Mikrobiol. », *24*, 134 (1956).
[2] W. NIKLOWITZ u. G. DREWS, « Arch. Mikrobiol. », *27*, 150 (1957).
[3] P. F. ELBERS, « Acta Bot. Neerland. », *6*, 345 (1957).
[4] W. NIKLOWITZ, « Naturwissensch. », *45*, 167 (1958).
[5] S. STRUGGER, « Naturwissensch. », *43*, 357 (1956).
[6] R. CHODAT, « Arch. Sc. Phys. Nat. Genève », *32*, (1894).
[7] L. GEITLER, *Schizophyzeen*, in « Handb. Pflanzenanat. » VI, 1, B (1936).
[8] R. SAGER a. G. E. PALADE, « Exptl. Cell Research », *7*, 584 (1954).
[9] P. A. DANGEARD, « C. R. Acad. Sc. Paris », *197*, 1016 (1933).
[10] H. DRAWERT, « Planta », *37*, 161 (1949).
[11] L. GEITLER, « Arch. Mikrobiol. », *29*, 179 (1958).

Zoologia (Anatomia). — *Contributo alla conoscenza della innervazione della muscolatura di* Sepia officinalis (*). Nota di Pasquale Graziadei, presentata (**) dal Socio A. Pensa.

Facendo seguito a precedenti ricerche sul corredo nervoso di *Sepia officinalis* rendo ora note alcune osservazioni compiute nella muscolatura della pinna di questo Cefalopodo decapodo.

Le notizie che si reperiscono nella letteratura su tale argomento sono scarse e discordanti e giustificano quindi ogni ulteriore contributo al riguardo. Dalle prime ricerche di Cuvier (1817), Chéron (1866), Trinchese (1866), a quelle di Retzius (1892, 1900), Paravicini (1898), Veratti (1900), Hofmann (1907) le nostre conoscenze sulla innervazione della muscolatura dei Molluschi, pure estendendosi, non poterono risolvere tutti i quesiti. Anche più recentemente le ricerche di Sprenkel (1929), Stefanelli (1934), Ábrahám (1940, 1957, 1958) portarono alcuni contributi; ma per la discordanza dei risultati ottenuti anche da questi Autori numerosi sono ancora i problemi che restano in discussione. Senza volere ora riferire in dettaglio i risultati cui ciascun autore è giunto nel corso delle sue ricerche, mi basta precisare che nel muscolo liscio dei Molluschi e dei Cefalopodi in particolare l'apparato nervoso effettore si configurerebbe, a seconda degli Autori, con aspetti diversi. Per gli uni (Bethe, Hofmann, Stefanelli, ecc.) esisterebbe un plesso od una rete nervosa che espandendosi fra le fibrocellule muscolari darebbe luogo ad una espansione diffusa di moto nella quale non sarebbero svelabili terminazioni libere. Per gli altri (Paravicini, Sprenkel, Ábrahám, ecc.) esisterebbero invece nella muscolatura dei Molluschi, oltre ad una formazione plessiforme relativamente grossolana, vere formazioni nervose a carattere terminale risolventisi a ridosso di ciascuna fibrocellula muscolare.

Dalle mie osservazioni sulla innervazione della muscolatura della pinna di *Sepia officinalis* risultano alcuni fatti non ancora noti che meritano di essere illustrati. Innanzitutto alla pinna si distribuiscono fibre provenienti da due diversi centri nervosi. Le une si originano direttamente dai gangli periesofagei e raggiungono la muscolatura per distribuirvisi attraverso il nervo della pinna. Le altre provengono da pirenofori situati nel ganglio stellato (v. fig. 1). Questo doppio contingente di fibre di diversa origine rappresenta il substrato anatomico atto al manifestarsi di movimenti riflessi lunghi (a livello dei gangli periesofagei) o più brevi (a livello del ganglio stellato) che già ebbi l'opportunità di dimostrare nei riguardi del contingente nervoso che presiede alla motilità del mantello ed alla motilità della ventosa del braccio, sempre in *Sepia officinalis* (Graziadei, 1958, 1959).

(*) Lavoro eseguito nel Centro di Studio del Sistema Nervoso della Università di Pavia (Direttore: prof. A. Pensa).

(**) Nella seduta del 14 marzo 1959.

Una volta giunte nella compagine dell'organo le fibre nervose decorrono isolate od in fasci di due–quattro unità accostate l'una all'altra senza però comporre veri e propri tronchi. Tale disposizione ricorda da vicino le modalità di distribuzione del contingente nervoso descritto dal D'Ancona (1925) nella muscolatura somatica di Crostacei. Dalla superficie delle fibre, in *Sepia*, si staccano serialmente e da più fibre contemporaneamente esilissime collaterali che si distribuiscono alla muscolatura circostante entrando a far parte del finissimo plesso nervoso intramuscolare. Tali fibre, che hanno diametro cospicuo, oltre a cedere fini collaterali monopodiche si dividono anche dicotomicamente cosicché il primitivo tronco nervoso via via si suddivide in rami di sempre minor diametro. Ciascuna fibra si espande coi suoi rami collaterali e terminali sempre nella muscolatura e tiene sotto la sua dipendenza territori muscolari anche molto distanti l'uno dall'altro.

Tenuto conto che nella pinna di *Sepia* la muscolatura è costituita da fasci muscolari diversamente orientati ed aventi alcune volte contrazione antagonista gli uni rispetto agli altri, ho potuto stabilire che ciascuna fibra innerva solo i fasci orientati in una determinata direzione, quindi a contrazione sinergica, e non si distribuisce indifferentemente a sistemi muscolari diversamente orientati. La risoluzione delle collaterali e dei rami terminali di tutte le fibre dà luogo a formazioni plessiformi con maglie di varia finezza estese singolarmente a ciascun gruppo muscolare. In alcuni punti la finezza della espansione plessiforme potrebbe giustificare il sospetto che questa sia disposizione prossima alla estrema risoluzione della via nervosa; invece ho potuto dimostrare che fibre del plesso si continuano in strutture più fini. Si tratta di fibrille che decorrono isolate, spesso con direzione ortogonale alle fibrocellule muscolari e che partono dall'intreccio plessiforme ora descritto. Tali fibrille, una volta staccatesi dalle maglie del plesso, si adattano con decorso serpiginoso alle singole fibrocellule muscolari. Esse per il loro esiguo spessore ed anche per il loro decorso a volute sembrano talune volte interrotte perché sezionate dal taglio, ma altre volte terminano con cappocchiette a ridosso di fibrocellule muscolari. Queste fibrille possono fornire esili collaterali che si arrestano a ridosso della parte più espansa di qualche fibrocellula muscolare risolvendosi in espansioni terminali in forma di piccoli grappoli (v. figg. 2 e 3). Da questa espansione la fibra può continuarsi per risolversi ancora su una seconda fibrocellula muscolare con modalità analoghe. Non credo trascurabile il fatto che queste espansioni a carattere terminale delle fibre motrici in rapporto a fibrocellule muscolari, che pur essendo liscie appartengono a muscolatura somatica, sembrano rappresentare una struttura di transizione a quelle a grappolo libere e senza suola che caratterizzano la innervazione motrice delle fibre muscolari striate somatiche di vertebrati inferiori.

È ora difficile stabilire il preciso significato di questi apparati a carattere terminale; si può supporre però che gli aspetti descritti abbiano, agli effetti funzionali, un compito diverso dal sistema espansionale plessiforme e retiforme prima descritto. In questa muscolatura potrebbero coesistere due modalità di espansione del corredo nervoso effettore: quella plessiforme (o

retiforme) per la stimolazione *in toto* di vaste aree della muscolatura ed anche quella più nettamente circoscritta e limitata invece a singoli elementi muscolari e che si avvale quindi di apparati terminali a ridosso di ciascuna fibrocellula muscolare.

Per quanto riguarda poi gli aspetti strutturali delle fibre nervose, da quanto si può dedurre nei preparati allestiti con metodi argentici specifici, non mi è riuscito di mettere in evidenza una vera struttura neurofibrillare dei cilindrassi. Le fibre nervose mi sono sempre apparse omogenee oppure marezzate, vacuolate o con struttura pseudofibrillare, ma tali aspetti sembrano da riferirsi piuttosto ad un complesso di fatti in parte creati dalla azione dei vari reattivi.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA I

Fig. 1. – Schema che dimostra le connessioni degli elementi nervosi effettori (gangliari) e recettori (intraepiteliali) che presiedono alla innervazione della pinna in *Sepia*. Dai centri periesofagei (CP) attraverso il nervo palleale (NP) ed il nervo della pinna (P) giungono alla muscolatura della pinna fibre nervose motrici. Anche dal ganglio stellato (GS) attraverso un ramo anastomotico col nervo della pinna giungono alla pinna fibre di natura motrice. Neuroni di senso scaglionati nell'epitelio della pinna inviano il loro prolungamento centripeto al ganglio stellato ed ai centri periesofagei. Si stabiliscono così archi riflessi brevi (a livello del ganglio stellato) e lunghi (a livello dei centri periesofagei) che presiedono alla funzionalità dell'organo.

Figg. 2 e 3 – Espansioni nervose terminali e loro rapporti con le fibrocellule muscolari (FM), che nella microfot. 3 è una fibrocellula singola.

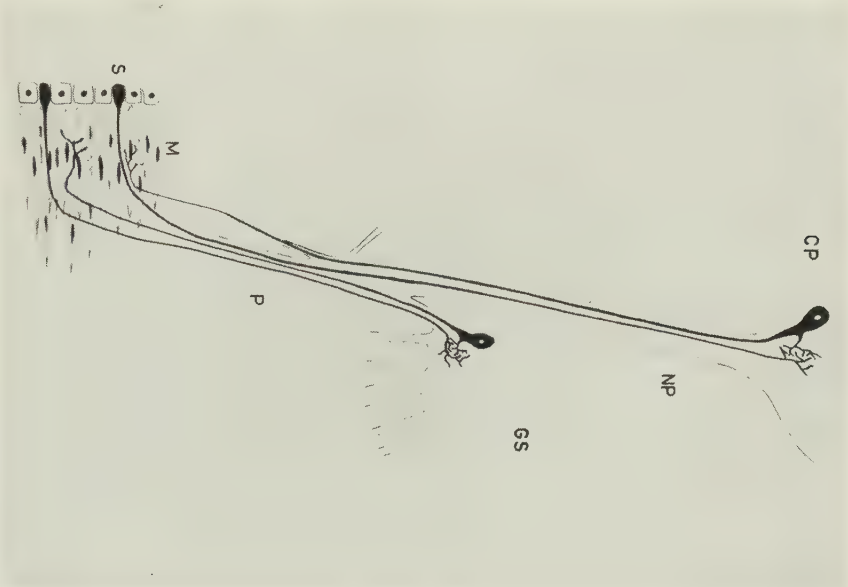


Fig. 1

Fig. 2

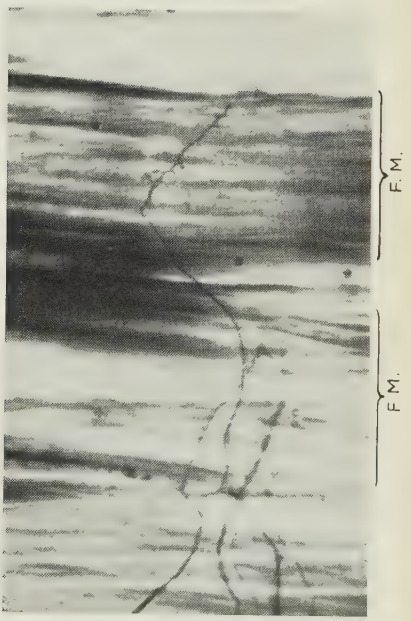


Fig. 3

Fisiologia. — *Effetti della formazione reticolare mesencefalica, pontina e bulbare sull'attività deambulatoria della Cavia decerebrata* (*). Nota di Paolo Crepax e Francesco Infantellina, presentata (**) dal Socio G. C. Pupilli.

Lo studio del meccanismo nervoso dei movimenti deambulatori concerne tre questioni distinte. La prima riguarda la componente elementare dei movimenti deambulatori, vale a dire quei moti alterni di flessione e di estensione di una coppia di arti pelvici o toracici che costituiscono il « passo riflesso » o *stepping*; la coordinazione dei complessi atteggiamenti che le due coppie di arti del Mammifero assumono in armonica successione nella marcia, rappresenta un secondo e significativo aspetto del problema; resta infine a considerare l'azione regolatrice che i centri soprasegmentali esercitano sul ritmo e sull'ampiezza dei moti deambulatori.

Se le nostre conoscenze riguardo a quest'ultimo aspetto del problema sono per vari lati piene di lacune, questo dipende certo dal carattere di attività discontinua e provocata che hanno i movimenti deambulatori osservati nel Cane, nel Gatto e nel Coniglio decerebrati [Laughton (1)], vale a dire nei preparati finora generalmente utilizzati nelle indagini concernenti la deambulazione. In tali preparati qualunque sia il livello della sezione del tronco encefalico idonea a favorire la comparsa dei movimenti stessi, questi si presentano come attività occasionale e fugace ovvero come risposta stereotipa a stimoli della più diversa natura, il più spesso dolorifici, applicati nelle regioni più diverse del corpo. In quest'ultimo caso i movimenti medesimi, quando non si esauriscano col cessare della stimolazione, si conservano solo per breve tempo (1–2 min al più) dopo che lo stimolo è rimosso. Ora, indagare i fattori del ritmo naturale della deambulazione in preparati nei quali tale attività insorge accessualmente per effetto di uno stimolo, appare un tentativo inadeguato allo scopo.

Sul fondamento delle considerazioni ora esposte abbiamo ritenuto conveniente intraprendere un'analisi dell'influenza che le strutture soprasegmentali esercitano sui moti deambulatori, utilizzando la Cavia decerebrata a livello precollicolare [Crepax, Infantellina e Pupilli (2)], vale a dire

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisiologia umana dell'Università di Bologna e Centro di Neurofisiologia del Consiglio Nazionale delle Ricerche. Dei due AA. della Nota, P. Crepax è direttore dell'Istituto di Fisiologia generale dell'Università di Urbino, F. Infantellina è direttore dell'Istituto di Fisiologia umana dell'Università di Catania; entrambi sono ricercatori presso il detto Centro.

(**) Nella seduta del 14 marzo 1959.

(1) N. B. Laughton, « Amer. J. Physiol. », LXX, 358 (1924).

(2) P. Crepax, F. Infantellina e G. C. Pupilli, « Boll. Soc. it. Biol. sper. », XXX, 477 (1954).

un preparato nel quale è manifesta una attività deambulatoria che in modo continuo dura per parecchie ore, senza che si modifichino il ritmo e l'ampiezza dei movimenti degli arti.

Nella presente Nota vengono riferite le modificazioni che nell'attività deambulatoria della Cavia decerebrata si palesano per effetto della stimolazione elettrica della formazione reticolare mesencefalica e pontobulbare.

La sede delle zone stimolate è stata stabilita secondo il metodo in uso nell'esplorazione stereotassica dei centri nervosi, e poi controllata sui pezzi anatomici con metodo istologico. Per l'orientamento del cranio dell'animale nell'apparecchio stereotassico, abbiamo scelto i seguenti punti di riferimento: l'incrocio tra la *sutura coronalis* e la *sutura sagittalis*, in avanti, e l'apice dell'*os interparietale* (incrocio tra *sutura sagittalis* e *sutura lambdoidea*) posteriormente. La testa dell'animale veniva fissata in modo che i due punti di riferimento ora indicati giacessero sullo stesso piano orizzontale e sulla linea mediana dell'apparecchio stereotassico. Per la stimolazione delle diverse parti del nevrasse ci siamo serviti di un generatore elettronico di onde rettangolari, la cui durata era mantenuta costante (msec 2,5); la frequenza degli stimoli variava da 20 a 300 al secondo. Per la stimolazione abbiamo adoperato sia elettrodi di Hess, sia elettrodi costituiti da aghi concentrici (diametro esterno 0,5 mm), guidati mediante l'apparecchio stereotassico. Gli elettrodi concentrici venivano particolarmente usati in quei casi in cui si doveva procedere poi alla localizzazione anatomica dell'area stimolata: la distruzione elettrolitica di quest'ultima era ottenuta applicando per la durata di 15 sec un flusso di corrente di 100–200 μA; la successiva indagine istologica era fatta su sezioni seriate e colorate col metodo di Weil.

I risultati ottenuti sono i seguenti.

1) La esplorazione stereotassica permette di individuare da ciascun lato del piano sagittale mediano del mesencefalo due zone, i cui punti sono contraddistinti dagli effetti di facilitazione e rispettivamente d'inibizione che la loro stimolazione elettrica provoca nell'attività deambulatoria. Quanto al segno, l'effetto della stimolazione di un dato punto è costante, comunque si varino i parametri della stimolazione medesima. Le risposte alla stimolazione di un punto non sono dovute a diffusione di corrente a punti contigui, perché: *a*) si manifestano per basso voltaggio dello stimolo (0,06–1,2 V); *b*) stimoli applicati su altri punti immediatamente vicini sono senza effetto. La densità dei punti la cui stimolazione ha effetti inibitori, è notevolmente inferiore a quella dei punti con effetto facilitante. Per stimoli di 0,06–1,2 V (soglia), della frequenza di 200 Hz e per una durata di stimolazione di 1–5 sec, gli effetti compaiono dopo una latenza che di regola è di 1 sec all'incirca e persistono per tutta la durata della stimolazione medesima.

2) La zona mesencefalica la cui stimolazione esercita azione di facilitazione sui moti deambulatori, è situata lateralmente all'acquedotto di Silvio e corrisponde, in superficie, alla zona mediana di ciascuno dei colliculi. Essa si estende per quasi tutta la lunghezza del mesencefalo e risulta racchiusa tra i seguenti piani stereotassici: in senso oro–aborale, tra A

2,4 e A 7,6; in senso latero–laterale, simmetricamente tra L 1,0 e L 2,5; in senso dorso–ventrale, tra H 4,4 e H 2,4 nella parte orale e tra H 3,9 e H 2,9 in quella aborale.

La zona del mesencefalo la cui stimolazione esercita effetti d'inibizione, è situata a un livello più profondo rispetto a quella facilitante dianzi descritta e ne ha all'incirca la medesima larghezza. I piani stereotassici che la delimitano sono: A 3,4 e A 7,6; L 1,0 e L 2,5; H 2,9 e H 0,4 nella parte orale, H 2,4 e H —0,6 in quella aborale.

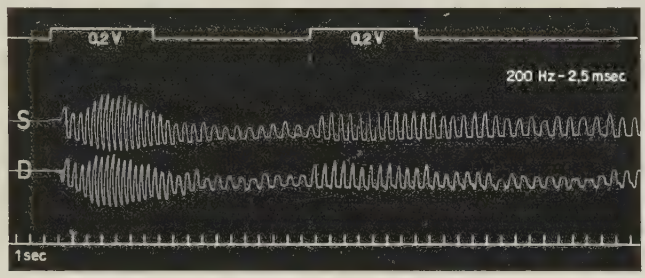


Fig. 1. – Effetti aumentatori della stimolazione della formazione reticolare mesencefalica sull'attività deambulatoria di una Cavia decerebrata con sezione del tronco dell'encefalo a livello precollicolare.

L'animale era tenuto sospeso in amaca. Dall'alto in basso: tracciato che segnala le stimolazioni elettriche; S, registrazione dei moti dell'arto anteriore sinistro; D, registrazione dei moti dell'arto anteriore destro. In corrispondenza dei segnali di stimolazione sono indicati i valori della tensione degl'impulsi elettrici (della durata di 2,5 msec e della frequenza di 200 Hz). Riduzione del grafico 1 : 5. Le due stimolazioni sono state fatte in un medesimo punto della formazione reticolare mesencefalica situato 3 mm al di sotto della superficie del *colliculus anterior* di sinistra e individuato dai seguenti valori nei tre piani stereotassici: A 6,0; LS 2,1; H 3,5; la prima stimolazione determina l'avvio dei movimenti deambulatori, la cui ampiezza e frequenza mostrano di accrescersi successivamente per effetto di una seconda stimolazione.

3) I confini delle due zone del mesencefalo ora delimitate sono poco netti in corrispondenza dei *colliculi anteriores*; in alcune parti le due zone reciprocamente si compenetrano. L'indagine microscopica ha mostrato che i singoli punti, la cui stimolazione determina effetti di facilitazione ovvero d'inibizione, sono situati nella formazione reticolare mesencefalica: non si rilevano rapporti costanti e ben definiti tra tali punti e i numerosissimi cumuli cellulari che sono stati descritti nel mesencefalo dagli anatomici [cfr. Castaldi (3)].

4) Gli effetti facilitatori di cui si è detto dianzi, consistono in un aumento dell'ampiezza e della frequenza dei movimenti deambulatori (fig. 1), meno costantemente in un aumento solo della frequenza, ovvero nell'avvia-

(3) L. CASTALDI, « Arch. it Anat. Embriol. », XX, 23 (1923); XXI, 172 (1924); XXIII, 481 (1926); XXV, 157 (1928).

mento dei moti quando questi presentano un temporaneo arresto (cfr. nella fig. 1 gli effetti della prima stimolazione). Gli effetti inibitori si traducono in una diminuzione dell'ampiezza e talora della frequenza dei movimenti deambulatori (fig. 2) ovvero nel loro arresto. Gli effetti della stimolazione sono sempre bilaterali. Quanto ai rapporti tra caratteristiche della stimolazione e intensità dell'effetto, si rileva che questo cresce, per un medesimo voltaggio degl'impulsi di stimolazione, con l'aumentare della loro frequenza.

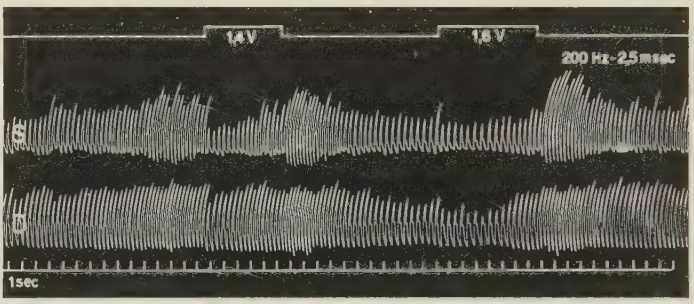


Fig. 2. – Effetti inibitori della stimolazione della formazione reticolare mesencefalica sull'attività deambulatoria di una Cavia decerebrata con sezione del tronco dell'encefalo a livello precollicolare.

Si confronti la leggenda della fig. 1 per le condizioni dell'esperimento e le indicazioni necessarie per la lettura del grafico.

Le due stimolazioni sono state fatte in un medesimo punto della formazione reticolare mesencefalica, posto 6 mm al di sotto della superficie del *colliculus posterior* di destra e individuato nei tre piani stereotassici dai seguenti valori: A 3,0; LD 1,4; H —0,4. L'effetto inibitorio mostra di variare col voltaggio degli stimoli; sono assai evidenti manifestazioni di rimbalzo postinibitorio.

5) L'esplorazione stereotassica del ponte e del bulbo permette d'individuare nella parte dorsale di dette formazioni una zona, la cui stimolazione provoca inibizione o arresto dei moti deambulatori; e inoltre, situata a un livello più profondo rispetto alla precedente, una zona la cui stimolazione produce effetti di aumento del ritmo deambulatorio o di avviamento dei moti. La prima è compresa tra i seguenti piani stereotassici: in senso oro–aborale tra P 1,5 e P 5,5; in senso latero–laterale, simmetricamente tra L 0,1 e L 1,5; in senso dorso–ventrale, tra H 1,0 e H — 1,0 nella parte orale, tra H 0,3 e H — 0,9 in quella aborale. I piani stereotassici, che delimitano la regione del ponte e del bulbo, la cui stimolazione provoca effetti di facilitazione, sono i seguenti: in senso oro–aborale P 1,0 e P 5,0; in senso latero–laterale, simmetricamente, L 0,1 e L 1,5; in senso dorso–ventrale, H — 1,0 e H — 1,8 oralmente, H — 1,0 e H — 3,3 aboralmente. I riscontri microscopici eseguiti hanno mostrato come i punti la cui stimolazione determina effetti di facilitazione ovvero d'inibizione siano situati nella formazione reticolare pontina e bulbare.

6) Gli effetti di facilitazione o d'inibizione ora descritti, si esercitano tanto sull'attività deambulatoria spontanea, quanto su quella avviata da stimolazione della zona mesencefalica di facilitazione. Facciamo notare che anche per stimolazione al livello bulbo-pontino l'effetto di aumento ovvero d'inibizione è bilaterale: applicando stimoli sulla formazione reticolare di un lato, si ottengono effetti eguali nei quattro arti.

Le nostre indagini, in conclusione, mostrano che la formazione reticolare del tronco dell'encefalo esercita un'azione di controllo sui moti deambulatori, potendo favorire tanto l'aumento quanto la diminuzione dell'ampiezza e della frequenza dei moti medesimi.

Fisiologia. — *Modificazioni dell'attività elettrica corticocerebrale provocate dal cortisone nel Gatto con nevrasse integro ovvero operato di transrecisione del tronco dell'encefalo a diversi livelli* (*). Nota di PAOLO CREPAX e ANGELO VOLTA, presentata (**) dal Socio G. C. PUPILLI.

Le notevoli reazioni neuropatologiche (modificazioni elettroencefalografiche e manifestazioni motorie di tipo convulsivo) e psicopatologiche (reazioni psicosiche di tipo aspecifico) osservate in individui trattati con cortisone ovvero con ormone corticotropo hanno suscitato numerose ricerche intorno alle modificazioni funzionali che ormoni corticosurrenali provocano nel sistema nervoso centrale. Dalla letteratura che a partire dal 1950 circa [cfr. Woodbury (1)] si è venuta assommando intorno a tale argomento, si può concludere che le indagini eseguite hanno in effetti contribuito scarsamente a scomporre la complessità delle modificazioni stesse in termini elementari aventi un ben definito contenuto neurofisiologico.

Con le presenti indagini abbiamo preso in esame le modificazioni del tracciato elettroencefalografico del Gatto con nevrasse integro trattato con cortisone e abbiamo cercato di chiarire il meccanismo delle modificazioni stesse, saggiando gli effetti dell'ormone nel preparato « encefalo isolato » e nei preparati ottenuti per transrecisione del tronco dell'encefalo a diversi livelli (pontino retrotrigeminale, pontino pretrigeminale e intercollicolare) ossia in preparati nei quali erano conservate le connessioni col telencefalo di tutta la formazione reticolare ovvero soltanto delle parti rostrali della formazione medesima.

Le registrazioni elettroencefalografiche negli animali con nevrasse integro sono state fatte in assenza di narcosi. L'intervento preparatorio, che era eseguito in anestesia locale (novocaina $1 : 10^2$; adrenalina $1 : 10^4$) associata a narcosi eterica, consisteva semplicemente nella introduzione di una cannula nella trachea, nello scollamento dei tessuti pericranici, nella infissione nella teca cranica degli elettrodi di derivazione e nella introduzione di una cannula, a permanenza, nella V. femorale. Al termine dell'intervento preparatorio, gli animali venivano curarizzati e soccorsi mediante respirazione artificiale; una curarizzazione superficiale (2) era quindi mantenuta mediante *d*–tubocurarina ovvero Flaxedil (rispettivamente 0,2 mg/kg e 2

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisiologia umana dell'Università di Bologna e Sezione I del Centro di Neurofisiologia del Consiglio Nazionale delle Ricerche. Dei due Autori della Nota, P. Crepax è direttore dell'Istituto di Fisiologia generale dell'Università di Urbino e ricercatore presso detto centro.

(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) D.M. WOODBURY, « Pharmacol. Rev. », X, 275 (1958).

(2) È noto che soltanto in dosi 5–10 volte superiori a quelle minime curarizzanti, sia il curaro sia la tubocurarina alterano in modo significativo la trasmissione sinaptica del S.N.C. [M. OSTOW e F. GARCIA, « J. Neurophysiol. », XII, 225 (1949)].

mg/kg *pro dose*) durante tutta la durata delle registrazioni, che venivano iniziate dopo un tempo sufficiente (30 min–1 h) perché gli effetti dell'etere potessero considerarsi interamente dissipati. Un più lungo tempo (1 h e 30 min–2 h) si è fatto intercorrere tra la fine dell'intervento preparatorio e l'inizio delle registrazioni nei casi, appresso specificati, nei quali la complessità dell'intervento stesso aveva richiesto una narcosi eterica profonda.

Il preparato « encefalo isolato » era allestito con un procedimento che si discostava da quello consueto [Bremer [3]], solo per il fatto di associare alla narcosi eterica un'accurata anestesia dei tessuti lesi e di evitare la somministrazione di efedrina [4], avanti o immediatamente dopo la sezione del midollo cervicale. Mediante tali accorgimenti è possibile ottenere stabili quadri di sonno elettroencefalografico in gran parte dei preparati; negli altri casi la sincronizzazione dei ritmi pulsatori corticocerebrali era ottenuta con l'introduzione intravenosa di piccole quantità di cloralosio [5–7 mg/kg per via intravenosa; cfr. Moruzzi e Magoun [5]].

La recisione del tronco dell'encefalo a livello pontino (retro– ovvero pretrigeminale) o mesencefalico era attuata attraverso il pertugio ottenuto asportando la membrana atlo–occipitale: una sottile spatola, a estremità smussa e leggermente ricurva, veniva insinuata in direzione orale tra il pavimento del IV ventricolo e la superficie ventrale del cervelletto, fino a raggiungere il livello prescelto per la sezione. L'esatta sede e la completezza di questa erano poi riscontrate sui pezzi induriti mediante formalina, che al termine dell'esperimento veniva iniettata nell'A. carotide comune. Il vantaggio del procedimento operatorio descritto è che esso consente di sezionare agevolmente il tronco dell'encefalo a tutti i livelli compresi tra il bulbo e il mesencefalo con interventi che provocano un trauma chirurgico di una medesima importanza.

I tracciati elettroencefalografici sono stati derivati col metodo dipolare mediante elettrodi a vite infissi in punti simmetrici della teca cranica in corrispondenza dei lobi frontali, parietali e occipitali; la punta degli elettrodi giungeva in contatto della superficie esterna della dura madre. La registrazione dei potenziali elettrici corticocerebrali è stata fatta mediante un elettroencefalografo Grass mod. III D a 8 penne scriventi.

Il cortisone è stato sempre somministrato per via intravenosa: sciolto in glicole propilenico ovvero previa sospensione al momento dell'uso in soluzione fisiologica, mediante l'aggiunta di piccole quantità di gomma arabica o di polivinilpirrolidone; queste ultime sostanze, al pari del glicole, sono prive di effetti propri sulle proprietà funzionali prese in esame.

(3) F. Bremer, «C. r. Soc. Biol.», CXVIII, 1235 (1935).

(4) Tale alcaloide, mentre torna giovevole per fronteggiare la ipotensione che segue alla recisione spinale, altera il ritmo veglia–sonno del preparato a causa dell'azione risvegliante di cui è provvisto.

(5) G. Moruzzi a. H. W. Magoun, « EEG clin. Neurophysiol. », I, 455 (1949).

1. *Effetti elettroencefalografici del cortisone nell'animale con nevrasse integro.* – L'elettroencefalogramma del Gatto leggermente curarizzato, con nevrasse integro, è costituito in grande prevalenza da onde dell'ampiezza di 30–80 μV e della frequenza di 15–30 Hz, alle quali di quando in quando si alternano onde di minore frequenza (8–10 Hz) e di maggiore ampiezza (100–200 μV), in genere riunite in gruppi di 7–12 unità (fig. 1 A). La comparsa delle componenti lente è d'ordinario favorita dalle condizioni di sosta sensitivo–sensoriale.

Il tracciato corticocerebrale dell'animale trattato con cortisone (3–10 mg/kg), nella prima e nella seconda ora successive alla somministrazione risulta uniformemente costituito dalle onde frequenti e di scarsa ampiezza, mentre mancano costantemente le onde ampie e lente (fig. 1 B). A partire dalla terza ora dopo la somministrazione dell'ormone, la frequenza delle onde elettriche della corteccia cerebrale tende in genere ad aumentare leggermente (fig. 1 C); e su questo sfondo, costituito da un'attività assai frequente e di scarsa ampiezza, possono palesarsi brevi scariche di onde di aspetto convulsivo (fig. 1 D).

2. *Effetti elettroencefalografici del cortisone nel preparato « encefalo isolato » e in preparati ottenuti mediante sezione del tronco dell'encefalo a diversi livelli.* – Com'è noto, l'attività elettrica corticocerebrale del Gatto « encefalo isolato » presenta un quadro di sonno elettroencefalografico, che può essere facilmente alterato (« reazione di risveglio ») mediante stimolazione dei recettori dell'estremo cefalico: fasi alterne di sonno e di veglia si succedono con ritmo vario e spesso senza un rapporto evidente con gli stimoli ambientali. Il ritmo veglia–sonno e la facile modificabilità dell'elettroencefalogramma per effetto di stimoli non presentano aspetti sensibilmente diversi da quelli ora descritti, quando la sezione del tronco dell'encefalo venga fatta secondo un piano passante per il ponte, nella porzione compresa tra il suo limite aborale e le radici del trigemino (preparato « encefalo isolato al livello pontino retrotrigeminale»). Sezioni eseguite ai limiti rostrali del ponte (preparato « encefalo isolato al livello rostropontino pretrigeminale ») ovvero più oralmente (preparato « cervello isolato ») determinano un quadro di sonno elettroencefalografico assai stabile.

Il cortisone (2–5 mg/kg) manifesta effetti diversi nei quattro tipi di preparati descritti. Nel preparato « encefalo isolato » e in quello « encefalo isolato al livello pontino retrotrigeminale », le fasi alterne di veglia e di sonno cominciano a presentare sensibili modificazioni 40–50 min dopo la somministrazione dell'ormone: i periodi di sonno si raccorciano progressivamente, così che entro breve tempo l'elettroencefalogramma risulta uniformemente costituito da onde di scarsa ampiezza e di elevata frequenza (fig. 2), conservando tali caratteri per tutta la durata della osservazione (fino a 5 h).

Nel preparato « encefalo isolato al livello rostropontino pretrigeminale » e in quello « cervello isolato » la somministrazione di cortisone non provoca alcuna modificazione del tracciato encefalografico (fig. 3), nemmeno quando

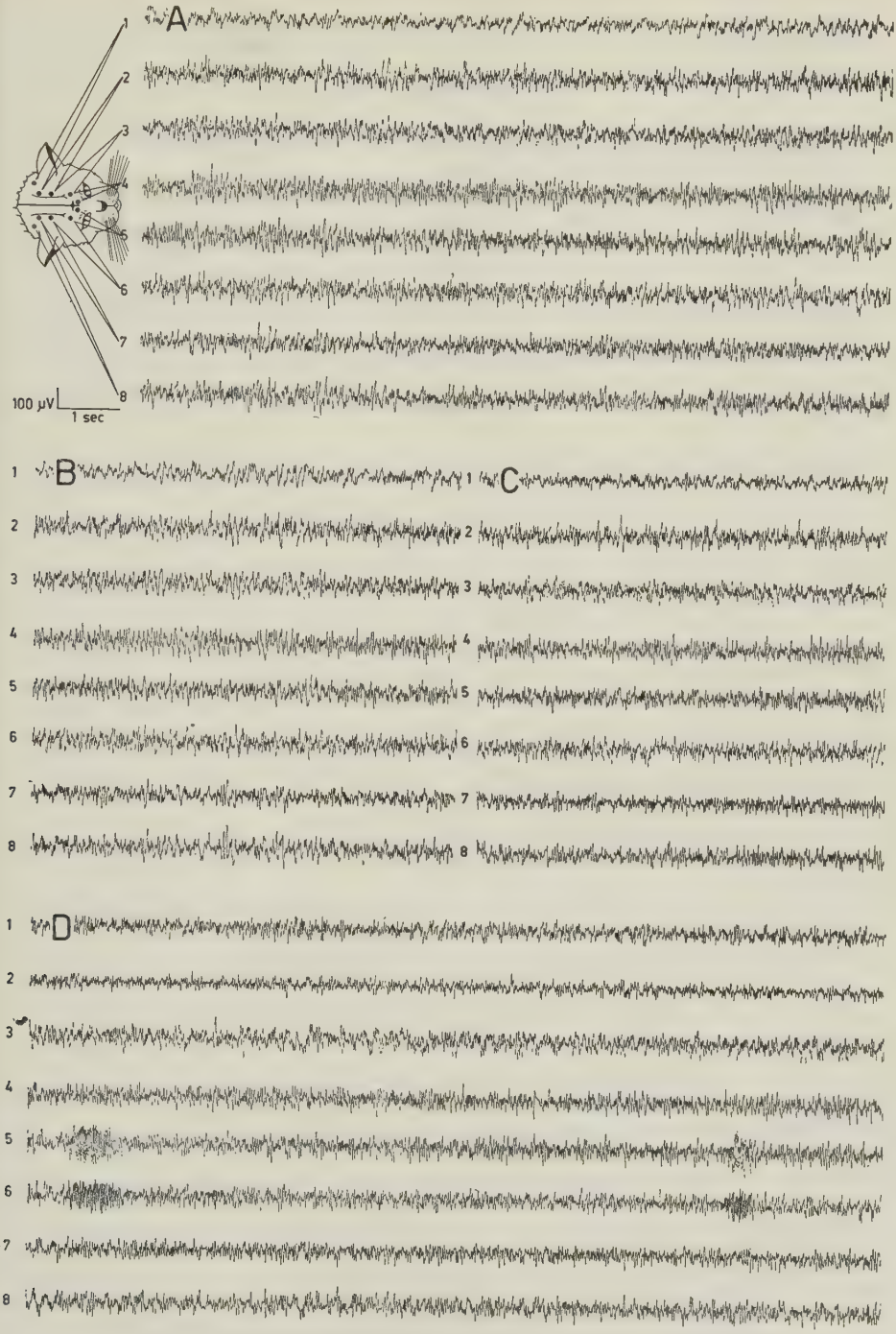


Fig. 1. – Modificazioni dell'attività elettrica corticocerebrale provocate dal cortisone nel Gatto con nevrasse integro.

Registrazioni eseguite: in A, 1 h e 20 min dopo la fine della inalazione di etere e immediatamente avanti la introduzione di 7 mg/kg di cortisone per via intravenosa; in B, C e D, rispettivamente 1 h, 2 h e 20 min e 3 h e 10 min dopo la somministrazione di cortisone. La calibrazione riportata si riferisce a tutti gli elettrogrammi. Lo schema di derivazione vale anche per gli esperimenti delle figure successive.

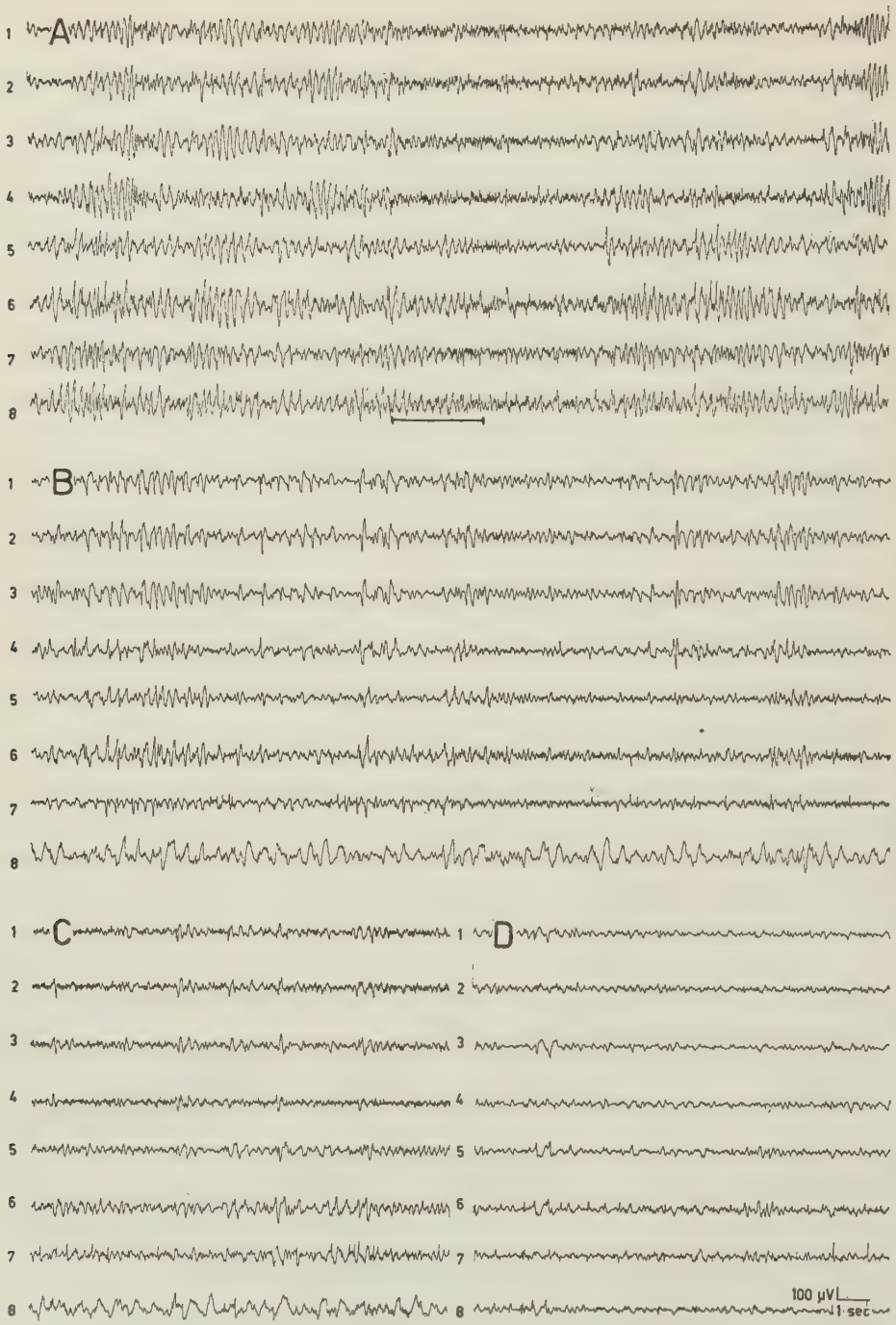


Fig. 2. – Modificazioni dell'attività elettrica corticocerebrale provocate dal cortisone nel Gatto « encefalo isolato ».

Registrazioni eseguite: in A, 3 h e 20 min dopo la fine dell'intervento preparatorio e immediatamente avanti la introduzione di 4 mg/kg di cortisone per via intravenosa (il tratto segnato corrisponde alla durata di una stimolazione acustica); in B, C e D, rispettivamente 33 min, 1 h e 20 min e 2 h e 10 min dopo la somministrazione di cortisone. Pressione intrarteriosa media, 70–80 mm di Hg per tutta la durata dell'esperimento.

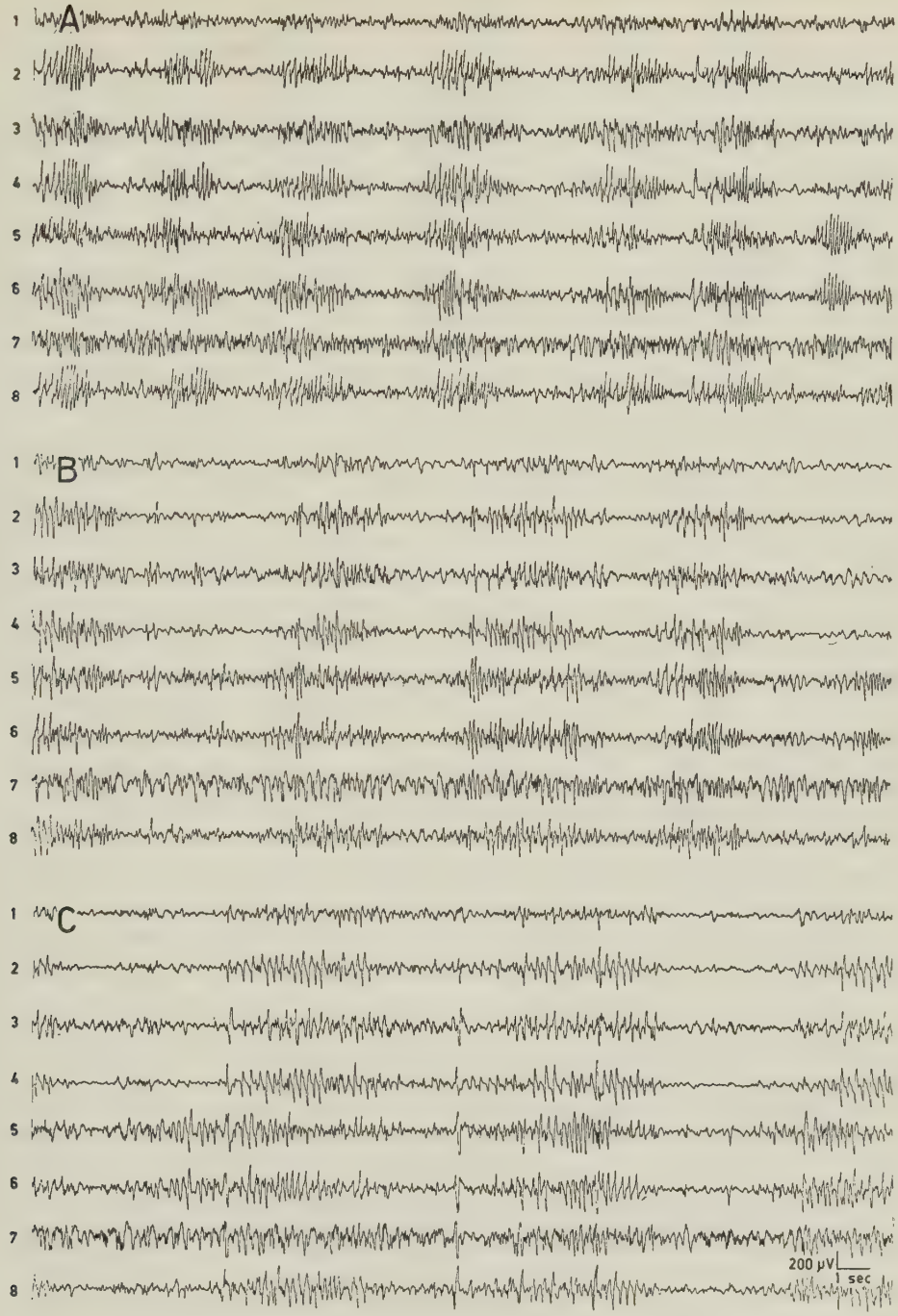


Fig. 3. – Attività elettrica corticocerebrale registrata nel Gatto «encefalo isolato al livello rostropontino pretrigeminale» avanti e dopo la somministrazione di cortisone.

Registrazioni eseguite: in A, 2 h e 45 min dopo la fine dell'intervento preparatorio e immediatamente avanti la introduzione di 10 mg/kg di cortisone per via intravenosa; in B, 1 h e 15 min dopo la prima introduzione di cortisone; in C, 1 h e 25 min dopo la seconda introduzione di cortisone, eseguita immediatamente dopo la registrazione di B. Pressione intrarteriosa media, 110–120 mm di Hg per tutta la durata dell'esperimento.

una reazione di risveglio risulti evocabile mediante stimolazioni olfattive; i risultati dell'esperimento non variano per un aumento della quantità di cortisone somministrata (fino a 35 mg/kg).

L'azione attivante che il cortisone esercita sull'elettroencefalogramma del Gatto appare dunque subordinata alla integrità delle connessioni tra la formazione reticolare bulbopontina e la corteccia. La differenza essenziale tra il preparato « encefalo isolato » e quello « cervello isolato » consiste nel fatto che nel primo caso è conservata la integrità delle connessioni tra la corteccia cerebrale e la formazione reticolare mesencefalica, pontina e bulbare, mentre nel secondo solo le porzioni rostrali della formazione stessa conservano le loro connessioni col telencefalo. La presenza della sostanza reticolare bulbopontina vale a rendere agevole la interruzione del sonno nel preparato « encefalo isolato »; profondo, continuo e difficilmente modificabile è invece il sonno del preparato « cervello isolato ». Il che non è da riferire solo al fatto che in quest'ultimo caso sono assai ridotte le afferenze che intrattengono tonicamente l'attività di quelle parti della formazione reticolare che sono connesse col telencefalo. È vero che al « cervello isolato » possono giungere soltanto impulsi olfattivi e visivi, mentre assai più estesa è la gamma delle afferenze nel preparato « encefalo isolato », nel quale sono conservate le connessioni tra il telencefalo, la formazione reticolare e i recettori dell'estremità cefalica dell'animale; ma la differenza non consiste nel numero delle afferenze conservate, bensì nella diversa efficacia risvegliante degli impulsi che percorrono le vie medesime, efficacia che sembra legata essenzialmente all'azione amplificatrice della formazione reticolare bulbopontina e alla importanza delle connessioni tra le singole afferenze e la formazione stessa. In effetti, le stimolazioni luminose non riescono a risvegliare il preparato « cervello isolato », mentre sono assai efficaci nel preparato « encefalo isolato ». L'integrità delle connessioni tra la sostanza reticolare bulbopontina e il telencefalo vale a rendere il sonno più leggiero e aumenta l'azione di risveglio delle scariche retiniche [letteratura in Morruzzi (6)].

Gli esperimenti da noi eseguiti portano a concludere che l'azione desincronizzante svolta dal cortisone sul tracciato elettrico corticocerebrale si esercita attraverso la formazione reticolare.

I fenomeni osservati nei preparati « encefalo isolato al livello pontino retrotrigeminale » ed « encefalo isolato al livello rostropontino pretrigeminale », fenomeni che corrispondono a quelli riscontrati rispettivamente nel preparato « encefalo isolato » e in quello « cervello isolato », dànno ulteriore evidenza al livello delle strutture che condizionano gli effetti del cortisone sul tracciato elettrico corticocerebrale.

(6) G. Moruzzi, «Medicina», II, 577 (1952).

Fisiologia. — *Azione curarizzante della stricnina sulla trasmissione dell'eccitamento dal tessuto nodale al miocardio comune* (*). Nota di Gian Carlo Agnoli e Edelweiss Cotti, presentata (**) dal Socio G. C. Pupilli.

Come risulta dalle ricerche di Rijlant (1) e di Reuse-Blom (2), la stricnina provoca nel cuore isolato di Coniglio effetti alquanto complessi. Contemporaneamente a un notevole aumento del tempo di conduzione atrio-ventricolare, si manifestano infatti nei ventricoli fenomeni di dissociazione dell'attività, i quali importano l'apparente indipendenza funzionale di un ventricolo rispetto all'altro, ovvero di più territori di uno stesso ventricolo rispetto ai rimanenti. Ancora Rijlant (1), con ricerche eseguite su atri isolati di Coniglio e in particolare sull'atrio destro isolato e suddiviso parzialmente in 3 lembi, ha indicato con maggiore esattezza la sede d'azione dell'alcaloide. Entro certi limiti di dose e di tempo, la stricnina sopprime l'attività del miocardio comune senza modificare notevolmente né la conduzione a distanza dell'eccitamento né la risposta del tessuto medesimo alla stimolazione diretta [cfr. anche Reuse-Blom (2,3), Rijlant e Reuse-Blom (4), Reuse-Blom e Agnoli (5)].

Per accertare se l'azione della stricnina sui ventricoli del cuore di Mammifero possa dipendere da un effetto curarizzante, indotto dall'alcaloide sulla giunzione tra tessuto di conduzione e miocardio comune, ci siamo proposti innanzi tutto di stabilire le condizioni più opportune per registrare l'attività elettrica delle fibre di Purkinje e in secondo luogo d'indagare come si modifichi, per effetto della stricnina, la normale latenza d'eccitazione del miocardio comune, misurata come ritardo dell'inizio dell'attività di questo ultimo rispetto a quella del tessuto di Purkinje.

Gli esperimenti sono stati eseguiti sul cuore isolato di Coniglio: l'organo veniva perfuso, mediante l'apparecchio dello Spadolini (6), con liquido di Locke ossigenato e mantenuto a 35° C. Abbiamo scelto questa temperatura a fine di evitare le fluttuazioni di eccitabilità che nel cuore isolato si osservano spesso per temperature superiori.

(*) Lavoro eseguito, col sussidio del Consiglio Nazionale delle Ricerche, nell'Istituto di Fisiologia umana dell'Università di Bologna.

(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) P. Rijlant, «Arch. internat. Physiol.», XXXIII, 325 (1930-31).

(2) S. Reuse-Blom, «Arch. internat. Physiol.», LVIII, 451 (1951); LXI, 98 (1953).

(3) S. Reuse-Blom, «J. Physiologie», XLVIII, 698 (1956).

(4) P. Rijlant et S. Reuse-Blom, «C. r. Soc. Biol.», CL, 1479, 1641 (1956).

(5) S. Reuse-Blom et G. C. Agnoli, «Arch. internat. Physiol. Bioch.», LXVI, 102 (1958).

(6) I. Spadolini, «Arch. Fisiol.», XIV, 243 (1916).

La derivazione dell'attività elettrica, col metodo bipolare, era effettuata simultaneamente dalla superficie endocardica e da quella epicardica, mediante due coppie di elettrodi fissate a un unico supporto. Ciascuna di tali coppie era costituita da 2 fili di argento clorurato, dello spessore di 0,5 mm e distanti 1 mm l'uno dall'altro: i fili medesimi si facevano attraversare un cubetto di materiale plastico (mm 4,5 di lato), fino a comparire alla superficie di una delle facce del cubetto stesso, e risultavano sporgere per mm 0,05. A ciascuna delle due estremità libere di una forcella a molla, con apertura graduabile per mezzo di una vite a regolazione molto precisa, veniva fissato un cubetto, attraversato da una delle due coppie di elettrodi; le facce di derivazione dei due cubetti risultavano esattamente affrontate. Una delle due branche portaelettrodi veniva introdotta, attraverso l'orificio beante dell'arteria polmonare o quello della vena cava inferiore ovvero attraverso un'apertura fatta alla base dell'auricola destra, nella cavità del ventricolo corrispondente: era così possibile esplorare simultaneamente la superficie endocardica e quella epicardica della parete ventricolare, in punti corrispondenti e a varie altezze. Giunti alla profondità voluta si fissava il portaelettrodi al supporto, mediante una leggiera molla a spirale, e si procedeva all'avvicinamento dei cubetti mediante controllati giri di vite. Abbiamo adoperato un oscillografo a raggi catodici Du Mont a due pennelli (322 A) connesso con due preamplificatori Grass (P 4). La registrazione veniva compiuta con un fotochimografo Grass (C4D).

Dalle diverse sedi esplorate si registravano i tracciati di base soltanto quando era trascorso un tempo sufficiente per la completa scomparsa dei fenomeni elettrici di lesione, eventualmente presenti al momento del fissaggio degli elettrodi; si procedeva poi alla perfusione con Locke contenente nitrato di stricnina, in soluzione di concentrazioni variabili da 0,1 a 1‰. Ottenuta la scomparsa dell'attività elettrica, si sospendeva il trattamento con l'alcaloide e si ripristinava la perfusione con liquido di Locke, proseguendo le registrazioni fino alla normalizzazione del tracciato.

Dal cuore isolato di Coniglio perfuso con liquido di Locke, abbiamo derivato un'attività elettrica che si manifesta con oscillazioni di varia ampiezza e durata, riunite in complessi di un ritmo corrispondente a quello dell'attività cardiaca. 1° Nei tracciati domina un'oscillazione di potenziale, che per i suoi caratteri di ampiezza (45–50 mV) e pendenza (1–2 mV/msec) può attribuirsi all'eccitamento del miocardio comune dell'area esplorata [Durrer e van der Tweel [7]]. 2° Derivando contemporaneamente l'attività elettrica dalla superficie endocardica e da quella epicardica, in aree corrispondenti, non si osservano significative differenze temporali nell'inizio dell'attivazione locale. 3° Utilizzando le grandi amplificazioni, in vario anticipo sull'oscillazione dianzi descritta si registrano altre variazioni di potenziale molto meno ampie e variamente distanziate tra loro. Riteniamo oppor-

(7) D. Durrer a. L. H. van der Tweel, «Amer. Heart J.», XLVI, 683 (1953); XLVII, 192 (1954); «Ann. New York Acad. Sci.», LXV, 779 (1957).

tuno distinguerle nel seguente modo. Una prima oscillazione (*a*), di ampiezza assai scarsa (circa 40–60 μV), si osserva 80–120 msec avanti la comparsa dell'onda ampia dianzi descritta (fig. 1, A). Segue un gruppo più o

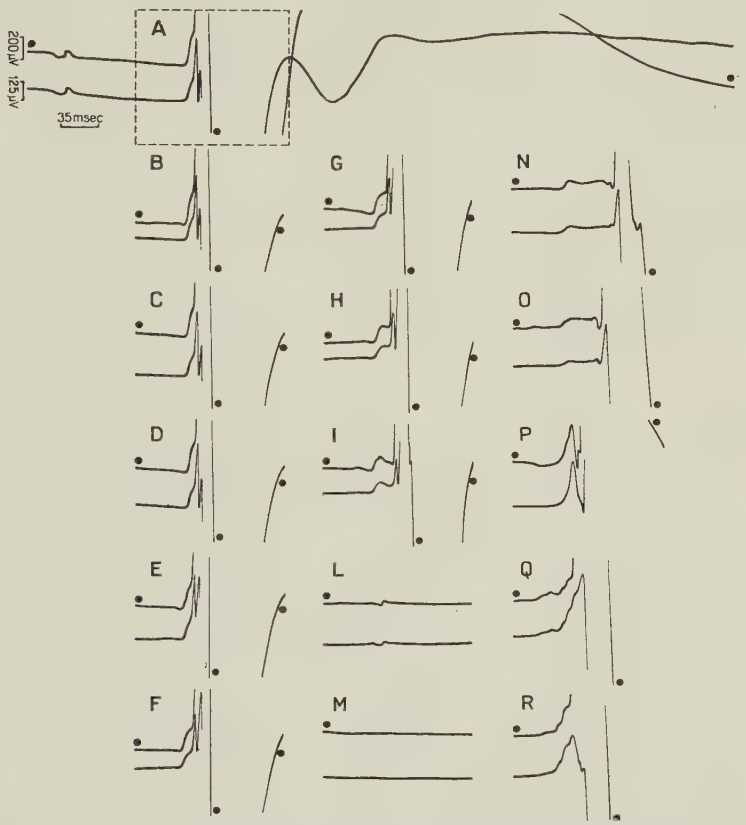


Fig. 1. – Modificazioni prodotte dalla stricnina sull'onda *c* e su quella principale miocardica: reversibilità delle modificazioni.

Cuore di Coniglio: derivazioni dall'endocardio (elettrogramma contrassegnato col cerchietto pieno) e dall'epicardio della parete posteriore del ventricolo destro, in prossimità della punta e in immediata vicinanza del setto. L'amplificazione dà evidenza alle onde *a* e *c* (cfr. il testo). In B R, di ciascun tracciato si riporta la parte dimostrativa rispetto all'onda *c* e all'inizio dell'onda principale miocardica, parte corrispondente in A al tratto di elettrogramma circoscritto nel rettangolo. A, avanti il trattamento; B, 5 sec dopo l'inizio del trattamento con nitrato di stricnina 0,4 $^{0}/_{00}$; C, 5 sec dopo B; D, 10 sec dopo B; E, 15 sec dopo B; F, 20 sec dopo B; G, 30 sec dopo B; H, 40 sec dopo B; I, 45 sec dopo B; L, 1 min e 10 sec dopo B; M, 1 min e 20 sec dopo B; N, 5 min dopo ristabilimento della perfusione con liquido di Locke; O, 3 min e 55 sec dopo N; P, 9 min e 15 sec dopo N; Q, 19 min e 15 sec dopo N; R, 20 min e 15 sec dopo N. Si noti in A l'onda *a* e il minor voltaggio dell'onda *c* nella derivazione dall'epicardio; in B–I, le variazioni graduali dei parametri dell'onda *c* e la progressiva separazione di tale onda dall'oscillazione di potenziale del miocardio comune dell'area esplorata; in L, la scomparsa dell'attività miocardica e la persistenza dell'onda *c*; in M, la scomparsa dell'onda *c*; in N–R, la normalizzazione del tracciato in conseguenza del ristabilimento della perfusione con Locke. In questa figura, come nella successiva, le calibrazioni indicate in A, valgono per gli elettrogrammi corrispondenti degli altri tracciati.

meno numeroso (2–4) di onde polifasiche (*b*), di ampiezza e durata variabile nei diversi preparati; esse compaiono circa 17–20 msec prima dell'inizio dell'attivazione miocardica locale. Si osserva infine un'oscillazione (*c*) di ampiezza variabile da 200 a 300 μV e della durata di 4–7 msec, con pendenza

del tratto iniziale di 80–90 μV/msec, relativamente costante nei diversi esperimenti (figg. 1, A; 2, A): non si osserva un tratto isoelettrico tra la fine di quest'onda e l'inizio di quella principale miocardica. Su entrambi gli elettrogrammi registrati sono rilevabili ugualmente bene le particolarità morfologiche descritte in precedenza; tuttavia per derivazioni dalla superficie epicardica si registra un'oscillazione *c* di ampiezza minore (100–150 μV) rispetto a quella ottenuta nei tracciati endocardici (fig. 1, A).

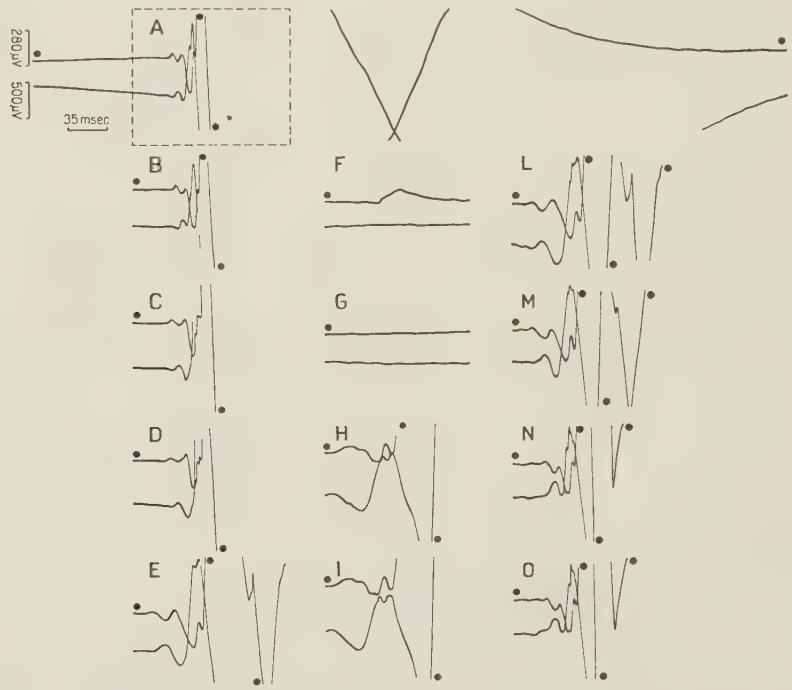


Fig. 2. – Modificazioni prodotte dalla stricnina sull'onda *c* e su quella principale miocardica: reversibilità delle modificazioni.

Cuore di Coniglio: derivazioni dall'endocardio (elettrogramma contrassegnato col cerchietto pieno) e dall'epicardio della punta del ventricolo destro anteriormente ed in prossimità del setto. L'amplificazione dà evidenza all'onda *c* (cfr. il testo). In B–O, di ciascun tracciato si riporta la parte dimostrativa rispetto all'onda *c* e all'inizio dell'onda principale miocardica, parte corrispondente in A al tratto di elettrogramma circoscritto nel rettangolo. A, avanti il trattamento; B, 5 sec dopo l'inizio del trattamento con nitrato di stricnina 0,2 ‰; C, 5 sec dopo B; D, 10 sec dopo B; E, 15 sec dopo B; F, 40 sec dopo B; G, 55 sec dopo B; H, 5 min dopo ristabilimento della perfusione con liquido di Locke; I, 1 min dopo H; L, 5 min dopo H; M, 15 min dopo H; N, 16 min dopo H; O, 17 min dopo H. Si noti in A l'onda *c*; in B E, le modificazioni graduali dell'onda *c*; in F e G, la scomparsa dell'attività elettrica del miocardio comune della sede di esplorazione; in F, la persistenza dell'onda *c* e la scomparsa di tale onda, in G; in H–O, la normalizzazione del tracciato per effetto del ristabilimento della perfusione con Locke.

Esporremo ora i fenomeni che si rendono palesi durante il trattamento prolungato (60–100 sec) con liquido di Locke contenente stricnina in soluzione di concentrazioni variabili da 0,1 a 1 ‰.

1° Nel territorio esplorato diminuisce dapprima la frequenza delle ampie variazioni di potenziale dovute all'attività miocardica: ogni singola onda succede a ben definite oscillazioni iniziali morfologicamente equivalenti alle onde *a*, *b* e *c*, rispetto alle condizioni normali essendo invariato

il senso di propagazione dell'eccitamento nel miocardio comune dell'area esplorata. L'onda che è espressione dell'attività del miocardio comune, col progredire del trattamento presenta le seguenti modificazioni: la pendenza viene diminuendo, i valori del voltaggio decrescono, pur aumentando la durata della variazione di potenziale. L'ampiezza dell'oscillazione *a* diminuisce gradualmente, mentre l'intervallo atrio–ventricolare aumenta da 80–120 a 130–140 msec. Le onde polifasiche *b* presentano modificazioni, le quali essenzialmente riproducono quelle provocate dalla stricnina nell'onda dovuta all'attivazione del miocardio comune. Quanto all'onda *c*, si osserva che aumenta gradualmente la durata compresa tra il suo inizio e quello dell'oscillazione principale miocardica (da 4–7 a 20–30 msec); l'ampiezza di detta onda iniziale diminuisce (da 200–300 a 80–100 μV), mentre la sua durata aumenta (da 4–7 a 15–25 msec); il valore di tale durata e quello del tempo compreso tra l'inizio dell'onda *c* e l'inizio dell'onda principale miocardica spiegano la presenza di un tratto isoelettrico tra i due fenomeni (figg. 1, B–I; 2, B–E).

2° Si assiste infine alla scomparsa delle oscillazioni di potenziale di grande ampiezza (figg. 1, L, M; 2, F, G). La qual cosa il più delle volte non avviene simultaneamente nella superficie endocardica e in quella epicardica; spesso infatti scompare dapprima l'attività elettrica derivabile dall'epicardio, mentre dalla superficie endocardica si registrano ancora oscillazioni di durata via via crescente, fino a che anche quest'ultime cessano. Nel tracciato endocardico, prima che si osservi il silenzio elettrico, sono talora presenti variazioni di potenziale di ampiezza pari a 60–70 μV e della durata di 20–25 msec (figg. 1, L; 2, F), variazioni che si susseguono con frequenza decrescente e scompaiono dopo 3–5 sec (figg. 1, M; 2, G).

3° Ristabilendo la perfusione con liquido di Locke, entro un tempo variabile (45–60 sec) si osserva la ricomparsa di un'attività elettrica, che si manifesta con oscillazioni di frequenza progressivamente crescente, fino a corrispondere a quella osservata prima della somministrazione dell'alcaloide. Va notato che durante tale fase le caratteristiche dell'attività miocardica riproducono quelle medesime osservate all'inizio dell'esperimento, progressivamente aumentando la pendenza e l'ampiezza delle oscillazioni, mentre diminuisce la loro durata (fig. 2, H–O). Ricompaiono le oscillazioni definite come iniziali; in particolare, l'onda *c* aumenta di ampiezza (da 60–80 a 200–300 μV), mentre la sua durata diminuisce (da 25–20 a 14–7 msec) e il ritardo dell'attività miocardica rispetto all'inizio dell'oscillazione medesima riacquista i valori misurati prima del trattamento con l'alcaloide (figg. 1, N–R; 2, H–O).

Come si è detto, secondo l'interpretazione di Durrer e van der Tweel [7], l'oscillazione più ampia dell'elettrogramma va attribuita all'attività elettrica del miocardio comune direttamente esplorato. Le modificazioni che la stricnina determina su tale onda sono state descritte per la prima volta da Rijlant [1] e confermate in seguito [Reuse–Blom [2]].

L'oscillazione *a* è dovuta alla variazione del campo elettrico generato dall'attività atriale [Rijlant [1]]: tale oscillazione precede infatti l'onda mio-

cardica di una durata pari a 80–120 msec, durata che corrisponde a quella del tempo di conduzione atrio–ventricolare misurato nel cuore di Coniglio [Reuse–Blom [2]]. Altrettanto noti sono gli effetti che l'alcaloide determina sull'attività atriale ed in particolare sul tempo di conduzione atrio–ventricolare [Reuse–Blom [2]].

Le oscillazioni *b* crediamo si possano interpretare come variazioni di potenziale trasmesse fisicamente da territori ventricolari vicini alla sede di derivazione ed eccitati in anticipo rispetto a quelli dell'area esplorata. Infatti, in modo corrispondente alla progressiva diminuzione di ampiezza dei potenziali miocardici indotta dall'alcaloide e conforme alla legge di decrescenza delle intensità energetiche con la distanza, tanto l'attività ventricolare in sede di derivazione quanto le oscillazioni trasmesse tendono a scomparire, la scomparsa manifestandosi dapprima nelle onde *b* dovute a diffusione fisica.

Riteniamo che l'oscillazione *c*, precedente immediatamente l'attività miocardica locale, possa essere considerata come manifestazione dell'attività delle fibre di Purkinje. Infatti dal confronto dei nostri tracciati con le registrazioni ottenute da Durrer e van der Tweel [7] nel ventricolo sinistro di Cane, mediante derivazioni multiple transmurali, risulta quanto segue: la durata dell'oscillazione di potenziale da noi indicata con *c* corrisponde con sufficiente approssimazione a quella dell'onda che gli Autori olandesi fanno dipendere dall'attività delle fibre di Purkinje; il valore del ritardo dell'inizio dell'attività miocardica rispetto all'inizio dell'oscillazione stessa è il medesimo nei due tracciati; il voltaggio della variazione di potenziale da noi registrata è per altro risultato minore, di un quarto all'incirca. Ma riguardo a quest'ultimo parametro occorre tener presente che nelle nostre condizioni sperimentali si registrano variazioni di potenziale trasmesse alla superficie cardiaca dal campo elettrico generato dalla sorgente di potenziale medesima, mentre negli esperimenti degli Autori olandesi la derivazione dei potenziali era fatta all'origine, nello spessore del miocardio ventricolare.

Sul fondamento di quanto abbiamo esposto, il ritardo dell'inizio dell'attività miocardica rispetto all'inizio dell'oscillazione *c* può assumersi come misura del tempo necessario per la trasmissione dell'attività elettrica dal tessuto nodale al miocardio comune ventricolare. Durante la perfusione con stricnina, mentre il tracciato viene semplificandosi per la scomparsa delle oscillazioni miocardiche trasmesse, l'onda *c* presenta una graduale variazione dei suoi parametri: il voltaggio diminuisce, la durata aumenta e la pendenza del tratto iniziale diviene progressivamente minore; aumenta inoltre il ritardo dell'inizio dell'attività miocardica locale rispetto a quello dell'onda *c*. Quando da ultimo scompare l'attività miocardica ventricolare corrispondente alla sede esplorata, come unica manifestazione elettrica talora persiste la successione ritmica delle onde *c*.

I vari fenomeni osservati si svolgono in modo da mostrare chiaramente come il progressivo aumento del tempo di trasmissione dell'eccitamento dal tessuto nodale al miocardio comune, come anche la scomparsa dell'attività elettrica che in quest'ultimo tessuto si nota per la protratta azione del-

l'alcaloide, dipendano dalla graduale diminuzione del livello e della velocità di depolarizzazione delle fibre di Purkinje.

Secondo la teoria della propagazione sinaptica nel cuore di Mammifero, definita nella sua forma originale da Rijlant [1], il trasferimento dell'attività dal tessuto di conduzione a quello miocardico va considerato come un processo che si effettua per mezzo di zone a tipo giunzionale; tali zone, pur mancando di uno specifico sostrato anatomico, sono state denominate dall'Autore sinapsi cardiache terminali. Numerosi agenti farmacologici permettono infatti di ritardare o sopprimere l'attivazione del miocardio degli atri [Reuse–Blom [3,8], Rijlant e Reuse–Blom [4]] o quella dei ventricoli [Rijlant [1,9], Reuse–Blom [2]], senza che risultino notevolmente modificate né la conduzione effettuata dal tessuto nodale né la reattività del miocardio comune alla stimolazione diretta. Nel caso particolare della stricnina, le modificazioni dell'attività cardiaca che si palesano per effetto di tale sostanza, tanto negli atri quanto nei ventricoli, sono state da Rijlant [1] attribuite a un'azione curarizzante dell'alcaloide sulle sinapsi terminali.

I risultati dei nostri esperimenti inducono a credere, in accordo con la teoria sinaptica, che l'arresto dell'attività miocardica provocato dalla stricnina dipenda essenzialmente dalle variazioni che presenta l'oscillazione di potenziale delle fibre di Purkinje a livello delle loro terminazioni.

Ci sembra interessante rilevare l'analogia tra questi effetti della stricnina e quelli che si originano in un nervo a causa di un blocco: la latenza di trasmissione dell'eccitamento oltre la regione di blocco, dipende dal voltaggio che il potenziale elettrotonico « estrinseco » [Hodgkin [10]] raggiunge nel tratto di nervo immediatamente a valle del blocco medesimo ed è tanto maggiore quanto maggiore è il decremento dell'ampiezza di tale potenziale entro il tratto bloccato [Lloyd [11]].

(8) S. Reuse–Blom, «C. r. Soc. Biol.», CL, 603 (1956).

(9) P. Rijlant, «Arch. internat. Physiol.», XXVII, 225, 304 (1926).

(10) A. L. Hodgkin, « J. Physiol.», XC, 183, 211 (1937).

(11) D. P. C. Lloyd, in J. F. Fulton, *A textbook of physiology*. Philadelphia a. London, Saunders Co. (1956), p. 25.

Fisiologia. — *Variazioni nella glicemia del coniglio in traumi diretti o indiretti sul sistema nervoso centrale.* Nota di GIOVANNA PINNA e TORQUATO GUALTIEROTTI (*), presentata dal Socio R. MARGARIA (**).

Immediati aumenti della glicemia in seguito ad anestesia eterea, ipotermia ed ablazione parziale del fegato sono stati riscontrati nell'animale da vari Autori. Tali modificazioni sono state interpretate come dovute ad un'alterazione nella glicogenolisi epatica nel caso di interventi sul fegato o su altri organi (Kepinov, 1958), ad un aumento della produzione di epinefrina nel caso dell'ipotermia (Geiger, 1927; Gellhorn, 1955; Fisher e coll., 1955; Mittailovic e Kralic, 1958; Malméjac e coll., 1958) e nel caso dell'anestesia da etere (Elliott, 1912; Bhatia e Burn, 1933; Watts, 1953; Brewster e coll., 1953; Woods, 1956). È da notare che l'ipotermia ha dato risultati contrastanti, e queste discordanze sembrano dovute alla temperatura raggiunta nei vari esperimenti e alla rapidità con la quale si produce l'ipotermia: l'iperglicemia è sempre presente quando la temperatura del corpo è superiore a 27–30° C; sotto tali valori di temperatura non si verifica costantemente (Fisher e coll., 1955; Malméjac e coll., 1958).

Poiché recenti ricerche (Gualtierotti e coll., 1958; Margaria e coll., 1958) sull'attività dei bassi neuroni spinali hanno messo in evidenza l'importanza del tasso glicemico sulla funzionalità dei centri nervosi, si è intrapreso il presente studio sulle variazioni della glicemia nei traumi chirurgici in genere in confronto a quelli interessanti il sistema nervoso centrale.

Gli esperimenti sono stati eseguiti su 38 conigli. La glicemia è stata eseguita su sangue venoso col metodo di Hagedorn Jensen. Gli animali sono stati divisi in 6 gruppi a seconda delle modalità sperimentali.

1° Gruppo (controllo). – Ad 8 conigli previamente a digiuno da 16 ore è stata determinata la glicemia nelle 6 ore successive, con prelievi alla 1ª, 2ª, 3ª, 4ª e 6ª ora.

2° Gruppo (controllo). – A 4 conigli è stata determinata la glicemia dopo 16 ore di digiuno: venne quindi somministrato un pasto di circa 200 g di erba e prelievi di sangue per la glicemia vennero eseguiti a 2, 4 e 6 ore di distanza dal pasto stesso.

3° Gruppo (controllo). – A 4 conigli a dieta libera è stata determinata la glicemia ogni ora dalle 10 alle 16.

4° Gruppo. – A 4 conigli a digiuno da 16 ore è stata legata asetticamente un'arteria femorale. Subito dopo la legatura e nelle 6 ore consecutive ogni ora vennero eseguiti prelievi di sangue per la glicemia; messi gli animali a dieta libera ulteriori prelievi sono stati eseguiti a 24, 28, 48 e 54 ore dall'intervento.

(*) Dall'Istituto di Fisiologia Umana dell'Università di Sassari.

(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

5° Gruppo. – Ad 8 conigli a digiuno da 16 ore sono state legate asetticamente le carotidi dei due lati. Gli esami glicemici sono stati eseguiti subito dopo la legatura e dopo 1, 2, 3, 4 e 6 ore. Dopo la 6ª ora gli animali vennero messi a dieta libera e ulteriori determinazioni di glicemia sono state eseguite dopo 24, 27, 29, 48, 53, 70 e 75 ore dall'intervento.

6° Gruppo. – A 10 conigli si è praticata la decerebrazione o legatura del midollo, con o senza legatura delle carotidi. Sono state eseguite anche su questi conigli determinazioni di glicemia subito dopo l'intervento e a distanza di 1, 2, 3, 4, 5 e 6 ore. In questo caso non sono stati eseguiti ulteriori controlli perché gli animali non apparivano più in buone condizioni generali.

I risultati sono stati i seguenti.

Controlli. – La glicemia negli animali a digiuno da 16 ore, dopo una leggera salita alla prima ora dovuta presumibilmente al fattore emotivo della contenzione, si mantiene approssimativamente costante. Il valore medio di gruppo è 102 mg ± 12.

Dopo un pasto di circa 200 g di erba durato da mezz'ora a un'ora e mezza, la glicemia sale a valori più elevati nelle prime due ore: il valore massimo riscontrato in questo periodo è di 135 mg. Tra la 3ª e la 4ª ora la glicemia ridiscende a un valore medio di 93 ± 6.

Negli animali a dieta libera (3° gruppo) la glicemia è pressoché costante in tutti gli animali: intorno a 100 mg.

Interventi lontani dal S.N.C. – Subito dopo la legatura di un'arteria femorale si ha un aumento della glicemia in tutti i casi, di circa 10 mg rispetto ai controlli. Esso però non è statisticamente significativo, come risulta dai valori delle deviazioni standard dei gruppi (fig. 1).

Interventi indiretti sul S.N.C. – Un aumento della glicemia è evidente dopo la legatura delle carotidi. I livelli massimi sono statisticamente significativi e si raggiungono tra la 1ª e la 2ª ora dopo la legatura. In tutti dalla fine della 2ª ora in poi la glicemia tende verso la norma che raggiunge alla fine della 3ª ora.

Interventi diretti sul S.N.C. – Subito dopo la decerebrazione la glicemia sale notevolmente (204 ± 5): ad 1 ora dall'intervento il valore raggiunge 256 ± 9; il massimo aumento si osserva alla 5ª ora (290 mg) mentre alla 6ª si ha una lieve flessione della curva glicemica (278 ± 8). In questo periodo di tempo non si rileva però alcuna significativa tendenza al ritorno alla norma.

In seguito alla legatura del midollo si osserva un aumento della glicemia dello stesso tipo: i valori glicemici si stabilizzano però tra la 2ª e la 6ª ora dall'intervento a livelli inferiori (circa 200 mg).

Dall'insieme di questi dati si può concludere che quando si provochi sia direttamente (decerebrazione o legatura del midollo) sia indirettamente (legatura delle carotidi) un trauma del S.N.C. si ottiene un significativo aumento della glicemia. Ma mentre nelle lesioni dirette tale aumento non accenna

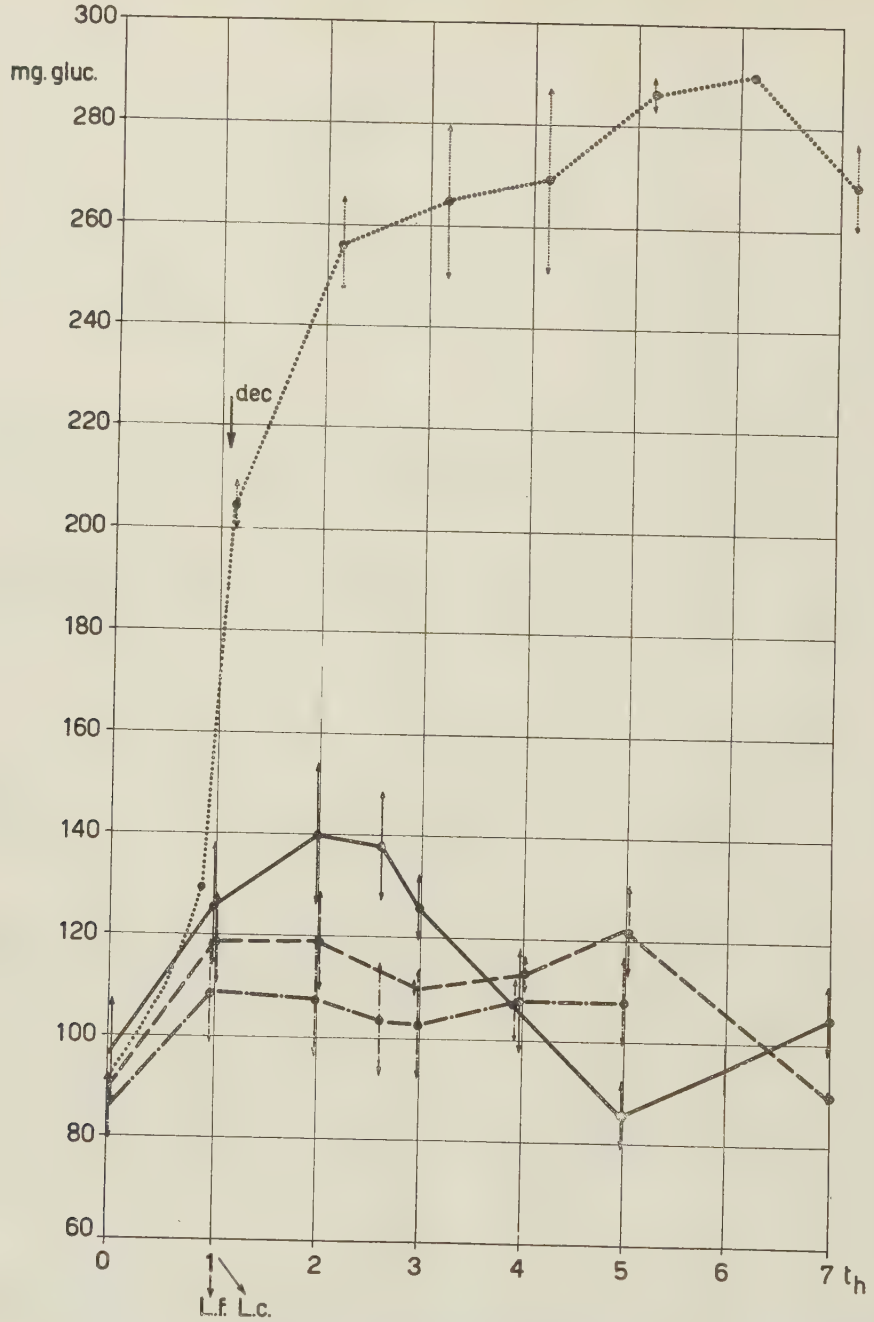


Fig. 1. – Diagramma corrispondente alle variazioni della glicemia in conigli in condizioni basali, dopo legatura della femorale, dopo legatura delle carotidi e dopo decerebrazione.

Sull'ascissa sono indicati i tempi in ore.
Sull'ordinata i milligrammi di glucosio per 100 cc di sangue.
Le linee verticali indicano le deviazioni standard.
L F = legatura delle femorali. L C = legatura delle carotidi. Dec = decerebrazione.
—·—·—·—·—·— = glicemia a digiuno
— — — — — — — = glicemia dopo legatura di una femorale.
———— —— = glicemia dopo legatura delle carotidi.
..... = glicemia dopo decerebrazione.

a diminuire almeno nel periodo di 6 ore studiato, la legatura delle carotidi produce una variazione transitoria della glicemia. Questa differenza è probabilmente dovuta al fatto che il circolo cerebrale inizialmente alterato dal blocco carotideo viene ripristinato attraverso le vertebrali.

Che sia proprio la lesione a carico del sistema nervoso centrale e non lo shock operatorio l'agente iperglicemizzante sembra dimostrato dall'aumento irrilevante della glicemia che un analogo trauma vasale, quale la legatura delle femorali, produce.

Anche l'assai maggiore entità dell'iperglicemia seguente a interventi diretti sul S.N.C. rispetto alla semplice legatura delle carotidi sembra indicare la predominanza del fattore nervoso nel meccanismo dell'iperglicemia. Comunque è necessario tener presente una così cospicua modificazione dello zucchero sanguigno quando si eseguono esperimenti richiedenti lesioni o traumi sul sistema nervoso: in particolare si possono produrre modificazioni importanti sull'attività nervosa che devono essere considerate quando si voglia studiarne le caratteristiche.

Sono in corso ulteriori esperimenti allo scopo di stabilire se l'aumento della glicemia sia permanente o per lo meno di lunga durata e se abbia come conseguenza una modificazione costante e significativa della funzionalità nervosa.

Bibliografia.

Bhatia B. B. e Burn J. H., « J. Physiol. », *78*, 257 (1933).
Brewster W. R., Isaacs J. P. e Waino-Andersen Th., « Am. J. Physiol. », *175*, 399 (1953).
Elliot T. R., « J. Physiol. », *44*, 374 (1912).
Fisher E. R., Fisher B. e Fedor E. J., « Proc. Soc. exptl. Biol. Med. », *89*, 140 (1955).
Geiger E., « Arch. exptl. Pathol. Pharmacol. », *121*, 67 (1927).
Gellhorn E., « Acta Neurovegetativa », *11*, 90 (1955).
Gualtierotti T., Spinelli D. e Fiorentini A., « Rendic. Acc. Naz. Lincei », *24*, 744 (1958).
Kepinov L., « J. Physiologie », *50*, 853 (1958).
Malméjac G., Neverre G., Bianchi M. e Malméjac Cl., « J. Physiologie », *50*, 387 (1958).
Margaria R., Gualtierotti T. e Spinelli D., « Exp. Med. Surg. », *16*, 166 (1958).
Mittailovic Ly. e Kralic Ly. « Arch. int. Physiol. Biochimie », *66*, 526 (1958).
Watts D. T., « Fed. Proc. », *12*, 78 (1953).
Woods E. F., « J. Pharmacol. », *116*, 351 (1956).

Fisiologia. — *Variazioni di eccitabilità delle fibre motorie di un nervo misto indotte dai corrispondenti motoneuroni spinali.* Nota di Torquato Gualtierotti (*), presentata dal Socio R. Margaria (**).

In precedenti ricerche (Spinelli, Gualtierotti e Morpurgo, 1958) si era rilevato che, stimolando lo sciatico nell'uomo e nell'animale con una coppia di stimoli ad intervallo crescente da 0 a 100 msec e registrando le relative risposte elettriche dirette e riflesse del gastrocnemio, si otteneva la comparsa e il successivo progressivo aumento di ampiezza della II risposta riflessa e una parallela modificazione nell'ampiezza della II risposta diretta. Le alterazioni della II risposta riflessa sono provocate dall'instaurarsi dell'inibizione antidromica a livello del corpo cellulare dei motoneuroni spinali, inibizione prodotta dal primo stimolo. Le modificazioni della II risposta diretta sono di difficile interpretazione: infatti, esse non possono essere dovute che a variazioni di eccitabilità delle fibre motorie del nervo sciatico e durano troppo a lungo per essere dovute ad un fenomeno puramente locale. Si è fatta perciò l'ipotesi che anche l'eccitabilità delle fibre motorie sia, nel nervo connesso al suo centro, dipendente dalle condizioni del corpo cellulare: ciò spiegherebbe anche il parallelismo tra l'andamento del fenomeno di inibizione antidromica della II risposta riflessa e la diminuzione di ampiezza della II risposta diretta. Una relazione tra l'eccitabilità del corpo cellulare e quella dell'assone non è stata finora dimostrata e costituirebbe un fatto nuovo e importante nel S.N.C.

Per controllare questa ipotesi sono state eseguite le presenti ricerche su un gruppo di 12 conigli non anestetizzati, decerebrati con un taglio a monte del tubercolo quadrigemino anteriore e resi spinali cranialmente alla intumescenza lombare mediante legatura. Lo sciatico veniva stimolato in uno o più punti con una coppia di stimoli bipolari submassimali, ad intervallo variabile tra 0 e 100 msec. Ci si è limitati a questo intervallo perché oltre i 100 msec si osservano oscillazioni di eccitabilità irregolari, con alterata facilitazione e inibizione: entro i 100 msec invece si ottengono risultati costanti e riproducibili.

Il primo stimolo era sempre applicato nel punto più craniale del nervo ed il secondo stimolo o nello stesso punto o più a valle. Gli elettrodi registratori erano infissi nel gastrocnemio. Poiché nello sciatico del coniglio le fibre motorie hanno una soglia di stimolo più bassa di quelle sensitive, potevano venire registrate soltanto le risposte dirette e non quelle riflesse.

Si sono confrontati i risultati ottenuti a nervo integro con quelli seguenti alla legatura, al raffreddamento o alla novocainizzazione del nervo tra la

(*) Dall'Istituto di Fisiologia Umana dell'Università di Sassari.

(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

coppia più craniale degli elettrodi stimolatori e il midollo. A nervo integro, la II risposta diretta compare ad un intervallo di circa 20 msec e aumenta progressivamente con l'aumentare dell'intervallo raggiungendo una ampiezza circa equivalente a quella rilevata in assenza del I stimolo quando i due stimoli distano 60–70 msec (fig. 1 *A*). Se la stimolazione è appena sopra-

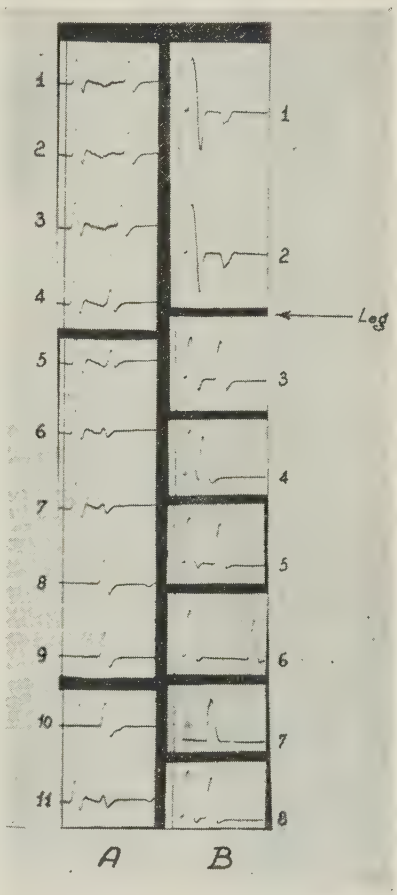


Fig. 1. – Coniglio decerebrato e spinalizzato al di sopra dell'intumescenza lombare. Risposte elettriche dirette registrate dal gastrocnemio in seguito alla stimolazione dello sciatico con un singolo stimolo o con una coppia di stimoli ad intervalli variabili.

A) *1–11* e *B*) *1–2* : sciatico intatto.

In *A* progressiva diminuzione della seconda risposta diretta col progressivo diminuire dell'intervallo tra gli stimoli da *2* a *7*; tra *4* e 5 mancano cinque stimoli. In *8*, *9* e *10* non si applica il primo stimolo; la risposta muscolare presenta un'ampiezza anche superiore che in *1*. In *11* il primo stimolo viene nuovamente applicato; la seconda risposta muscolare presenta un'ampiezza ridotta come in *7*.

In *B* tra *2* e *3* legatura del nervo a circa 3 cm. dall'elettrodo più craniale. Da *3* a *8* non si rileva alcuna modificazione della seconda risposta diretta in rapporto alla prima a qualsiasi intervallo.

I due stimoli hanno circa la stessa intensità, media tra soglia e massimale. Intervallo tra ciascuna coppia di stimoli 3 secondi.

Asse dei tempi 150 millisecondi.

liminale l'intera variazione dell'ampiezza della seconda risposta diretta avviene in 3–4 msec, quasi sempre tra 30 e 25 msec (fig. 2). In queste condizioni sperimentali vi è un intervallo critico tra gli stimoli in cui la variabilità della seconda risposta è massima, mentre per intervalli maggiori o minori la deviazione standard è ridotta ad un valore assai piccolo.

Se si usano stimoli più intensi la curva della fig. 2, pur conservando lo stesso carattere, risulta più appiattita.

La modificazione di ampiezza della seconda risposta diretta è evidentemente dovuta all'azione condizionante del primo stimolo: infatti quando per controllo si omette il primo stimolo, lo stimolo restante dà luogo ad una risposta di ampiezza diversa e caratteristica (fig. 1 *A* e fig. 3).

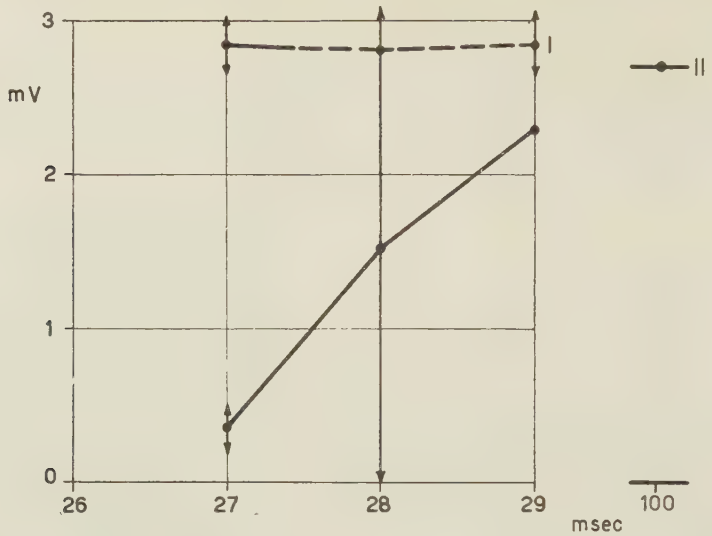


Fig. 2. – Coniglio spinale, previamente decerebrato. Stimolazione e registrazione come nella fig. 1.

I: prima risposta diretta. *II*: seconda risposta diretta.
Intensità di stimolazione di poco superiore alla soglia.
Sull'ascissa: intervallo tra gli stimoli in millisecondi. Sull'ordinata: ampiezza delle risposte elettriche muscolari in mV. Deviazione standard iscritta nel tracciato (frecce verticali).

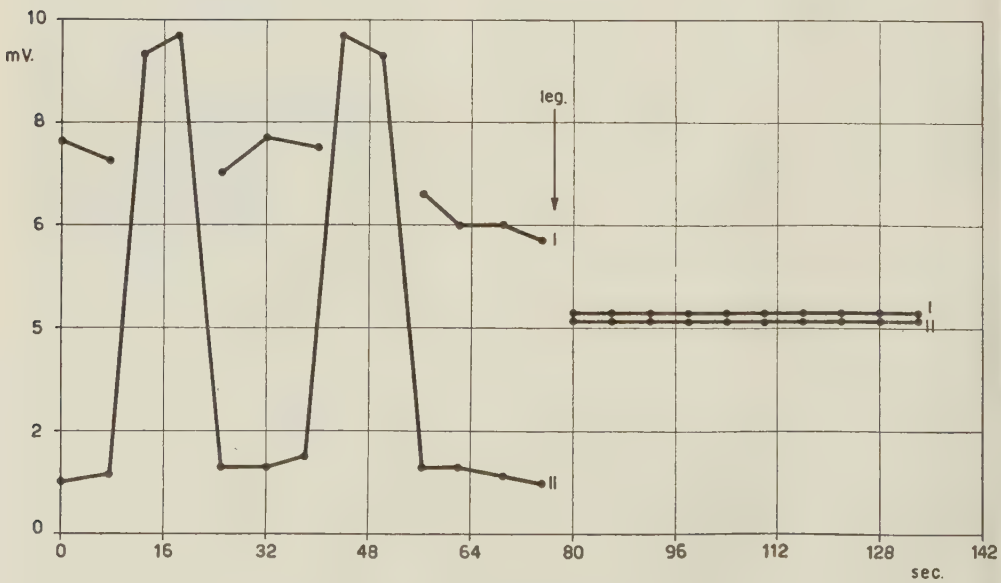


Fig. 3. – Stesso esperimento della fig. 2.

Intensità di stimolazione più elevata (metà tra soglia e massimale). Nel diagramma è rappresentata la diminuzione della seconda risposta diretta in conseguenza di un primo stimolo condizionante. Alla freccia: legatura dello sciatico a monte degli elettrodi stimolatori più craniali. Sia la prima che la seconda risposta diretta diminuiscono di ampiezza e diventano costanti. Sull'ascissa: durata della stimolazione in secondi. Sull'ordinata: ampiezza delle risposte elettriche muscolari in mV. Dopo la legatura la deviazione standard è risultata non calcolabile, essendo inferiore all'errore di misura.

L'azione condizionante del primo stimolo si esercita non sulla fibra, ma sul corpo cellulare della fibra stimolata; dopo la legatura, il raffreddamento o la novocainizzazione del nervo a monte degli elettrodi stimolatori più craniali non si osserva più alcuna riduzione della II risposta diretta, la cui ampiezza (fig. 1 *B*, da *3* a *8*) diventa costante (figg. 3 e 4).

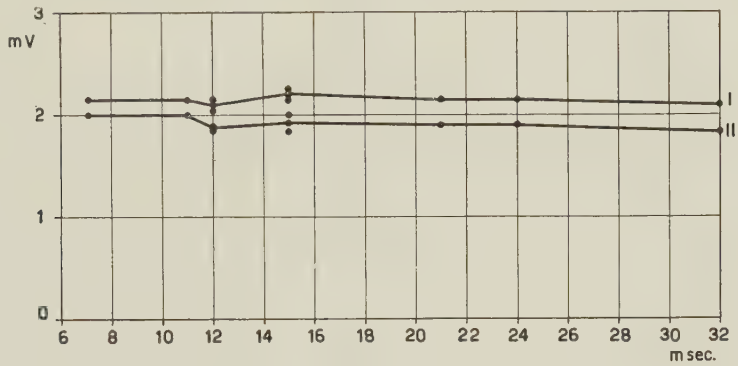


Fig. 4. – Coniglio decerebrato e spinalizzato come nelle figure precedenti. Risposte elettriche del gastrocnemio dopo stimolazione dello sciatico con doppio stimolo ad intervallo variabile, dopo legatura dello sciatico stesso a monte degli elettrodi più craniali. Intensità di stimolazione: metà tra soglia e massimale.

Sull'ascissa: intervallo tra gli stimoli in millisecondi. Sull'ordinata: ampiezza delle risposte muscolari in mV. Deviazione standard iscritta nel tracciato. La variabilità riscontrata in ambedue le risposte muscolari tra l'11° e il 16° millisecondo di intervallo è stata vista nel 30–40 % degli esperimenti e non dipende da errori tecnici.

Sembra che la fibra nervosa riceva continuamente dal corpo cellulare un influsso che ne condiziona la eccitabilità, poiché dopo la interruzione dal corpo cellulare l'ampiezza delle risposte muscolari sia al primo che al secondo stimolo va stabilizzandosi ad un valore costante.

L'insieme di questi risultati sembra portare alle seguenti conclusioni:

1° L'eccitabilità delle fibre motorie viene modificata dai corpi cellulari e tale modificazione ha una durata di diecine di millisecondi. Infatti mentre un previo stimolo condizionante provoca un'alterazione nella risposta muscolare alla stimolazione diretta delle fibre motorie interessate, tale modificazione non è più presente quando sia interrotto il collegamento tra il nervo e il centro motore spinale.

2° In condizioni normali la soglia di eccitabilità delle fibre motorie risulta alterata dall'influenza del centro spinale anche indipendentemente dalla stimolazione riflessa di detto centro. Infatti l'interruzione delle vie di collegamento, ferma restando l'intensità della stimolazione, provoca un'immediata modificazione dell'ampiezza della risposta diretta muscolare.

3° La risposta alla stimolazione diretta di un nervo integro è molto variabile: ciò sembra dipendere da oscillazioni di eccitabilità indotte dal centro spinale. Infatti l'interruzione del collegamento con questo centro riduce la variabilità della risposta ad un valore inferiore all'1 %.

4° L'andamento della riduzione di ampiezza della seconda risposta rispetto alla prima risulta assai simile agli equivalenti valori che esprimono l'inibizione antidromica di Renshaw dei motoneuroni spinali, studiata nell'uomo e nell'animale (Spinelli, Gualtierotti e Morpurgo, 1958). Ciò fa supporre che si tratti dello stesso fenomeno e che il primo stimolo agisca in quanto azioni il circuito riverberante di Renshaw, la cui influenza sul motoneurone dura un tempo relativamente lungo, fino a 100 msec.

5° Quando si stimolano poche fibre il ripristino del normale stato di eccitabilità dopo lo stato di completa inibizione avviene molto rapidamente, in soli 2–3 msec. Quando invece si stimolano molte fibre il ritorno è assai più lento. Ciò può essere interpretato con l'ipotesi che ogni singola fibra motoria riacquisti la normale eccitabilità in un periodo molto breve, ma che la durata di inibizione per le varie fibre sia sensibilmente diversa. Anche questo dato corrisponde ad analogo comportamento già osservato con altra tecnica precedentemente descritta (Gualtierotti, Spinelli e Fiorentini, 1958).

In conclusione i risultati ottenuti durante i presenti esperimenti sembrano costituire una conferma dell'ipotesi già avanzata che l'eccitabilità delle fibre motorie possa essere modificata dai motoneuroni spinali da cui dette fibre partono.

Bibliografia.

Gualtierotti T., Spinelli D. e Fiorentini A., « Rendic. Acc. Naz. Lincei », *24*, 744 (1958).
Spinelli D., Gualtierotti T. e Morpurgo C., Atti XI Congr. Soc. It. Anestesiologia, Venezia (1958).

Radiobiologia. — *Differente sensibilità ai raggi X in rapporto agli stadi di sviluppo di embrioni di* Locusta migratoria migratoriodes (*R. e F.*) (*). Nota di GIUSEPPE COLOMBO, presentata (**) dal Corrisp. U. D'ANCONA.

In generale negli animali la resistenza alle radiazioni aumenta col procedere dello sviluppo: per esempio in *Drosophila melanogaster* le uova sono uccise facilmente da piccole dosi di raggi X, le larve sono più resistenti, le pupe ancor più e gli adulti soccombono soltanto a dosi molto elevate (Mavor 1927) [1]. Anche le stesse uova di *D. melanogaster* presentano differenze di sensibilità ai raggi X in relazione allo stadio di sviluppo al momento dell'irradiazione (Henshaw e Henshaw 1933) [2].

In esperimenti di irradiazione di embrioni gli effetti sono di solito rilevati come effetti ritardati: viene misurata la mortalità o la mancata schiusa dovute alle alterazioni indotte sui processi embriogenetici. Misure di questo tipo presentano una grave limitazione metodologica poiché le modificazioni indotte direttamente non sono facilmente identificabili e discriminabili da quelle indirette. I meccanismi dello sviluppo embrionale in gioco al momento dell'irradiazione sono molteplici e variabili nel tempo; gli effetti delle radiazioni su questi meccanismi provocano spesso delle modificazioni dello sviluppo embrionale, talora imprevedibili, prima di provocare la morte o l'arresto dello sviluppo.

Ha ovviato in parte a ciò Evans (1936) [3] il quale, in esperimenti con raggi X su embrioni di cavalletta (*Melanoplus differentialis*), ha valutato la differente sensibilità ai raggi X di vari stadi dello sviluppo embrionale in base al tempo di latenza definito come il tempo dall'irradiazione al giorno in cui cessava lo sviluppo, determinato questo od esaminando gli embrioni o dal consumo di ossigeno. Evans ha trovato che gli embrioni prima della diapausa, che avviene in uno stadio molto precoce dello sviluppo, sono molto più sensibili ai raggi X di quelli irradiati in stadi dopo la diapausa; inoltre durante la diapausa la resistenza è molto maggiore che negli embrioni in attività di sviluppo. Tutte queste variazioni della suscettibilità sarebbero in relazione in generale con l'attività stessa di sviluppo. In esperimenti successivi (1936, 1937) Evans [3] ha esaminato al momento della diapausa gli effetti dei raggi X, su uova irradiate a differenti età durante la segmentazione e le prime fasi della formazione dell'embrione, ed ha trovato che mentre nei primi giorni la resistenza aumenta progressivamente, gli embrioni diven-

(*) Dall'Istituto di Zoologia e di Anatomia Comparata dell'Università di Padova, diretto dal prof. U. D'Ancona.

Queste ricerche sono state eseguite al « Chester Beatty Research Institute » ed al « Anti-Locust Research Centre » di Londra, grazie ad una borsa di studio del Consiglio Nazionale delle Ricerche.

(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

tano molto sensibili quando inizia la differenziazione della banderella germinale. Queste variazioni della sensibilità alle radiazioni non sono semplicemente in rapporto col ritmo di moltiplicazione cellulare e colla differenziazione, come vorrebbe la legge di Bergonie e Tribondeau (1906) [4].

Molti altri esperimenti coi raggi X sono stati fatti su embrioni di cavallette (*M. differentialis* e *Corthophaga viridifasciata*); gli effetti delle radiazioni sono stati studiati come variazioni del metabolismo (Boell, Ray e Bodine 1937) [5], (Tahmisian 1949) [6], (Tahmisian e Adamson 1950) [7], (Passoneau 1954) [8], (Tipton e St. Amand 1954) [9]; in questi casi gli embrioni sono stati usati semplicemente come un sistema metabolico, sfruttando anche in *M. differentialis* il fatto di avere una diapausa, con sospensione di molte attività metaboliche, che può essere facilmente interrotta.

Nel quadro di ricerche in corso sugli effetti dei raggi X sugli oociti di *Locusta migratoria migratorioides* R. e F. si è ritenuto opportuno studiare anche gli effetti dei raggi X sugli embrioni a vari stadi di sviluppo. Gli effetti delle radiazioni sono stati rilevati come blocco dello sviluppo dopo la blastocinesi e prima del completamento dell'organogenesi e come blocco dello sviluppo completo. Le variazioni della sensibilità dei vari stadi al momento dell'irradiazione sono state valutate misurando le dosi efficaci al 50 % (ED 50).

Materiale e metodo.

Sono state adoperate uova di *Locusta migratoria migratorioides* R. e F. dell'allevamento di massa dell'« Anti–Locust Research Centre » di Londra; le uova normalmente sono raccolte ogni 24 ore, poste in incubazione a 32°C e la schiusa avviene dopo 10–11 giorni.

Sono state irradiate con dosi diverse: uova appena raccolte, che sono state considerate di 1 giorno di età, uova che erano state 1, 3, 4 e 5 giorni in termostato e considerate rispettivamente di 2, 4, 5, e 6 giorni di età. La blastocinesi, nelle uova incubate a 32° C, avviene al 5° e 6° giorno di età; gli stadi usati sono perciò tutti preblastocinetici.

Per ogni età erano prelevati 5 o 6 cannelli di uova; queste erano liberate ad una ad una, lavate in acqua tepida e mescolate tutte assieme. A caso erano formati per ogni serie di età tanti gruppi di circa 30 uova quante dosi si volevano sperimentare. Per l'irradiazione le uova di ciascun gruppo erano messe su un dischetto di carta bibula bagnata e poste direttamente sotto il tubo di raggi X. È stato usato l'apparecchio KX 10 della « Generale Eletric » a 140 KV a 5 mA, senza alcun filtro, posto ad una distanza tale da avere una dose/minuto sufficentemente ampia da non dover mai superare un massimo di 5 minuti di esposizione per ottenere le dosi massime sperimentate. Le diverse dosi per ogni gruppo erano ottenute variando la durata di esposizione.

Dopo l'irradiazione le uova di ciascun gruppo erano poste in un tubetto tra cotone bagnato, tutto previamente sterilizzato, e rimesse ad incubare

in termostato fino alla schiusa. Un gruppo per ogni serie di età non era irradiato e serviva come controllo.

Dal momento in cui le uova erano tolte dal cannello fino a quando erano rimesse in termostato passavano almeno 24 ore, per qualche serie anche 36 ore. Durante questo tempo le uova erano tenute a temperatura ambiente (15°–18° C). Il periodo di incubazione è risultato ovviamente un po' più lungo di quello solito di 10–11 giorni.

Quando circa la metà delle uova del gruppo di controllo erano schiuse tutti i gruppi della stessa serie erano fissati col liquido di Dubosq–Brasil. Si è dovuto procedere in questo modo perché le neanidi neonate divorano quelle che stanno schiudendo. Non si sono perciò raccolti i dati relativi alla schiusa, ma sono stati esaminati al microscopio da dissezione tutti gli embrioni e valutato il grado di sviluppo raggiunto.

Le uova non segmentate o che non presentavano embrione differenziato al polo micropilare, trovate anche nei gruppi di controllo pressoché nella stessa percentuale in ogni serie, non sono state considerate e sottratte dal totale delle uova. Tutti gli embrioni al momento dell'irradiazione avevano almeno il disco germinale differenziato.

Uova senza embrione riconoscibile sono state particolarmente numerose nella serie di 1 giorno di età. Questo arresto di sviluppo si deve imputare alla preparazione delle uova tolte dal cannello e maneggiate in un periodo in cui si inizia e procede bruscamente l'assorbimento d'acqua e si ha la formazione della sierosa. Nelle età successive il numero delle uova bloccate in stadi così precoci dello sviluppo è trascurabile.

Si sono considerati quindi: *a*) gli embrioni che non avevano superato la blastocinesi; *b*) quelli che avevano iniziato il rivolgimento ma che non avevano ancora inglobato il tuorlo; *c*) quelli che avevano inglobato il vitello ma non avevano completato l'organogenesi; *d*) quelli che morfologicamente si potevano considerare a sviluppo completo.

In base a questi criteri si son calcolate le percentuali degli embrioni della categoria (*d*) e delle categorie ($c + d$) sul totale di uova irradiate per ciascuna dose. Le percentuali sono state corrette dividendole per le percentuali degli embrioni delle categorie (*d*) e ($c + d$) dei rispettivi controlli. Dalle percentuali, trasformate in « probits », sono state calcolate le rette di regressione sulle dosi sperimentate, espresse in logaritmi (Finney 1952) [10], metodo usato da Bliss e Packard (1941) [11] per calcolare le curve dose–effetto in esperimenti con raggi X su uova di *Drosophila melanogaster*. Dalle rette di regressione sono state quindi trovate le dosi efficaci al 50 %, ED 50, sia considerando lo sviluppo completo sia lo sviluppo fino all'inglobamento del vitello.

Non essendovi dati sperimentali precedenti su cui orientarsi per la scelta delle dosi si son dovuti fare tutti gli esperimenti almeno due volte; il primo per trovare l'ambito delle dosi efficaci per i vari stadi, il secondo per avere un numero di dosi sufficente per costruire la retta di regressione. Ciononostante misurando gli effetti come inibizione dello sviluppo completo

l'ambito tra le dosi ad effetto nullo e quelle ad effetto al cento per cento è risultato in molti casi molto ristretto ed i punti utili per il calcolo della retta di regressione piuttosto scarsi. In questi casi in alcune serie di esperimenti il « test » di linearità non è risultato significativo. Non si è ritenuto però opportuno procedere alla iterazione ritenendo i dati sufficenti per avere una indicazione delle dosi efficaci.

Risultati.

1. *Esperimenti su embrioni di 1 giorno di età.*

Gli embrioni di questa età al momento dell'irradiazione non avevano ancora raggiunto lo stadio I, secondo le tavole di sviluppo di Shulov e Pener (1958) [12].

Si è già detto che in questa serie lo sviluppo fuori del cannello è stato piuttosto scarso anche nel gruppo di controllo; i dati sperimentali per ogni dose si riferiscono ad un numero ridotto di uova, da 6 a 9. Con dosi di 225 *r* e superiori nessun embrione ha raggiunto lo sviluppo completo, con 112 *r* 4 su 10 si sono sviluppati completamente.

Considerando lo sviluppo fino all'inglobamento del tuorlo la ED 50 è risultata di 136 *r*. La curva dose effetto di questo esperimento come dei successivi è riportata nella fig. 2.

Dopo irradiazione con 450 *r* 5 embrioni su 8 hanno compiuto la blastocinesi, con 900 *r* nessuno.

2. *Esperimenti su embrioni di 2 giorni di età.*

Al momento dell'irradiazione gli embrioni si trovavano circa allo stadio VI delle tavole suddette.

Nei gruppi di controllo più del 95 per cento degli embrioni hanno raggiunto lo sviluppo completo.

In un esperimento preliminare si è trovato che dopo irradiazione con 450 *r* nessun embrione (su 29) aveva raggiunto lo sviluppo completo; con 675 *r* lo sviluppo embrionale era bloccato prima dell'inglobamento del vitello; con 900 *r* si sono ottenuti embrioni mostruosi bloccati prima della blastocinesi.

In un successivo esperimento con uova della stessa età irradiate con una gamma più fitta di dosi, entro l'ambito di quelle efficaci, l'ED 50, per lo sviluppo completo è risultata di 209 *r*, per lo sviluppo fino all'inglobamento del tuorlo l'ED 50 fu 327 *r* (vedi figg. 1 e 2).

Dopo irradiazione con 3500 *r* (1150 *r*/min) 8 embrioni su 21 avevano raggiunto uno stadio di sviluppo che si poteva considerare postblastocinetico, con 6900 *r* nessun embrione (su 26) ha presentato cenni di blastocinesi.

Dopo irradiazione con dosi superiori a 700 *r* tutti gli embrioni presentavano più o meno vistose alterazioni di sviluppo. L'esame istologico di queste è in corso.

3. *Esperimenti su embrioni di 4 giorni di età.*

Al momento dell'irradiazione gli embrioni avevano raggiunto gli stadi XIII–XIV.

Nei gruppi di controllo più del 95 % degli embrioni aveva completato lo sviluppo.

Nell'esperimento preliminare si è trovato che dopo irradiazione con 675 *r* 1 embrione su 23 aveva raggiunto lo sviluppo completo; con 2250 *r* circa la metà degli embrioni aveva oltrepassato la blastocinesi ed inglobato il vitello.

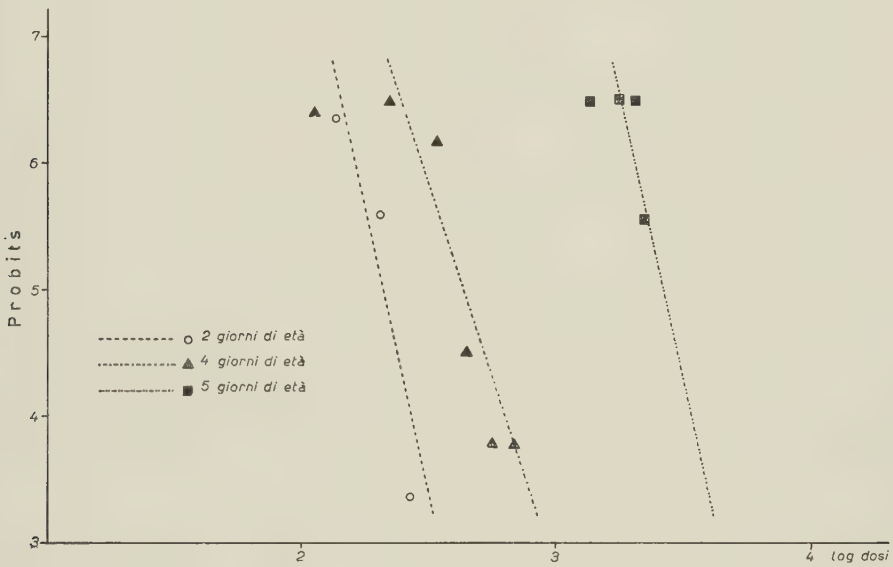


Fig. 1.

In un esperimento successivo con una gamma più fitta di dosi l'ED 50 per lo sviluppo completo è risultata 438 *r*, per lo sviluppo fino all'inglobamento del tuorlo l'ED 50 è risultata 2730 *r*. (vedi figg. 1 e 2).

4. *Esperimenti su embrioni di 5 e 6 giorni di età.*

Al momento dell'irradiazione gli embrioni di 5 giorni di età si trovavano alla blastocinesi, agli stadi XV–XVI.

La dose massima provata è stata di 2250 *r*, anche con questa dose tutti gli embrioni (20) hanno oltrepassato lo stadio di sviluppo dell'inglobamento del tuorlo. Considerando però lo sviluppo completo e gli embrioni morfologicamente di aspetto normale la ED 50 calcolata è 2700 *r* (vedi fig. 1).

Sugli embrioni di 6 giorni di età che al momento dell'irradiazione si trovavano agli stadi XVIII–XIX si è sperimentato fino alla dose massima di 6900 *r* e fino a questa dose si può dire che lo sviluppo non è stato affatto bloccato; tuttavia a cominciare da 3450 *r* gli embrioni presentavano gli arti malformati e si può pensare che non sarebbero schiusi.

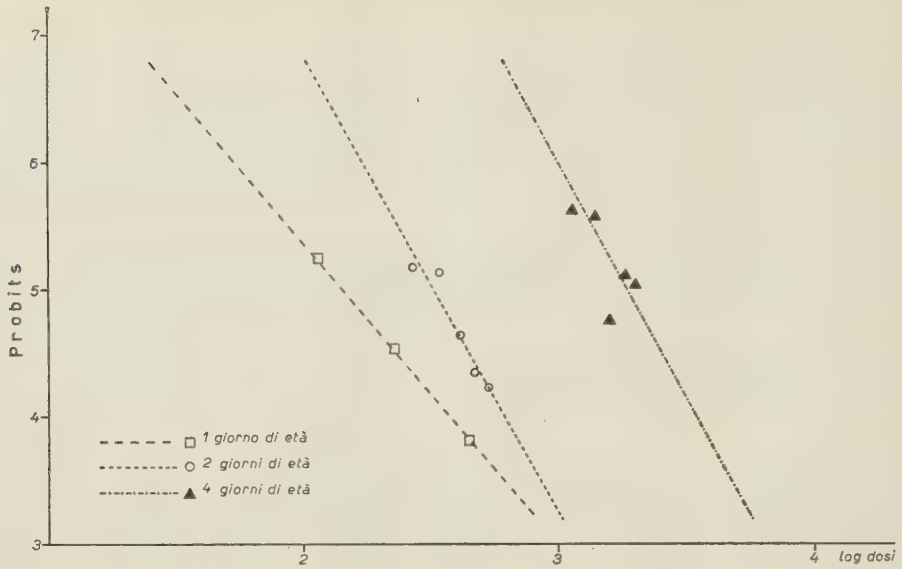


Fig. 2.

I risultati complessivi sono raccolti nelle figg. 1 e 2 in cui sono riportate le curve dose–effetto di alcuni esperimenti. Sulle ascisse sono riportate le dosi espresse in logaritmi, sulle ordinate le percentuali in « probits ». Nella fig. 1 è considerato lo sviluppo completo; nella fig. 2 lo stadio dell'inglobamento del vitello (vedi Materiale e metodo).

TABELLA I.

Età delle uova al momento della irradiazione	ED 50 (espresse in Roentgens)	
	per lo sviluppo fino all'inglobamento del vitello	per lo sviluppo completo
1 giorno	136	—
2 giorni	327	209
4 giorni	2730	438
5 giorni	—	2700
6 giorni	—	6900

Le variazioni delle ED 50 in rapporto all'età sono riunite nella Tabella I e riportate graficamente nella fig. 3, nella quale sulle ascisse sono indicate le età in giorni, sulle ordinate le ED 50 espresse in logaritmi. Le due curve corrispondono ai due criteri adoperati per la valutazione degli effetti.

DISCUSSIONE.

Non mi risulta che vi sieno dati sperimentali coi quali confrontare direttamente i risultati di queste ricerche. Il metodo usato da Evans (1935) [3] per misurare le differenze di sensibilità non dà che indicazioni approssimate dell'ordine di grandezza delle dosi efficaci, criterio questo più ampliamente

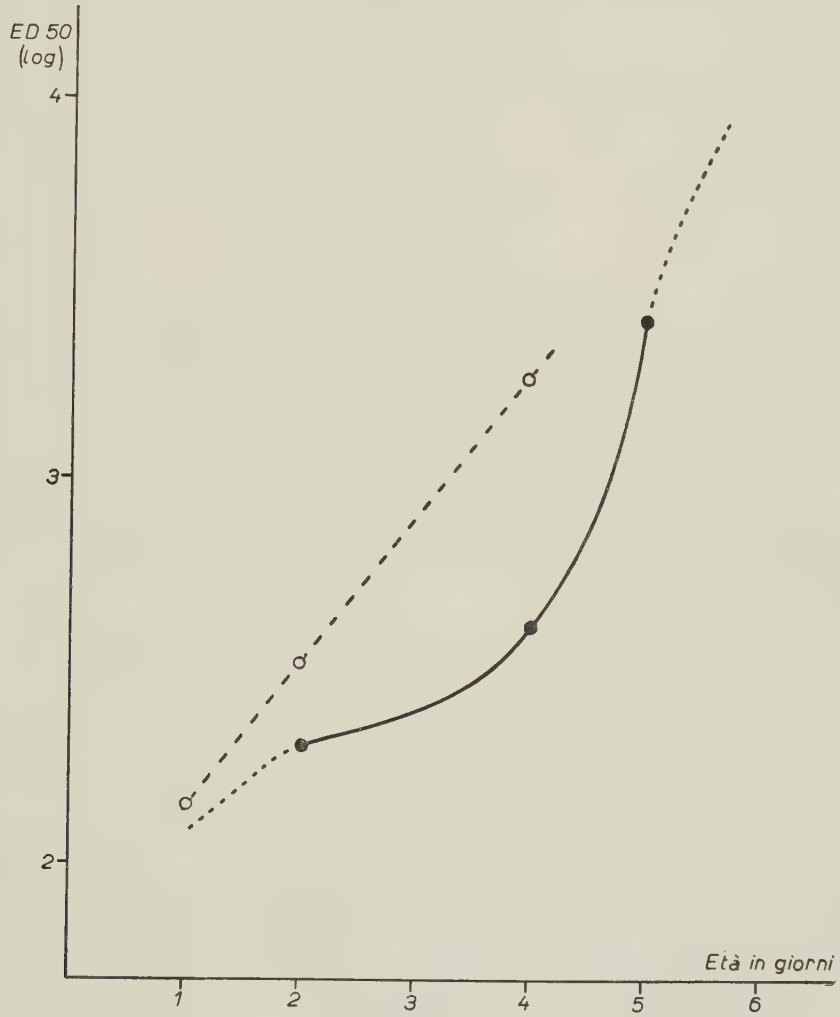


Fig. 3.

usato ed anche più utile se si vogliono comparare dati sperimentali ottenuti su organismi diversi.

In generale però si può dire che le variazioni delle sensibilità ai raggi X dei diversi stadi embrionali trovate in questi esperimenti su *L. migratoria* corrispondono a quelle osservazioni in *M. differentialis* (Evans 1935); in stadi molto precoci di sviluppo di quest'ultima specie, corrispondenti a quelli

degli embrioni di *L. migratoria* di 1 giorno di età, le dosi trovate efficaci (Evans 1936) [3] sono dello stesso ordine di quelle qui osservate.

Le variazioni di sensibilità ai raggi X delle uova di *Drosophila melanogaster* messe in evidenza da Henshaw e Henshaw 1933 [2] riguardano embrioni entro le prime tre ore dalla deposizione, cioè fino alla gastrulazione. Gli esperimenti di Henshaw [2] non sono neppur comparabili con quelli di Evans, secondo questo autore, per le differenze dello sviluppo embrionale degli insetti studiati.

Le variazioni molto vistose della sensibilità ai raggi X dei diversi stadi, osservate nelle presenti ricerche, corrispondono a quanto è stato trovato in generale irradiando embrioni, anche di Mammiferi (cfr. Russel 1954) [13].

Le due curve della fig. 3 mostrano che irradiando a stadi relativamente precoci dello sviluppo, fino a 4 giorni di età, le alterazioni prodotte con dosi relativamente basse sono tali da impedire l'organogenesi e lo sviluppo completo. Se si prendono in esame però le alterazioni che si manifestano prima dell'organogenesi, cioè si contano gli embrioni bloccati subito dopo la blastocinesi, l'aumento della tolleranza ai raggi X col procedere dello sviluppo è molto più rapido. Queste differenze possono essere riferite sia agli stadi embrionali su cui si è sperimentato, sia ai processi embriogenetici su cui le radiazioni hanno interferito. Questi risultati saranno analizzati in maggior dettaglio quando si sarà terminato lo studio istologico.

Gli Insetti posseggono la caratteristica, nota da tempo (vedi Packard 1931) [14] di essere complessivamente molto resistenti alle radiazioni, mentre la sensibilità delle singole cellule è praticamente eguale a quella delle cellule degli altri animali.

Negli Insetti olometaboli, come la *D. melanogaster* la resistenza aumenta enormemente alla pupazione (Mavor 1927)) [1]. In Insetti etrometaboli, come gli Ortotteri, pure molto resistenti ai raggi X, come ho potuto osservare in esperimenti non pubblicati, la resistenza degli adulti è maggiore di quella delle neanidi e delle ninfe poichè queste, se irradiate, presentano una mortalità elevata alla muta. Le dosi letali di singole cellule, come gli oociti in accrescimento sono dello stesso ordine di grandezza delle dosi efficaci su embrioni negli stadi più giovani dello sviluppo. La resistenza elevata dell'insetto si instaura però già durante lo sviluppo embrionale, dopo la blastocinesi durante l'organogenesi. Quali siano i fattori che determinano questa resistenza è difficile da stabilire anche in via ipotetica, probabilmente non si tratta di meccanismi puramente citologici.

Conclusioni.

Negli esperimenti qui descritti sono state calcolate le dosi di raggi X che bloccano od inibiscono lo sviluppo di embrioni di *Locusta migratoria migratorioides* (R. e F.) irradiati a stadi di sviluppo diversi.

La sensibilità degli embrioni alle radiazioni diminuisce rapidamente col procedere dello sviluppo embrionale. Ciò risulta chiaramente sia che si

consideri l'inibizione dello sviluppo completo sia che si consideri il blocco di sviluppo a stadi più precoci.

L'alta resistenza alle radiazioni caratteristica degli Insetti si instaura durante lo sviluppo embrionale, dopo la blastocinesi quando è iniziata l'organogenesi.

(Desidero ringraziare sentitamente il prof. A. Haddow, direttore del «Chester Beatty Research Institute» ed il dott. B. P. Uvarov, direttore dell'«Anti-Locust Research Centre» i quali con estrema cortesia mi hanno dato la possibilità di condurre le presenti ricerche negli Istituti da Loro diretti. I ringraziamenti vanno anche a molti dei ricercatori che mi sono stati prodighi di aiuto e consigli).

BIBLIOGRAFIA.

[1] J. W. MAVOR, *A comparison of the susceptibility to X-rays of* Drosophila melanogaster *at various stages of its life cycle*, « J. Exp. Zool. », vol. 47, 63–83 (1927).

[2] P. S. HENSHAW e C. T. HENSHAW, *Changes in susceptibility of* Drosophila *eggs to X-rays. – I. A correlation of changes in radiosensivity with stages of development*, « Radiology », vol. 21, 239–251 (1933).

[3] T. C. EVANS, *Variations in susceptibility to X-rays of* Melanoplus differentialis *eggs during development*, « Physiol. Zool. », vol. 8, 521–529 (1935); *Qualitative and quantitative changes in radiosensitivity of grasshopper eggs during early development*, « Physiol. Zool. », vol. 9, 443–454 (1936); *Effects of Roentgen radiation on embryonic organization and regulation in* Melanoplus differentialis, (*Orthoptera*), « Physiol. Zool. », vol. 10, 259–269 (1937).

[4] BERGONIE J. e L. TRIBONDEAU, *Interpretation de quelques résultats de la radiothérapie et essai de fixation d'une technique rationelle*, «Compt. Rend. Acad. des Sci. », vol. 143, 983–985 (1906).

[5] J. BOELL, M. RAY e J. H. BODINE, *Effects of X-rays on the oxigen consumption of embryonic cells*, « Radiology », vol. 29, 533–540 (1937).

[6] T. H. TAHMISIAN, *The effect of x-radiation on the metabolic processes of the resting cell*, « J. Exp. Zool. », vol. 112, 449–463 (1949).

[7] T. H. TAHMISIAN e D. M. ADAMSON, *Oxidase increase in* Melanoplus differentialis *eggs caused by x-irradiation*, « J. Exp. Zool. », vol. 115, 379–397 (1950).

[8] J. V. PASSONEAU, *The effect of x-irradiation on the metabolism of phosphorous-containing compounds in* Melanoplus differentialis *eggs*, « Physiol. Zool. », vol. 27, 119–128 (1954).

[9] S. R. TIPTON e G. S. St. AMAND, *The effects of X-rays on the respiratory metabolism of eggs and embryos of grasshopper* Corthophaga viridifasciata, « Physiol. Zool. », vol. 27, 311–317 (1954).

[10] D. J. FINNEY, *Statistical method in biological essay*. C. Griffin e Co. Ltd., London (1952).

[11] C. I. BLISS e CH. PACKARD, *Stability of the standard dosage-effect curve for radiation*, «Amer. J. Roentgenol. and Rad-Theraps. », vol. 46, 400–404 (1941).

[12] A. SHULOV e M. P. PENER, *A contribution to knowledge of the development of the egg of* Locusta migratoria migratorioides (*R. e F.*), Locusta N. 6 (1958).

[13] L. B. RUSSELL, *The effects of radiation on mammalian prenatal development*, in « Radiation Biology », ed. A. Hollaender, McGraw-Hill Co. Inc., New York, vol. I, 861–918 (1954).

[14] CH. PACKARD, *The biological effects of short radiations*, «Quart. Rev. of Biol. », vol. 6, 253–280 (1931).

Biologia. — *Primi risultati dell'analisi genetica della pigmentazione di* Botryllus schlosseri (*Ascidiacea*) (*). Nota di Armando Sabbadin, presentata (**) dal Corrisp. U. D'Ancona.

Diversi tipi di cellule concorrono a determinare la pigmentazione dei Botrilli, in particolare le cellule a pigmento arancio, le cellule a pigmento blu e le cellule a pigmento purinico, queste ultime di colore giallastro a luce trasmessa e argenteo a luce riflessa. Sono cellule vacuolari, derivate dalle cellule progenitrici degli elementi sanguigni (cfr. Sabbadin, 1955) (1), e compaiono durante la metamorfosi della larva o comunque nell'oozooide che ne deriva. Il loro numero aumenta nel corso della vita della colonia, la cui pigmentazione assume pertanto toni sempre più marcati. Sono elementi circolanti, che tuttavia tendono ad accumularsi nei punti ove la circolazione è più lenta, immobilizzandosi nel connettivo. La loro concentrazione in regioni definite del corpo determina la comparsa di particolari disegni, che nel loro insieme definiscono particolari tipi di pigmentazione, diversi in differenti colonie.

A questi tipi di pigmentazione in passato alcuni Autori hanno attribuito valore sistematico e molte specie sono state così create, che gli Autori successivi hanno fatto concordemente confluire nella specie *Botryllus schlosseri* (Pallas) Savigny.

Nei Botrilli della Laguna Veneta 3 caratteri di maggior rilievo determinano il tipo di pigmentazione delle colonie: *a*) presenza o assenza di *pigmento arancio*; *b*) presenza o assenza di una *banda intersifonale di pigmento purinico*; *c*) presenza o assenza di *fasce trasversali di pigmento purinico*. È in corso la loro analisi genetica, di cui vengono qui riferiti i risultati preliminari.

Lo studio viene eseguito su colonie sviluppatesi da larve nate in laboratorio e costantemente seguite fino alla maturità sessuale. Ciò è essenziale ai fini della ricerca, poiché colonie prese in natura possono in realtà derivare dalla fusione di due o più colonie ed essere pertanto miscugli di genotipi.

Le colonie raggiungono la maturità sessuale dopo un certo numero di generazioni blastogenetiche. Uova e testicoli maturano negli zooidi di una data generazione poco dopo il loro passaggio allo stato adulto indicato dall'apertura dei sifoni. Attraverso il deferente e l'ovidotto i gameti giungono nella cavità peribranchiale, da dove gli spermi vengono espulsi all'esterno, mentre le uova si annidano sulla parete della cavità stessa, ove vengono

(**) Lavoro eseguito nell'Istituto di Zoologia e Anatomia comparata dell'Università di Padova e nella Stazione Idrobiologica di Chioggia, con un contributo del Centro Studi Talassografici del C.N.R.

(*) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) A. Sabbadin: *Studio sulle cellule del sangue di* Botryllus schlosseri (*Pallas*), « Arch. It. Anat. Embr. », *60*, 33-67 (1955).

fecondate e si sviluppano. Le larve sono espulse a loro volta verso la fine del ciclo vitale dei genitori. Le colonie, allevate alla temperatura costante di 18,5° C, si mantengono in fase di riproduzione sessuale per più generazioni blastogenetiche che si avvicendano in media ogni settimana, consentendo così lunghi periodi di sperimentazione.

Man mano che raggiungono la maturità sessuale le colonie vengono isolate dallo stock di allevamento e fatte riprodurre o per autofecondazione, che in *Botryllus schlosseri* presenta un buon grado di efficienza (Sabbadin, 1959 [2]), o incrociate due a due nel modo desiderato. A tale scopo esse vengono poste in uno stesso recipiente quando i rispettivi zooidi stanno per maturare e mantenute unite per alcuni giorni. Quindi vengono di nuovo separate, in modo che le larve liberate da ciascuna di esse possono essere raccolte separatamente. Le larve vengono poste in allevamento e le colonie che ne derivano sono ispezionate periodicamente, in modo da poter seguire la manifestazione dei caratteri in esame.

COMPORTAMENTO DEL PIGMENTO ARANCIO. – Le cellule a pigmento arancio compaiono generalmente nell'oozooide alla fine della metamorfosi o poco oltre. Esse aumentano progressivamente di numero e attraverso il circolo sanguigno si distribuiscono nell'oozooide, nelle gemme e nelle ampolle dei vasi della tunica. Negli oozooidi adulti, o al più tardi nei blastozooidi della prima generazione, formano una cospicua corona attorno a ciascun sifone. Questa disposizione si mantiene invariata in tutti gli individui della colonia per tutte le successive generazioni blastogenetiche.

In alcune colonie le cellule a pigmento arancio mancano completamente.

Questo carattere viene ereditato con le seguenti modalità (Tabella I e II): *a*) colonie sprovviste di pigmento arancio per autofecondazione dànno discendenza costantemente sprovvista di pigmento arancio; *b*) le sole 3 colonie con pigmento arancio finora riprodottesi in laboratorio hanno data una discendenza in parte provvista e in parte mancante di pigmento arancio, nel rapporto di 3 a 1, quale ci si attende nell'incrocio di monoibridi. Le colonie parentali devono dunque essere considerate eterozigoti per tale carattere. La presenza di pigmento è dominante sull'assenza. I due alleli e i corrispondenti fenotipi sono stati indicati rispettivamente con *A* e *a*; *c*) queste stesse colonie, eterozigoti, incrociate con colonie sprovviste di pigmento arancio, dànno una discendenza in cui i due fenotipi sono presenti nel rapporto di 1 : 1 caratteristico dei reincroci.

Nella Tabella II sono indicati separatamente i discendenti degli incroci $♀ Aa \times ♂ aa$ e $♀ aa + ♂ Aa$. Se in essi una quota importante di colonie fossero in realtà derivate da autofecondazione delle colonie materne, il rapporto colonie *A*: colonie *a* si sarebbe discostato dal rapporto atteso 1 : 1 in senso inverso a quanto si è casualmente verificato. Per altra via (Sabbadin,

(2) A. SABBADIN, *Autofecondazione nelle colonie di* Botryllus schlosseri *(Pallas)*, « Rend. Acc. Naz. Lincei », s. VIII, *26*, 294–297 (1959).

1959 loc. cit.) si era già giunti alla stessa conclusione che, quando si pongono assieme due colonie, la fecondazione incrociata appare nettamente favorita rispetto all'autofecondazione. Di questo fatto, di cui non sono state per ora sufficientemente indagate le cause, si possono vedere altre conferme nelle Tabelle III e IV.

TABELLA I.

Comportamento del carattere « pigmento arancio » nella discendenza di colonie autofecondatesi.

Colonie parentali con pigmento arancio				Colonie parentali senza pigmento arancio			
N. protoc. colonie parentali	Discendenti con pigm. ar.	Discendenti senza pigm. ar.	Genotipi parentali	N. protoc. colonie parentali	Discendenti con pigm. ar.	Discendenti senza pigm. ar.	Genotipi parentali
100	29	8	*Aa*	77	—	6	*aa*
97	4	2	*Aa*	78	—	26	*aa*
67	51	13	*Aa*	69	—	4	*aa*
TOTALE . .	84	23		TOTALE . .	—	36	

TABELLA II.

Comportamento del carattere « pigmento arancio » negli incroci dell'eterozigote con l'omozigote recessivo.

♀ *Aa* × ♂ *aa*			♀ *aa* × ♂ *Aa*		
N. protoc. colonie parentali	Discendenti con fenot. *A*	Discendenti con fenot. *a*	N. protoc. colonie parentali	Discendenti con fenot. *A*	Discendenti con fenot. *a*
67 × 77	17	24	77 × 67	2	2
100 × 69	25	27	69 × 100	10	6
100 × 68	25	28	68 × 100	7	2
100 × 78	3	1	78 × 100	21	21
			65 × 35	17	15
TOTALE . .	70	80	TOTALE . .	57	46

TABELLA III.

Comportamento del carattere «banda intersifonale» nella discendenza di colonie autofecondatesi o incrociate.

N. protocollo colonie parentali	Fenotipici parentali con banda (+), senza banda (—)	Discendenti		Genotipi parentali
		con banda	senza banda	
78	(—)	—	17	
100	(+)	19	—	
100 × 69	(+) × (+)	65	—	
100 × 68	(+) × (+)	48	—	
♀ 78 × ♂ 100	(—) × (+)	27	1 (*)	*bb* × *BB*
67	(+)	5	4	*Bb*
67 × 77	(+) × (+)	34	6	*Bb* × *Bb*
♀ 65 × ♂ 35	(+) × (—)	17	11	*Bb* × *bb*
♀ 35 × ♂ 65	(—) × (+)	—	2	*bb* × *Bb*

(*) Questa è l'unica colonia della famiglia derivata da autofecondazione.

COMPORTAMENTO DELLA BANDA INTERSIFONALE DI PIGMENTO PURINICO. – Questo carattere, già descritto da vari Autori, è stato più attentamente studiato da Bancroft [3] e più recentemente da Watterson [4]. La banda è presente in alcune colonie e assente in altre. Ciò è stato osservato da Bancroft anche fra i componenti di una stessa famiglia di colonie sviluppatesi da larve liberate da una singola colonia provvista di banda.

Watterson ha compiuto uno studio accurato sul modo di manifestarsi di questo carattere nelle giovani colonie seguite a partire dalla larva. Le cellule puriniche dal momento della loro comparsa tendono a localizzarsi nella regione del mantello compresa fra i sifoni. In alcune colonie nei blastozooidi delle prime generazioni finiscono con il formare in questa regione una banda continua, che nelle generazioni successive gradualmente si sdoppia in senso longitudinale ed eventualmente si frammenta in senso trasversale (fig. 1 B). Questo aspetto definitivo si conserva poi in tutti gli individui

(3) F. W. BANCROFT, *Variation and fusion of colonies in compound* Ascidians, « Proc. California Acad. Sci. », 3rd ser., *3*, 137–186 (1903).

(4) R. L. WATTERSON, *Asexual reproduction in the colonial tunicate*, Botryllus schlosseri (*Pallas*) *Savigny*, *with special reference to the developmental history of intersiphonal bands of pigment cells*, « Biol. Bull. », *88*, 71–103 (1945).

adulti delle successive generazioni blastogenetiche, mentre nelle gemme prossime a maturare e negli zooidi appena maturati la banda si presenta ancora singola. In altre colonie o non si verifica mai un accumulo di cellule puriniche nella regione intersifonale, o tali cellule vi formano una striscia discontinua e poi si disperdono senza formare una banda tipica (fig. 1 A).

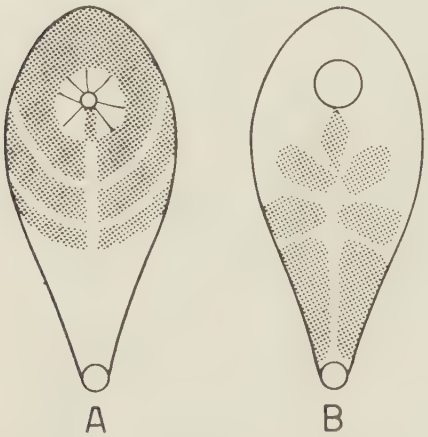


Fig. 1. – Fasce pigmentate trasversali (A) e banda intersifonale (B) in zooidi adulti.

Un piccolo numero di colonie con o senza banda sono state fatte riprodurre per autofecondazione o per fecondazione incrociata. I dati finora raccolti (Tabella III) dimostrano che: *a*) le colonie senza banda per autofecondazione dànno discendenza senza banda; *b*) delle colonie provviste di banda alcune per autofecondazione dànno una discendenza tutta fornita di banda, e sono dunque omozigoti per tale carattere, altre una discendenza mista di colonie con banda e colonie senza banda, e sono dunque eterozigoti per tale carattere; *c*) l'incrocio dell'omozigote con banda con l'omozigote senza banda mostra che la presenza di banda è dominante sull'assenza; *d*) le colonie eterozigoti incrociate tra loro dànno una discendenza di colonie con banda e senza banda in un rapporto che non si discosta significativamente dal rapporto di 3 : 1 proprio degli incroci di monoibridi. Nell'incrocio dell'eterozigote con l'omozigote recessivo si ottengono colonie con banda e colonie senza banda nel rapporto di 1 : 1 caratteristico dei reincroci.

Comportamento delle fasce di pigmento purinico. – In alcune colonie le cellule a pigmento purinico con il passare delle generazioni blastogenetiche si accumulano in corrispondenza della branchia negli spazi interstigmatici trasversali e longitudinali, per cui a luce riflessa la branchia appare inquadrata entro un reticolo di strisce argentee. Gradualmente le cellule si diffondono anche al soprastante mantello, in un'ampia fascia posta alla base del sifone branchiale e in un paio di fasce minori ad essa concentriche, degradanti verso la cloaca (fig. 1 A). Questo aspetto definitivo viene raggiunto assai tardi, generalmente non prima che siano trascorse una decina di generazioni blastogenetiche. Esso è particolarmente evidente nelle colonie che mancano di banda intersifonale; ma le due strutture possono coesistere, la banda più marcata delle fasce, rispetto alle quali compare assai prima.

In alcune colonie il disegno a fasce manca del tutto. In esse le cellule puriniche non comprese nella banda intersifonale sono disperse senza ordine.

Come indicano i dati della Tabella IV, questo carattere viene ereditato con le stesse modalità dei due precedentemente descritti: *a*) le colonie senza fasce dànno discendenza che ne è pure sprovvista; *b*) le colonie con fasce

finora studiate posseggono questo carattere allo stato omozigote o allo stato eterozigote. Nel primo caso dànno discendenza tutta provvista di fasce; nel secondo caso discendenza mista di colonie con e senza fasce; *c*) l'incrocio dei due tipi di omozigoti mostra che la presenza di fasce è dominante sull'assenza; *d*) colonie con fasce e colonie senza fasce nel rapporto di 1 : 1 si ottengono nell'incrocio di colonie eterozigoti con omozigoti recessivi.

TABELLA IV.

Comportamento del carattere «fasce pigmentate trasversali» nella discendenza di colonie autofecondatesi o incrociate.

N. protocollo colonie parentali	Fenotipi parentali con fasce (+), senza fasce (—)	Discendenti		Genotipi parentali
		con fasce	senza fasce	
100	(—)	—	19	
100 × 69	(—) × (—)	—	64	
78	(+)	11	—	
♀ 78 × ♂ 100	(+) × (—)	28	—	*FF* × *ff*
67	(+)	4	4	*Ff*
♀ 67 × ♂ 77	(+) × (—)	20	20	*Ff* × *ff*
♀ 65 × ♂ 35	(—) × (+)	16	12	*ff* × *Ff*

In conclusione, tutti e 3 i caratteri considerati sono caratteri mendeliani semplici, con dominanza completa dell'allele presenza sull'allele assenza. Dalla loro varia combinazione risultano 8 fenotipi che si sono già tutti manifestati nelle varie discendenze ottenute in laboratorio. I dati finora raccolti sembrano indicare che i 3 caratteri vengono ereditati indipendentemente.

I caratteri qui considerati non sono certamente i soli a determinare il tipo di pigmentazione delle colonie di *Botryllus schlosseri*. Sono tuttavia fra i più cospicui e di facile riconoscimento, e si ritiene che essi possano essere utilizzati per studi di genetica delle popolazioni naturali.

Biologia. — *L'andamento dell'attività mitotica nel prosencefalo e nel mesencefalo durante lo sviluppo di un Anfibio anuro* (*). Nota di GIORGIO M. BAFFONI, presentata (**) dal Corrisp. A. STEFANELLI.

Nel corso di osservazioni sulle modificazioni delle strutture nucleari durante l'istogenesi delle cellule nervose di Anfibî [1], ho constatato che una parte delle cellule dell'epitelio ventricolare (germinativo) del neurasse conservano a lungo l'aspetto di elementi indifferenziati; la persistenza di elementi indifferenziati nel neuroepitelio è stata messa in rapporto con le capacità rigenerative del neurasse di questi animali [2] ed in particolare con la presenza di mitosi segnalata durante il periodo larvale da Hooker [3] nel midollo spinale di Anfibî anuri. Inoltre in ricerche sulla morfogenesi ed istogenesi cerebellare in Mammiferi [4], Uccelli [5] ed Anfibî [6], ha attirato la mia attenzione la frequenza di mitosi a stadî avanzati della ontogenesi (nel Gatto e nel Piccione fino a un mese dopo la nascita, nel Rospo a circa un mese dopo la metamorfosi). Partendo da queste indicazioni, sono stato spinto ad intraprendere l'analisi del ritmo mitotico nello strato ventricolare del neurasse durante e dopo la morfogenesi, al fine di precisare quando l'attività proliferativa si estingue e cioè quando avviene la determinazione numerica delle cellule nelle diverse regioni del neurasse; in proposito va tenuto in dovuta considerazione che l'attività mitotica del neuroepitelio, a stadî avanzati dell'ontogenesi, provvede all'aumento degli elementi del grigio periventricolare e della glia.

Ricordo che osservazioni sull'epoca di esaurimento dell'attività mitotica in diverse porzioni del neurasse sono state compiute nei Mammiferi [7] e che una completa analisi sull'andamento del ritmo mitotico durante lo sviluppo, limitata al midollo spinale, è stata compiuta in Uccelli da Milone [8] e da Hamburger [9]. Per quanto riguarda gli Anfibî, a parte le osservazioni di

(*) Ricerca eseguita nell'Istituto di Anatomia comparata « G. B. Grassi » dell'Università di Roma, con il contributo del C.N.R.

(**) Presentata nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) G. M. BAFFONI, « Rend. Acc. Naz. Lincei » (ser. 8ª), *21*, 492 (1956). M. MARINI, « Rivista di Neurobiol. », *2*, 495 (1956).

(2) Ved. AL. STEFANELLI, « Rend. Acc. Naz. Lincei » (ser. 8ª), *8*, 498 (1950); « Boll. di Zool. », *18*, 279 (1951).

(3) D. HOOKER, « Journ. Comp. Neurol. », *27*, 425 (1917); « Anat. Rec. », *24*, 377 (1923).

(4) G. M. BAFFONI, « Rend. Acc. Naz. Lincei » (ser. 8ª), *16*, 798 (1954); « Arch. Zool. Ital. », *41*, 1 (1956).

(5) G. M. BAFFONI e G. D'ANCONA, « Rend. Acc. Naz. Lincei » (ser. 8ª); *24*, 456 (1958).

(6) G. M. BAFFONI, « Rivista di Neurobiol. », *5*, 33 (1959).

(7) E. ALLEN, « Journ. Comp. Neurol. », *22*, 547 (1912).

(8) S. MILONE, « Arch. Ital. Anat. Embriol. », *20*, 417 (1923).

(9) V. HAMBURGER, « Journ. Comp. Neurol. », *88*, 221 (1948).

Coghill [10] e di Burr [11], concernenti alcuni stadî embrionali di Anfibî urodeli, sono a mia conoscenza solo alcune annotazioni, più o meno frammentarie, riguardanti la consistenza mitotica in qualche stadio larvale dopo interventi sperimentali (Hooker [3], Detwiler [12], Zamenhof [13], Tusques [14], Weiss e Rossetti [15], Kollros [16]).

In due precedenti Note su questi Rendiconti ho riferito i primi risultati sull'andamento dell'attività mitotica nel metencefalo [17] e nel midollo spinale [18] di un Anfibio anuro: ho constatato che l'attività mitotica nel metencefalo si intensifica in corrispondenza della regione sensitiva (dorsale o *piastra alare*) a circa metà del periodo larvale, dopo la formazione dell'abbozzo impari dorsale (cerebellare), raggiunge i più elevati valori al termine della metamorfosi e precipita a quote modeste nella prima settimana di vita terrestre; invece nella regione motoria (ventrale o *piastra basale*) del metencefalo e nel midollo spinale, la massima attività mitotica si esprime al termine del periodo embrionale, decresce progressivamente durante il periodo larvale (a parte una lieve ripresa verso l'epoca della metamorfosi) e presenta due flessioni in corrispondenza ai due periodi di digiuno che precedono il momento del cambio di alimentazione.

In questa Nota riferisco i primi risultati sull'andamento dell'attività proliferativa dell'epitelio ventricolare del neurasse al livello delle prime tre delle cinque vescicole encefaliche (telencefalo, diencefalo e mesencefalo); tali risultati si riferiscono allo stesso Anfibio anuro (*Bufo bufo* L.) del quale ho riferito i dati preliminari in merito al metencefalo ed al midollo spinale. Il fine della presente Nota è pertanto quella di integrare il quadro dell'andamento del ritmo mitotico nel neurasse durante lo sviluppo dell'Anfibio anuro; a tale scopo sono stati scelti gli stadî di sviluppo più idonei ad individuare il significato morfologico e funzionale di eventuali variazioni dell'attività proliferativa. Per il momento mi limito ad esporre i risultati globali ottenuti, senza insistere nella descrizione delle variazioni riscontrate nell'ambito di una stessa vescicola. Non ho ritenuto opportuno distinguere tra porzione motoria e sensitiva anzitutto poiché il *sulcus limitans*, che delimita con sufficiente approssimazione queste due regioni nel midollo spinale e nel romboencefalo, nel mesencefalo comprende una porzione molto limitata del

(10) G. E. COGHILL, « Journ. Comp. Neurol. », *37*, 71, (1924) « Journ. Comp. Neurol. », *57*, 327 (1933).

(11) H. S. BURR, « Journ. Comp. Neurol. », *56*, 347 (1932).

(12) R. S. DETWILER, « Journ. Experim. Zool. », *37*, 339 (1936).

(13) S. ZAMENHOF, « Growth », *5*, 123 (1941).

(14) J. TUSQUES, « C. Rend. Soc. Biol. », *143*, 380 (1949).

(15) P. WEISS & F. ROSSETTI, « Proc. Nat. Acad. Sci », *37*, 540 (1951).

(16) J. J. KOLLROS, « Journ. Experim. Zool. », *123*, 153 (1953).

(17) G. M. BAFFONI ed E. ELIA, « Rend. Acc. Naz. Lincei » (ser. 8ª), *22*, 109 (1957); G. M. BAFFONI, « Boll. di Zool. », *24*, 135 (1958).

(18) G. M. BAFFONI e R. PINACCI, « Rend. Acc. Naz. Lincei » (ser. 8ª), *25*, 128, (1958).

pavimento, e, com'è noto, termina nel diencefalo (nel recesso preottico dell'ipotalamo); inoltre va considerato che nel diencefalo e nel mesencefalo questo solco perde quel valore morfologico che possiede caudalmente. Nelle presenti osservazioni, infine, non è stato tenuto conto dei risultati dei primi stadî embrionali, poiché, a causa del ripiegamento ventrale della porzione precordale del neurasse, nei tagli trasversali non mi è stata possibile l'esatta delimitazione delle singole vescicole. Rimando alle precedenti Note [17,18] per l'informazione dei dettagli tecnici circa il materiale, gli stadî, i metodi istologici ed i metodi per l'elaborazione dei dati dei protocolli; i valori riportati nel grafico (fig. 1) rappresentano il rapporto numerico tra le mitosi (stadî da prometafase ad anafase) e la superficie di ogni singola vescicola encefalica (riportata a decimillimetri quadrati); ritengo che questi rapporti siano validi perché le dimensioni e la frequenza degli elementi che costituiscono il neuroepitelio non variano sensibilmente durante il periodo larvale [1].

L'attività mitotica nelle prime tre vescicole encefaliche (telencefalo, diencefalo e mesencefalo) presenta un andamento molto simile, in quanto essa raggiunge i più elevati valori al termine del periodo embrionale, si mantiene ad una quota relativamente alta durante il periodo larvale e scende a valori bassi solo quindici giorni dopo il passaggio alla condizione terrestre. Pertanto nella regione anteriore dell'encefalo la determinazione numerica delle cellule di origine nervosa è tardiva; il fatto che l'attività proliferativa persista un mese dopo la metamorfosi, fa ritenere che essa si estingua completamente solo al termine dell'accrescimento del neurasse dell'Anfibio. I valori di densità mitotica nelle prime tre vescicole encefaliche durante il periodo larvale sono relativamente sostenuti e, sotto certi riguardi, si avvicinano a quelli della piastra alare del romboencefalo e del midollo spinale.

Dato che i valori di densità mitotica presentano scarti molto modesti in individui allo stesso stadio (non superano l'1,2 %), essi si prestano per la messa in evidenza di alcune significative differenze di comportamento dell'attività proliferativa tra le diverse vescicole encefaliche esaminate: in effetti nel telencefalo la massima attività mitotica si verifica al termine del periodo embrionale (allo stadio 24 di Shumway [19]), invece, nel diencefalo essa si ha all'inizio del periodo larvale (allo stadio III di Taylor e Kollros [20]) ed infine nel mesencefalo si stabilizza in un *plateau* che comprende gli ultimi stadii embrionali ed i primi larvali (da stadio 24 a VI).

Inoltre il telencefalo presenta una maggior escursione dei valori di densità rispetto al diencefalo ed in specie al mesencefalo: infatti solo nel telencefalo si accenna un declino dell'attività mitotica al termine della condizione embrionale (a stadio 25) e di quella larvale (a stadio XXIV), in coincidenza con i due periodi di digiuno nei quali si manifestano quelle profonde modificazioni

(19) W. Shumway, «Anat. Rec.», *78*, 139 (1940).
(20) A. C. Taylor & J. J. Kollros, «Anat. Rec.», *94*, 7 (1946).

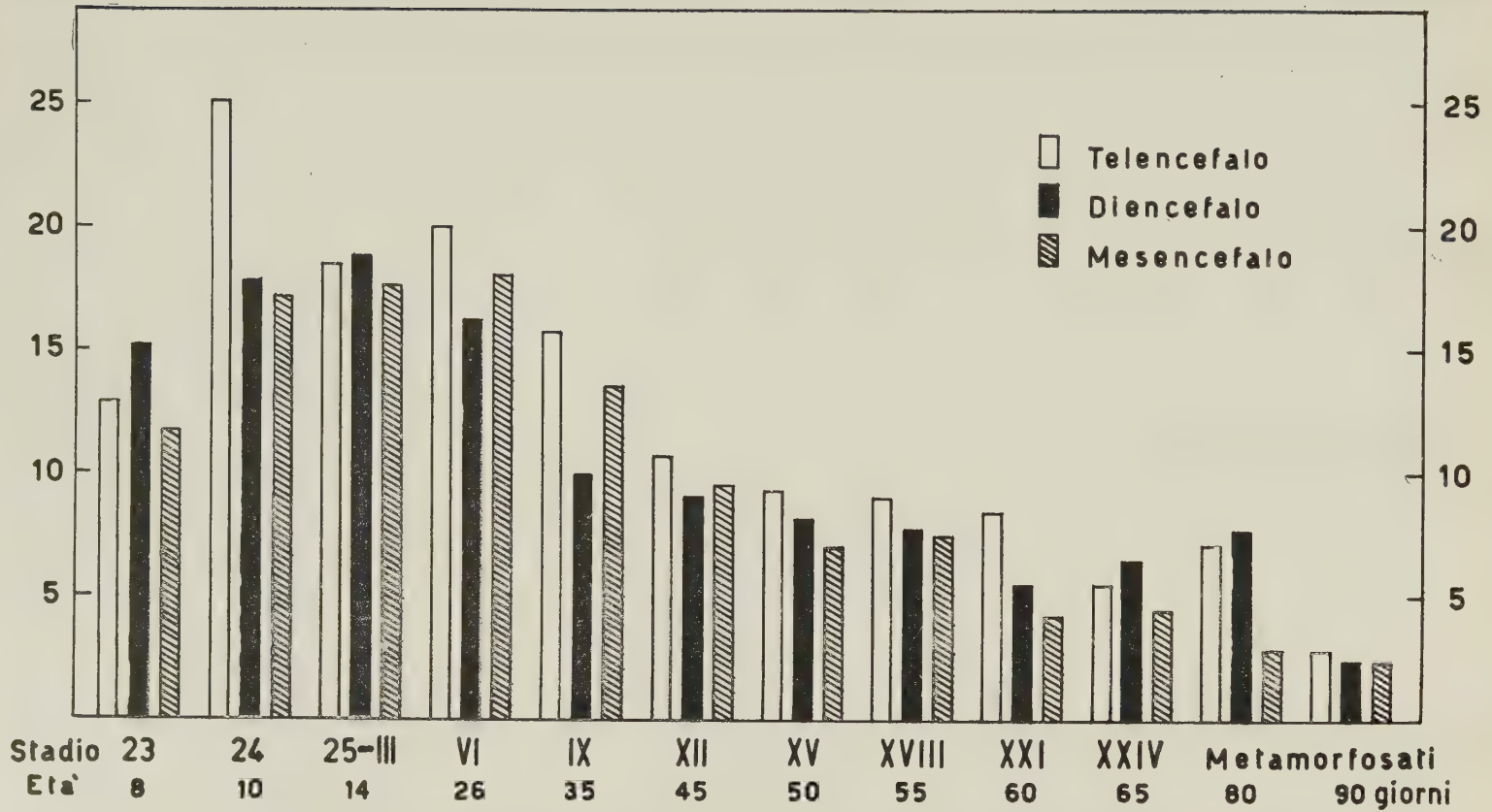


Fig. 1. – Andamento dell'attività mitotica, in valori di densità (mitosi per ogni 10.000 μ^2), nelle prime tre vescicole encefaliche durante lo sviluppo di *Bufo bufo* (L).

metaboliche correlate al cambiamento d'alimetazione (« crisi metaboliche » secondo Cotronei [21]); nel telencefalo, pertanto, si mettono in evidenza le stesse variazioni dell'attività proliferativa che ho riscontrato nel midollo spinale; invece nel mesencefalo l'andamento del ritmo mitotico è più continuo, come si verifica nel metencefalo.

Dai rilievi, che saranno documentati nel lavoro per esteso, risulta che l'attività mitotica in una stessa vescicola encefalica non è costante, ma si presenta più accentuata in certe regioni e meno in altre: così nel telencefalo è più accentuata nella porzione caudale dei due ventricoli (I e II); nel diencefalo, invece, è maggiormente elevata nella regione rostrale e particolarmente accentuata nell'ipotalamo; nel mesencefalo, infine, le mitosi divengono progressivamente più frequenti nella regione caudale dei lobi ottici. Il significato da attribuire all'accentuazione dell'attività mitotica in particolari zone delle vescicole encefaliche, va individuato con le modalità di accrescimento delle diverse regioni del neurasse durante il periodo larvale; ad ogni modo le differenze accertate dimostrano che il comportamento dell'attività mitotica segue dei gradienti (antero–posteriore e dorso–ventrale) lungo i quali, però, non subisce le stesse variazioni, ma mentre in una vescicola del neurasse l'attività aumenta, in quella successiva può restare invariata o diminuire: così lungo il gradiente antero–posteriore il ritmo mitotico aumenta nel telencefalo e diminuisce nel diencefalo, lungo il gradiente dorso–ventrale aumenta nel diencefalo e diminuisce nel mesencefalo.

A differenza di quanto ho osservato nel midollo spinale e nella piastra basale del metencefalo, nelle prime tre vescicole encefaliche non ho rinvenuto traccia di una regolare successione di zone in più intensa attività proliferativa lungo l'asse longitudinale del neurasse; riservo la discussione dell'interpretazione di questa differenza al lavoro per esteso, ove spero di poter precisare se la successione di focolaî mitotici sia dovuta al flusso di onde mitotiche (messe in risalto dalla relativamente bassa attività proliferativa) o se invece sia da riferirsi alla struttura metamerica (neuromeri) del romboencefalo, in accordo con la dottrina segmentale del neurasse.

Come ho avuto modo di osservare nel metencefalo e nel midollo spinale, anche nelle prime tre vescicole encefaliche sono presenti elementi in degenerazione (con nucleo picnotico o in carioressi) dove l'attività mitotica del ventricolo è più attiva; fenomeni del genere sono stati già segnalati da me nel corso dell'esame della morfogenesi del cervelletto in Mammiferi [4] ed in Uccelli [5] e della istogenesi dei centri preottici in Anfibî [22]: essi rappresentano la prova dell'esistenza di elementi « a ciclo vitale breve » nel tessuto nervoso di tutti i Vertebrati (ved. Stefanelli [23]).

(21) G. Cotronei, « Mem. Soc. Ital. dei XL » (ser. 3ª), *21*, 1 (1919); « Arch. Zool. Ital.. », *10*, 85 (1922).

(22) G. M. Baffoni, « Rend. Acc. Naz. Lincei » (ser. 8ª), *25*, 610 (1958).

(23) Al. Stefanelli, « Rend. Acc. Naz. Lincei » (ser. 8ª), *8*, 159 (1951); « La Ric. Sci. », *25*, 2778 (1955).

CONCLUSIONI. – I primi risultati sull'attività mitotica nel prosencefalo (telencefalo e diencefalo) e nel mesencefalo durante lo sviluppo di un Anfibio anuro hanno messo in evidenza che:

1° l'attività proliferativa persiste fino a un mese dopo il passaggio dalla condizione acquatica a quella terrestre, e pertanto se ne deduce che la determinazione numerica delle cellule che originano dal neuroepitelio dell'Anuro è tardiva e si compie non prima del termine dell'accrescimento del neurasse;

2° l'attività mitotica raggiunge i massimi valori in tutte e tre le vescicole tra il termine del periodo embrionale e l'inizio di quello larvale, si mantiene sostenuta durante tutto il periodo larvale e declina solo un mese dopo il passaggio alla vita terrestre;

3° l'andamento dell'attività mitotica, espressa in valori di densità, ha messo in evidenza alcune differenze quantitative e qualitative tra le diverse vescicole encefaliche esaminate: nel telencefalo presenta maggiori oscillazioni e due abbassamenti in corrispondenza ai periodi di crisi metabolica dell'organismo, mentre nel mesencefalo è più continuo; inoltre è risultato che il ritmo mitotico varia seguendo dei gradienti, ma le variazioni in due vescicole contigue non sempre procedono nello stesso senso;

4° nelle prime tre vescicole encefaliche non si manifesta quel susseguirsi di focolaî mitotici lungo l'asse antero–posteriore che si mettono in evidenza nel romboencefalo e nel midollo spinale;

5° come in altre zone del neurasse in sviluppo, anche nelle prime tre vescicole sono stati osservati elementi in degenerazione (cellule « a ciclo vitale breve ») in corrispondenza di quelle zone del neuroepitelio in cui l'attività proliferativa è particolarmente accentuata.

COMUNICAZIONI VARIE

Il Presidente porge il cordiale saluto della Classe e suo personale ai proff. Theodosius Dobzhansky, della Columbia University di New York e Mario Benazzi, dell'Università di Pisa, presenti alla seduta, che hanno partecipato, tenendovi relazioni, al Colloquio Internazionale sul tema « Evoluzione e genetica », svoltosi in questi giorni presso l'Accademia. Il Colloquio, cui hanno preso parte insigni cultori delle scienze biologiche italiani e stranieri, fra i quali i Premi Nobel George W. Beadle, del California Institut of Technology di Pasadena e H. J. Muller, dell'Indiana University di Bloomington, ha avuto un esito veramente lusinghiero e di ciò va data ampia lode al Collega Montalenti, che ne ha curato l'organizzazione in modo perfetto, con l'ausilio degli uffici dell'Accademia, meritevoli anch'essi di elogio.

Il Presidente comunica che l'Accademia è stata invitata ad inviare una delegazione alle celebrazioni per il IV centenario della fondazione dell'Università di Ginevra, che avranno luogo in quella città dal 3 al 6 giugno p. v. Si è deciso che la delegazione avrà a capo il Presidente dell'Accademia o, in caso di sua impossibilità, il Vice Presidente, e sarà composta da Soci delle due Classi. Invita pertanto i Colleghi a nominare due rappresentanti della Classe di Scienze Fisiche.

CONGRESSI

Il Presidente informa i Colleghi che il Sindaco di Messina ha chiesto il patrocinio dell'Accademia per un Convegno internazionale di studi per l'edilizia in zona sismica, che avrà luogo in quella città verso la metà di ottobre dell'anno in corso, nel quadro delle manifestazioni indette nella ricorrenza del cinquantenario del terremoto di Messina.

Il Presidente ha avuto un colloquio con due Ingegneri inviati dal Sindaco e un successivo scambio di idee con i Colleghi De Marchi e Krall. È, stato osservato, in via pregiudiziale, che l'Accademia, per tradizione derivante da decisioni già prese circa analoghe manifestazioni, non potrebbe assumere il patronato di un convegno scientifico se non avesse il completo controllo dell'organizzazione, per la quale, come l'esperienza insegna, sarebbe necessario avere a disposizione almeno un anno di tempo.

Il Presidente aggiunge che l'Accademia da sola, avendo nella Classe di Scienze Fisiche delle Sezioni nelle quali prevalgono i cultori di scienza pura, non potrebbe forse assumersi tutta la responsabilità organizzativa, ma che però nulla impedirebbe di costituire una Commissione organizzatrice composta di membri dell'Accademia e del Consiglio Nazionale delle Ricerche.

Il Presidente informa la Classe che l'Accademia è stata invitata ai seguenti Congressi:

Second Prague Conference on Information Theory, Statistical Decision Functions, and Random Processes (Praga, 1–6 giugno 1959).

Deuxième Conférence Internationale sur l'électronique médicale (Parigi, 24–27 giugno 1959).

IX Congrès International de Botanique (Montréal, 19–29 agosto 1959).

International Oceanographic Congress (New York, 31 agosto–12 settembre 1959).

Conference on electrical techniques in Medicine and Biology (Minneapolis, Minnesota, 19–22 novembre 1959).

Second World Conference on Earthquake Engineering (Tokyo, 11–18 luglio 1960).

VI Congrés International INQUA (Varsavia–Cracovia, 1961).

Se qualche Socio parteciperà ad alcuna delle suddette manifestazioni, l'Accademia sarà ben lieta di affidargli la sua rappresentanza.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio Polvani presenta il 1° e il 2° fascicolo della rivista di storia della scienza « Physis », fondata dalla « Domus Galilaeana » di Pisa, dall'Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze, dal Museo Nazionale della Scienza e della Tecnica di Milano, dal Gruppo Italiano di Storia della Scienza, e pubblicata, a cura degli stessi Enti, sotto gli auspici del Consiglio Nazionale delle Ricerche.

I suddetti Enti hanno voluto creare un periodico destinato a raccogliere, accanto al contributo storico–scientifico italiano, anche quello straniero, pubblicando gli articoli nelle cinque lingue originali: italiana, francese, inglese, spagnuola e tedesca.

La rivista, edita da Olschki di Firenze e stampata dalle Industrie Grafiche Lischi di Pisa, è diretta attualmente dal prof. Vasco Ronchi, Presidente del Gruppo Italiano di Storia della Scienza, cui succederanno, secondo turni triennali, i Presidenti degli altri tre Enti promotori.

Il Socio Polvani dichiara che la Domus farà omaggio all'Accademia anche dei successivi fascicoli della pubblicazione, rivolge ai Colleghi la viva preghiera di voler collaborare al periodico con l'invio di articoli sulla Storia della scienza, e conclude porgendo un vivo ringraziamento al C.N.R., che ha dato i suoi auspici all'impresa.

Il prof. Polvani presenta poi una pubblicazione dal titolo « Celebrazioni dell'Accademia del Cimento nel tricentenario della fondazione – Domus Galilaeana, 19 giugno 1957 », contenente, oltre l'introduzione pronunciata dal Professore stesso, le conferenze tenute nell'occasione, 42 tavole illustrative fuori testo e 4 appendici con la trascrizione di manoscritti.

Il Presidente ringrazia vivamente il Collega Polvani e si compiace con lui.

Il Segretario Accademico presenta le pubblicazioni inviate in omaggio all'Accademia.

PRESENTAZIONE DI NOTE E MEMORIE

Presentano Note per la pubblicazione nei Rendiconti i Soci: Margaria, Stefanelli, Cambi, Tonzig, Finzi, G. B. Dal Piaz, Segre, Colonnetti, E. Bompiani, Giacomello, Picone e D'Ancona.

Viene letto l'elenco delle Note pervenute alla Cancelleria.

Le seguenti Note saranno pubblicate in fascicoli successivi:

Crepax P. e Volta A. – Effetti che il cortisone esercita sull'attività convulsiva degli aggregati neuronici corticocerebrali indipendentemente dalle strutture sottocorticali (pres. dal Socio G. C. Pupilli).

Fiorentini A. e Gualtierotti T. – Fattori limitanti della frequenza di attività elettrica nel sistema nervoso centrale (pres. dal Socio R. Margaria).

Krzyżański M. e Szybiak A. – Construction et étude de la solution fondamentale de l'équation linéaire du type parabolique dont le dernier coefficient est non borné. Nota I (pres. dal Socio M. Picone).

Krzyżański M. e Szybiak A. – Construction et étude de la solution fondamentale de l'équation linéaire du type parabolique dont le dernier coefficient est non borné. Nota II (pres. dal Socio M. Picone).

Leonardi P. – Alpi Meridionali e Prepirenei Catalani. – II Osservazioni comparative sulla tettonica e sull'orogenesi delle due regioni (pres. dal Socio G. B. Dal Piaz).

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente, prima di chiudere la seduta, comunica che il Collega Severi compirà, il giorno 13 corrente, l'ottantesimo anno di età e propone di inviargli un messaggio d'augurio e di saluto.

La proposta del Presidente è accolta all'unanimità.

PREMI IN CORSO DI ASSEGNAZIONE PRESSO L'ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

ELENCO DEI CONCORRENTI

ELENCO DEI CONCORRENTI AL PREMIO NAZIONALE PER LA *BOTANICA E ZOOLOGIA*

(Scadenza 31 dicembre 1958 - Premio L. 1.000.000).

1. GIUSEPPE BOFFA. — 1. « Un mezzo efficace di lotta contro le cavallette ». — 2. « Probabile processo di nutrizione delle piante » (5 copie dattiloscritte).

2. GIACOBBE ANDREA. — 1. « Le basi concrete per una classificazione ecologica della vegetazione italiana (4 copie). — 2. « Ricerche ecologiche sull'aridità nei paesi del Mediterraneo occidentale (5 copie).

ELENCO DEI CONCORRENTI AL PREMIO «CARLO ERBA ALLA MEMORIA DI GIANNI PAULETTA»

(Scadenza 31 dicembre 1958 - Premio L. 1.000.000).

1. ARCHETTI I.-FELICI A. — « Contributo alla conoscenza delle manifestazioni da *virus coxsackie* nella patologia umana in Italia. Studio eziologico ed epidemiologico » (5 copie dattiloscritte).

2. BERTOLERO LORENZO. — 1. « Influenza asiatica, fenomeno allergico? ». — 2. « Criteri terapeutici delle virosi e delle poliomieliti » (6 copie dattiloscritte).

FELICI A. - ARCHETTI L. (ved. ARCHETTI).

3. PITZURRA MARIO. — 1. « Colonie " L " da cloruro di litio in un ceppo di *E. coli* » (in collab. con M. Mori). — 2. « Morfogenesi e significato delle colonie " L " da penicillina studiate in un ceppo di *Proteus vulgaris* » (in collab. con M. Mori). — 3. « Sulla capacità evolutiva delle colonie " L " da penicillina dopo subcultura in terreno normale, studiata in un ceppo di *Proteus vulgaris* » (in collab. con M. Mori). — 4. « Azione del cloruro di litio sulle caratteristiche di ceppi di *E. coli* marcati » (in collab. con G. Barro). — 5. « Formazione e moltiplicazione di pseudo-protoplasti in ceppi di *E. coli* in presenza di Cloruro di Litio » (dattiloscritto) (in collab. con W. Szybalski). — 6. « Sui meccanismi della mutagenesi chimica. - III. Mutazioni indotte in pseudo-protoplasti di *E. coli* » (in collab. con W. Szybalski) (dattiloscritto). — 7. « La fase " L " dei batteri » (dattiloscritto) (di tutto 5 copie)

4. PONTIERI GIUSEPPE. — 1. « Polimorfismo cellulare bacterico da uretano » (in collab. con Califano Luigi). — 2. « Sulla liberazione di nucleotidi da cellule bacteriche per azione degli alcooli » (in collab. con G. Falcone). — 3. « Sensibilizzazione al calore da raggi ultravioletti e liberazione di nucleotidi da cellule bacteriche ». — 4. « Sulla capacità moltiplicativa delle forme pleiomorfe da uretano ». — 5. « Attività catalasica delle pettenkoferie da uretano ». — 6. « Attività catalasica delle forme filamentose da cloramina » (in collab. con G. Falcone). — 7. « Action de divers antiseptiques sur le virus du fibrome de shope » (in collab. con L. Chaumont). — 8. « Ricerche sui flagelli nelle forme pleimorfe bacteriche ». — 9. « Sull'influenza degli ormoni testicolari sulla diachisi » (in collab. con M. Teti). — 10. « On the occurrence of two types of maltase in *Escherichia coli* ». — 11. « Über Feinstrukturen in den Kernahnlichen Körpern von *Escherichia coli* » (in collab. con G. Piekarski). — 12. « Über die sog., large bodies von *Escherichia coli* ». — 13. « Osservazioni sul nucleo bacterico in sezioni ultrasottili di *E. coli* ». — 14. « Osservazioni sul dimorfismo di *proacti-*

nomyces ruber » (in collab. con G. Salvatore). — 15. « Ricerche sulla struttura e sulla frammentazione del micelio vegetativo di *proactinomyces ruber* » (in collab. con G. Salvatore). — 16. « Sulla inibizione della biosintesi indotta della β-galattosidasi nelle pettenkoferie di *E. coli* » (in collab. con D'Onofrio Felice). — 17. « Ricerche sulle modalità moltiplicative delle forme pleomorfe » (in collab. con L. Califano e G. Falcone). — 18. « Osservazioni sui granuli citoplasmatici delle forme normali e filamentose di *B. megatherium* » (in collab. con Schiano Serafino). — 19. « Sugli aspetti morfologici della agglutinazione bacterica » (in collab. con L. Califano e G. Cavallo). — 20. « Osservazioni al microscopio elettronico sulla lisi bacterica da glicina » (in collab. con d'Onofrio F.). — 21. « Observations upon the Growing Points in Normal and Filamentous *Bacillus megaterium* » (in collab. con Schiano S.). — 22. « Sulla biosintesi indotta di penicillinasi in spore bacteriche nel corso del germogliamento » (in collab. con G. Falcone) (di tutto una copia).

5. Terranova Tullio. — 1. « Aspetti biologici delle forme L dei batteri ». — 2. « Sviluppo di forme L da batteri resistenti al calore » (in collab. con De Gregorio Paolo). — 3. « Sulla resistenza osmotica di forme L di *Proteus* » (in collab. con P. De Gregorio). — 4. « Il rapporto bacteri/forme L secondo l'età della coltura batterica e l'influenza del siero » (in collab. con P. De Gregorio). — 5. « Ulteriori conoscenze sul significato biologico delle forme L » (in collab. con P. De Gregorio). — 6. « Sviluppo di forme L di *Proteus* in terreno liquido e separazione per ultracentrifugazione » (in collab. con P. Mandel e M. Sensenbrenner). — 7. « Studio metabolico delle forme L. di *Proteus* » (in collab. con P. De Gregorio e F. Feo). — 8. « Sul potere patogeno delle forme L di *Salmonella typhimurium* » (in collab. con P. De Gregorio e V. Guercio). — 9. « Fractionnement des Formes L fiscées du *Protéus* P 18 » (in collab. con P. Mandel, T. Terranova e M. Sensenbrenner). — 10. « Das Bakterien/L Formen-Verhältnis in den aus Mäusen isolierten *Proteus*-und *Salmonella-Stammen* » (in collab. con P. De Gregorio). — 11. « L-Colony Production by *Salmonellae* Isolated from the Mouse » (in collab. con P. De Gregorio). — 12. « Penicillina e produzione di forme L. Importanza delle modalità dell'inoculo bacterico e della composizione del terreno nutritivo » (in collab. con P. De Gregorio). — 13. « Isolamento di bacteri e produzione di forme L » (in collab. con P. De Gregorio). — 14. « Le forme microbiche nelle uretriti non gonococciche ». — 15. « Über den Einfluss von Spurenelementen auf Wachstum und Saccharasebildung bei *Aspergillus niger* » (in collab. con G. Gorbach e J. Terranova). — 16. « Über den Einfluss von Spurenelementen auf Wachstum und Saccharasebildung bei *Aspergillus niger*. I. Der Einfluss von Zink und Eisen allein und in Gegenwart der Spurenelemente Kupfer und Mangan » (in collab. con G. Gorbach e J. Terranova). — 17. « Liberazione di bacteriofago da forme L di *Escherichia coli* lisogeno » (in collab. con P. De Gregorio). — 18. « Le forme L dei bacteri e il problema della virulenza ». — 19. « Azione della riboflavina e dell'atebrin sulla produzione di forme L ». — 20. « Le métabolisme global d'une souche de *Proteus* Ahmed et d'une forme L qui en dérive » (in collab. con P. Mandel) ». — 21. « Oxigen consumption of different forms of stable L *proteus* P 18 Grown in Hypertonic liquid medium » (in collab. con P. Mandel, L. Sensenbrenner e F. Feo) (dattiloscritto). — 22. « Recherches sur le metabolisme et la repartition des acides nucleiques dans les diverses fractions morphologiques des formes L de *proteus* P 18 » (in collab. con M. Sensenbrenner, F. Feo e P. Mandel) (dattiloscritto). — 23. « Etude de quelques activites enzymatique de divers types morphologiques de formes L stables derivées du *proteus* P 18 » (in collab. con P. Mandel, F. Feo, M. Sensenbrenner) (dattiloscritto) (di tutto 5 copie ad eccezione del n. 9 pervenuto in unica copia).

ELENCO DEI CONCORRENTI AL PREMIO « BATTISTA GRASSI »

(Scadenza 31 dicembre 1958 – Premio L. 300.000).

1. Bolognari Arturo. — 1. « Sui fenomeni neurosecretori degli Anfibi Anuri » (in collab. con A. Rotella). — 2. « Esame citometrico degli ovociti in accrescimento di *Haliotis lamellosa* Lam. » (in collab. con H. d'Eraco). — 3. « Particolari manifestazioni del nucleolo

degli ovociti in accrescimento di *Haliotis lamellosa* Lam. (Moll. Gast. Pros.) e di *Aplysia depilans* L. (Moll. Gast. Opis)». — 4. «L'impiego del cloruro di platino per la rivelazione del nucleolonema». — 5. «Determination of the Volume of Small Organs». — 6. «Ulteriori ricerche sugli ovociti in accrescimento di *Aplysia depilans* L. (Moll. Gast. Opis)». — 7. «Comportamento del nucleolonema nel corso dell'accrescimento ovocitario di alcune specie di molluschi». — 8. «Sulla reazione Feulgen-positiva del nucleolo». — 9. «Sulla biologia del Capodoglio». — 10. «Il corpo glomerulare del genere *Engraulis*» (in collab. con P. Arena). — 11. «Ancora sulla determinazione del volume di organi di piccole dimensioni». — 12. «Osservazioni preliminari sulla attività neurosecretoria degli Anfibi Anuri allo stato larvale e durante la metamorfosi» (in collab. con A. Rotella). — 13. «Ricerche sugli ovociti in accrescimento di *Mytilus galloprovincialis* Lamk (Moll. Lam. Fil.)». — 14. «Le lamine respiratorie supplementari di *Gonostoma denudatum* Raf. (*Teleo Sternop.*) e loro particolare vascolarizzazione». — 15. «Osservazione sull'apparato nucleare di *Patella coerulea* L. durante il corso dell'accrescimento ovocitario». — 16. «Caratteri ultrastrutturali dell'apparato nucleolare degli ovociti di *Patella coerulea* L. durante il loro accrescimento» (in collab. con A. Rotella).

2. GHIRARDELLI ELVEZIO. — 1. «Studi sul determinante germinale (d. g.) nei Chetognati: effetti della centrifugazione delle uova e azione dei LiCl ed NaSCN». — 2. «Sul numero degli occhi rigenerati in *Euplanaria Lugubris*». — 3. «L'apparato riproduttore femminile e la deposizione delle uova in *Spadella cephaloptera* Busch». — 4. «La rigenerazione in *Spadella cephaloptera* Busch». — 5. «La rigenerazione in *Spadella cephaloptera* Busch: influenza del capo sulla rigenerazione della regione caudale». — 6. «Su di un esemplare di *Platichthys Flesus Italicus* (Günther) Anomalo». — 7. «Osservazioni preliminari sulla corona ciliata in *Spadella cephaloptera* Busch (*Chaetognatha*)». — 8. «La struttura delle pinne e la istogenesi rigenerativa in *Spadella cephaloptera* Busch» (di tutto 3 copie).

3. FONTI CLARA JOLLES. — «Eziopatogenesi del Cancro» (3 copie).

4. SABBADIN ARMANDO. — 1. «Trapianto autoplastico del mesoderma intermedio in embrioni di *Discoglossus pictus*. Sviluppo dell'apparato renale dell'interrenale e delle creste genitali». — 2. «Regulative powers and the determination of «situs viscerum» in the buds of *Botrillus Schlosseri* (Pallas) (*Ascidiacea*)». — 3. «Analisi sperimentale dello sviluppo delle colonie di *Botryllus Schlosseri* (Pallas) (*Ascidiacea*)». — 4. «Il ciclo biologico di *Ciona intestinalis* (L.), *Molgula manhattensis* (De Kay) e *Styela plicata* (Lesueur) nella Laguna Veneta». — 5. «Effetti dell'estirpazione delle gemme sulla durata del ciclo vitale in *Botryllus Schlosseri* (Pallas)». — 6. «Sviluppo delle gonadi e differenziamento sessuale in girini di Rana dalmatina (razza indifferenziata) allevati in soluzione di metiltiouracile». — 7. «*Situs inversus viscerum*, provocato sperimentalmente in (*Botryllus*) (Pallas) (*Ascidiacea*)». — 8. «Osservazioni sull'accrescimento delle gemme e degli zoidi di *Botryllus schlosseri* (Pallas) (*Ascidiacea*), in condizioni normali e sperimentali». — 9. «Studio sperimentale della gemmazione in *schlosseri* (Pallas) (*Ascidiacea*)». — 10. «Sur les caractéristiques du cycle biologique de quelques ascidies dans la lagune de Venise, en rapport avec le régime thermique» (di tutto 3 copie).

5. STEFANI RENZO. — 1. «Alcuni casi di ermafroditismo dell'idrozoo – *Campanularia caliculata*». — 2. «Il problema dell'allogonia negli Idrozoi. – I. Osservazioni biologiche ed istologiche in una popolazione di *Campanularia caliculata* Hincks del Golfo di Cagliari». — 3. «Alcuni dati sulla partenogenesi accidentale in *Haploembia solieri* Ramb. Forma anfigonica». — 4. «Sul poliploidismo somatico in *Haploembia solieri* Ramb.». — 5. «Descrizione e osservazioni sulla biologia e sulla larva di un nuovo sclerogibbino della Sardegna». — 6. «Un ciclo endogeno celomatico susseguente al normale ciclo biologico in *diplocystis clerci* Leg. (*Eugregarina-diplocystidae*)». — 7. «L'autoinfestazione per ferita di una Gregarina parassita dell'Embiottero *Haploembia solieri* Ramb.». — 8. «Il problema della partenogenesi in *Haploembia solieri* Ramb. (*Embioptera-Oligotomidae*)». — 9. «Dati sulla partenogenesi accidentale negli Embiotteri della Fauna mediterranea». — 10. «I fenomeni cariologici nella segmentazione dell'uovo ed i loro rapporti con la partenogenesi rudimentale ed accidentale negli embiotteri» (tutto in tre copie).

6. TORCHIO MENICO. — 1. «Nuove segnalazioni di *Maurolicus muelleri* (Gm.) nel Mar Ligure». — 2. «Osservazione sulla nidificazione di alcuni Imenotteri sociali (Nota preliminare)». — 3. «Note sui Relitti Spiaggiati. – III. Comparse di *Lestidium sphyraenoides* (Risso) (*Pisces Sudidae*) e di *Lampanyctus maderensis* (Lowe) (*Pisces Myctophidae*) sulla costa Ligure». — 4. «I *Myctophidae* (*Pisces*) presenti nel Mar Ligure» (tutto in 3 copie).

7. VITAGLIANO TADINI GIOVANNA. — 1. «Il rapporto sessi in *Asellus aquaticus* L. — 2. «Indagini sulle variazioni del rapporto sessi in *Asellus aquticus*». — 3. «Il probabile significato biologico della monogenia. — 4. «Cellule follicolari in relazione con la spermatogenesi in *Armadillidium depressum*». — 5. «Differenziamento sessuale delle gonadi in *Asellus aquaticus* L.» (tutto in 3 copie).

ELENCO DEI CONCORRENTI AL «PREMIO LUIGI D'AMATO 1959»

(Scadenza 31 dicembre 1958 – Premio L. 150.000).

1. D'ONOFRIO F. — 1. «Influenza della cocarbossilasi sul metabolismo degli acidi del ciclo citrico nelle cardiopatie» (in collab. con Villano F.). — 2. «Modificazioni istomorfologiche e istochimiche indotte nelle tiroidi di cavie da trattamento con paraossipropiofenone» (in collab. con Cicala V.). — 3. «Modificazioni istomorfologiche e istochimiche indotte nelle tiroidi di cavie da trattamento con paraidrossipropiofenone» (in collab. con Cicala V.). — 4. «Influenza della cocarbossilasi sul metabolismo degli acidi del ciclocitrico nel diabete mellito» (in collab. con Villano F.). — 5. «Fenomeno di Sanarelli–Shwartzman da preparazione aspecifica della cute». — 6. «Il meccanismo terapeutico della cocarbossilasi nel diabete mellito in relazione al ciclo citrico» (in collab. con Villano F.). — 7. «Un metodo per il dosaggio degli adenilpolifosfati (ATP + ADP) nel sangue» (in collab. con Villano F.). — 8. «Fenomeno di Sanarelli–Shwartzman da filtrato bacterico attivato». — 9. «Il tasso ematico dell'ATP nei cardiopatici scompensati» (in collab. con d'Ambrosio L.). — 10. «Influenza del cortisone sulla utilizzazione dell'acido piruvico in presenza di fegato» (in collab. con Villano F.). — 11. «I 17–Chetosteroidi nel fenomeno di Sanarelli–Shwartzman». — 12. «Sul dosaggio dell'ATP nelle distireosi» (in collab. con Villano F.). — 13. «Modificazioni della ipofisi di cavia a seguito di trattamento con paraidrossipropiofenone» (in collab. con Cicala V. e Jacobelli A.). — 14. «Liberazione da calore di nucleotidi da forme normali e da forme filamentose di *E. Coli*» (in collab. con Cantelmo P.). — 15. «Sul dosaggio dei 17–idrossicorticosteroidi ematici nel fenomeno di Sanarelli–Schwartzman» (in collab. con De Fanis L.). — 16. «Sul contenuto in basi puriche e pirimidiniche di *Escherichia coli* e di forme filamentose dello stesso germe» (in collab. con Cantelmo P.). — 17. «Polimorfismo batterico da trietilenmelammina» (in collab. con Cavallo G.). — 18. «Influenza del cortisone *in vivo* ed *in vitro* sulle reazioni di transaminazione e di deaminazione dell'acido l (+) glutammico in presenza di fegato di cavia» (in collab. con Villano F.). — 19. «Modificazioni dell'acido adenosintrifosforico ematico dopo Roentgenirradiazioni» (in collab. con Verga V. e Porta E.). — 20. «Sull'azione pleiomorfizzante di alcuni prodotti del metabolismo batterico» (in collab. con Cavallo G.). — 21. «Sulla inibizione della biosintesi indotta della β-galattosidasi nelle pettenkoferie di *E. coli*» (in collab. con Pontieri G.). — 22. «Ricerche cliniche e batteoriologiche su di un nuovo antibiotico: la Vulcamicina». — 23. «Modificazioni dell'ATPasi del midollo osseo di cavie dopo trattamento con raggi X» (in collab. con Verga V.). — 24. «L'induzione lisogenica da uretano» (in collab. con Cavallo G.). — 25. «Sull'influenza di un agente chelante sulla divisione bacterica» (in collab. con Falcone G.). — 26. «Ricerche sull'Uremia sperimentale azoto residuo ed azoto ureico» (in collab. con Schiano S.). — 27. «Modifiche di alcune attività enzimatiche (transaminasi e fosfatasi) nella senescenza» (in collab. con Cataldi G.). — 28. «Osservazioni al microscopio elettronico sulla lisi bacterica da glicina» (in collab. con Pontieri G.). — 29. «Comportamento di alcune attività enzimatiche nella uremia sperimentale» (in collab. con Schiano S.).

2. MOSSO S. — «Lo studio fisiopatologico di baryta carbonica».

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta dell'11 aprile 1959

ANGELELLI Victorio. — *Los minerales de uranio sus yacimientos y prospección*. Buenos Aires, Comisión Nacional de Energía Atómica, 1958. Pp. VI–161, in–16°, con figg.

Celebrazione dell'Accademia del Cimento nel tricentenario della fondazione – Domus Galilaeana, 19 Giugno 1957. Pisa, presso la Domus Galilaeana, 1958. Pp. XI–80, in 8°.

Fondazioni «Angelo della Riccia» con sede a Firenze e a Glarona (Svizzera). Firenze, a cura della Fondazione «Angelo della Riccia», 1958. Pp. 86,in–4°, con un ritr.

HONDA Hidemasa. — *Magnetochemistry of Petroleum*. Relations between the magnetic susceptibilities of hydrocarbons and a number of physical constants. Received July 10, 1953. Shighen Gijutsu Kenkyujo [Natural Resources Research Institute]. Estr. da "Nenryo Kyokai–Shi [Journal of the Fuel Society of Japan], vol. XXXII, 1953.

MUNICIPIO DI BRESCIA. — *Guardare il firmamento dalla Specola Cidnea*. Brescia, Tipolitografia Frat. Geroldi, 1953. Pp. 31, in–8°.

PERSICO Enrico. — *Gli atomi e la loro energia*. Bologna, Nicola Zanichelli, 1959. Pp. XVI–490, in 8° (1).

Physis. Rivista di storia della scienza. A. I, 1959,

QUAGLIA G. B. — *Teoria per una psicoprofilassi del cancro. (La coscienza umana)*. Torino, Centro di studi di Metabiologia, 1957. Pp. 64, in–8°.

SEABORG Glenn T. — *The Transuranium elements*. New Haven, Yale University Press, 1958. Pp. XX–328, in–8°.

SORRENTINI Emilia. — *Rachitismo malattia sociale*. Roma, Istituto di Medicina Sociale, 1958. Pp. 53, in 8°, con tavv. (Argomenti di Medicina Sociale, 8).

STASSI–D'ALIA Ferdinando. — *A limiting condition of yielding and its experimental confirmation*. Palermo, Industria Grafica Nazionale, s. a. Pp. 16, in–8° (Pubblicazione dell'Istituto di Tecnologie Meccaniche dell'Università di Palermo. Facoltà di Ingegneria).

— *La sfera cava soggetta a pressione radiale uniforme*. Estr. da «Ingegneria Meccanica», a. VII, 1958, n. 12.

(1) Presentato dall'A. nella seduta del 14–3–1959.

A. SIGNORINI e G. COTRONEI

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Seduta del 9 maggio 1959

Presiede il Presidente FRANCESCO GIORDANI

NOTE DI SOCI

Meccanica. — *Sui rapporti di forma e di posizione tra curve di rilassamento e cicli di isteresi.* Nota VII (*) del Socio GUSTAVO COLONNETTI.

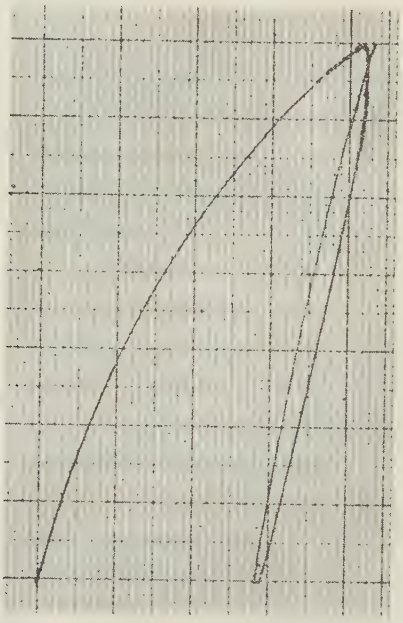
Nello intento di ottenere una più ampia documentazione e conferma della impostazione analitica del problema del rilassamento, di cui alla Nota precedente (1), le mie antiche esperienze su la elasticità a trazione del rame (2) vennero recentemente riprese impiegando l'estensimetro registratore Peters dell'Istituto Dinamometrico Italiano.

Tra i numerosi diagrammi così ottenuti dal mio collaboratore prof. ing. A. Bray, ne ho scelti due che si riferiscono a due provini tratti da un medesimo tondo di rame (del diametro di 16 mm.) che, avendo subiti trattamenti diversi, presentano curve di prima deformazione – o di rilassamento – molto differenti. La sollecitazione è stata in entrambi i casi contenuta entro limiti relativamente modesti, per modo che i cicli di isteresi si presentano subito come praticamente chiusi; su di essi la diversità dei trattamenti anteriori non ha più alcuna apprezzabile influenza.

(*) Presentata nella seduta del 9 maggio 1959.

(1) COLONNETTI, *Sui rapporti di forma e di posizione tra curve di rilassamento e cicli di isteresi*, Nota VI « Rend. Lincei », serie 8, vol. XXVI (1° sem. 1959).

(2) COLONNETTI, *Esperienze su la elasticità a trazione del rame*, « Rend. Lincei », serie 5ª, vol. XXIII (1914).



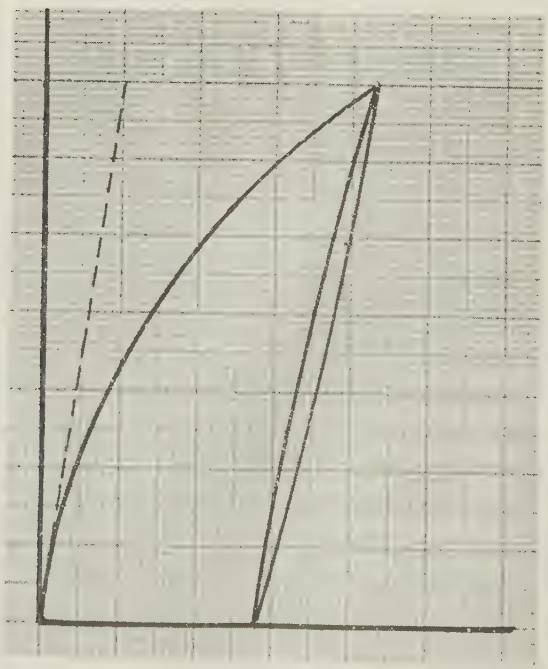
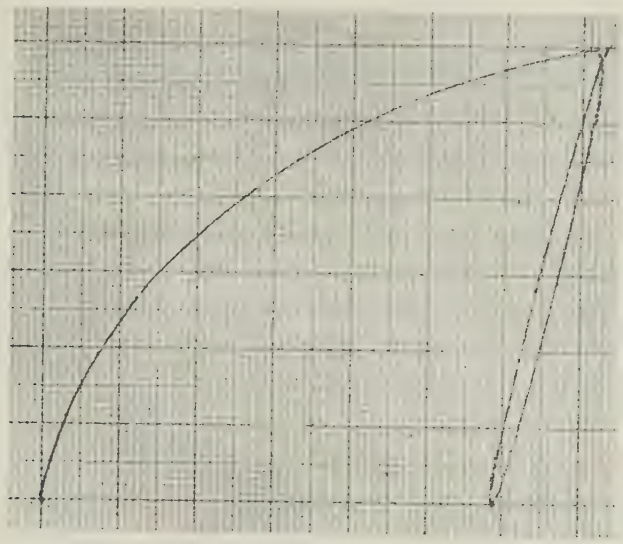


Fig. 1 { in alto: curva di rilassamento rilevata sperimentalmente;
in basso: interpretazione analitica secondo l'equazione

$$\bar{\varepsilon} = \frac{82}{1000}\varepsilon^2 + \frac{20}{1000}\varepsilon^3 .$$

Accertato per via dinamica il valore iniziale del modulo di elasticità del materiale, e quindi la inclinazione, praticamente costante, delle tangenti iniziali alle varie curve, ed ammesso che i due rami di curva che delimitano



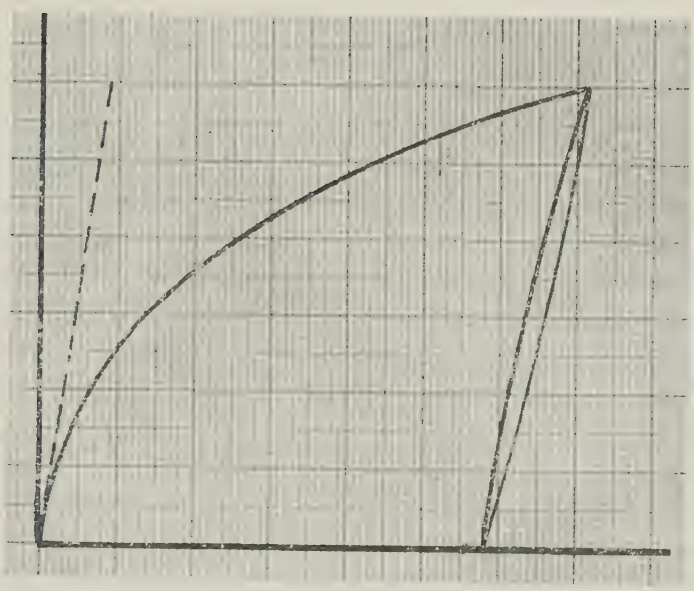


Fig. 2 { in alto: curva di rilassamento rilevata sperimentalmente;
in basso: interpretazione analitica secondo l'equazione

$$\bar{\varepsilon} = \frac{100}{1000}\varepsilon^2 + \frac{74}{1000}\varepsilon^3.$$

ciascun ciclo possano al solito rappresentarsi sotto la forma [3]

$$\bar{\varepsilon}' = k' \varepsilon'^2 ,$$

nelle equazioni delle curve di rilassamento noi attribuiremo al coefficiente del termine quadratico il valore

$$k_1 = 2 k' .$$

Quanto ai termini di ordine superiore che qui dovranno necessariamente fare la loro comparsa, l'ipotesi più semplice che si possa fare è che, essendo diverso da zero il coefficiente k_2 si possa limitare lo sviluppo alla forma

$$\bar{\varepsilon} = k_1 \varepsilon^2 + k_2 \varepsilon^3 .$$

Basta allora imporre la condizione che la curva rappresentata da questa equazione passi per un punto arbitrariamente scelto della curva sperimentale che si vuole interpretare. Se ne potrà immediatamente dedurre il valore del coefficiente k_2.

Così operando si è ottenuto:

nel primo caso (fig. 1)

$$k_1 = 0{,}082 \quad , \quad k_2 = 0{,}020 ;$$

nel secondo caso (fig. 2)

$$k_1 = 0{,}100 \quad , \quad k_2 = 0{,}074 ;$$

e ne sono risultati i diagrammi disegnati in basso nelle due figure. La loro corrispondenza coi diagrammi rilevati sperimentalmente, e riprodotti in alto nelle stesse figure, appare anche a prima vista assai soddisfacente. Resta comunque ben inteso che, quando ciò non avvenisse, la semplice introduzione nella espressione di $\bar{\varepsilon}$ di uno o di più altri termini di grado superiore ci consentirebbe di imporre la coincidenza di un'altro o di più altri punti delle due curve, e di giungere così a rappresentazioni analitiche più approssimate delle curve sperimentali.

È possibile che si possa, per questa via, giungere ad una classificazione razionale dei fenomeni di rilassamento in relazione alle cause da cui essi sono determinati.

(3) COLONNETTI, *Nuovi punti di vista sul problema dell'equilibrio elastico plastico nel tempo*, Nota I, « Rend. Lincei », serie 8ª, vol. XXV (2° sem. 1958).

Chimica. — *Studio dei processi di inversione di configurazione sterica nella polimerizzazione stereospecifica del propilene* (*). Nota di Giulio Natta e Italo Pasquon, presentata (**) dal Socio G. Natta.

Nella polimerizzazione anionica coordinata delle α–olefine, malgrado l'impiego di catalizzatori stereospecifici, ogni singola unità monomerica, all'atto della sua addizione alle catene in accrescimento, assume talvolta una configurazione sterica enantiomorfa rispetto a quella dell'unità che l'ha preceduta. Tali inversioni di configurazione causano delle irregolarità di struttura che provocano una diminuzione di cristallinità e di temperatura di fusione dei polimeri isotattici allo stato solido. La frequenza di tali irregolarità, lungo la catena polimerica, dipende non solo dalla natura del sistema catalitico e dalla sua stereospecificità, ma anche dalla natura del monomero impiegato e dalle condizioni in cui viene condotta la polimerizzazione.

In un precedente lavoro [1] era stata esaminata l'influenza della temperatura di polimerizzazione sulla regolarità sterica del polipropilene isotattico. Nel presente lavoro ci siamo proposti di indagare sulla natura di questi fenomeni, esaminando l'influenza di altri fattori, quali la pressione dell'olefina e la concentrazione dell'alluminio alchile. È stata presa in particolare esame la polimerizzazione del propilene, con un sistema catalitico ad elevata stereospecificità, costituito da α–$TiCl_3$ e da $Al(C_2H_5)_2Cl$.

Allo scopo di caratterizzare i polimeri ottenuti nelle diverse prove si sono effettuati dei frazionamenti con la seguente serie di solventi all'ebollizione: etere etilico, n. eptano, n. ottano. Come è già stato riferito in altri lavori [2] la solubilità del polipropilene in diversi solventi è strettamente legata alla sua composizione sterica. Inoltre sulle frazioni estratte con i due ultimi solventi sopraindicati sono state determinate la cristallinità ai raggi X e la temperatura di fusione. Sulle diverse frazioni sono state infine effettuate misure di viscosità intrinseca.

In Tabella I sono riportate le caratteristiche dei polimeri ottenuti in alcune prove di polimerizzazione, effettuate tutte alla stessa temperatura, ma a pressioni diverse.

Dall'esame di questi dati si osserva quanto segue:

1° La percentuale di polimero estraibile con ciascun solvente aumenta al diminuire della pressione. Tale variazione si riscontra in modo netto soltanto operando a pressioni basse, inferiori all'atmosferica. Tale fenomeno non era infatti stato rilevato in precedenti lavori, in cui si era operato a pressioni superiori a quella atmosferica.

(*) Lavoro eseguito presso l'Ist. Chim. Ind. Politecnico, Milano.

(**) Nella seduta del 9 maggio 1959.

TABELLA I.

Caratteristiche di alcune frazioni di polipropilene ottenuto in prove di polimerizzazi effettuate a 70° ed a diverse pressioni di olefina.

Sistema catalitico: α–$TiCl_3$–$Al(C_2H_5)_2Cl$–n.eptano (Al/Ti = 3,1).

$p_{C_3H_6}$ mmHg	Estr. etereo	Estratto eptanico				Estratto ottanico				Residuo		Polim grezz
	%	%	T. F. °C	Crist. %	P. M. viscos.	%	T. F. °C	Crist. %	P. M. viscos.	%	Crist.	P. M. visco
1586	13,0	3,3	155	52	62.000	40,0	169	72	715.000	43,7	80,5	730.0
1000	14,3	4,6	157	58	54.000	46,0	169	n. d.	400,000	35,1	n. d.	555.0
500	16,4	4,3	158	62	37.000	52,0	170	74	318,000	27,3	80,0	400.0
250	21,6	5,3	159	65	23.000	60,4	170	74	212.000	12,7	80,5	290.0

2° Al diminuire della pressione diminuisce il peso molecolare di ciascuna frazione. Dai dati riportati risulta che il reciproco del peso molecolare di ogni frazione è funzione lineare del reciproco della pressione. Ciò è in accordo

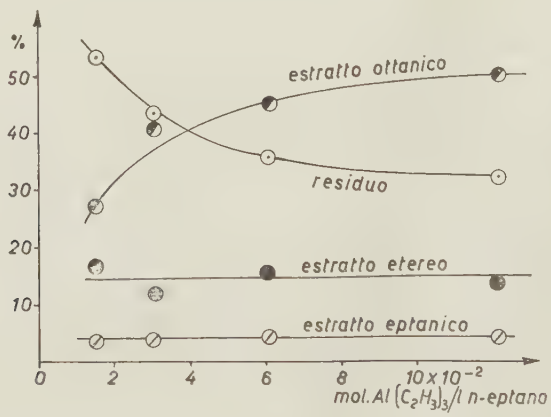


Fig. 1. – Influenza della concentrazione dell'alluminio alchile sulla composizione sterica di polipropileni. Polimerizzazioni effettuate a $t = 70°$, $p_{C_3H_6} = 450$ mm Hg, con α–$TiCl_3$ e $Al(C_2H_5)_3$.

con quanto riferito in precedenti lavori sulla cinetica dei processi di trasferimento di catena, che hanno luogo durante la polimerizzazione strereospecifica del propilene [3].

3° La temperatura di fusione degli estratti ottenuti, determinata dalla scomparsa completa della birifrangenza al microscopio polarizzatore, praticamente non varia col variare della pressione di polimerizzazione. Nel

caso degli estratti eptanici, nei quali la temperatura finale di fusione è meno netta a causa del largo intervallo di fusione dei polimeri a stereoblocchi, si osserva un piccolo abbassamento della temperatura di fusione all'aumentare della pressione.

Si osserva inoltre che la cristallinità dell'estratto eptanico aumenta al diminuire della pressione. Ciò però potrebbe dipendere anche dal fatto che la cristallinità dei polimeri a stereoblocchi, estratti con un determinato solvente, generalmente aumenta al diminuire del loro peso molecolare [4, 5].

Infine, dai dati riportati in fig. 1, si osserva che la percentuale di polimero estraibile con n. ottano aumenta all'aumentare della concentrazione dell'alluminio alchile introdotto nel sistema catalitico, mentre quelle degli altri estratti rimangono pressoché inalterate.

Interpretazione dei risultati ottenuti.

In una forma del tutto generale la frequenza delle inversioni di configurazione sterica delle unità monomeriche che si ritrovano nelle catene polimeriche è data dalla relazione:

$$n = v_i / v_p \,, \tag{1}$$

ove:

v_i = velocità complessiva dei fenomeni di inversione (espressa in numero di inversioni per unità di tempo) che hanno luogo durante l'accrescimento delle catene;

v_p = velocità globale di polimerizzazione (espressa in unità monomeriche polimerizzate nell'unità di tempo).

Supponiamo, a priori in prima approssimazione che la velocità globale dei processi di inversione si possa esprimere come somma di termini non interdipendenti

$$v_i = v_o + v_{Al} + v_M \tag{2}$$

ove:

v_o = velocità di un processo di inversione, funzione della sola temperatura;

v_{Al} = velocità di un processo di inversione, funzione della concentrazione del catalizzatore;

v_M = velocità di un processo di inversione, funzione della pressione.

Poiché $v_p = k_p p_M$, la (1) diventa:

$$n = (v_o + v_{Al} + v_M)/k_p p_M \tag{3}$$

ove:

k_p = costante di velocità del processo complessivo di polimerizzazione;

p_M = pressione parziale del monomero.

Se si suppone, in accordo come vedremo con i risultati sperimentali, che v_M sia funzione lineare della pressione ($v_M = k_M p_M$) risulta:

$$n = \frac{1}{p_M}\left(\frac{v_o + v_{Al}}{k_p}\right) + \frac{k_M}{k_p} \,. \tag{4}$$

La frequenza delle inversioni, riferita alla quantità di monomero polimerizzato, dovrebbe risultare funzione lineare dell'inverso della pressione.

Il valore medio di n per il polimero complessivo può essere ritenuto uguale alla media ponderale dei diversi valori di n, calcolati per ciascuna frazione di polimero. Il calcolo di n per ciascuna frazione può essere effettuato, come già proposto da uno di noi in un precedente lavoro [1], applicando una relazione dovuta a Flory [6], che consente di calcolare il numero di irregolarità presenti in una catena polimerica, nota la temperatura di fusione del polimero isotattico stericamente puro, l'abbassamento della temperatura di fusione dovuto alle irregolarità, ed il ΔH di fusione del polimero cristallino. Tale calcolo si può ritenere sufficientemente approssimato nel caso delle frazioni polimeriche che presentano solo limitati abboccamenti della temperatura di fusione (estratto eptanico ed estratto ottanico), ma non è applicabile alle frazioni di polimero amorfo (estratto etereo).

Per tale ragione, nel presente lavoro, si è preferito limitarsi alla dimostrazione qualitativa della validità della relazione (4).

Se si prescinde dall'estratto eptanico (presente solo in piccole percentuali), per il quale è difficile valutare l'influenza del peso molecolare sulla variazione della cristallinità e della temperatura di fusione, si può ritenere per le altre frazioni, che rappresentano più del 94 % del polimero totale, che la loro regolarità sterica sia praticamente indipendente dalla pressione di polimerizzazione.

Trascurando perciò la eventuale variazione della regolarità sterica dell'estratto eptanico, (e supponendo $n = 0$ per il polimero residuo all'estrazione con n. ottano) il valore medio di n per il polimero non frazionato può quindi essere così espresso:

$$n = (A_{et}\, n_{et} + A_{ept}\, n_{ept} + A_{ott}\, n_{ott})/100 \qquad (5)$$

ove:

A_{et}, A_{ept}, A_{ott} = % di polimero estraibile rispettivamente in etere, n. eptano e n. ottano;

n_{et}, n_{ept}, n_{ott} = rispettivamente frequenza delle inversioni nelle frazioni eteree, eptaniche e ottaniche.

Si può ora osservare che la percentuale di ciascuna frazione di polimero estratto è praticamente funzione lineare del reciproco della pressione parziale dell'olefina (fig. 2).

Risulta pertanto:

$$n = [(a_{et} + b_{et}/p_M)\, n_{et} + (a_{ept} + b_{ept}/p_M)\, n_{ept} + (a_{ott} + b_{ott}/p_M)\, n_{ott}]/100 \qquad (6)$$

(ove a e b sono costanti per ciascuna frazione)
ossia, facendo ovvie sostituzioni:

$$n = B + D/p_M \qquad (7)$$

(ove B e D sono costanti operando a temperatura ed a concentrazione di catalizzatore costanti).

Nel caso, come quello qui considerato, in cui B risulti diverso da zero, si deve ammettere che almeno un processo di inversione avvenga con velocità dipendente linearmente dalla pressione. Questo processo potrebbe essere connesso al processo di trasferimento di catena la cui velocità è contemporaneamente funzione della quantità di catalizzatore introdotta nel sistema reagente e della pressione (3). Tale dipendenza dalla pressione potrebbe anche essere giustificata ammettendo che alcuni dei processi di inversione e di trasferimento di catena risultassero attivati in concomitanza con la reazione di propagazione. Ciò potrebbe essere dovuto ad un decorso paral-

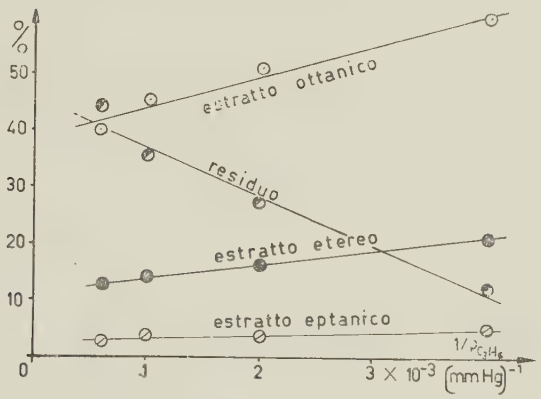


Fig. 2. – Dipendenza della percentuale di ciascuna frazione di polimero separata, dal reciproco della pressione parziale dell'olefina.

Polimerizzazioni effettuate a 70° con α-$TiCl_3$ e $Al(C_2H_5)_2Cl$. (Al/Ti = 3,1).

lelo di reazioni derivanti da uno stesso complesso attivato (unità monomerica adsorbita nel complesso catalitico).

D'altra parte, poichè D (vedi relazione 7) è diverso da zero, alcuni processi di inversione avvengono con velocità indipendente dalla pressione dell'olefina; si dovrebbe concludere che se si operasse a pressioni estremamente basse alle quali la velocità di accrescimento delle catene è piccola rispetto a quella di inversione (p_M tendente a zero), la totalità del polimero dovrebbe risultare amorfa. Questa ipotesi è in accordo con i risultati deducibili da una estrapolazione dei nostri dati sperimentali.

In effetti la frazione w di polimero estratto può essere così rappresentata:

$$w = e/(e + r) , \tag{8}$$

ove:

e = quantità di polimero estratto;

r = quantità di polimero residuo.

La (8) si può scrivere:

$$1/w = 1 + r/e ; \tag{9}$$

ossia: ponendo $r/e = F(p_M)$, (ove $\lim_{p_M \to 0} F(p_M) = 0$) e, sviluppando in serie:

$$1/w = 1 + \beta_1 p_M + \beta_2 p_M^2 + \cdots \quad (10)$$

Dai dati riportati in fig. 3 si osserva che il valore di $1/w$ tende effettivamente ad uno per p_M tendente a zero.

La quasi dipendenza lineare di $1/w$ dalla pressione può essere giustificata se si ammette che per p_M sufficientemente piccolo i termini superiori della serie (10) siano trascurabili.

Analogamente a quanto fatto per le prove effettuate a pressioni diverse, si possono interpretare i risultati ottenuti nelle prove condotte con diverse

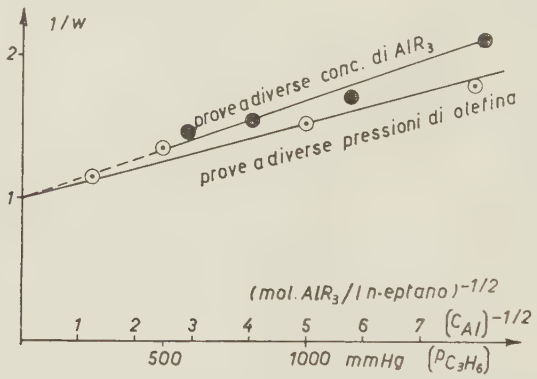


Fig. 3. – Dipendenza del reciproco della frazione in peso (w) del polimero estraibile con i solventi usati, dalla pressione parziale dell'olefina e dalla concentrazione dell'alluminio alchile.

(Per le condizioni di polimerizzazione vedi rispettivamente figg. 2 e 1).

concentrazioni di alluminio alchile. Per queste prove, con riferimento alla equazione (9), il rapporto r/e è soltanto funzione della concentrazione dell'alluminio alchile. Un'ipotetica estrapolazione dei dati sperimentali a concentrazione infinita di alluminio alchile porterebbe ad un valore limite di $r/e = 0$.

Sviluppando in serie r/e, in funzione di $1/\sqrt{C_{Al}}$ [1], si ottiene:

$$1/w = 1 + \gamma_1/\sqrt{C_{Al}} + \gamma_2/(\sqrt{C_{Al}})^2 + \cdots \quad (11)$$

Dai dati riportati in fig. 3 si osserva che i risultati da noi ottenuti sono in accordo con questa relazione.

Conclusioni.

La variazione di composizione sterica del polimero al variare della pressione di polimerizzazione, ed in particolare l'aumento della percentuale dell'estratto ottanico e di quello etereo al diminuire di tale pressione, dimo-

(1) Si è sviluppato in funzione di $1/\sqrt{C_{Al}}$, tenuto presente che la velocità del processo di trasferimento di catena con l'alluminio alchile è funzione lineare del reciproco di tale grandezza.

strano che la regolarità sterica del polimero diminuisce al diminuire di quest'ultima.

Poiché la velocità globale di polimerizzazione è proporzionale alla pressione si deve ammettere che la frequenza, con la quale hanno luogo nel tempo taluni almeno dei processi di inversione di configurazione sterica durante l'accrescimento delle catene, sia indipendente dalla pressione. Ciò è in accordo con l'ipotesi, già avanzata da uno di noi in un precedente lavoro [1], secondo cui il fenomeno di inversione è dovuto ad un processo di distacco dal centro attivo delle catene, o di composti metallorganici che le contengono, seguito da una loro riassociazione al catalizzatore, eventualmente ad un centro attivo diverso. Ammesso che la riassociazione avvenga in un modo cuasale, con riferimento alla configurazione sterica del complesso catalitico, le unità monomeriche, addizionantisi dopo la riassociazione di ciascuna catena polimerica, avrebbero il 50 % di probabilità di assumere una configurazione sterica enantiomorfa rispetto a quella dell'ultima unità monomerica addizionata prima della dissociazione.

Tenuto conto dei risultati ottenuti in lavori precedenti nello studio dei processi di trasferimento di catena [3, 7, 8], e sulla natura dei complessi catalitici [9], il processo di dissociazione e riassociazione (eventualmente su di un centro attivo diverso), connesso con l'inversione, potrebbe ad esempio essere così schematizzato:

$$(12) \qquad Ti_mCl_n \cdot ClRAlP \underset{\overleftarrow{k}}{\overset{\overrightarrow{k}}{\rightleftharpoons}} Ti_mCl_n + ClRAlP$$

ove:

$Ti_mCl_n \cdot ClRAlP$ = complesso catalitico;
P = catena polimerica;
R = alchile.

In base a tale ipotesi i polimeri a stereoblocchi ed i polimeri atattici sarebbero prodotti da centri attivi, ai quali corrispondono valori elevati di $\overrightarrow{k}$ e di $\overleftarrow{k}$. Il polimero isotattico sarebbe invece prodotto da complessi catalitici difficilmente dissociabili. Ciò conferma l'ipotesi già avanzata da uno di noi a questo riguardo [10].

Infine la dipendenza della composizione sterica del polimero dalla concentrazione dell'alluminio alchile può essere facilmente giustificata, tenuto presente che l'alluminio alchile partecipa ad un processo di trasferimento di catena con le catene polimeriche in accrescimento, così schematizzabile [3 , 8]:

$$(13) \qquad Ti_mCl_n \cdot ClRAlP + Al(C_2H_5)_2Cl \longrightarrow Ti_mCl_n \cdot ClAl(C_2H_5)_2 + RClAlP.$$

L'alluminio alchile polimerico formatosi in quest'ultima reazione potrà intervenire nella reazione di scambio rappresentata con lo schema (12), e potrà anche dare luogo ad una reazione di scambio del tipo seguente:

$$(14) \qquad Ti_mCl_n \cdot ClRAlP' + RClAlP'' \longrightarrow Ti_mCl_n \cdot ClRAlP'' + RClAlP'.$$

La variazione della percentuale delle diverse frazioni di polimero per effetto di un aumento della concentrazione dell'alluminio alchile, deve risultare evidentemente più marcata per le frazioni stericamente più pure (residuo ed estratto ottanico), che per quelle meno pure.

Ringraziamo Vittorio Cariati per la sua collaborazione alla parte sperimentale di questo lavoro.

Bibliografia.

[1] G. Natta, «Rend. Accad. Naz. Lincei», *24* (8), 246 (1958).
[2] G. Natta, «Atti Accad. Naz. Lincei», *4* (8), 61 (1955).
[3] G. Natta, I. Pasquon, E. Giachetti, «Makrom. Chemie», *24*, 258 (1957); G. Natta, I. Pasquon, E. Giachetti, F. Scalari, «Chim. e Ind.», *40*, 103 (1958).
[4] G. Natta, G. Mazzanti, G. Crespi, G. Moraglio, «Chim. e Ind.», *39*, 275 (1957).
[5] G. Natta, M. Pegoraro, M. Peraldo, «Ricerca Scientifica», *28*, 1473 (1958).
[6] P. J. Flory, *Principles of Polymer Chemistry* (Cornell Univ. Press, New York, 1953). p. 237.
[7] G. Natta, I. Pasquon, E. Giachetti, «Chim. e Ind.», *40*, 97 (1958).
[8] G. Natta, I. Pasquon, E. Giachetti, G. Pajaro, «Chim. e Ind.», *40*, 267 (1958).
[9] G. Natta, P. Pino, G. Mazzanti, U. Giannini, «J. Am. Chem. Soc.», *79*, 2975 (1957).
[10] G. Natta, «Experientia Supplementum», *7*, 21 (1957). Supplemento a «La Ricerca Scientifica», *28*, 1 (1958).

Chimica. — *Osservazioni di spettroscopia I. R. sullo ione ammonio in alcuni suoi fluoruri e cloruri complessi* (*). Nota di Vincenzo Caglioti, Marisa Scrocco e Claudio Furlani, presentata (**) dal Socio V. Caglioti.

In questi ultimi anni sono stati fatti studi molto accurati sui sali alogenici dello ione NH_4^+ e su qualche suo sale complesso, ma lo spettro di vibrazione di questo ione resta tuttora poco noto per l'impossibilità pratica di eseguire rilievi spettroscopici sullo ione libero.

Parallelamente ad un lavoro teorico sulle frequenze stretching N—H dell'ammonio nei suoi sali semplici e complessi [1] abbiamo eseguito un lavoro sperimentale di cui vengono dati nella presente Nota i risultati, unitamente a valori tratti dalla letteratura, in cui abbiamo tenuto conto anche dell'interpretazione delle frequenze dell'NH_4^+ data da Plumb e Hornig per l'NH_4F.

Risultati e discussione.

Nella Tabella sono riportati i valori delle frequenze di assorbimento infrarosso nel campo di vibrazione dell'NH per alcuni sali ammonici complessi del cloro e del fluoro, e le rispettive distanze azoto–alogeno.

Nell'infrarosso lo spettro di vibrazione dell'NH_4^+ risulta molto semplice poiché le regole di selezione lasciano attive, tra le frequenze fondamentali, solo quelle di tipo F_{2g} e cioè una vibrazione antisimmetrica di stretching ed una di bending.

La frequenza della vibrazione di stretching aumenta nella serie, in maniera notevolissima (fino a 540 numeri d'onda nei composti fluorurati) con l'aumentare della distanza dell'azoto dello NH_4^+ dagli atomi di alogeno circostanti, osservandosi un salto nettissimo tra i sali semplici ed i corrispondenti sali complessi.

In questi sali si può considerare l'ammonio soggetto al campo elettrostatico generato dagli atomi di alogeno circostanti, i quali, nel caso particolare dei cristalli cubici, sono in numero di 12 disposti attorno all'ammonio con la stessa simmetria dello ione.

Non tutte le sostanze prese in esame cristallizzano nel sistema cubico, ma l'estensione può essere giustificata dal desiderio di studiare l'andamento del fenomeno (che, per i complessi, nei quali l'azione del campo è meno sentita, in linea di massima resta il medesimo per qualsiasi struttura) sul mag-

(*) Lavoro eseguito negli Istituti di Chimica Generale delle Università di Roma e di Trieste.

(**) Nella seduta del 9 maggio 1959.

gior numero di casi, dato anche che l'effetto del campo cristallino è generalmente dello stesso tipo.

Se si osserva l'andamento dei valori delle frequenze in funzione della distanza N···X, nelle due serie, clorurata e fluorurata, si nota una sensibilità diversa nella crescita di ν in funzione di r.

TABELLA.

Sostanza	Struttura cristallina	ν_3 cm^{-1}	ν_4 cm^{-1}	Letteratura	Distanza N···X in Å
NH_4^+	—	3134	1397	Herzberg [3]	
NH_4Cl	cubico	3086	—	Plumb e Hornig [4]	3,34
$(NH_4)_3ZnCl_5$ . . .	ortorombico	3200	1400	questo lavoro	3,14–3,68 m. 3,41
$(NH_4)_2PtCl_6$ . . .	cubico	3220	1404	»	3,48
$(NH_4)_2PbCl_6$ . . .	cubico	3250	1406	»	3,58
$(NH_4)_2SnCl_6$ . . .	cubico	3242	1407	Mathieu [2]	3,55
NH_4F	esagonale	2810 (*)	1489	Plumb e Hornig [4]	2,69
$(NH_2)_2SiF_6$ . . .	cubico	3319	1427	Mathieu [2]	2,98
NH_4BF_4	rombico	3335	1425	Hornig [5]	2,8–3,3 m. 3,05
NH_4PF_6	cubico	3348	1426	questo lavoro	3,12

(*) Questo valore della frequenza ν_3 di NH_4^+ in NH_4F è tratto dal recente lavoro [4] di PLUMB e HORNIG ed è differente dal valore da noi citato nella nostra nota [1] (3100 cm^{-1}) in base a lavori precedenti. Facciamo notare che con questa nuova assegnazione il fluoruro ammonico non s'inquadra bene nelle previsioni teoriche esposte nella nota [1], ma ciò non è sorprendente se si tiene conto del fatto, da noi in un primo tempo non considerato, che la coordinazione degli alogeni attorno ad NH_4^+ in NH_4F è sensibilmente differente da quella cubica del modello proposto nella nota [1] e valido con buona approssimazione per tutti gli altri sali elencati nella tabella; infatti in NH_4F esagonale ogni ione ammonio è circondato non da 8 ma da 4 ioni alogenici, disposti ai vertici di un tetraedro lungo i prolungamenti delle direzioni di legame N–H, ed è facile rendersi conto che in tali condizioni la perturbazione esercitata sull'ammonio è molto maggiore; perciò anche la costante di forza di stretching N–H si dovrebbe prevedere sensibilmente minore. Un valore attorno a 3100 cm^{-1} per lo stretching N–H ν_3 potrebbe ritenersi tipico di uno ione NH_4^+ circondato da ioni F^- a 2,69 Å se tali ioni fossero disposti ai vertici di un cubo anziché di un tetraedro.

Questa differenza di andamento va spiegata con la maggior polarizzabilità degli anioni cloro. Infatti l'allontanamento di uno ione fluoro dallo ammonio di una distanza Δr corrisponde praticamente ad un egual allontanamento dei baricentri dei sistemi di cariche, data la scarsa polarizzabilità dello ione F^-; invece l'effetto di un egual allontanamento di uno ione cloro dall'ammonio è contrastato dalla polarizzazione della nube di carica elettronica dello ione Cl^- che tende a deformarsi, estendendosi maggiormente verso la zona occupata dallo ione ammonio. Si spiega così come, a parità di Δr, l'aumento di ν_3 sia maggiore per i fluoruri che non per i cloruri; è anche pos-

sibile che nella serie clorurata non si possa raggiungere neppure asintoticamente lo stesso grado di libertà dello ione ammonico raggiungibile nella serie fluorurata. Non è forse inutile ricordare ancora che, proprio a causa della maggiore polarizzabilità dello ione Cl^- rispetto ad F^-, la perturbazione dovuta ad uno ione F^- a 2,69 Å dall'ammonio è dello stesso ordine di grandezza di quella dovuta ad uno ione Cl^- a 3,34 Å. Naturalmente l'effetto complessivo risulterà ancora della stessa grandezza solo se la coordinazione complessiva attorno ad NH_4^+ è dello stesso tipo nei due casi; in realtà invece la simmetria con cui sono disposti gli alogeni attorno all'ammonio è completamente diversa tra NH_4F ed NH_4Cl, ed è proprio questo fatto, come spiegheremo in seguito, che giustifica la posizione eccezionalmente bassa di NH_4F nella scala delle frequenze di stretching N–H.

Tra i composti esaminati quello che ha la frequenza più alta è l'NH_4PF_6, per il quale è stata calcolata una distanza N–F = 3,12 Å. Il calcolo [1] di questa distanza è stato fatto sulla base dello spettro di polveri dell'NH_4PF_6 e dei dati parametrici del KPF_6 [6] sotto l'ipotesi che la distanza P–F sia circa la stessa nei due composti. In tali composti i gruppi PF_6^- sono animati da moto vibratorio attorno alla diagonale della cella che coincide con un asse di simmetria trigiro. Assumendo che gli atomi di fluoro siano fermi nella loro posizione media, si è calcolata, come si è detto, una distanza di 3,12 Å, che può essere accettata con una approssimazione di $\pm$ 0,1 Å.

Sulla base dei dati ottenuti si è portati a pensare che in questi composti lo ione ammonio, che si può immaginare immerso nel campo elettrostatico degli anioni circostanti, sia sempre più libero da interazioni quanto più aumenta la sua distanza dagli atomi di alogeno che lo circondano e che nell'NH_4PF_6 esso si possa considerare molto vicino alla condizione di ione libero da qualsiasi interazione. Di conseguenza le frequenze e le costanti di forza che si calcolano per lo ione ammonio in questo sale debbono essere ritenute quelle che con maggior approssimazione si avvicinano ai valori dello ione libero.

Se si confrontano i valori delle costanti di forza di legame calcolati con il metodo delle forze di valenza dalle frequenze $\bar{\nu}_3$ e $\bar{\nu}_4$ per l'NH_4^+ (secondo il valore proposto da Herzberg), per l'NH_4PF_6 e per l'ammoniaca:

NH_4^+ (Herzberg)	$K = 5{,}46 \cdot 10^5$ dine/cm
NH_4^+ (NH_4PF_6)	$K = 6{,}12$ »
NH_3	$K = 6{,}32$ »

si può osservare che la forza del legame N–H di uno ione ammonio prossimo alla condizione di «libero», è sensibilmente maggiore di quella finora comunemente accettata per lo ione ammonio nei suoi sali semplici, mentre resta un po' più bassa di quella della ammoniaca gassosa.

(1) Ringraziamo il dott. M. Zocchi per averci fornito questi dati.

Dal calcolo teorico, eseguito parallelamente [1], su questi dati sperimentali per le costanti di forza dello ione NH_4^+ sottoposto all'azione di un campo cristallino la cui intensità è variabile nei vari termini della serie, si otterrebbe per la vibrazione di stretching N–H dell'NH_4PF_6 (distanza N–F = 3,12 Å) un valore teorico della costante di forza di $6{,}30 \cdot 10^5$ dine/cm con uno scarto di circa +3 %, quindi sufficientemente vicino al valore sperimentale trovato.

Il valore fortemente anomalo della $\bar{\nu}_3$ per l'NH_4F può essere spiegato qualitativamente anche in base ai presupposti del metodo teorico citato se si osserva che, nel modello cubico usato dagli Autori, ogni idrogeno dell'NH_4^+ è attratto dallo ione alogeno che sta sul prolungamento del legame N–H con una forza che tende ad aumentare la distanza N–H e a diminuire la relativa costante di forza, mentre l'alogeno situato al vertice opposto del cubo agisce in senso contrario tendendo ad aumentare la costante di forza. Naturalmente il primo effetto è il più forte e come risultante si osserva una certa diminuzione di k. Nella coordinazione esistente attorno allo NH_4^+ nell'NH_4F mancano invece gli ioni alogeno situati in posizioni opposte ai legami N–H e di conseguenza manca il secondo dei due effetti descritti sopra, come è stato notato anche da Plumb ed Hornig; è quindi ragionevole che la frequenza $\bar{\nu}_3$, in questo caso, risulti più bassa che negli altri composti.

Bibliografia.

[1] V. Cagliotti e C. Furlani, « Rend. Acc. Naz. Lincei », XXIV, 633 (1958).
[2] L. Couture, Mathieu e J. P. Mathieu, « J. Chim. Phys », *49*, 226 (1952).
[3] Herzberg, *Infrared and Raman Spectra*, New York 1945, p. 167.
[4] R. C. Plumb e D. F. Hornig, « J. Chem. Phys. », *23*, 947 (1955).
[5] D. F. Hornig, « Discussion Far. Soc. », *9*, 115 (1950).
[6] H. Bode e H. Clausen, « Z. anorg. allg. Chemie », *265*, 229 (1951).

Fisiologia. — *Intorno agli effetti della stimolazione del N. ottico sull'attività elettrica corticocerebellare del Gatto in narcosi barbiturica* (*). Nota di Ettore Fadiga, Gian Pietro von Berger e Giulio Cesare Pupilli, presentata (**) dal Socio G. C. Pupilli.

In un precedente lavoro [Fadiga, Pupilli e von Berger (1)] concernente l'analisi delle risposte corticocerebellari agl'impulsi trasmessi per le vie ottiche, abbiamo accertato come nel Gatto non narcotizzato si possano rilevare alcune differenze tra gli effetti provocati rispettivamente dalla stimolazione fotica e da quella elettrica del N. ottico. Gli stimoli luminosi, anche se massimali, destano infatti una risposta di regola circoscritta in determinate parti del *declive*, del *folium* e del *tuber vermis*; l'eccitamento diretto del nervo produce invece una reazione derivabile, per stimoli di poco sopraliminali, da quasi tutta la superficie dorsale del cervelletto, in corrispondenza tanto del verme quanto degli emisferi. L'area di proiezione visiva cerebellare delimitata mediante la stimolazione elettrica del N. ottico, nell'animale non narcotizzato, presenta quindi un aspetto diffuso e simile a quello della distribuzione topografica delle risposte che si registrano nel Gatto in narcosi cloralosica per effetto della stimolazione fotica come di quella diretta del nervo [cfr. Fadiga, Pupilli e von Berger (2)].

Gli esperimenti che vengono riferiti nella presente Nota, sono stati eseguiti a fine di esaminare gli effetti provocati dall'eccitamento diretto del N. ottico sull'attività corticocerebellare di Gatto trattato con Pentobarbital, cioè in condizioni di depressione funzionale dei centri che rendono inefficace lo stimolo specifico. Risulta infatti dalle ricerche di Snider e Stowell (3) e di Gastaut, Naquet, Badier e Roger (4) che la narcosi barbiturica abolisce la reazione del cervelletto allo stimolo luminoso.

La stimolazione del N. ottico è stata effettuata impiegando il procedimento descritto precedentemente (1), conforme al quale lo stimolo viene applicato in corrispondenza della papilla mediante un elettrodo infisso sotto il controllo oftalmoscopico, lasciando *in situ* il bulbo oculare: si ha così il vantaggio di potere da uno stesso lato alternare la stimolazione diretta del nervo e quella fotica, giacché la retina e i suoi vasi rimangono integri.

(*) Lavoro eseguito, col sussidio del Consiglio Nazionale delle Ricerche, nell'Istituto di Fisiologia umana della Università di Bologna.

(**) Nella seduta del 9 maggio 1959.

(1) E. Fadiga, G. C. Pupilli e G. P. von Berger, « Arch. Sci. biol. », XL, 541 (1956).

(2) E. Fadiga, G. C. Pupilli e G. P. von Berger, « Rend. Accad. naz. Lincei », Cl. Sci. fis., mat. e nat., ser. 8ª, XX, 575 (1956).

(3) R. S. Snider a. A. Stowell, « J. Neurophysiol. », VII, 331 (1944).

(4) H. Gastaut, R. Naquet, M. Badier et A. Roger, « J. Physiologie », XLIII, 737 (1951).

Per quanto concerne la preparazione degli animali e la derivazione e registrazione dei potenziali evocati, si vedano il lavoro citato [1] e le Note apparse in questi « Rendiconti » [2,5].

Gli esperimenti, che venivano eseguiti in Gatti immobilizzati con Sincurarina (5 mg/kg per via intravenosa) e soccorsi con la respirazione artificiale (pompa Beaudouin), avevano inizio almeno 2 h dopo la somministrazione di etere necessaria per effettuare l'intervento preparatorio. Si accertava prima di tutto, nell'animale non narcotizzato, la estensione dell'area cerebellare attivabile per effetto della stimolazione diretta del N. ottico e si rilevavano i caratteri fondamentali dei potenziali evocati. Veniva poi somministrato il barbiturico, nelle dosi di 10–15–20–25–30 mg/kg per via endoperitoneale, la dose minima usata palesandosi sufficiente per abolire la reazione corticocerebellare allo stimolo luminoso [6]: abbiamo utilizzato il Nembutal Abbott (Pentobarbital sodico). Le delimitazioni topografiche sono state eseguite impiegando impulsi di voltaggio massimale.

La stimolazione elettrica del N. ottico modifica l'attività corticocerebellare anche nell'animale trattato con Nembutal, purché la dose somministrata non sia eccessiva. La risposta non è tuttavia diffusa a quasi tutta la superficie dorsale del cervelletto come nell'animale normale (fig. 1, A), ma si deriva solo dalla corteccia di alcuni lobuli, in modo analogo a quanto si osserva sperimentando con lo stimolo specifico nel preparato non narcotizzato. La estensione dell'area attivabile mediante la stimolazione del nervo diminuisce col crescere della dose del barbiturico: per la somministrazione di 10 mg/kg (fig. 1, B) si osservano reazioni elettriche in corrispondenza del *lobulus simplex*, del *folium vermis*, del *tuber*, della *pyramis*, della porzione mediale del *lobulus paramedianus* e di parte dell'*uvula*; negli animali trattati con una dose di farmaco pari a 15 mg/kg, dell'area ora indicata rimangono attivabili le regioni appartenenti al verme e situate oralmente alla *fissura intrapyramidalis*; dopo la somministrazione del narcotico nella dose di 20 mg/kg (fig. 1, C), si possono derivare risposte solo da poche lamelle del *declive* e del *folium vermis* [7]; quest'ultimo a sua volta cessa di reagire per dosi di 25 mg/kg (fig. 1, D). Nei Gatti trattati con Nembutal nella dose di 30 mg/kg, la stimolazione diretta del N. ottico non evoca alcuna oscillazione di potenziale nella corteccia esplorata: facciamo notare come la narcosi ottenuta con tale quantità di farmaco non sia così profonda da impe-

(5) E. Fadiga, G. C. Pupilli e G. P. von Berger, « Rend. Accad. naz. Lincei », Cl. Sci. fis., mat. nat., ser. 8ª, XX, 426 (1956).

(6) Anche Gastaut e coll., negli esperimenti già rammentati [4], non hanno ottenuto alcuna risposta apprezzabile « chez les animaux soumis à une anesthésie barbiturique, si discrète soit-elle ».

(7) In qualche caso si osservano reazioni anche nelle lamelle del *tuber* e della *pyramis* più prossime alla *fissura praepyramidalis*, corrispondenti al focolaio che Snider e Stowell [3] hanno individuato saggiando gli effetti dello stimolo fotico nel Gatto cloralosato. Questo incostante focolaio è separato da quello principale mediante una zona corticale inattivabile, estesa a quasi tutto il *tuber* e a parte del *folium vermis*.

dire di registrare chiare risposte corticocerebellari a impulsi destati da stimoli somestesici [cfr. anche Snider e Stowell [3]].

In confronto alle reazioni derivabili dalle stesse sedi nell'animale non trattato col narcotico, le risposte provocate dopo la somministrazione di Nembutal presentano una più lunga latenza, una soglia più elevata e un'ampiezza minore, le differenze essendo tanto più cospicue quanto più alta è la dose impiegata. Tali effetti si rilevano nella fig. 2, che si riferisce a due esperimenti eseguiti somministrando il barbiturico per via endoperitoneale

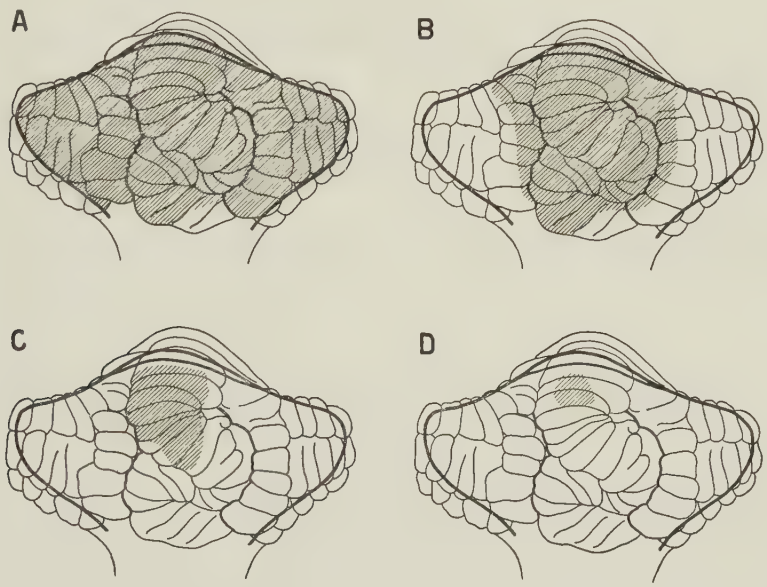


Fig. 1. – Rappresentazione schematica della distribuzione topografica dei potenziali derivati dalla corteccia cerebellare di Gatto per effetto della stimolazione elettrica del N. ottico, prima e dopo la somministrazione di Nembutal in dosi crescenti.

Le aree dalle quali si derivano le risposte sono segnate a tratteggio; la linea continua indica il limite della regione esplorata. A, area di proiezione cerebellare delimitata nell'animale non narcotizzato; B, C e D, distribuzione più comune delle reazioni ottenibili in Gatti trattati con Nembutal, rispettivamente nelle dosi di 10, 20 e 25 mg/kg per via endoperitoneale.

nella dose rispettivamente di 15 e 20 mg/kg: lo stimolo che nell'animale non narcotizzato risulta massimale (fig. 2, A e C), nel primo caso (fig. 2, B) desta una reazione più tardiva, la cui ampiezza è pari alla metà circa di quella misurata avanti il trattamento, ed è completamente inefficace nel secondo (fig. 2, D), quando per ottenere una risposta apprezzabile è necessario l'uso di impulsi di più elevato voltaggio (fig. 2, E). Facciamo presente che nelle nostre condizioni sperimentali le variazioni massime dei parametri delle risposte compaiono almeno 30–45 min dopo la somministrazione del narcotico. Che tali effetti dipendano direttamente dall'azione del farmaco, e non da un sopravvenuto deterioramento dei preparati, risulta da alcune prove collaterali, eseguite iniettando il Nembutal in piccole dosi (da 5 a 10 mg/kg) per via intravenosa: in queste condizioni, pochi minuti (2–4 circa) dopo

l'iniezione si osservano fenomeni del tutto analoghi a quelli dovuti alla somministrazione del farmaco per via endoperitoneale (fig. 3).

Quanto alla forma e alla polarità, le risposte studiate non sono diverse da quelle che si osservano nel Gatto non narcotizzato: anche nell'animale

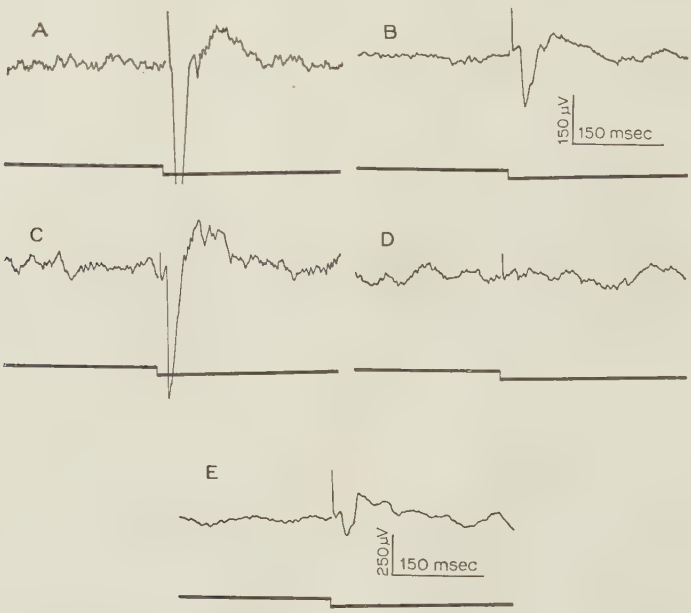


Fig. 2. – Risposte alla stimolazione elettrica del N. ottico, registrate dalla corteccia cerebellare di Gatto prima e dopo la somministrazione di Nembutal.

Derivazioni dalla superficie del *declive* (parte laterale sinistra del *folium VIb* di Larsell. A e B) e del *folium vermis* (C–E). Si osserva in A la risposta a uno stimolo di voltaggio massimale, nell'animale non narcotizzato; in B la risposta al medesimo stimolo, ottenuta circa 90 min dopo la somministrazione di Nembutal nella dose di 15 mg/kg per via endoperitoneale. Gli elettrogrammi C, D e E si riferiscono a un altro esperimento: uno stimolo che nell'animale non narcotizzato risulta massimale (C), è inefficace circa 70 min dopo la somministrazione del narcotico nella dose di 20 mg/kg e. p. (D), quando una risposta è ottenibile solo con stimoli di voltaggio più elevato (E). L'aumento della latenza provocato dal trattamento col barbiturico risulta naturalmente più evidente nella fig. 3, i cui tracciati sono stati registrati a più alta velocità. Il tempo di applicazione dello stimolo è indicato dall'artefatto e dalla deflessione del secondo pennello catodico; la calibrazione riportata in B vale anche per A, quella in E si riferisce anche a C e D. Nella presente figura, come nelle successive, la polarità negativa corrisponde alla deflessione verso l'alto.

in narcosi nembutalica esse constano essenzialmente di una oscillazione difasica (figg. 2–4), costituita da un'onda positiva (prima componente fondamentale) e da una negativa (seconda componente fondamentale), questa ultima meno ampia; la componente positiva è talora preceduta da una piccola deflessione di segno opposto, mentre assai più raramente la reazione può avere termine con un lento potenziale positivo.

L'ampiezza delle risposte non è la medesima in ogni parte delle aree di proiezione che si delimitano saggiando le diverse dosi del farmaco: per stimoli dello stesso voltaggio essa diminuisce a mano a mano che, procedendo dalle lamelle del *declive* più prossime alla *fissura I* [*folia VIa* e *VIb* di Lar-

sell [8]], si esplorano le parti più periferiche dell'area in esame (fig. 4). La diminuzione di ampiezza riguarda la componente positiva e quella negativa; in quest'ultima sono tuttavia meno evidenti gli effetti della variazione della sede di derivazione (fig. 4, A e F). Quanto alla incostante deflessione nega-

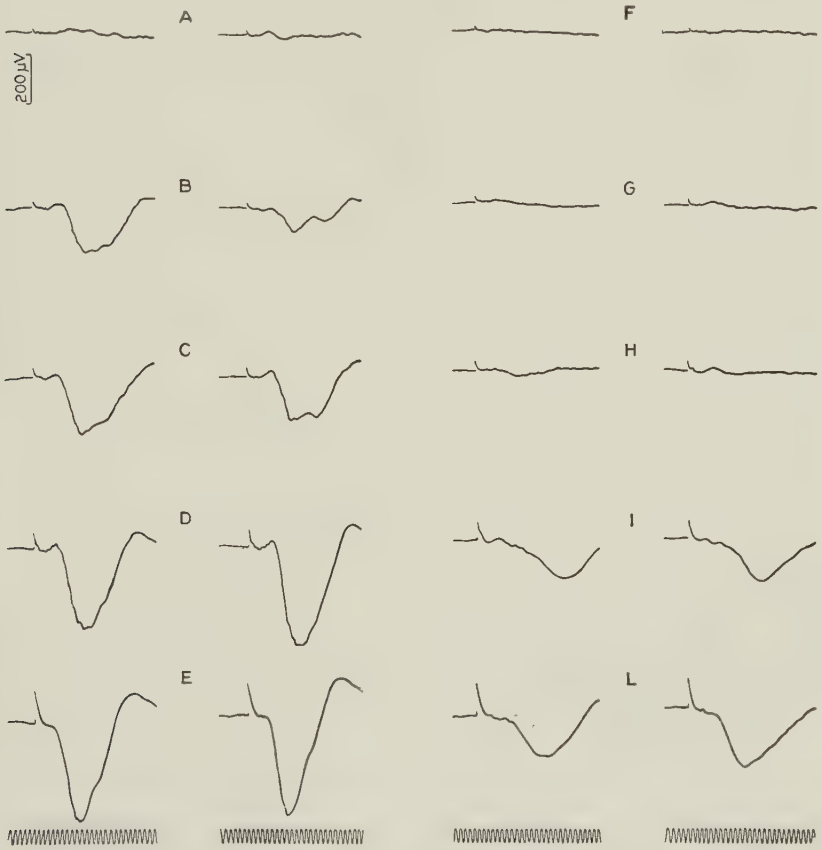


Fig. 3. – Risposte alla stimolazione elettrica del N. ottico, registrate dalla corteccia cerebellare di Gatto prima e dopo la somministrazione di Nembutal.

Derivazione dalla superficie del *declive* (*folium VI c* di Larsell). A–E, elettrogrammi registrati avanti il trattamento col narcotico, impiegando rispettivamente stimoli di V 3, 4, 5, 6 e 7 (per ciascun voltaggio, sono riprodotti gli effetti di due stimolazioni successive, separate da un intervallo di 15 sec.); F–L, registrazioni eseguite con stimoli di voltaggio corrispondente a quello dei precedenti, 4 min dopo l'iniezione di Nembutal nella dose di 5 mg/kg per via intravenosa. Marcatempo, 500 Hz. La velocità dello *sweep* è la medesima in tutti gli elettrogrammi, cosí come l'amplificazione; il tempo di applicazione dello stimolo è indicato dall'artefatto.

tiva iniziale, essa conserva all'incirca lo stesso voltaggio in ogni parte del territorio corticale attivabile con la stimolazione del N. ottico; il che conferma la interpretazione precedentemente prospettata [1], secondo la quale il fenomeno va riferito alla diffusione fisica dei potenziali delle vie afferenti.

Nello spiegare come dalla corteccia del cervelletto si registrino risposte alla stimolazione diretta del N. ottico in animali trattati con dosi di Nem-

(8) O. Larsell, « J. comp. Neurol. », XCIX, 135 (1953).

butal capaci di abolire ogni reazione allo stimolo fotico, occorre aver presente che il numero delle fibre nervee stimolate nelle condizioni dei nostri esperimenti è verosimilmente maggiore rispetto a quello delle fibre attivate dallo stimolo specifico. Infatti è noto che uno stimolo elettrico di conveniente voltaggio eccita contemporaneamente tutte le fibre del N. ottico, mentre

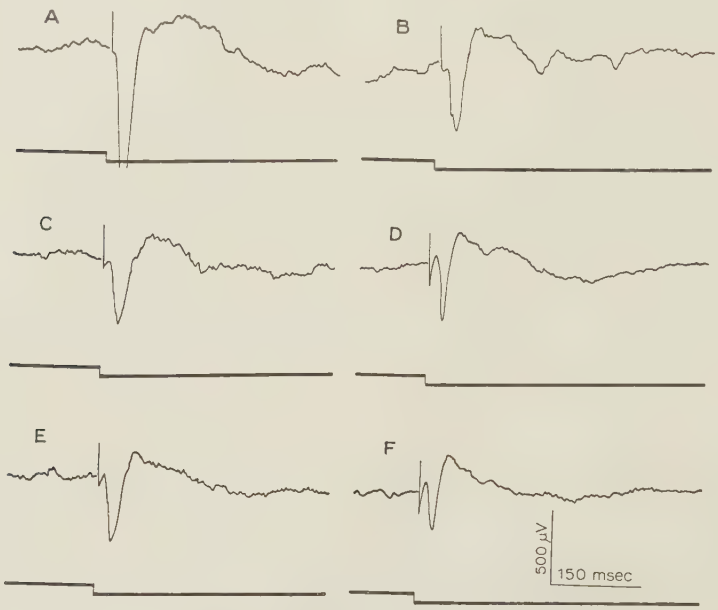


Fig. 4. – Risposte alla stimolazione elettrica del N. ottico, registrate dalla corteccia cerebellare di Gatto durante la narcosi nembutalica.

Registrazioni di superficie effettuate circa 50 min dopo la somministrazione di Nembutal, nella dose di 15 mg/kg per via endoperitoneale. La sede della derivazione corrisponde rispettivamente: in A, alla parte mediana della seconda lamella del *declive* (*folium VI b* di Larsell); in B, alla sua parte laterale sinistra; in C, alla sua parte laterale destra; in D, alla porzione più orale del *folium vermis*, prossima alla *fissura posterior superior*; in E, alla sua porzione più caudale; in F, al *tuber vermis*. Lo stimolo ha il medesimo voltaggio in tutte le registrazioni e il tempo della sua applicazione è indicato come nella fig. 2; la calibrazione riportata in F vale anche per gli altri elettrogrammi.

il numero degli elementi retinici attivati dalla stimolazione luminosa è con ogni probabilità limitato anche nel caso che si faccia uso di illuminamenti massimali [cfr. Buser [9]]; le nostre precedenti indagini [1] hanno del resto dato evidenza al fatto che nell'animale non narcotizzato le risposte cortico-cerebellari ottenute con la stimolazione elettrica del nervo, mediante impulsi di voltaggio di poco sopraliminale, appaiono distribuite tanto al verme quanto agli emisferi, mentre le reazioni provocate da stimoli fotici di intensità massimale sono di solito circoscritte nel *paleocerebellum*. L'azione deprimente del narcotico sopprime a sua volta anche la risposta alla stimolazione diretta del nervo, quando il farmaco venga somministrato in dosi sufficientemente elevate.

(9) P. Buser, *Analyse des réponses électriques du lobe optique à la stimulation de la voie visuelle chez quelques Vertébrés inférieurs. Thèse de Paris.* Paris, Masson et C.ie (1955).

Da quanto abbiamo dianzi esposto, risulta come col crescere della dose del barbiturico le risposte alla stimolazione elettrica del N. ottico non vengano depresse in modo uniforme in ciascun territorio corticale, ma siano abolite negli emisferi prima che nel verme e, nel verme stesso, prima nell'*uvula*, nella *pyramis* e nel *tuber* che nel *folium* e nel *declive*: la distribuzione topografica dei potenziali evocati viene quindi perdendo l'aspetto diffuso, per assumere quello circoscritto, in modo analogo a quanto Combs [10] ha rilevato registrando nel Gatto non narcotizzato e in quello trattato con Nembutal le reazioni corticocerebellari a impulsi di origine somestesica. Nei nostri esperimenti le risposte che più resistono all'azione deprimente del narcotico sono quelle ottenute dai lobuli la cui corteccia è più facilmente attivata nell'animale in stato di veglia: in mancanza di narcosi lo stimolo minimo sufficiente per destare la reazione del *paleocerebellum* non provoca infatti variazioni del ritmo pulsatorio corticale del lobulo ansoparamediano [11]; a sua volta, la corteccia del *declive* e del *folium vermis* è attivata da stimoli di voltaggio inferiore a quello necessario per evocare la risposta degli altri lobuli vermiani [11]. Si noti che dal *declive* e dal *folium* più frequentemente si possono evocare potenziali per effetto dello stimolo fotico nell'animale non narcotizzato, e inoltre che in tali sedi le reazioni registrate durante la narcosi cloralosica hanno la massima ampiezza.

Sicché i dati desunti dall'analisi topografica delle risposte che la stimolazione elettrica del N. ottico provoca nella corteccia cerebellare del Gatto trattato con Nembutal, avvalorano quanto già risultava dalle osservazioni precedenti, e cioè che le varie parti dell'area di proiezione visiva delimitabile nella superficie dorsale del cervelletto non hanno tutte il medesimo significato funzionale. In ciascuna delle condizioni di esperimento da noi adottate si può infatti riconoscere, in corrispondenza delle lamelle vermiane più prossime alla *fissura prima*, una zona specifica nella quale gli effetti degli stimoli presi in esame sono più rimarchevoli che in tutte le altre [1]. Anche per quanto riguarda la reazione corticocerebellare agl'impulsi di origine visiva, vale pertanto il concetto esposto da Bremer [12] a proposito delle localizzazioni cerebellari somestesiche, che vanno interpretate come caratteristiche « localizzazioni a focolaio ».

(10) M. C. Combs, « J. Neurophysiol. », XVII, 122 (1955).

(11) Tale osservazione abbiamo fatta in saggi collaterali, eseguiti nell'animale non narcotizzato a fine di accertare in modo preciso le lievi differenze di soglia che i potenziali evocati con la stimolazione diretta del N. ottico presentano nelle varie parti della rispettiva area di proiezione vermiana. In dette prove si è anche visto come la soglia delle risposte registrate dalle lamelle del *tuber* e della *pyramis* più prossime alla *fissura praepyramidalis* sia alquanto più bassa in confronto di quella delle reazioni provocate nella corteccia circostante; la qual cosa va tenuta presente per spiegare come dette lamelle possano talora essere attivabili in Gatti trattati con dosi di Nembutal sufficienti per abolire la risposta delle altre parti dei due lobuli menzionati (si veda la nota 7).

(12) F. Bremer, « Rev. neurol. », LXXXVII, 65 (1952).

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Analisi matematica. — *Equazioni differenziali ordinarie con condizioni lineari generali.* Nota di ROBERTO CONTI, presentata (*) dal Socio G. SANSONE.

1. – Scopo della presente Nota è quello di estendere alcuni risultati, relativi alla risoluzione di un sistema di equazioni differenziali ordinarie con condizioni accessorie lineari di tipo generale, contenuti in un recente lavoro di L. N. Esciukov (1). L'estensione conseguita viene poi messa in relazione con altri risultati contenuti in un precedente lavoro dell'autore (2).

2. – Indichiamo con E_n lo spazio lineare dei vettori ad n componenti reali

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ \cdots \\ x_n(t) \end{pmatrix}$$

funzioni continue della variabile reale t in

$$\Delta: \quad t_0 \leq t \leq t_0 + h$$

e con R_n il sottospazio dei vettori c costanti. La norma in E_n sarà definita da

$$\| x(t) \| = \max_{t \in \Delta} | x(t) | \quad , \quad | x(t) | = \max_i | x_i(t) |$$

cosicché, in particolare,

$$\| c \| = | c | = \max_i | c_i | .$$

Con Φ indicheremo una assegnata trasformazione lineare limitata di E_n in R_n:

$$\Phi x = c . \tag{1}$$

Sia infine

$$dx/dt = A(t)x + a(t, x) \tag{2}$$

un sistema di n equazioni differenziali ordinarie, con

$$dx/dt = \begin{pmatrix} dx_1/dt \\ \cdots \\ dx_n/dt \end{pmatrix}$$

(*) Nella seduta del 9 maggio 1959.

(1) L. N. ESCIUKOV, *Su un problema funzionale per le equazioni differenziali ordinarie*, «Uspehi Mat. Nauk», XIII, 3 (81), pp. 191–196 (1958) (in russo).

(2) R. CONTI, *Sistemi differenziali ordinari con condizioni lineari*, «Annali di Mat. pura ed appl.», (4) 46, pp. 109–130 (1958).

con

$$A(t) = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & \cdots & a_{1n}(t) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1}(t) & \cdots & a_{nn}(t) \end{pmatrix}$$

matrice $n \times n$ assegnata, definita per $t \in \Delta$, e con

$$a(t, x) = \begin{pmatrix} a_1(t, x_1, \cdots, x_n) \\ \cdots \\ a_n(t, x_1, \cdots, x_n) \end{pmatrix}$$

vettore ad n componenti, assegnato anch'esso, definito per $t \in \Delta$ e per x variabile in un certo insieme che preciseremo tra breve.

Il problema che vogliamo trattare è quello dell'esistenza di soluzioni (nel senso di Carathéodory) del sistema (2) soddisfacenti le condizioni lineari (1) con assegnati Φ e c.

3. – Accanto al sistema (2) consideriamo il corrispondente sistema lineare omogeneo

$$dy/dt = A(t)\, y \tag{3}$$

le cui soluzioni, com'è ben noto, sono tutte definite per $t \in \Delta$ e costituiscono un sottospazio lineare di E_n che indicheremo con A_n.

Con Φ_1 indicheremo infine la restrizione della trasformazione Φ in A_n, cosicché se $y \in A_n$ è $\Phi_1 y \in R_n$.

Ciò premesso dimostriamo il seguente:

TEOREMA 1. – *La* $A(t)$ *sia misurabile in* Δ *e posto*

$$|A(t)| = \max_{i,k} |a_{ik}(t)| \quad , \quad t \in \Delta$$

esista una funzione $\mu(t)$ *integrabile in* Δ *tale che*

$$|A(t)| \leq \mu(t) \quad , \quad t \in \Delta. \tag{4}$$

La restrizione Φ_1 *in* A_n *della trasformazione* Φ *sia invertibile. Assegnato* c *la* $a(t, x)$ *sia definita per un certo* $r > 0$ *in* [3]

$$|x - \Phi_1^{-1} c| \leq r \quad , \quad t \in \Delta \tag{5}$$

e soddisfi le condizioni di Carathéodory, cioè essa sia continua in x *per ogni* t *e misurabile in* t *per ogni* x *ed inoltre posto*

$$|a(t, x)| = \max_i |a_i(t, x)|$$

esista una funzione $\nu(t)$ *integrabile in* Δ *tale che*

$$|a(t, x)| \leq \nu(t). \tag{6}$$

(3) Si noti che $\Phi_1^{-1} c$ è una soluzione di (3) cosicché (5) rappresenta un cilindroide (un « tubo ») dello spazio (t, x) avente per « asse » appunto la $\Phi_1^{-1} c$.

Infine sia

$$(7) \qquad e^{\int_{\Delta} \mu(t)\,dt} \int_{\Delta} \nu(t)\,dt \leq \frac{r}{1 + \| \Phi_1^{-1} \Phi \|}$$

dove $\| \Phi_1^{-1} \Phi \|$ *indica la norma dell'operatore* $\Phi_1^{-1} \Phi$.

Sotto questa ipotesi esiste almeno una soluzione (secondo Carathéodory) del sistema (2) *soddisfacente la condizione* (1).

Indichiamo con $Y(t)$ la matrice fondamentale del sistema (3) tale che $Y(t_0) = I$ (matrice unità $n \times n$), vale a dire

$$(8) \qquad Y(t) = I + \int_{t_0}^{t} A(\theta)\, Y(\theta)\, d\theta .$$

Per ogni $x(t) \in E_n$ soddisfacente la (5), ossia tale che

$$(9) \qquad | x(t) - \Phi_1^{-1} c | \leq r \quad , \quad t \in \Delta ,$$

consideriamo la trasformazione $y = Hx$ di E_n in sé definita da

$$(10) \quad y(t) = \Phi_1^{-1} \left(c - \Phi \int_{t_0}^{t} Y(t) Y^{-1}(\tau)\, a(\tau, x(\tau))\, d\tau \right) + \int_{t_0}^{t} Y(t) Y^{-1}(\tau)\, a(\tau, x(\tau))\, d\tau .$$

Dalla (8) si ha

$$Y(t)\, Y^{-1}(\tau) = I + \int_{\tau}^{t} A(\theta)\, Y(\theta)\, Y^{-1}(\tau)\, d\theta$$

e quindi, indicato con $| Y(t)\, Y^{-1}(\tau) |$ il massimo valore assoluto degli elementi della matrice $Y(t)\, Y^{-1}(\tau)$ per ogni coppia $\tau \in \Delta$, $t \in \Delta$, segue

$$| Y(t)\, Y^{-1}(\tau) | \leq | I | + \int_{\tau}^{t} | A(\theta) |\, | Y(\theta)\, Y^{-1}(\tau) |\, d\theta$$

per ogni tale coppia. Poiché $| I | = | Y(\tau)\, Y^{-1}(\tau) | = 1$, applicando il lemma di Gronwall generalizzato si ha

$$(11) \qquad | Y(t)\, Y^{-1}(\tau) | \leq e^{\int_{\Delta} \mu(\theta)\, d\theta} .$$

Pertanto se $x_p(t) \in E_n$, $x_q(t) \in E_n$ soddisfano entrambi la (9) si ha

$$\left| \int_{t_0}^{t} Y(t)\, Y^{-1}(\tau) \{ a(\tau, x_p(\tau)) - a(\tau, x_q(\tau)) \}\, d\tau \right| \leq$$

$$\leq e^{\int_{\Delta} \mu(\theta)\, d\theta} \int_{\Delta} | a(\tau, x_p(\tau)) - a(\tau, x_q(\tau)) |\, d\tau$$

e poiché per la (6) gli integrali $\int_{\Delta} |a(\tau, x(\tau))| d\tau$ sono equiassolutamente continui segue che se x descrive una successione di Cauchy in E_n lo stesso è di

$$u(t) = \int_{t_0}^{t} Y(t)\, Y^{-1}(\tau)\, a(\tau, x(\tau))\, d\tau \tag{12}$$

e, per la continuità di Φ e di Φ_1^{-1} la stessa proprietà compete a:

$$v(t) = \Phi_1^{-1}\left(c - \Phi \int_{t_0}^{t} Y(t)\, Y^{-1}(\tau)\, a(\tau, x(\tau))\, d\tau\right) = \Phi_1^{-1}(c - \Phi u(t)). \tag{13}$$

Dunque H muta ogni successione $\{x_\nu\}$ di Cauchy in una successione $(y_\nu\}$ di Cauchy ed essendo E_n uno spazio lineare normato completo si ha che H è una trasformazione continua.

Se $x(t)$ soddisfa la (9), lo stesso è di $y = Hx$. Infatti dalla (10) si ha, tenuto conto delle (11), (6) e (7)

$$|y(t) - \Phi_1^{-1} c| \leq \{1 + \|\Phi_1^{-1}\Phi\|\} \left| \int_{t_0}^{t} Y(t)\, Y^{-1}(\tau)\, a(\tau, x(\tau))\, d\tau \right| \leq$$

$$\leq \{1 + \|\Phi_1^{-1}\Phi\|\}\, e^{\int_{\Delta} \mu(\theta)\, d\theta} \int_{\Delta} \nu(\theta)\, d\theta \leq r.$$

Inoltre, se $x(t)$ (e quindi $y(t)$) soddisfa la (9), è

$$\Phi y = \Phi\Phi_1^{-1} c - \Phi\Phi_1^{-1}\Phi u + \Phi u = c.$$

Dunque se in corrispondenza ai dati Φ, c, r, indichiamo con Ω l'insieme dei vettori $x \in E_n$ soddisfacenti (1) e (9) e con Ω' il trasformato di Ω secondo la H, abbiamo che Ω' non è vuoto e che $\Omega' \subseteq \Omega$.

Inoltre l'insieme Ω è evidentemente limitato, chiuso e convesso.

Dalla (12), per ogni coppia $t' \in \Delta, t'' \in \Delta, t' \leq t''$, si ha per la (11) e la (6)

$$|u(t') - u(t'')| \leq e^{\int_{\Delta} \mu(\theta)\, d\theta} \int_{t'}^{t''} \nu(\theta)\, d\theta,$$

dunque le $u(t)$ sono equicontinue; lo stesso è delle $v(t)$ in quanto soluzioni di (3) e quindi delle $y(t) = u(t) + v(t)$. Per il teorema di Ascoli–Arzelà la trasformazione H risulta dunque completamente continua ed in virtù del principio di Schauder–Caccioppoli [4] esiste almeno un elemento $x \in E_n$ unito nella H. Un tale $x = Hx$ risolve il problema (1), (2).

(4) Cfr. ad esempio C. MIRANDA, *Problemi di esistenza in analisi funzionale*, «Quaderni della Scuola Norm. Sup.», 3 (Pisa, 1948–49), p. 161.

4. – Per $A(t) = 0$ (matrice nulla $n \times n$) il teorema dimostrato coincide col teorema 2 di L. N. Esciukov; in tal caso Φ_1 diventa la restrizione Φ_0 di Φ ad R_n e la (5) definisce un cilindro dello spazio (t, x) avente per asse il vettore costante $\Phi_0^{-1} c$. Potendosi prendere $\mu(t) = 0$, la (7) diventa

$$\int_{\Delta} \nu(t)\, dt \leq \frac{r}{1 + \| \Phi_0^{-1} \Phi \|} .$$

5. – Ammettere che Φ_1 sia invertibile equivale a supporre che il problema omogeneo

$$dy/dt = A(t)\, y \quad , \quad \Phi y = 0$$

non ammetta altre soluzioni oltre $y = 0$.

Ricorrendo al teorema di rappresentazione degli operatori lineari di E_n in R_n si ha che

$$\Phi x = \int_{\Delta} d\mathrm{F}\, x ,$$

dove $\mathrm{F} = \mathrm{F}(t)$ è una matrice $n \times n$ a variazione limitata in Δ e l'ipotesi sopra detta si traduce nella seguente

$$\det \int_{\Delta} d\mathrm{F}\, y \neq 0 .$$

Per $r \to \infty$ dal teorema 1 segue allora un risultato noto [5].

6. – Combinando la dimostrazione del n. 3 con quella del teorema 1 di L. N. Esciukov, si prova infine il seguente

TEOREMA 2. – *Se* Φ *ed* $A(t)$ *soddisfano le ipotesi del teorema 1 e se* $a(t, x)$ *definita per* $t \in \Delta$, $|x| < \infty$, *è continua in* x *per ogni* t *e misurabile in* t *per ogni* x *ed esiste per ogni* $r > 0$ *una funzione* $\nu_r(t)$ *integrabile in* Δ *tale che*

$$|a(t, x)| < \nu_r(t) \quad , \quad t \in \Delta , \; |x - \Phi_1^{-1} c| \leq r$$

e se infine è

$$\lim_{\|x\| \to \infty} \frac{\|a(t, x)\|}{\|x\|} = 0$$

allora sussiste la tesi del teorema 1.

(5) R. CONTI, loc. cit. in (2) Teorema 1, p. 114; cfr. anche p. 127.

Analisi matematica. — *Sui procedimenti lineari d'approssimazione.* Nota di GÉZA FREUD, presentata (*) dal Socio B. SEGRE.

A. Zygmund [4] ha trovato una successione $\{A_n\}$ di trasformazioni lineari, le quali operano sullo spazio C di funzioni continue con periodo 2π di una variabile x, in guisa che A_n trasformi C nello spazio T_n dei polinomi trigonometrici di grado $\leq n$ con periodo 2π, e che:

$$\|f - A_n f\| \leq \gamma \omega_2(f; n^{-1}), \tag{1}$$

dove $\|\ \|$ significa la norma relativa a C, e

$$\omega_2(f;\delta) = \max_{\substack{h \leq \delta \\ x \in [0,2\pi]}} |f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)|. \tag{2}$$

La costruzione delle trasformazioni A_n era già stata fatta da D. Jackson, che l'aveva applicata per dimostrare il suo ben noto teorema d'approssimazione. Ma è merito di Zygmund l'aver osservato che i polinomi d'approssimazione di Jackson godono anche della proprietà (1), che perciò chiamiamo la proprietà di Zygmund (vede anche S. B. Stečkin [2]).

Una successione $\{A_n\}$ avente la proprietà di Zygmund è di conseguenza tale che $A_n f$ converge uniformemente, per ogni f prefissata in C. Da ciò segue – secondo un teorema ben conosciuto, trovato in principio da H. Lebesgue [1] – che le A_n soddisfanno alla condizione

$$\|A_n f\| \leq \alpha \|f\|, \tag{3}$$

cioè la successione delle norme $\|A_n\|$ degli operatori A_n risulta limitata. Sia C_2 lo spazio delle funzioni con periodo 2π dotate di derivate prima e seconda continue, con periodo 2π. Applicando in particolare (1) per funzioni $f \in C_2$ abbiamo:

$$\|A_n f\| \leq \beta n^{-2} \|f''\|, \qquad f \in C_2. \tag{4}$$

Dimostreremo che (3) e (4), prese assieme, dànno una condizione necessaria e sufficiente per la validità delle (1). Proveremo questo risultato, come conseguenza del seguente

TEOREMA: *Sia* $\mathcal{C}$ *lo spazio delle funzioni* $g(x)$ *di una variabile reale* x, *definite e continue nell'intervallo* $[0, 1]$, *le quali soddisfanno alle relazioni*

$$a_i g(0) + b_i g(1) = 0, \qquad i = 1, 2\ (1), \tag{5}$$

e sia $\mathcal{C}_2$ *lo spazio costituito delle* $g \in \mathcal{C}$ *dotate di derivata seconda continua.*

(*) Nella seduta del 9 maggio 1959.

(1) Non escludiamo che, per un i o per tutti e due i valori di i, sia $a_i = b_i = 0$, cioè che una od entrambe le condizioni (5) vengano a mancare.

Sia H *una trasformazione lineare, che operi per tutte le* $g \in \mathcal{C}$ *e trasformi* $\mathcal{C}$ *in uno spazio* B *di Banach, in modo che valgano le*

$$\| Hg \|_B \leqq \alpha \| g \|, \qquad \text{per tutte le } g \in \mathcal{C}, \tag{6}$$

e

$$\| Hg \|_B \leqq \beta \| g'' \|, \qquad \text{per tutte le } g \in \mathcal{C}_2. \tag{7}$$

Allora, per ogni intero $\nu \geqq 1$, *sussiste la*:

$$\| Hg \|_B \leqq (\alpha + 4\beta\nu^2)\, \omega_2(g ; \nu^{-1}). \tag{8}$$

Questo teorema rimane valido quando gli spazi $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}_2$ *vengano limitati alle funzioni periodiche con periodo* 1/2 *soddisfacenti alle condizioni sopraindicate*

La sufficenza delle condizioni (3), (4) per la proprietà di Zygmund (1) segue subito dalla seconda parte del teorema. Per vederlo, facciamo la sostituzione: $g(x) = f(4\pi x)$; allora $\omega_2(g ; \delta) = \omega_2(f ; 4\pi\delta)$. Basta quindi assumere $\nu = 14\, n > 4\pi n$ ed applicare la formula (8) con $H = E - A_n$, dove E è l'operatore identico, per concludere nel modo voluto.

Dimostrazione del teorema. – Dividiamo [0 , 1] in 4ν intervalli uguali, e riferiamoci all'intervallo $\left(\frac{k}{2\nu}, \frac{k+1}{2\nu}\right)$. Consideriamo il segmento di retta l_k^+ congiungente i punti $P_k\left(\frac{k}{2\nu}, f\left(\frac{k}{2\nu}\right)\right)$ e $Q_k\left(\frac{2k+1}{2\nu}, f\left(\frac{2k+1}{2\nu}\right)\right)$, quello l_{k+1}^- congiungente i punti Q_k e P_{k+1}, e quello L_k congiungente P_k e P_{k+1}. Sia poi – nell'intervallo suddetto – $y = g_\nu(x)$ l'equazione dell'arco r_k di parabola congiungente i punti P_k e P_{k+1} ed avente in essi le rette l_k^+ e l_{k+1}^- come tangenti. Osserviamo che ciascuno degli archi r_k suddetti è incluso nell'area compresa fra i poligoni $l_0^+ l_1^- l_1^+ \cdots l_{2\nu}^-$ e $L_0 L_1 \cdots L_{2\nu-1}$. Da qui, applicando un teorema di Whitney [3], si trae che

$$\| g - g_\nu \| \leqq \omega_2(g ; \nu^{-1}). \tag{9}$$

Un calcolo diretto porge

$$g_\nu''(x) = 4\nu^2 \left[g\left(\frac{k}{2\nu}\right) - 2\, g\left(\frac{2k+1}{2\nu}\right) + g\left(\frac{k+1}{2\nu}\right) \right] \qquad \text{per} \quad x \in \left(\frac{k}{2\nu}, \frac{k+1}{2\nu}\right),$$

sicché:

$$\| g_\nu'' \| \leqq 4\nu^2\, \omega_2\left(g ; \frac{1}{2\nu}\right) \leqq 4\nu^2\, \omega_2(g ; \nu^{-1}).$$

Quando g ha il periodo 1/2, anche g_ν è periodico con periodo 1/2. Le g_ν soddisfano alle (5), perché $g_\nu(0) = g(0)$ e $g_\nu(1) = g(1)$, Cioè $g_\nu \in \mathcal{C}$. Dato un arbitrario $\varepsilon > 0$, è facile costruire una funzione $\gamma_\nu(x) \in \mathcal{C}^2$ per la quale

$$\| g_\nu - \gamma_\nu \| \leqq \varepsilon \tag{10}$$

e

$$\| \gamma_\nu'' \| \leqq 4\nu^2\, \omega_2(g ; \nu^{-1}) + \varepsilon. \tag{11}$$

Inoltre, quando f e g_ν hanno il periodo $1/2$, anche $\gamma_\nu(x)$ può venire scelta periodica con periodo $1/2$.

Dalle (3), (4), (9), (10) ed (11) consegue:

$$\| Hg \|_B \leqq \| H(g - g_\nu) \|_B + \| H(g_\nu - \gamma_\nu) \|_B + \| H\gamma_\nu \|_B \leqq$$

$$\leqq \alpha\omega_2(g ; \nu^{-1}) + \alpha\varepsilon + \beta[4\nu^2\omega_2(g ; \nu^{-1}) + \varepsilon].$$

Basta ora fare tendere $\varepsilon \to 0$, per trovare il risultato (8) enunciato.

Osserviamo che, nel caso periodico, si ottiene la dimostrazione da quanto sopra usando le funzioni

$$\Gamma_\nu(x) = h^{-2} \int_0^h (h - t)[f(x + t) + f(x - t)]\, dt$$

ed $h = \nu^{-1}$ in luogo delle g_ν ed h_ν.

BIBLIOGRAFIA.

[1] H. LEBESGUE, *Sur les intégrales singulières*, « Annales de Toulouse », (3) *1* (1909), 25–117; Théorème IV, p. 60.

[2] S. B. STEČKIN, *Sopra l'ordine d'approssimazione minima di funzioni continue* (in russo). « Izv. Ak. Nauk, Ser. Mat. », *15* (1951), 219–242.

[3] H. WHITNEY, *On functions with bounded n–th differences*. « Journal de Math. Pures et Appl. », *36* (1957), 65–95; § 15, p. 86.

[4] A. ZYGMUND, *Smooth functions*. « Duke Math. Journal », *12* (1945), 47–76; § 5, pp. 61–64.

Geometria. — *Caratterizzazione grafica di certe superficie cubiche di* $S_{3,q}$ (*). Nota II (**) di GIUSEPPE TALLINI, presentata dal Socio B. SEGRE.

5. – Allo scopo di dimostrare il teorema II del n. 1, consideriamo in un $S_{3,q}$ ($q > 3$, dispari) un insieme $\mathcal{F}(k)$ (n. 1), con $k \geq q^2 + 3q + 1$, contenente quattro punti doppi indipendenti, A_1, A_2, A_3, A_4.

Gli spigoli del tetraedro $\mathcal{T} \equiv A_1 A_2 A_3 A_4$ appartengono a $\mathcal{F}(k)$ (n. 1). Denotata con i, j, k, l una qualsivoglia permutazione degli indici 1, 2, 3, 4, incominciamo a provare che *per* A_i *non passa nessuna retta di* $\mathcal{F}(k)$, *diversa dalle* $A_i A_j$, $A_i A_k$, $A_i A_l$. Infatti una tale retta r dovrebbe incontrare il piano $A_j A_k A_l$ in un punto, P, necessariamente appartenente o ad $A_j A_k$, o ad $A_k A_l$, o ad $A_l A_k$ (Osservazione I, n. 2); supposto per esempio $P \in A_j A_k$, il piano $A_i A_j A_k$ verrebbe a contenere quattro rette distinte di $\mathcal{F}(k)$, e cio è escluso (Osservazione I, n. 2).

Ne segue, in forza anche dell'Osservazione III del n. 2, che *ogni piano per* $A_i A_j$, *distinto dalle due facce di* $\mathcal{T}$ *per* $A_i A_j$, *interseca* $\mathcal{F}(k)$ *ulteriormente o in una sola retta non passante né per* A_i *né per* A_j, *oppure in un h–arco ampliabile in un* $(h+2)$*–arco coll'aggregare ad esso* A_i, A_j (onde sarà $h + 2 \leq q + 1$, cfr. nota (6) n. 3).

Sia t il numero dei piani per $A_i A_j$ intersecanti ulteriormente $\mathcal{F}(k)$ in una retta; l's–esimo tra i rimanenti $q - 1 - t$ piani per $A_i A_j$, distinti da $A_i A_j A_k$ e $A_i A_j A_l$, incontra allora $\mathcal{F}(k)$ ulteriormente in un h_s–arco, con $h_s \leq q - 1$. Uguagliando il numero complessivo dei punti di $\mathcal{F}(k)$ appartenenti ai singoli piani per $A_i A_j$, ma non ad $A_i A_j$, con il numero dei punti di $\mathcal{F}(k)$ distinti da quelli di $A_i A_j$, e tenendo presente la disuguaglianza $k \geq q^2 + 3q + 1$, si ha:

$$(1) \qquad 2(2q - 1) + qt + \sum_{s=1}^{q-t-1} h_s = k - (q + 1) \geq q^2 + 2q .$$

Risultando poi $h_s \leq q - 1$, si ha:

$$(2) \qquad \sum_{s=1}^{q-t-1} h_s \leq (q - 1)(q - t - 1) ,$$

l'uguaglianza in quest'ultima relazione sussistendo se, e soltanto se, per ogni s, è $h_s = q - 1$.

Confrontando la (1) e la (2), otteniamo:

$$t \geq 1 .$$

Dunque *per* $A_i A_j$ *passa almeno un piano intersecante ulteriormente* $\mathcal{F}(k)$ *in una (sola) retta.*

(*) Continuazione della Nota I, pubblicata a p. 484 di questo volume dei « Rendiconti ».
(**) Nella seduta del 9 maggio 1959.

Proveremo ora che *questo piano è unico, ossia che è* $t = 1$.

Supposto per assurdo $t \geq 2$, esisteranno almeno due rette di $\mathfrak{F}(k)$, r_1 e r_2, incidenti la $A_i A_j$ in punti distinti da A_i e A_j. Ognuna di tali rette incontra il piano $A_i A_k A_l$ in un punto, il quale deve necessariamente appartenere alla retta $A_k A_l$ (Osservazione I, n. 2). Quindi r_1 e r_2 si appoggiano, oltre che alla retta $A_i A_j$, anche alla $A_k A_l$; esse sono poi sghembe tra loro, altrimenti il piano da esse determinato conterrebbe certamente almeno una delle rette $A_i A_j$, $A_k A_l$, il che non può essere (cfr. il terzo capoverso di questo numero). Come per $A_i A_j$, anche per la retta $A_j A_l$ passa almeno un piano intersecante ulteriormente $\mathfrak{F}(k)$ in una (sola) retta, d. Tale piano incontra r_1, r_2 e la $A_i A_k$ in punti di d: dunque la d, al pari delle rette $A_i A_j$ e $A_k A_l$, incide le quattro rette r_1, r_2, $A_i A_k$, $A_j A_l$; la quadrica determinata dalle tre rette sghembe d, $A_i A_j$, $A_k A_l$ conterrà perciò le r_1, r_2, $A_i A_k$, $A_j A_l$. Ma allora ogni retta r di siffatta quadrica, sghemba con d, avendo in comune con $\mathfrak{F}(k)$ i quattro punti distinti $r \cap r_1$, $r \cap r_2$, $r \cap A_i A_k$, $r \cap A_j A_l$, giacerebbe in $\mathfrak{F}(k)$; $\mathfrak{F}(k)$ verrebbe a contenere quella quadrica, il che è escluso (n. 1), onde l'asserto.

Posto dunque, nella (2), $t = 1$, si ha:

$$\sum_{s=1}^{q-2} h_s \leq (q-1)(q-2), \tag{3}$$

il segno d'uguaglianza valendo se, e soltanto se, per ogni s è $h_s = q - 1$. Ma dalla (1), ponendo $t = 1$, otteniamo

$$\sum_{s=1}^{q-2} h_s \geq (q-1)(q-2),$$

onde nella (3) deve valere il segno d'uguaglianza, e quindi per ogni s è $h_s = q - 1$.

Concludendo: *tra i* $q - 1$ *piani per* $A_i A_j$, *diversi dalle facce del tetraedro* $\mathfrak{T}$, *ve n'è uno solo intersecante ulteriormente* $\mathfrak{F}(k)$ *in una (sola) retta non passante né per* A_i *né per* A_j *ed incidente la* $A_k A_l$; *tutti gli altri piani incontrano ulteriormente* $\mathfrak{F}(k)$ *in un* $(q-1)$*-arco completabile in un* $(q+1)$*-arco, e quindi in una conica* (cfr. nota (7), n. 3), *coll'aggregare a quello i punti* A_i, A_j. Dalla (1) segue poi $k = q^2 + 3q + 1$.

Siano ora r_1, r_2, r_3 le rette di $\mathfrak{F}(k)$, distinte dagli spigoli di $\mathfrak{T}$, che rispettivamente si appoggiano ad $A_1 A_2$ e $A_3 A_4$, $A_1 A_3$ e $A_2 A_4$, $A_1 A_4$ e $A_2 A_3$. r_1 e r_2 sono incidenti nel punto P_3, comune alla r_2 ed al piano $r_1 \cup A_1 A_2$; il piano $\pi = r_1 \cup r_2$ interseca le rette $A_1 A_4$ e $A_2 A_3$ in due punti distinti, L e M. La retta LM non può passare per P_3, altrimenti r_1, r_2, LM sarebbero le tre rette per P_3 incidenti rispettivamente le tre coppie di spigoli opposti del tetraedro $\mathfrak{T}$ e quindi, essendo q dispari, non potrebbero essere complanari (10).

(10) Dato in un S_3 lineare costruito su un campo γ, un tetraedro $\mathfrak{T}$ e un punto U fuori delle facce di $\mathfrak{T}$, scegliendo $\mathfrak{T}$ come tetraedro di riferimento e U come punto unitario, si dimostra facilmente che:

Condizione necessaria e sufficiente affinché le tre rette per U *incidenti le tre coppie di spigoli opposti di* $\mathfrak{T}$, *siano complanari, è che la caratteristica di* γ *sia 2.*

Dunque la LM incontra r_1 e r_2 rispettivamente in due punti distinti P_2 e P_1, i quali sono anche distinti da L e M, in quanto r_1 e r_2 sono sghembe con A_1A_4 e A_2A_3. La retta LM viene allora ad avere quattro punti distinti in comune con $\mathfrak{F}(k)$, e quindi appartiene a $\mathfrak{F}(k)$; essa coincide anzi con r_3, in quanto r_3 è l'unica retta di $\mathfrak{F}(k)$ incidente A_1A_4 e A_2A_3, e distinta dagli spigoli di $\mathcal{T}$. Le rette r_1, r_2, r_3 sono dunque complanari, e determinano il triangolo P_1, P_2, P_3.

Consideriamo ora la superficie cubica, F_3, avente come punti doppi i quattro punti A_1, A_2, A_3, A_4 e passante per P_1, P_2, P_3. Essa contiene evidentemente i sei spigoli di $\mathcal{T}$ e le rette r_1, r_2, r_3. Un qualsiasi piano α per A_1A_2, distinto dai piani $r_1 \cup A_1A_2$, $A_1A_2A_3$, $A_1A_2A_4$ e $A_1A_2P_1$, interseca la F_3 e $\mathfrak{F}(k)$ in due coniche che passano entrambe per i cinque punti distinti: $A_1, A_2, \alpha \cap A_3A_4, \alpha \cap r_2, \alpha \cap r_3$, e che quindi coincidono. Ne segue che i punti di $\mathfrak{F}(k)$, fatta al più eccezione per quelli della conica $\mathcal{C}$ sezione di $\mathfrak{F}(k)$ con il piano $A_1A_2P_1$, appartengono a F_3.

Proveremo infine che anche i punti di $\mathcal{C}$ appartengono a F_3, onde seguirà la coincidenza di $\mathfrak{F}(k)$ con F_3. All'uopo basta mostrare che $\mathcal{C}$ e la conica $\bar{\mathcal{C}}$, sezione di F_3 con $A_1A_2P_1$, hanno un altro punto a comune, distinto da: $A_1, A_2, P_1, A_1A_2P_1 \cap A_3A_4$. Ragionando per il lato A_1A_3 come dianzi si è fatto per A_1A_2, si ha che ogni piano per A_1A_3, distinto da $A_1A_3P_2$, incontra $\mathfrak{F}(k)$ e F_3 in due insiemi di punti coincidenti; sicché ogni punto di $\mathcal{C}$ non giacente su $A_1A_3P_2$ appartiene a $\bar{\mathcal{C}}$, onde l'asserto.

Rimane così dimostrato il teorema II, enunciato nel n. 1.

6. – In questo numero, e nel successivo, dimostreremo il teorema III del n. 1. All'uopo consideriamo in un $S_{3,q}$ ($q > 3$, dispari) un insieme $\mathfrak{F}(k)$, con $k \geq q^2 + 4q + 1$, contenente tre punti doppi indipendenti, A_1, A_2, A_3.

Il piano $\alpha \equiv A_1A_2A_3$ interseca $\mathfrak{F}(k)$ nelle tre rette A_1A_2, A_2A_3, A_3A_1 (n. 1). Denotata con i, j, k una qualsivoglia permutazione degli indici 1, 2, 3, sia l il numero dei piani per A_iA_j, diversi da α, intersecanti $\mathfrak{F}(k)$ ulteriormente in due rette una per A_i e l'altra per A_j, e denotiamo con t il numero di quelli che incontrano ulteriormente $\mathfrak{F}(k)$ in una sola retta. L's–esimo tra i rimanenti $q - l - t$ piani intersecherà $\mathfrak{F}(k)$ in un h_s–arco, ampliabile in un $(h_s + 2)$–arco coll'aggregare ad esso A_i, A_j (Osservazione III, n. 2), sicché sarà $h_s + 2 \leq q + 1$ (cfr. la nota [6], n. 3). Uguagliando il numero complessivo dei punti di $\mathfrak{F}(k)$ appartenenti ai singoli piani per A_iA_j, e non ad A_iA_j, con il numero dei punti di $\mathfrak{F}(k)$ distinti da quelli di A_iA_j, e tenendo presente la disuguaglianza $k \geq q^2 + 4q + 1$, si ha:

$$(4) \qquad (l+1)(2q-1) + tq + \sum_{s=1}^{q-l-t} h_s = k - (q+1) \geq q^2 + 3q.$$

Ma, essendo $h_s \leq q - 1$, sarà:

$$(5) \qquad \sum_{s=1}^{q-l-t} h_s \leq (q-1)(q-l-t),$$

il segno d'uguaglianza sussistendo se, e soltanto se, per ogni s è $h_s = q - 1$.

Confrontando la (4) e le (5), si ottiene:

$$ql + t \geq 1 + 2q; \tag{6}$$

da qui, essendo $t \leq q$, si deduce

$$l \geq 1 + \frac{1}{q},$$

e quindi $l \geq 2$, l essendo intero.

Dunque *per* $A_i A_j$ *passano almeno due piani, distinti da* α, *ciascuno dei quali interseca* $\mathcal{F}(k)$ *ulteriormente in due rette, una per* A_i *e l'altra per* A_j

Consideriamo due piani siffatti per la retta $A_1 A_2$, dei quali l'uno intersechi ulteriormente $\mathcal{F}(k)$ nelle rette a_1, a_2, passanti rispettivamente per A_1, A_2, e l'altro nelle rette b_1 per A_1 e b_2 per A_2. Le rette a_1, b_2 e b_1, a_2 sono tra loro sghembe. La retta, a_3, passante per A_3 ed incidente le due rette a_1, b_2, appartiene a $\mathcal{F}(k)$, avendo in comune con esso il punto doppio A_3 e i due punti distinti $a_3 \cap a_1$, $a_3 \cap b_1$. Analogamente la retta, b_3, per A_3 incidente b_1, a_2 appartiene a $\mathcal{F}(k)$. Inoltre a_3 è distinta da b_3, altrimenti il piano $A_1 A_3 \cup a_3$, conterrebbe le quattro rette distinte di $\mathcal{F}(k)$: $A_1 A_3$, $a_3 \equiv b_3$, a_1, b_1, e ciò è escluso (Osservazione I, n. 2).

Rimangono così determinate le tre coppie di piani: $a_1 \cup a_2, b_1 \cup b_2$; $a_1 \cup a_3, b_1 \cup b_3$; $a_2 \cup b_3, a_3 \cup b_2$, passanti rispettivamente per $A_1 A_2, A_1 A_3$, $A_2 A_3$, ed intersecanti $\mathcal{F}(k)$ ulteriormente in coppie di rette.

Proviamo che *non esiste nessun'altra retta di* $\mathcal{F}(k)$ *per* A_1, *distinta dalle rette* a_1, b_1 *e da* $A_1 A_2, A_1 A_3$. Infatti, una tale retta g – supposta esistente – incontrerebbe il piano $b_2 \cup a_3$ in un punto, P, necessariamente appartenente o a b_2, o ad a_3: se per esempio $P \in b_2$, il piano $b_1 \cup b_2$ dovrebbe contenere anche g, il che è escluso.

Analogamente si dimostra che *non esiste nessun'altra retta di* $\mathcal{F}(k)$ *per* A_i, *distinta delle rette* a_i, b_i *e da* $A_i A_j, A_i A_k$.

Ne segue che i piani per $A_i A_j$, distinti da α e intersecanti ulteriormente $\mathcal{F}(k)$ in coppie di rette, sono esattamente due, ond'è $l = 2$. Posto nella (6) $l = 2$, si ottiene $t \geq 1$. Ognuno dei t (≥ 1) piani per $A_i A_j$ intersecanti ulteriormente $\mathcal{F}(k)$ in una sola retta, incontra a_k e b_k in due punti distinti, appartenenti di necessità a quella retta, la quale quindi deve giacere sul piano $a_k \cup b_k$. Poiché $a_k \cup b_k$ può al più contenere un'altra retta di $\mathcal{F}(k)$, dovrà essere $t = 1$.

Posto nella (5) $l = 2$, $t = 1$, si ha:

$$\sum_{s=1}^{q-3} h_s \leq (q-1)(q-3), \tag{7}$$

il segno d'uguaglianza sussistendo se, e soltanto se, per ogni s è $h_s = q - 1$. Ma dalla (4), postovi $l = 2$, $t = 1$, si ha

$$\sum_{s=1}^{q-3} h_s \geq (q-1)(q-3),$$

onde nella (7) deve valere il segno d'uguaglianza, e quindi per ogni s è $h_s = q - 1$. Dalla (4) posto $l = 2$, $t = 1$, $h_s = q - 1$, si ottiene infine

$$k = q^2 + 4q + 1 .$$

Concludendo: *tra i q piani per* $A_i A_j$, *distinti da* α, *ve ne sono: due* (i piani $a_i \cup a_j$, $b_i \cup b_j$ se $i + j < 5$, $a_i \cup b_j$, $a_j \cup b_i$ se $i + j = 5$) *intersecanti ulteriormente* $\mathfrak{F}(k)$ *in coppie di rette; uno intersecante ulteriormente* $\mathfrak{F}(k)$ *in una sola retta,* r_k, *la quale incide* a_k *e* b_k *in due punti distinti, ed inoltre non passa né per* A_i *né per* A_j; *tutti gli altri* $q - 3$ *piani incontrano ulteriormente* $\mathfrak{F}(k)$ *ciascuno in un* $(q + 1)$*-arco per* A_i , A_j, *e quindi in una conica* (cfr. nota [7], n. 3).

7. Le rette r_1 e r_2 sono incidenti nel punto d'incontro della r_2 con il piano $r_1 \cup A_2 A_3$. Il piano $\pi = r_1 \cup r_2$ incontra la retta $A_1 A_2$ in un punto L, evidentemente non situato né su r_1 né su r_2 ed inoltre distinto da A_1 e A_2. Le rette a_3 , b_3 incidono π in due punti distinti, M e N, non appartenenti né ad r_1 né ad r_2 (essendo r_1 e r_2 sghembe con a_3 e b_3). I tre punti distinti L, M, N, così determinati su π, debbono essere allineati; altrimenti, dei tre lati del triangolo da essi determinato, almeno due apparterrebbero ad $\mathfrak{F}(k)$ – avendo in comune con esso quattro punti distinti – onde π conterrebbe quattro rette distinte di $\mathfrak{F}(k)$. Le retta LM deve pertanto giacere in $\mathfrak{F}(k)$, avendo almeno quattro punti distinti a comune con esso. Tale retta, essendo incidente ad $A_1 A_2$ nel punto L, distinto da A_1 e A_2, deve coincidere con la r_3, che è l'unica retta di $\mathfrak{F}(k)$ godente di tale proprietà.

Dunque le rette r_1 , r_2 , r_3 sono complanari.

Si consideri ora la superficie cubica F_3, avente come punti doppi A_1, A_2 , A_3 e passante per i sei punti $a_1 \cap a_2$, $b_1 \cap b_2$, $a_1 \cap a_3$, $b_1 \cap b_3$, $a_2 \cap b_3$, $a_3 \cap b_2$ ed inoltre per un punto, T, della retta r_1, non situato né sulla $A_2 A_3$ né sulle a_1 , b_1. F_3 deve evidentemente contenere le rette $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, $A_3 A_1$, le sei rette a_i , b_i $(i = 1 , 2 , 3)$ e le tre rette r_1 , r_2 , r_3.

Un qualsiasi piano τ per $A_1 A_2$, diverso dai piani $A_1 A_2 A_3$, $a_1 \cup a_2$, $b_1 \cup b_2$, $A_1 A_2 \cup r_3$ (i quali intersecano, per quanto precede, sia $\mathfrak{F}(k)$ che F_3 in uno stesso insieme di punti), incontra $\mathfrak{F}(k)$ e F_3 in due coniche, che hanno in comune i cinque punti distinti: A_1 , A_2, $a_3 \cap \tau$, $b_3 \cup \tau$, $r_2 \cap \tau$, e quindi coincidono. Dall'arbitrarietà di τ segue allora la coincidenza di $\mathfrak{F}(k)$ e F_3.

Rimane così anche dimostrato il teorema III del n. 1.

Geometria differenziale. — *Generalized Torsional Derivation.* Nota di THOMAS JAMES WILLMORE, presentata (*) dal Socio E. BOMPIANI.

1. INTRODUCTION. – Recently A. G. Walker [1] introduced a new derivation on almost complex manifolds which he called torsional derivation. This maps tensor fields of type (p, q) to tensor fields of type $(p, q+2)$, but maps all tensor fields into zero when the almost complex structure has zero torsion. If the almost complex structure is determined by the tensor field h of type (1,1), where

$$h^i_j h^j_k = -\delta^i_k, \tag{1.1}$$

the torsion tensor H of the almost complex structure is given by

$$H^i_{jk} = \frac{1}{4}(h^j_p \partial_{[j} h^p_{k]} - h^p_{[j} \partial_{|p|} h^i_{k]}). \tag{1.2}$$

The fact that H^i_{jk} defined by (1.2) are components of a tensor is easily established without assuming that h is restricted by (1.1).

Walker defined the torsional derivative of a tensor field with components $T^{i\cdots}_{j\cdots}$ to be the tensor field with components $T^{i\cdots}_{j\cdots||rs}$ where

$$T^{i\cdots}_{j\cdots||rs} = H^p_{rs} \partial_p T^{i\cdots}_{j\cdots} + T^{p\cdots}_{j\cdots} h^i_{prs} + \cdots - T^{i\cdots}_{p\cdots} h^p_{jrs} - \cdots \tag{1.3}$$

where

$$h^i_{jrs} = -\frac{1}{2}\partial_j H^i_{rs} + \frac{1}{2} h^i_p \{ h^q_j \partial_q H^p_{rs} - H^q_{rs} \partial_q h^p_j + H^p_{qs} \partial_r h^q_j - H^p_{qr} \partial_s h^q_j \} \tag{1.4}$$

and the right hand member of (1.3) contains a term like $+T^{p\cdots}_{j\cdots} h^i_{prs}$ corresponding to each contravariant suffix of $T^{i\cdots}_{j\cdots}$ and a term like $-T^{i\cdots}_{p\cdots} h^p_{jrs}$ corresponding to each covariant suffix. It is readily verified by expressing the partial derivatives in (1.3) and (1.4) in terms of covariant derivatives with respect to some arbitrary symmetric connexion, that $T^{i\cdots}_{j\cdots||rs}$ defined by (1.3), (1.4) are in fact components of a tensor field provided that h satisfies (1.1). Just as (1.2) defines a tensor field from an arbitrary tensor field h^i_j which does not necessarily satisfy (1.1), the question arises whether the formulae (1.3), (1.4) can be modified so that the new formulae define tensor fields for an arbitrary tensor field h^i_j which does not necessarily satisfy (1.1).

In this paper a generalized operation is obtained involving two tensor fields h^i_j, k^i_j and a third tensor field T^i_{jk}, which satisfy certain algebraic relations. These relations are satisfied in the very particular case when

$$h^i_j = k^i_j \quad , \quad h^i_j h^j_k = -\delta^i_k \quad , \quad T^i_{jk} = H^i_{jk} \tag{1.5}$$

(*) Nella seduta del 9 maggio 1959.

when our generalized operator reduces to that considered by Walker. However, no generalization corresponding to a completely unrestricted tensor field h_j^i has been obtained.

By considering the torsional derivative of the torsion tensor itself Walker obtained a non-zero tensor field $H^i_{jk|\,|rs}$ which, because it involves second derivatives of h_j^i, cannot be an algebraic combination of the tensors h_j^i, H^i_{jk}. Similarly the vectorial 4-form $H^i_{[jk|\,|rs]}$ is a new invariant associated with the almost complex structure. In [1] Walker raises the question whether these new tensor fields can be constructed from an arbitrary tensor field h_j^i which does not necessarily satisfy (1.1). This question is partly answered in § 4 where by means of a technique introduced by Nijenhuis and Frölicher, a vectorial 4-form is constructed from an arbitrary h_j^i which effectively reduces to Walker's vector 4-form when in particular h_j^i satisfies (1.1).

2. Extension of operators defined on vector fields and scalar fields. – Let D be an operator which maps vector fields and scalar fields into tensor fields with the following properties:

(*i*) D is linear over the real numbers i.e.

$$\mathrm{D}\,(au + bv) = a\,\mathrm{D}u + b\,\mathrm{D}v, \tag{2.1}$$

for all vector fields u, v and all real numbers a, b;

(*ii*)

$$\mathrm{D}\,(fu) = f\,\mathrm{D}u + \mathrm{D}f \otimes u, \tag{2.2}$$

for any scalar function f and any vector field u.

It is easily shown that the operator D can be extended uniquely to operate on all tensor fields in such a way that

(*iii*) the Leibnitz rule holds for tensor products i.e.

$$\mathrm{D}\,(\mathrm{S} \otimes \mathrm{T}) = \mathrm{DS} \otimes \mathrm{T} + \mathrm{S} \otimes \mathrm{DT} \tag{2.3}$$

for any tensor fields S, T;

(*iv*) the operator D commutes with contraction of tensor fields, i. e. D annihilates the Kronecker delta tensor.

Let u be a vector field and consider the operator $\underset{(u)}{\mathrm{L}}$ which maps vector fields and scalar fields into tensor fields according to the laws:

$$\underset{(u)}{\mathrm{L}}\, v = [u\,,\, v] \tag{2.4}$$

where $[u\,,\,v]$ denotes the usual bracket operation of vector fields,

$$\underset{(u)}{\mathrm{L}}\, f = uf \tag{2.5}$$

where the right hand member denotes the real number into which the vector u maps the function f.

The operator $\underset{(u)}{L}$ satisfies (2.1), (2.2) and hence is uniquely extendable to all tensor fields; in fact, $\underset{(u)}{L}$ is none other than the Lie derivative operator.

In terms of coordinates, the Lie derivative of a tensor field T with components $T^{i_1 \cdots i_p}_{j_1 \cdots j_q}$ has components

$$(2.6)\qquad (\underset{(u)}{LT})^{i_1 \cdots i_p}_{j_1 \cdots j_q} = u^\varrho \partial_\varrho T^{i_1 \cdots i_p}_{j_1 \cdots j_q} - T^{s i_2 \cdots i_p}_{j_1 \cdots j_q} \partial_s v^{i_1} - T^{i_1 s i_3 \cdots i_p}_{j_1 j_2 \cdots j_q} \partial_s v^{i_2} - \cdots$$
$$\cdots + T^{i_1 \cdots i_p}_{s j_2 \cdots j_q} \partial_{j_1} v^s + T^{i_1 \cdots i_p}_{j_1 s \cdots j_q} \partial_{j_2} v^s + \cdots .$$

It will be convenient to denote $\underset{(u)}{LT}$ by $[u, T]$, since for our purpose it is convenient to regard T as fixed and to consider $[u, T]$ as operating on a variable vector field u.

It is easily verified from (1.3), (1.4) that the torsional derivative of a vector field u when expressed in terms of Lie derivatives assumes the simple form

$$(2.7)\qquad u \to \tfrac{1}{2} h\,[hu, H] - \tfrac{1}{2}[u, H].$$

Also, the torsional derivative of a scalar field f can be written

$$(2.8)\qquad f \to df \underset{\wedge}{-} H,$$

where the right hand member has components given by

$$(2.9)\qquad (df \underset{\wedge}{-} H)_{jk} = (\partial_i f)\, H^i_{jk}.$$

It is easily verified that the operator defined by (2.7), (2.8) satisfies conditions (2.1), (2.2) and is therefore uniquely extendable to all tensor fields. Thus Walker's operator is characterized by equations (2.7), (2.8).

3. GENERALIZED TORSIONAL DERIVATIVES. – Let h, k be two arbitrary tensor fields of type (1.1), and let T be a tensor field of type (1.2), skew-symmetric in the covariant suffixes. Alternatively h, k may be regarded as vectorial 1-forms and T as a vectorial 2-form. Consider the six operators D_p, $p = 1, 2, \cdots, 6$, defined by

$$(3.1)\qquad \begin{cases} D_1 : u \to h\,[ku, T] + k\,[hu, T] & , \quad D_4 : u \to [(hk + kh)\,u, T], \\ D_2 : u \to (hk + kh)\,[u, T] & , \quad D_5 : u \to [u, (hk + kh)\,T], \\ D_3 : u \to h\,[u, kT] + k\,[u, hT] & , \quad D_6 : u \to [hu, kT] + [ku, hT]. \end{cases}$$

Consider the operator D defined by

$$(3.2)\qquad D = \sum_{p=1}^{6} a_p D_p$$

where $a_p, p = 1, 2, \cdots, 6$ are real numbers. It will be noted that the operator defined by (3.2) reduces to Walker's operator (2.7) when

$$(3.3)\qquad a_1 = a_2 = \frac{1}{4} \quad , \quad a_3 = a_4 = a_5 = a_6 = 0,$$

and, in addition,

$$h = k \quad , \quad T = H \quad , \quad h^2 = -I . \tag{3.4}$$

The operator (3.2) evidently satisfies (2.1). We try to choose suitable values for the coefficients a_p so that (2.2) is also satisfied.

It is found that a suitable choice is given by

$$a_1 = a_3 = -1 \quad , \quad a_2 = a_6 = +1 \quad , \quad a_4 = a_5 = 0, \tag{3.5}$$

but the operator then reduces to the purely algebraic operator given by

$$u^i \to 8\, T^m_{rs}\, N^i_{mb}\, u^b \tag{3.6}$$

where N^i_{mb} are components of the Nijenhuis tensor determined by h and k, i.e.

$$8\, N^i_{jk} = h^i_p\, \partial_{[j}\, k^p_{k]} + k^i_p\, \partial_{[j}\, h^p_{k]} - h^p_{[j}\, \partial_{|p|}\, k^i_{k]} - k^p_{[j}\, \partial_{\,p|}\, h^i_{k]}. \tag{3.7}$$

If the Nijenhuis tensor is denoted by $1/16\,[h\,,\,k]$, the operator (3.6) can be written as

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}[h\,,\,k]\,(u\,,\,T) = {} & [hu\,,\,kT] + [ku\,,\,hT] - k\,[hu\,,\,T] - h\,[ku\,,\,T] - \\ & - k\,[u\,,\,hT] - h\,[u\,,\,kT] + kh\,[u\,,\,T] + hk\,[u\,,\,T], \end{aligned} \tag{3.8}$$

which is formally the same as equation (6.4) of a paper by Frölicher and Nijenhuis [2] except that their formula contains a vector 0-form v in place of our vector 2-form T. In fact, our identity (3.8) in valid if T is any vector p-form.

However, to be consistent with (2.2), the operation given by (3.8) must annihilate all scalar fields and thus is evidently not a suitable generalization of Walker's operator.

An alternative approach is to restrict the choice of constants a_p to the values given by (3.3), and to find relations satisfied by h, k and T in order that (2.2) shall be satisfied. These conditions are easily found to be the algebraic relations which may be written

$$hk + kh = -2\,I, \tag{3.9}$$

$$hTk + kTh = 2\,T. \tag{3.10}$$

Suppose now that the tensor field h is non-singular, and write

$$k = -h^{-1} + X. \tag{3.11}$$

The condition (3.9) then reduces to

$$hX + Xh = 0. \tag{3.12}$$

Equations (3.10), (3.11) give the condition

$$h\,(h^{-1}T + Th^{-1}) + h^{-1}\,(hT + Th) = hTX + XTh. \tag{3.13}$$

Write

$$Y = h^{-1}T + Th^{-1}. \tag{3.14}$$

Then (3.13) reduces to

$$hY + Yh = hTX + XTh. \tag{3.15}$$

The simplest solution of the equations (3.12), (3.15) is $X = 0$, $Y = 0$. In this case (3.14) can be written

$$hT + Th = 0. \tag{3.16}$$

Thus, when h is non-singular and $k = -h^{-1}$, any tensor T satisfying (3.16) will give rise through (3.2), (3.3) to a generalized torsional derivation. In the particular case considered by Walker, $k = h$ and hence $h^2 = -I$; also $T = H$ and condition (3.16) is satisfied identically as is easily verified.

Evidently there are many other solutions of equations (3.12), (3.15) other than the solutions $X = 0$, $Y = 0$. Corresponding to each solution, there will correspond a generalized torsional derivation.

4. A GENERALIZED VECTOR 4-FORM. – It has been shown by Nijenhuis and Frölicher [2] that any two vector forms M , N of degree m and n determine a vector form [M , N] of degree $(m + n)$. In terms of coordinates, [M , N] is given by

$$[M,N]^k_{i_1\cdots i_m j_1\cdots j_n} = \frac{(m+n)!}{m!\,n!} M^\sigma_{[i_1\cdots i_m}\partial_{|\sigma|} N^k_{j_1\cdots j_n]} - \frac{(m+n)!}{m!\,n!} N^\sigma_{[j_1\cdots j_n}\partial_{|\sigma|} M^k_{i_1\cdots i_m]} -$$
$$- \frac{(m+n)!}{(m-1)!\,n!} M^k_{\sigma[i_2\cdots i_m}\partial_{i_1} N^\sigma_{j_1\cdots j_n]} + \frac{(m+n)!}{m!\,(n-1)!} N^k_{\sigma[j_2\cdots j_n}\partial_{j_1} M^\sigma_{i_1\cdots i_m]}. \tag{4.1}$$

If h is an arbitrary vector 1-form, it is readily verified that

$$H = \frac{1}{16}[h , h], \tag{4.2}$$

$$[H , h] = 0, \tag{4.3}$$

$$[H , H] = 0. \tag{4.4}$$

However, the vector 4-form

$$[hH , H] \tag{4.5}$$

is not identically zero. In fact, a straight-forward but rather tedious calculation shows that $(hH , H]$ is a non-zero vector 4-form which, when $h^2 = -I$, reduces to Walker's vector 4-form except for a term which involves H algebraically. This result was also found independently by Nijenhuis. We thus have answered one of the problems raised by Walker – to obtain a vector 4-form derived from an arbitrary vector 1-form h which involves second partial derivatives of h. However, whether there is an operation of torsional derivation associated with a completely arbitrary 1-form h which gives rise to this vector 4-form remains an open question.

RERERENCES.

[1] A. G. WALKER, «C. Rend. Acad. Sci.», *245*, 1213–1215 (1957).

[2] A. FROLICHER and A. NIJENHUIS, «Kon. Ned. Akad. Van Weten. Proc. Soc.», A *59*, 338–359 (1956).

Economia matematica. — *Sul concetto di Economia astratta.* Nota di SALVATORE CHERUBINO, presentata (*) dal Socio B. SEGRE.

In due recenti Note (1) ho introdotto il concetto di *Economia astratta*, ossia « una teoria economica che evita di far ricorso a presupposti di natura etico–ideologica, edonistica e politico–sociale » eliminando altresì ogni giustificazione di carattere giuridico–morale o psicologico. Faccio però uso del linguaggio – il mero linguaggio – dell'economia politica (2) per rendere più intuitive le questioni ed i problemi considerati, indagati sempre con l'ausilio dell'analisi matematica. Il concetto di economia astratta viene così a comprendere molta parte dell'economia politica, della politica economica e sociale e dell'economia aziendale, ed altresì capitoli di scienze diverse (ad es. della biologia, della genetica, della termodinamica, e altre).

In queste pagine cercherò di meglio chiarire quello che intendo quando parlo di economie astratte (3), riassumendone qualche proprietà, senza pretendere di istituire una nuova teoria su basi logico–formali ineccepibili. Oltre che al linguaggio dell'Economica (4), ricorrerò all'intuizione geometrica e mi servirò di proprietà puramente qualitative del modello di Leontief, inteso però in senso meno rigido.

§ 1. – PRODUZIONI, SCAMBI, LAVORO, EQUAZIONE DEL COSTO.

1. Per economia astratta s'intende un insieme di fenomeni, fatti, accadimenti o attività che si distribuiscono, con un criterio qualsiasi, in n settori (n intero indeterminato > 1) che indichiamo col loro numero d'ordine (fissato ad arbitrio) $1, 2, \cdots, n$. In un intervallo di tempo $(0, t_1)$, che diciamo *ciclo di produzione*, da ogni settore, ad esempio l'r^{mo}, fluisce qualche cosa che diremo produzione di r e indicheremo con X_r. Le produzioni $X_1, X_2, \cdots, X_n$ sono funzioni ben determinate dal tempo t, variabile in $(0, t_1)$, che si suppongono continue e derivabili quante volte occorra (5).

(*) Nella seduta del 9 maggio 1959.

(1) S. CHERUBINO, *Sull'evoluzione economica* (*Principi di Economia astratta*) [« Rend. di Mat. » (Roma 1958) (3–4) v. 17, pp. 231–261]; *Sulle Economie astratte* [« Politica Economica », anno XLVIII, ser. IV, fasc. XI (novembre 1958), pp. 1193–1204].

(2) Non mi nascondo il pericolo che l'uso di questo linguaggio può presentare, poiché nessuno può essere sicuro di non soggiacere a pregiudizi abitudinari.

(3) Cfr. il § 1 della Memoria di prossima pubblicazione in « Politica Economica » col titolo: *Su alcune proprietà delle Economie astratte*, ove rilevo altre ragioni che mi hanno indotto all'astrazione matematica del modello leontieviano.

(4) Giustificato dal fatto che le applicazioni e conseguenze più notevoli che si ottengono con questi studi appartengono al campo dell'economia politica e della politica economica.

(5) Il tempo potrebbe percorrere la successione $0 < h_1 < h_2 < \cdots < h_m = t_1$ (eventualmente con $h_1 = h$, $h_2 = 2h, \cdots, h_m = mh$); allora si farà uso del calcolo delle differenze. Non si otterrebbero risultati sostanzialmente diversi da quelli ottenibili col calcolo infinitesimale.

Queste produzioni sono ottenute mercè *fattori* tratti dagli stessi n settori (o *industrie*) porzioni delle rispettive produzioni. La produzione che il settore s riceve (o acquista) da r s'indica x_{rs} e si dice *scambio* da r ad s: anche gli scambi sono funzioni continue e derivabili di t in $(0, t_1)$. Non importa conoscere in che modo produzioni e scambi sono valutati (né che cosa sia il loro *valore*); basta sapere che esiste un criterio di misura rispetto a prefissate unità, una per ciascun settore, produzioni e scambi comportandosi come grandezze geometriche euclidee. Le funzioni X_r ed x_{rs} sono appunto le misure delle grandezze produzione di r e scambio [6] da r ad s fluite dal tempo 0 al tempo t. La matrice $\boldsymbol{x} = [x_{rs}]$, $r, s = 1, 2, \cdots, n$, si dice *matrice degli scambi*.

La produzione di ogni settore essendo dovuta esclusivamente a quella dei settori stessi, si ha necessariamente:

$$x_{r1} + x_{r2} + \cdots + x_{rn} \leqq X_r. \tag{1.1}$$

Si suppone l'esistenza di un settore *primitivo*, distinto dagli n già considerati, la cui produzione diremo *forza–lavoro*; essa è fattore indispensabile alla produzione di ogni altro settore. Cioè gli scambi $x_{n+1,1}, x_{n+1,2}, \cdots, x_{n+1,n}$ del settore forza–lavoro con tutti gli altri sono necessariamente positivi, mentre gli x_{rs}, $r, s \leqq n$, sono positivi o zero, cioè la matrice $\boldsymbol{x}$ è non negativa (si scrive $\boldsymbol{x} \geqq \mathbf{O}$) ed il vettore $x_{(n+1)} = (x_{n+1,1}, x_{n+1,2}, \cdots, x_{n+1,n})$ è positivo insieme alla somma X_{n+1}, dei suoi elementi.

La matrice Q, diagonale non singolare, che ha per elementi principali le produzioni degli n settori, tutte positive, si dirà *matrice delle produzioni*. Matrice dei *coefficienti di scambio* è quella $\boldsymbol{a} = [a_{rs}]$ definita dalla relazione:

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}Q. \tag{1.2}$$

Detto u il vettore orizzontale ad n componenti tutte eguali ad 1 ed $\mathbf{X}$ quello che ha per componenti le produzioni $X_1, \cdots, X_n$, si ha:

$$xu_{-1} \leqq Qu_{-1} = \mathbf{X}_{-1} \tag{1.3}$$

$$[I - \boldsymbol{a}]\, \mathbf{X}_{-1} \geqq 0, \tag{1.I}$$

I essendo la matrice identica di ordine n. Ne segue che la matrice $Q^{-1}\boldsymbol{a}Q$ ha le somme degli elementi delle sue righe tutte non maggiori dell'unità e che $[I - \boldsymbol{a}]$ è una matrice leontieviana [7]. Questa (1.I) assicura che esiste almeno un vettore $y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$, positivo o semipositivo, che diremo dei *consumi necessari*, funzione del tempo nell'intervallo $(0, t_1)$, pel quale si ha:

$$[I - \boldsymbol{a}]\, \mathbf{X}_{-1} \geqq y_{-1}. \tag{1.I'}$$

A questo punto è bene precisare che cosa si deve intendere quando si dice che $(0, t_1)$ è un ciclo dell'economia considerata. Salvo ulteriori condizioni

(6) Si può pensare che le misure ottenute appartengano ad un qualsiasi insieme ordinato di enti, non coincidente necessariamente con l'insieme dei numeri reali.

(7) Per la proprietà di queste matrici vedi: S. CHERUBINO, *Sulle matrici leontieviane e su un problema di programmazione lineare* [« L'Industria » (1959)].

da introdursi in seguito, si dirà che (o , t_1) è un ciclo di produzione per E, quando in esso i flussi di produzione $X_1 , X_2 , \cdots , X_n$ sono o possono considerarsi funzioni (positive, ecc.) tutte *crescenti*. Si dirà che (o , t_1') è un ciclo di *consumi*, quando $t_1' \leqq t_1$ ed in esso gli scambi x_{rs} ed i consumi $y_1 , y_2 , \cdots , y_n$ componenti di y, così per ogni altro vettore da dirsi di consumi, sono funzioni (non negative, continue e derivabili) *crescenti*. Salvo avvertenze in contrario, si supporrà che ogni ciclo di produzione è anche di consumo, e viceversa: si dirà allora « ciclo dell'economia E ».

2. Ad un'economia astratta E sono associate n funzioni $p_1 , p_2 , \cdots , p_n$, positive nel ciclo (o , t_1), una per ciascun settore, dette *prezzi unitari* delle rispettive produzioni $X_1 , X_2 , \cdots , X_n$ e degli scambi x_{rs}, $r, s = 1 , 2 , \cdots , n$, più una $(n + 1)^{ma}$ funzione, p_{n+1}, anch'essa positiva nel ciclo (o , t_1), detta *prezzo unitario* [8] *della forza–lavoro*. I prezzi sono tutti funzioni continue e derivabili quante volte occorra [9], non necessariamente crescenti nel ciclo considerato.

Porremo:

$$(1.4) \qquad \begin{cases} \boldsymbol{p} = (p_1 , p_2 , \cdots , p_n) \quad ; \quad \mathrm{x}_{(n+1)} = a_{(n+1)}\, \mathrm{X}_{n+1} \\ p_{n+1} \cdot a_{(n+1)} = \mathbf{Z} \quad ; \quad \mathbf{Z}\mathrm{Q} = \overline{\mathbf{Z}}. \end{cases}$$

Il costo della forza–lavoro impiegata, aggiunta ai costi dei fattori acquistati in ciascun settore per conseguire la relativa produzione totale, dà il costo di questa. Ciò dà luogo alla relazione:

$$(1.II) \qquad \boldsymbol{p}\,[\mathrm{I} - \boldsymbol{a}] = \mathbf{Z}$$

che esprime l'*equazione del costo* all'istante t del ciclo considerato per l'economia E.

Indicando con P la matrice diagonale non singolare i cui elementi principali sono le componenti del vettore $\boldsymbol{p}$ dei prezzi, e ponendo $\boldsymbol{a}' = \mathrm{P}\boldsymbol{a}\,\mathrm{P}^{-1}$, la (1.II) ci dà:

$$(1.5) \qquad \mathrm{u}\,[\mathrm{I} - \boldsymbol{a}'] = \mathbf{Z}\mathrm{P}^{-1} = \mathbf{Z} \cdot (\mathrm{PQ})^{-1} > \mathrm{o},$$

sicché le colonne di $\boldsymbol{a}'$ hanno le somme dei loro elementi tutte minori dell'unità ed $\boldsymbol{a}'$, quindi $\boldsymbol{a}$, ha le radici caratteristiche tutte di modulo minore dell'unità. Perciò $[\mathrm{I} - \boldsymbol{a}]$ è non singolare ed $[\mathrm{I} - \boldsymbol{a}]^{-1} \geq \mathrm{o}$; se $\boldsymbol{a}$ è irriducibile (Frobenius) è addirittura $[\mathrm{I} - \boldsymbol{a}]^{-1} > \mathbf{O}$ [10].

(8) Diremo quasi sempre prezzo senza aggiungere « unitario » (anche per le produzioni). È sottinteso che si tratta sempre di *prezzi di costo*.

(9) Questa ipotesi fa parte della definizione di ciclo.

(10) Cfr. il § 1 della Nota cit. (7), nonché il mio *Calcolo delle matrici* [C. N. R., Roma, Cremonese (1957)] cap. II, § 2, n. 8, e la mia Memoria: *Sulle Matrici quadrate non negative* [« Ann. Sc. N. Pisa », ser. IV, vol. X, III–IV (1956), pp. 217–235] § 1, n. 8, t. XI, p. 226.

3. Teoremi di aggiustamento e di livellamento analoghi a quelli della teoria marginale [11] non possono aver luogo, non avendo fatto alcuna ipotesi (all'infuori dell'equazione del costo) sulla natura e sulle cause del fenomeno dello scambio [12]. Tuttavia si ha subito un teorema di massimo (e dualmente uno di minimo) che si riduce ad un problema di programmazione lineare.

Si considerino le due funzioni lineari:

$$z = \mu_1 X_1 + \mu_2 X_2 + \cdots + \mu_n X_n = \mu \mathbf{X}_{-1} \tag{1.6}$$

$$\bar{z} = Y_1 p_1 + Y_2 p_2 + \cdots + Y_n p_n = \mathbf{Y} \boldsymbol{p}_{-1} \tag{1.7}$$

rispettivamente delle produzioni e dei corrispondenti prezzi e si richieda che:

$$[I - \boldsymbol{a}] \mathbf{X}_{-1} \leqq \mathbf{Y}_{-1} \quad ; \quad \mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \cdots, Y_n) \geqq y \tag{1.8}$$

$$\boldsymbol{p} [I - \boldsymbol{a}] \geqq \mu \quad ; \quad \mathbf{Z} \geqq \mu = (\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_n) \geq 0. \tag{1.9}$$

Si trova facilmente [13] che, sotto la condizione (1.8) esiste il massimo della funzione lineare z e che sotto la condizione (1.9) esiste il minimo della funzione $\bar{z}$ e che numericamente il massimo della prima coincide col minimo della seconda.

Le (1.8)–(1.9), con le (1.I)–(1.II), assicurano che i vettori $\mathbf{X}$ e $\boldsymbol{p}$ dànno produzioni e prezzi dell'economia considerata. Inoltre, le stesse relazioni ci dicono che $\mathbf{Y}$ è un vettore di consumi non minori di quelli necessari e che μ è un vettore di costi di forza–lavoro impiegata per produzione unitaria in ciascuno degli n vettori di E. Si è così ottenuto che:

in ogni economia astratta esistono produzioni degli n settori e prezzi corrispondenti che contemporaneamente massimizzano il costo del lavoro impiegato e minimizzano quello del consumo, risultando il massimo dell'uno uguale al minimo dell'altro.

Questo teorema, pur non avendo analogia col livellamento dei tassi marginali, adempie un ruolo non dissimile, con la differenza sostanziale che il teorema della teoria marginale consegue dal presupposto del comportamento razionale dell'individuo, mentre il teorema qui dimostrato non ha alcun rapporto con la psicologia individuale.

Al teorema marginale dell'aggiustamento del reddito, che conduce alla determinazione del saggio di interesse, può sostituirsi la nozione di espansione lineare [14], che dà pur essa luogo a questa determinazione [15].

(11) Cfr. ad esempio, L. AMOROSO: *Economia di mercato* [2ª ed., Bologna (1949), cap. III e cap. VII, pp. 11–15 e 31–35].

(12) Un teorema di livellamento è stato da me dato in: *Fondamenti matematici della teoria dell'equilibrio generale economico* [« L'Industria » (1956) pp. 302–336] § 9, pp. 327–330, ma tra ricavo e costo.

(13) Cfr. il § 2 della mia Nota cit. [7].

(14) S. CHERUBINO, *Sull'espansione lineare economica* [« Rend. di Matem. », Roma (1959)].

(15) Il coefficiente di espansione è uguale al saggio di interesse. Cfr. I. VON NEUMANN, *Ueber ein ökonomischen Gleichungsystem und eine Verallgemeinerung des Browerschen Fix punktsatze* [« Erg. Mathem. Koll. », 8 (1937) pp. 1193–1204].

È infine da rilevare che le determinazioni di $\mathbf{X}$ e $\boldsymbol{p}$ che rendono massima z e minima $\bar{z}$ e cioè:

$$(1.10) \qquad \mathbf{X}^{\circ}_{-1} = [\mathrm{I} - \boldsymbol{a}]^{-1}\,\mathbf{Y}_{-1} \quad ; \quad \boldsymbol{p}^{\circ} = \mu\,[\mathrm{I} - \boldsymbol{a}]^{-1}$$

hanno perfetta analogia formale col moltiplicatore keynesiano: in esso la matrice $\boldsymbol{a}$ assume il ruolo di *feedback*, com'è stato rilevato dal Goodwin [16].

§ 2. – Reazioni e concorrenza di mercato.

4. Consideriamo, sempre in un ciclo $(0\,,t_1)$, il vettore delle velocità di produzioni $d\mathbf{X}/dt$ e quello dei corrispondenti prezzi $\boldsymbol{p}$. Fra essi può sempre porsi, in infiniti modi, una relazione lineare omogenea che si scrive:

$$(2.\mathrm{I}) \qquad \left(\frac{d\mathbf{X}}{dt}\right)_{-1} = \mathfrak{B}\,\boldsymbol{p}_{-1}\,.$$

Analogamente potrà porsi:

$$(2.\mathrm{I})_1 \qquad \left(\frac{d\boldsymbol{p}}{dt}\right)_{-1} = \mathfrak{C}\,\mathbf{X}_{-1}\,,$$

$\mathfrak{B}$ e $\mathfrak{C}$ sono matrici di ordine n funzioni del tempo ed implicitamente di $\mathbf{X}$, $\boldsymbol{p}$ e del tasso di interesse, con infinite determinazioni [17].

Ponendo:

$$(2.1) \qquad \mathfrak{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{O} & \mathfrak{B} \\ \mathfrak{C} & \mathbf{O} \end{vmatrix}$$

il sistema $(2.\mathrm{I})$–$(2.\mathrm{I})_1$ si riassume in

$$(2.\mathrm{II}) \qquad \frac{d}{dt}(\mathbf{X} \mid \boldsymbol{p})_{-1} = \mathfrak{A}\cdot(\mathbf{X} \mid \boldsymbol{p})_{-1}$$

ed ha per integrale generale:

$$(2.\mathrm{III}) \qquad (\mathbf{X} \mid \boldsymbol{p})_{-1} = \mathfrak{X}\,(t)\cdot c_{-1}$$

ove $\mathrm{X}\,(t)$ è il matrizzante sinistro della matrice $\mathfrak{A}$ esteso all'intervallo $(0\,,t)$, contenuto nel ciclo considerato, e c vettore a $2\,n$ componenti, determinazione iniziale per $(\mathbf{X} \mid \boldsymbol{p})$.

I tipi di economia si classificano secondo le proprietà delle possibili determinazioni delle matrici $\mathfrak{B}$ e $\mathfrak{C}$, i cui elementi si dicono *reazioni* del mercato.

Diremo che questo è di *libera concorrenza perfetta*, nel ciclo $(0\,,t_1)$, quando essendo del tutto arbitrario c, cioè produzioni e prezzi iniziali, l'integrale

(16) R. M. Goodwin, *The multiplier as matrix* [« Econ. Journ., London », vol. LIX, n. 206 (dec. 1949) pp. 537–555]. Cfr. anche la mia Nota: *Sulla matrice moltiplicatore dei settori economici* [« Ann. di Mat. », ser. IV, t. XXXIII (1952), pp. 247–254].

(17) La $(2.\mathrm{I})_1$, in sostanza, è il sistema (3) del cap. LIII, p. 348, del trattato di L. Amoroso cit. [11].

generale è positivo in tutto il ciclo. Ciò richiede [18] che gli elementi di $\mathfrak{B}$ e $\mathfrak{C}$ non siano mai negativi. Quando questi elementi sono costanti, la non negatività è necessaria e sufficiente, altrimenti è soltanto sufficiente. Col linguaggio dell'economia politica queste condizioni dicono che « nessun operatore (e nessuna attività) gode privilegio alcuno, né all'inizio né mentre dura il mercato, e non vi sono limitazioni di vendita o di acquisto per le merci prodotte e riproducibili » [19].

Se manca la positività degli elementi di $\mathfrak{A}$, la positività dell'integrale generale (2.II) è garantita da altre condizioni, dipendenti anche dalle determinazioni iniziali, esprimentisi con disuguaglianze [20]: potrà anche modificarsi il sistema (2.I)–(2.I)$_1$ aggiungendo ai secondi membri termini indipendenti da $\mathbf{X}$ e da $\boldsymbol{p}$, costanti o variabili. La particolarizzazione delle reazioni di mercato darà luogo ai vari tipi di concorrenza imperfetta o di monopolio.

5. – Nel sistema (2.I)–(2.I)$_1$ possono introdursi le accelerazioni delle produzioni e dei prezzi. Basta derivare rispetto a t ed eliminare ordinatamente $\boldsymbol{p}$ ed $\mathbf{X}$. La eliminazione è facile almeno quando le matrici $\mathfrak{B}$ e $\mathfrak{C}$ siano invertibili, il che è generalmente assicurato dalla loro genericità. Si ottengono così due sistemi differenziali di second'ordine. Quello che ha per funzioni incognite le produzioni è:

$$\left(\frac{d^2\mathbf{X}}{dt^2}\right)_{-1} - \mathfrak{B}'\,\mathfrak{B}^{-1}\left(\frac{d\mathbf{X}}{dt}\right)_{-1} - \mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathbf{X}_{-1} = 0 \tag{2.2}$$

essendo $\mathfrak{B}'$ la derivata rispetto al tempo della matrice $\mathfrak{B}$. Per $(0\,,\,t_1)$ abbastanza piccolo, possono fissarsi i coefficienti in un punto intermedio. Allora, per ogni coppia $\alpha_1\,,\,\alpha_2$ di matrici soluzioni distinte dell'equazione algebrica:

$$\boldsymbol{z}^2 - \mathfrak{B}'\,\mathfrak{B}^{-1}\,\boldsymbol{z} - \mathfrak{B}\mathfrak{C} = 0 \tag{2.3}$$

(18) R. BELLMAN, I. GLICKSBERG, O. GROSS, *On some variational problems occurring in the theory of dynamic programming* [« Rend. Circ. Pal. », ser. II, t. III (1952), pp. 363–367] § 6. th. 4, p. 376. Gli Autori suppongono implicitamente $a_{11} = a_{22} = \cdots = a_{nn} = 0$, il che non influisce sulla sostanza del risultato e coincide col caso di cui sopra.

(19) Definizioni esplicite *a priori* della nozione di libera concorrenza perfetta non sono frequenti neppure nei massimi Autori. Il più spesso essa risulta un tacito presupposto della possibilità dell'equilibrio generale e del livellamento tra ricavo e costo. Esplicito è G. PALOMBA, in *Fisica economica* [Giannini, Napoli (1959)] cap. V, 2, p. 87; vedi anche l'ampio capitolo XIX, 1, 2, pp. 387–420. Cfr. AMOROSO, op. cit. ([11]), capp. VIII–LII–LIII–LVI, pp. 41 e 337–351. Un'altra definizione esplicita più concisa è data da TJALLING G. KOOPMANS in *Three essays on the state of economic science* [Mc Graw–Hill, New York (1957) I. 3. 13; *Linear programming*, pp. 97. La definizione statistica di G. PALOMBA al cap. XIX, § 1, pp. 485–492 e § 3, pp. 499–501, si riconduce alla massimizzazione o minimizzazione dell'ofelimità.

(20) Cfr. la mia Nota: *Su una disuguaglianza in matrici* [« Boll. U.M.I. », ser. III, a. XI, n. 2 (giugno 1956), pp. 126–132] ed S. CHERUBINO e MARIA PASSAQUINDICI, *Sui sistemi di disuguaglianze lineari e su alcune loro applicazioni* [« Ann. Sc. N. Pisa », serie III, vol. XII, I–II (1958), pp. 31–53] introduzione e §§ 1–2–3.

si hanno soluzioni della (2.2) nella forma:

$$\mathbf{X}_{-1} = e^{-\alpha_1 t}\,\xi'_{-1} + e^{-\alpha_2 t}\,\xi''_{-1} \tag{2.4}$$

con ξ', ξ'' vettori ad n componenti costanti indeterminate che si utilizzareranno per soddisfare la (2.I). Analogamente per $\boldsymbol{p}$.

Per $\mathfrak{B}$ e $\mathfrak{C}$ costanti, la discussione delle soluzioni e gli eventuali casi di oscillazione, il lettore può servirsi di una mia precedente ricerca [21].

6. Chiudiamo con un'osservazione che, fra l'altro, collegherà i due paragrafi di questo scritto.

Moltiplichiamo a sinistra i due membri delle (2.I)–(2.I)$_1$ pel vettore positivo o semipositivo costante λ e poniamo:

$$X = \lambda\mathbf{X}_{-1} = \lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 + \cdots + \lambda_n X_n, \tag{2.5}$$

$$\boldsymbol{p} = \lambda\boldsymbol{p}_{-1} = \lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2 + \cdots \lambda_n p_n \tag{2.5$_1$}$$

e decomponiamo le matrici $\mathfrak{B}$ e $\mathfrak{C}$ nelle somme:

$$\mathfrak{B} = B + p_1 B' + p_2 B'' + \cdots + p_n B^{(n)} \tag{2.6}$$

$$\mathfrak{C} = C + p_1 C' + p_2 C'' + \cdots + p_n C^{(n)}. \tag{2.6$_1$}$$

Si ottiene [22]:

$$\frac{dX}{dt} = \lambda B\boldsymbol{p}_{-1} + \boldsymbol{p}\mathfrak{M}\boldsymbol{p}_{-1} \tag{2.7}$$

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \lambda C\mathbf{X}_{-1} + \mathbf{X}\mathfrak{N}\mathbf{X}_{-1} \tag{2.7$_1$}$$

nelle quali $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ sono matrici costruite mediante le parti $B', \cdots, B^{(n)}$ e $C', \cdots, C^{(n)}$ rispettivamente e col vettore λ [23].

Supposto assegnato il ciclo $(0, t_1)$ di E, con le produzioni $\mathbf{X}$, i prezzi $\boldsymbol{p}$ e le matrici $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, quelle di ciascuno dei due gruppi $B, B', \cdots, B^{(n)}$; $C, C', \cdots, C^{(n)}$ sono tutte indeterminate ed arbitrarie, meno una, ad esempio la $(n+1)^{ma}$, che godrà la stessa indeterminazione ed arbitrarietà parziale di $\mathfrak{B}$ e $\mathfrak{C}$. Per comodità, supporremo che B, C, i cui elementi si dicono *reazioni generali* del mercato, dipendano soltanto dal tempo e dal campo, area, paese, regione ed epoca in cui opera l'economia E; le matrici $B^{(s)}, C^{(s)}$ i cui elementi si dicono *reazioni specifiche* del settore s, dipendono dal tempo, dal tasso di interesse e, rispettivamente, dalle produzioni e dai prezzi iniziali (non da quelli correnti) di E. Le forme bilineari $\lambda B\boldsymbol{p}_{-1}, \lambda C\mathbf{X}_{-1}$ si dicono *parti*

(21) *Sui fondamenti matematici...* cit. [12], § 8, nn. 17 e 18, pp. 324–326.

(22) S. CHERUBINO, *Su alcune proprietà delle economie ripartite in settori e sulla loro classificazione dinamica* [« Politica Economica», a. XLVIII, ser. III, fasc. VI (giugno 1957), pp. 406–421] § 2, nn. 3 e 4, pp. 411–413.

(23) Gli elementi di $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ sono funzioni bilineari omogenee degli elementi di dette matrici e di quelli di λ: ved. le formole (2,7)–(2-8) a p. 412 della mia Nota cit. [22].

principali, quelle quadratiche $\boldsymbol{p}\mathfrak{M}\boldsymbol{p}_{-1}$, $\mathbf{X}\mathfrak{N}\mathbf{X}_{-1}$, *parti complementari* delle velocità di X e di p. Queste seconde possono sostituirsi con due forme quadratiche, rispettivamente nei prezzi e nelle produzioni, le cui matrici discriminanti, S ed S′, sono semisomme, ordinatamente, di $\mathfrak{M}$ e di $\mathfrak{N}$ con le loro trasposte.

Esaminando le quattro matrici B , C , S , S′ si ha una classificazione delle economie astratte più dettagliata e più semplice di quella che si avrebbe considerando direttamente le matrici $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$.

Da quel che precede risulta che le forme principali possono avere importanza predominante sull'andamento delle velocità di X e di p. Orbene, con opportuna scelta delle matrici B , C si può fare che le parti principali coincidano con le funzioni lineari $\bar{z}$ e z del § 1, ordinatamente: dato il vettore λ, basterà prendere B e C tali che:

$$\lambda B = \mathbf{Y} \quad ; \quad \lambda C = \mu. \tag{2.8}$$

Si ha quindi:

sotto le condizioni (1.8)–(1.9), *esiste un vettore* $\mathbf{X}$ *di produzioni che, col corrispondente vettore* $\boldsymbol{p}$ *dei prezzi, minimizza la parte principale della velocità del prezzo* p *e massimizza quella della velocità della produzione* X, *relativamente ad un vettore positivo o semipositivo* λ *fissato a piacere, rendendo fra loro eguali dette parti principali massima e minima.*

Quanto alle forme complementari esse, essendo *quadratiche*, hanno per massimi e minimi le radici caratteristiche delle loro matrici discriminanti che, come si è visto, non dipendono dai prezzi e dalle produzioni correnti [24].

Ne segue che, conoscendo, o potendo fissare, gli estremi delle matrici B , C , S , S′, è possibile prevedere, con una certa approssimazione, l'andamento delle velocità di X e di p nel ciclo $(0 , t_1)$, cioè è possibile formulare un piano economico abbastanza sicuro, almeno dal punto di vista delle economie astratte [25].

(24) Questi però s'intendono normallizzati, il che può sempre supporsi (somme eguali ad 1). Così pei vettori λ e μ.

(25) Cfr. S. CHERUBINO, *Sulla dinamica economica* [« Rend. Lincei », ser. VIII, volume XXII, fasc. 3 (marzo 1957), pp. 281–285] nn. 3–4–5, pp. 283–285.

Meccanica. — *Sulla determinazione analitica delle soluzioni periodiche dei sistemi non-lineari autonomi.* Nota di GIUSEPPE COLOMBO, presentata (*) dal Socio G. SANSONE.

Il metodo delle perturbazioni frequentemente usato nella meccanica delle vibrazioni non-lineari si applica tipicamente ad equazioni del tipo

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \varepsilon f(x, \dot{x}, \varepsilon)$$

ed è ormai ben noto. Si considerano in questo lavoro equazioni del tipo

$$(1) \qquad \alpha(x)\ddot{x} + \frac{1}{2}\alpha'(x)\dot{x}^2 + g(x) = \varepsilon f(x, \dot{x}, \varepsilon), \qquad \alpha(x) \neq 0$$

e si dànno alcuni criteri atti alla determinazione analitica dei suoi cicli limiti.

1. – Consideriamo accanto all'equazione (1) la

$$(2) \qquad \alpha(x)\ddot{x} + \frac{1}{2}\alpha'(x)\dot{x}^2 + g(x) = 0 \qquad \alpha(x) \neq 0,$$

la quale ammette l'integrale primo

$$(3) \qquad \alpha(x)\frac{\dot{x}^2}{2} + G(x) = G(x_0), \qquad G(x) = \int g(x)\,dx.$$

Supponiamo che per $x_1 \leq x_0 \leq x_2$ le soluzioni di (2) siano periodiche, in modo che sul piano delle fasi $(x, \dot{x})$ la (3) rappresenti un insieme Γ di cicli γ_{x_0} che tagliano l'asse $x = 0$ in un ulteriore punto $x^0 > x_0$ e funzione continua di x_0 in (x_1, x_2).

Si costruisca l'integrale

$$(4) \qquad \mathfrak{I}(x_0) = \int_{\gamma_{x_0}} f(x, \dot{x}, \varepsilon)\,dx,$$

che risulta una funzione della sola x_0. Si supponga che risulti per un certo x_0^* interno all'intervallo (x_1, x_2)

$$(5) \qquad \mathfrak{I}(x_0^*) = 0 \qquad \left[\frac{d\mathfrak{I}(x_0)}{dx_0}\right]_{x_0 = x_0^*} < 0;$$

dico che per $\varepsilon < \varepsilon^*$ la (1) ammette un ciclo γ^* stabile e che questo tende per $\varepsilon \to 0$ a $\gamma_{x_0^*}$.

Infatti si cominci con l'osservare che risulta, da (1),

$$(6) \qquad d\left\{\alpha(x)\frac{\dot{x}^2}{2} + G(x)\right\} = \varepsilon f(x, \dot{x}, \varepsilon)\,dx$$

(*) Nella seduta del 9 maggio 1959.

e si consideri nel piano delle fasi il ciclo $\gamma_{x_0^*}$ e sia P* il punto di ascissa x_0^* in cui $\gamma_{x_0^*}$ interseca l'asse x. Siano $P' \equiv (x_0', 0)$, $P'' \equiv (x_0'', 0)$ due punti abbastanza prossimi a P* e γ', γ'' i due cicli di Γ che passano per quei due punti.

Se P' e P'' sono abbastanza prossimi a P* si avrà in base a (5)

$$\int_{\gamma'} f(x, \dot{x}, \varepsilon)\, dx = \lambda > 0 \tag{7}$$

se P' risulta a sinistra di P* ed inoltre

$$\int_{\gamma''} f(x, \dot{x}, \varepsilon)\, dx = \mu < 0 \tag{7'}$$

se P'' è a destra di P*.

Sia $\gamma_\varepsilon'(\gamma_\varepsilon'')$ la semitraiettoria uscente da P' (P'') relativa all'equazione (1): questa, per ε sufficientemente piccolo, riattraverserà l'asse x nel verso delle $\dot{x}$ crescenti in un punto P_1' (P_1'') che apparterrà all'intervallo P' P*, (P* P''). Infatti da (6) si ha

$$G(x_{P_1'}) - G(x_{P'}) = \varepsilon \int_{\gamma_\varepsilon'}^{P_1'} f(x, \dot{x}, \varepsilon)\, dx \tag{8}$$

dove va inteso che l'integrale è esteso a quell'arco di semitraiettoria che finisce in P_1'. Siccome risulta

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\gamma_\varepsilon'} f(x, \dot{x}, \varepsilon)\, dx = \int_{\gamma'} f(x, \dot{x}, \varepsilon)\, dx = \lambda < 0 \tag{9}$$

si avrà per $\varepsilon < \varepsilon_0$

$$\int_{\gamma_\varepsilon'} f(x, \dot{x}, \varepsilon)\, dx > \frac{\lambda}{2} \tag{10}$$

e quindi

$$G(x_{P_1'}) - G(x_{P'}) > \frac{\lambda}{2}\varepsilon > 0 \tag{11}$$

cioè, tenendo conto che, per le ipotesi fatte, G (x) è crescente in x_0,

$$x_{P_1'} > x_{P'}\,. \tag{12}$$

D'altra parte $x_{P_1'}$ non supera, almeno per $\varepsilon < \varepsilon_0'$, x^* perché

$$\lim_{\varepsilon \to 0} x_{P_1'} = x_{P'} \tag{13}$$

e quindi per $\varepsilon < \varepsilon_1$, P_1' cade tra P' e P*.

Analogamente si mostra che per $\varepsilon < \varepsilon_2$, P_1'' cade tra P* e P'' e quindi per $\varepsilon < \varepsilon^*$ la (1) ha almeno un ciclo stabile contenuto nella regione $\mathcal{C}$ compresa tra γ' e γ'' per il teorema di Bendixson.

COROLLARIO. – Se risulta invece di (4)

$$\mathfrak{I}(x_0^*) = 0 \quad , \quad \left[\frac{d\mathfrak{I}(x_0)}{dx_0}\right]_{x_0 \to x_0^*} > 0 , \tag{14}$$

esiste in $\mathcal{C}$ almeno un ciclo completamente instabile.

La dimostrazione è immediata.

2. Si supponga che per ogni $\varepsilon > 0$ ed almeno per ε minore di un ε^* positivo la (1) ammetta sempre almeno una soluzione periodica γ_ε^*. Se si pone, sempre che esista finito,

$$\gamma^* = \lim_{\varepsilon \to 0} \gamma_\varepsilon^* , \tag{15}$$

allora è immediato osservare che risulta

$$\mathfrak{I}(x_0^*) = \int_{\gamma^*} f(x , \dot{x})\, dx = 0 . \tag{16}$$

Infatti la (16) è verificata su ogni γ_ε e quindi per continuità è verificata anche su γ^*.

Si supponga che γ^* sia il ciclo limite per $\varepsilon \to 0$ di un solo γ_ε^* stabile (completamente instabile); allora certamente risulterà verificata, oltre alla (16) la

$$\left[\frac{d}{dx_0}\mathfrak{I}(x_0)\right]_{x = x_0^*} \leq 0 , \qquad \text{(ovvero } \geq 0\text{)} \tag{17}$$

come si vede con un facile ragionamento per assurdo in base al teorema precedente.

Risulta così provato che la ricerca dei cicli limiti stabili o completamente instabili di (2) per ε sufficientemente piccolo, o meglio di quelli che non svaniscono per $\varepsilon \to 0$ si riduce alla ricerca di quei valori x_0^* per cui sono verificate le (5) o le (14) rispettivamente.

Per esempio, si consideri l'equazione:

$$\ddot{x} + x + 3\,\frac{\alpha}{2}\,x^2 + 2\,\beta x^3 = \varepsilon\gamma\dot{x}\,(a^2 - \dot{x}^2) \tag{18}$$

e l'integrale primo della corrispondente per $\varepsilon = 0$,

$$\dot{x}^2 + x^2 + \alpha x^3 + \beta x^4 = x_0^2 + \alpha x^3 + \beta x_0^4 . \tag{19}$$

La determinazione e lo studio degli eventuali cicli è ridotta allo studio della funzione di x_0 data da

$$\mathfrak{I}(x_0) = \gamma \int_{\gamma_{x_0}} \sqrt{(x_0^2 - x^2)\,[1 + \beta\,(x_0^2 + x^2)] + \alpha\,(x_0^3 - x^3)}\ \cdot \tag{20}$$

$$\cdot\ [a^2 - x_0^2 + x^2 - \alpha x_0^3 + \alpha x^3 - \beta x_0^4 + \beta x^4]\, dx$$

calcolabile mediante le funzioni ellittiche e facilmente discutibile, specialmente nel caso $\alpha = 0$.

Una equazione del tipo (18) regge per esempio le oscillazioni non piccole di un pendolo di Froude.

Magnetofluidodinamica. — *Sulle equazioni dell'equilibrio adiabatico magnetodinamico di una massa fluida gassosa uniformemente rotante e gravitante.* Nota di CATALDO AGOSTINELLI, presentata (*) dal Socio A. SIGNORINI.

1. In questa Nota, in vista dell'interesse che la questione presenta nella dinamica stellare, mi sono proposto di stabilire le equazioni dell'equilibrio adiabatico di una massa gassosa di conducibilità elettrica infinita, come si può ritenere quella di una massa stellare per la sua elevata temperatura, uniformemente rotante intorno a un suo asse baricentrale, soggetta alla mutua attrazione newtoniana delle particelle fluide, e nell'ipotesi che per effetto delle correnti di conduzione si generi in essa un campo magnetico. Dimostro che il campo deve essere necessariamente simmetrico rispetto all'asse di rotazione e riduco la questione all'integrazione di due equazioni differenziali alle derivate parziali in cui sono incognite quella che si può chiamare la funzione del campo e la densità del fluido.

Nel caso particolare in cui è nulla la componente trasversa del campo magnetico da quelle equazioni riesco ad eliminare la funzione del campo, riducendomi ad un'equazione differenziale, alle derivate parziali del 4° ordine in cui è incognita la sola densità.

Supponendo infine che si tratti di un plasma soggetto a intensi campi magnetici superficiali, in cui le forze di mutua attrazione newtoniana sono trascurabili in confronto delle azioni elettromagnetiche, la questione si riduce all'integrazione di un'equazione differenziale del 2° ordine in cui è ancora incognita la sola densità.

2. Le equazioni del moto di una massa gassosa elettricamente conduttrice, o se si vuole di un plasma, in cui per effetto delle correnti di conduzione si generi un campo magnetico, nell'ipotesi che, la viscosità sia trascurabile, sono notoriamente:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{I} \wedge \vec{B} - \operatorname{grad} p + \rho \operatorname{grad} U \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0\,, \tag{2}$$

la seconda delle quali è l'equazione di continuità, e dove $\vec{v}$ è il vettore velocità delle particelle fluide, ρ la densità, p la pressione, U il potenziale delle forze newtoniane di mutua attrazione, $\vec{I}$ la corrente di conduzione e $\vec{B}$ il

(*) Nella seduta del 9 maggio 1953.

vettore induzione magnetica. Se supponiamo che il gas si evolva adiabaticamente avremo inoltre

$$p = C\rho^{\gamma} \tag{3}$$

con C costante e γ pure costante, uguale al rapporto tra il calore specifico a pressione costante e quello a volume costante.

Nell'ipotesi ancora che la conduttività elettrica del fluido sia infinita le equazioni di Maxwell porgono

$$\vec{I} = \frac{1}{4\pi} \operatorname{rot} \vec{H} \tag{4}$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = (\operatorname{rot} \vec{v} \wedge \vec{B}) \tag{5}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad , \quad \vec{B} = \mu \vec{H} , \tag{6}$$

essendo μ la permeabilità magnetica (costante) del mezzo.

Trattandosi di una massa fluida uniformemente rotante con velocità angolare costante $\vec{\omega}$ intorno a un asse baricentrale Oz, in equilibrio relativo magneto dinamico, gli elementi del moto e del campo saranno indipendenti dal tempo, la velocità $\vec{v}$ di una particella fluida P sarà data da

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge (P - O) \tag{7}$$

e le equazioni (1) e (2) si ridurranno alle seguenti

$$\operatorname{grad} p = \frac{\mu}{4\pi} \operatorname{rot} \vec{H} \wedge \vec{H} + \frac{1}{2} \omega^2 \rho \operatorname{grad} r^2 + \rho \operatorname{grad} U \tag{8}$$

$$\operatorname{grad} \rho \times \vec{k} \wedge (P - O) = 0 , \tag{9}$$

dove si è indicata con r la distanza di un punto P dall'asse Oz, e $\vec{k}$ è il versore di quest'asse.

Con riferimento a coordinate cilindriche r , φ , z, la (9) equivale alla

$$\frac{\partial \rho}{\partial \varphi} = 0 . \tag{9'}$$

Perciò la densità ρ, e quindi anche la pressione p, saranno funzioni di r , z soltanto.

3. Le equazioni (5) e (6) diventano ora

$$\operatorname{rot} (\vec{v} \wedge H) = 0 , \tag{10}$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0 , \tag{11}$$

dalle quali, se si indicano con H_r , H_φ , H_z le componenti cilindriche del campo magnetico, si deduce che sarà anche

$$\frac{\partial H_r}{\partial \varphi} = 0 \quad , \quad \frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi} = 0 \quad , \quad \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} = 0 .$$

Cioè il campo sarà simmetrico intorno all'asse z. La (11) diventa allora

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\,H_r)+\frac{\partial H_z}{\partial z}=0, \tag{11'}$$

e da questa segue che esisterà una funzione $V(r,z)$ per cui si può porre

$$H_r=-\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial z}\quad,\quad H_z=\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}\,. \tag{12}$$

Avremo perciò

$$\vec{H}=-\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial z}\operatorname{grad} r+\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}\operatorname{grad} z+r\,H_\varphi\operatorname{grad}\varphi \tag{13}$$

$$\operatorname{rot}\vec{H}=-\frac{\partial H_\varphi}{\partial z}\operatorname{grad} r-\nabla_2 V\cdot\operatorname{grad}\varphi+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\,H_\varphi)\operatorname{grad} z, \tag{14}$$

dove per semplicità si è posto

$$\nabla_2 V=\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}-\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\,. \tag{15}$$

4. Ciò premesso consideriamo le condizioni di integrabilità della (8), prendendo il rotore di ambo i membri. Si ha così

$$\frac{\mu}{4\pi}\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\vec{H}\wedge\vec{H})+\frac{1}{2}\omega^2\operatorname{grad}\rho\wedge\operatorname{grad} r^2+\operatorname{grad}\rho\wedge\operatorname{grad} U=0, \tag{16}$$

e da questa, essendo anche $U=U(r,z)$, si deduce

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\vec{H}\wedge\vec{H})\times\operatorname{grad} r=0\quad,\quad \operatorname{rot}(\operatorname{rot}\vec{H}\wedge\vec{H})\times\operatorname{grad} z=0. \tag{17}$$

Indicando inoltre con $\vec{a}_\varphi=r\operatorname{grad}\varphi$ il versore secondo cui cresce l'anomalia φ, si ha

$$\frac{\mu}{4\pi}\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\vec{H}\wedge\vec{H})\times\vec{a}_\varphi+\omega^2 r\frac{\partial\rho}{\partial z}+\frac{\partial\rho}{\partial z}\frac{\partial U}{\partial r}-\frac{\partial\rho}{\partial r}\frac{\partial U}{\partial z}=0. \tag{18}$$

Dalle (13) e (14) si ricava

$$\operatorname{rot}\vec{H}\wedge\vec{H}=-\left[\frac{\partial V}{\partial r}\frac{\nabla_2 V}{r^2}+\frac{H_\varphi}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\,H_\varphi)\right]\operatorname{grad} r+ \tag{19}$$

$$+\frac{1}{r}\left[\frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial(r\,H_\varphi)}{\partial z}-\frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial(r\,H_\varphi)}{\partial r}\right]\operatorname{grad}\varphi-\left[\frac{\partial V}{\partial z}\frac{\Delta_2 V}{r^2}+H_\varphi\frac{\partial H_\varphi}{\partial z}\right]\operatorname{grad} z,$$

e quindi le equazioni (17) diventano

$$\frac{\partial}{\partial z}\left\{\frac{1}{r}\left[\frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial(r\,H_\varphi)}{\partial z}-\frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial(r\,H_\varphi)}{\partial r}\right]\right\}=0$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left\{\frac{1}{r}\left[\frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial(r\,H_\varphi)}{\partial z}-\frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial(r\,H_\varphi)}{\partial r}\right]\right\}=0,$$

da cui segue l'integrale

$$\frac{1}{r}\left[\frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial(r\,H_\varphi)}{\partial z}-\frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial(r\,H_\varphi)}{\partial r}\right]=\text{cost}. \tag{20}$$

Ma dalla (8), moltiplicando ambo i membri scalarmente per $\vec{a}_\varphi$, si ottiene

$$\operatorname{rot}\vec{H} \wedge \vec{H} \times \vec{a}_\varphi \equiv \frac{1}{r^2}\left[\frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial (rH_\varphi)}{\partial z} - \frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial (rH_\varphi)}{\partial r}\right] = 0,$$

perciò la costante del secondo membro della (20) deve essere nulla, e, quindi

$$\frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial (rH_\varphi)}{\partial z} - \frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial (rH_\varphi)}{\partial r} = 0. \tag{20'}$$

Questa mostra che rH_φ sarà funzione di V. Noi porremo

$$rH_\varphi = kV \tag{21}$$

con k costante e la (20') è così soddisfatta.

Rimane da considerare l'equazione (18) che esplicitata, tenendo conto della (21), dopo facili semplificazioni si riduce alla seguente

$$\frac{\mu}{4\pi}\left[\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial \nabla_2 V}{\partial r} - \frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial \nabla_2 V}{\partial z}\right) - \frac{2}{r^3}\frac{\partial V}{\partial z}(\nabla_2 V + k^2 V)\right] + \tag{22}$$

$$+ \omega^2 r\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial z}\frac{\partial U}{\partial r} - \frac{\partial \rho}{\partial r}\frac{\partial U}{\partial z} = 0.$$

5. Osserviamo ora che dalla (8), moltiplicando ambo i membri scalarmente per $\vec{H}$ si deduce

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r} - \omega^2 r\rho - \rho\frac{\partial U}{\partial r}\right)H_r + \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \rho\frac{\partial U}{\partial z}\right)H_z = 0,$$

cioè, per le (12)

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z} - \rho\frac{\partial U}{\partial z}\right)\frac{\partial V}{\partial r} - \left(\frac{\partial p}{\partial r} - \omega^2 r\rho - \rho\frac{\partial U}{\partial r}\right)\frac{\partial V}{\partial z} = 0.$$

Esisterà quindi un fattore integrante $\lambda(r, z)$, per cui

$$\frac{\partial V}{\partial r} = \lambda\left(\frac{\partial p}{\partial r} - \omega^2 r\rho - \rho\frac{\partial U}{\partial r}\right) \quad , \quad \frac{\partial V}{\partial z} = \lambda\left(\frac{\partial p}{\partial z} - \rho\frac{\partial U}{\partial z}\right).$$

Poiché per la (3) la pressione p è funzione della densità ρ, prendendo $\lambda = h/\rho$, con h costante arbitraria, e tenendo conto della stessa (3), si riconosce subito che le equazioni precedenti sono integrabili e si ottiene, a meno di una costante additiva inessenziale,

$$V = h\left(\frac{C\gamma}{\gamma - 1}\rho^{\gamma - 1} - \frac{1}{2}\omega^2 r^2 - U\right). \tag{23}$$

Eliminando quindi dalla (22) il potenziale U servendosi della (23), si ha

$$\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial \nabla_2 V}{\partial r} - \frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial \nabla_2 V}{\partial z}\right) - \frac{2}{r^3}\frac{\partial V}{\partial z}(\nabla_2 V + k^2 V) +$$

$$+ \frac{4\pi}{\mu h}\left(\frac{\partial \rho}{\partial r}\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial \rho}{\partial z}\frac{\partial V}{\partial r}\right) = 0,$$

la quale è identicamente soddisfatta prendendo

$$\nabla_2 V + k^2 V = -\frac{4\pi}{\mu h} r^2 \rho. \tag{24}$$

Dalla (23) si può eliminare anche il potenziale U prendendo il Δ_2 di Laplace di ambo i membri e tenendo conto dell'equazione di Poisson $\Delta_2 U = -4\pi f\rho$. Si ha così

$$(25) \qquad \Delta_2 V \equiv \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = h\left[\frac{C\gamma}{\gamma - 1}\Delta_2 \rho^{\gamma-1} - 2\omega^2 + 4\pi f\rho\right].$$

La questione è così ridotta a determinare la funzione V del campo magnetico e la densità ρ soddisfacenti alle equazioni differenziali (24) e (25), e ad eventuali condizioni ai limiti. Dopo ciò le (12) e le (21) forniscono le componenti del campo magnetico e la (3) dà la pressione p.

Ponendo:

$$(26) \qquad \gamma = 1 + \frac{1}{\nu} \quad , \quad \rho = u^\nu$$

le (24) e (25) si possono scrivere anche

$$(24') \qquad \nabla_2 V + k^2 V = -\frac{4\pi}{\mu h} r^2 u^\nu$$

$$(25') \qquad \Delta_2 V = h\left[C(\nu + 1)\Delta_2 u - 2\omega^2 + 4\pi f u^\nu\right]$$

e si può mostrare che ci si può ridurre alla determinazione della sola incognita u mediante la risoluzione di un'equazione integro differenziale.

6. Nel caso particolare in cui si prenda $k = 0$, e quindi per la (21) $H_\varphi = 0$, la (24') diventa

$$(27) \qquad \nabla_2 V = -\frac{4\pi}{\mu h} r^2 u^\nu,$$

e tenendo conto dell'identità

$$\Delta_2(\Delta_2 V - \nabla_2 V) - \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\nabla_2 V) = 0,$$

ci si riduce all'equazione differenziale alle derivate parziali del 4° ordine

$$(28) \qquad \Delta_2\left[\Delta_2 u + (\alpha^2 + \beta^2 r^2) u^\nu\right] + \frac{2\beta^2}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 u^\nu) = 0$$

in cui è incognita la sola funzione u, e nella quale si è posto

$$(29) \qquad \alpha^2 = \frac{4\pi f}{C(\nu + 1)} \quad , \quad \beta^2 = \frac{4\pi}{\mu h^2 C(\nu + 1)}.$$

Le equazioni ottenute, associate alla condizione che la pressione p si annulli al contorno, sono utili per lo studio dell'equilibrio adiabatico di una massa gassosa stellare in cui per l'alta conducibilità elettrica si generano delle correnti di conduzione e quindi dei campi magnetici.

Se supponiamo invece che si tratti di un plasma soggetto a intensi campi magnetici superficiali, in cui le forze di mutua attrazione sono trascurabili in confronto delle azioni elettromagnetiche, ponendo $U = 0$, l'equazione

(22) risulta ancora soddisfatta mediante la posizione (24), che per le (26) assume la forma (24'). Inoltre la (23) si riduce alla

$$V = h\left[C(\nu+1)u - \frac{1}{2}\omega^2 r^2\right] \tag{30}$$

e sostituendo nella (24') si ha

$$\nabla_2 u + k^2 u + \beta^2 r^2 u^\nu = \frac{k^2\omega^2}{2C(\nu+1)} r^2 \tag{31}$$

che è l'equazione differenziale alla quale deve soddisfare la funzione $u = \rho^{1/\nu}$ nel caso considerato.

Se più semplicemente si pone $k = 0$, cioè $H_\varphi = 0$, la (31) diventa

$$\nabla_2 u + \beta^2 r^2 u^\nu = 0, \tag{32}$$

che, si può considerare una generalizzazione dell'equazione di Emden.

Determinata la u, la (30) fornisce senz'altro la funzione V del campo, la quale, nel caso dell'equilibrio statico ($\omega = 0$), risulta proporzionale alla u.

Chimica. — *Spettri ultrarossi di soluzioni acquose di acido cloridrico* (*). Nota di GIANFRANCO FABBRI, presentata (**) dal Socio G. B. BONINO.

È noto che l'acqua, allo stato di vapore, presenta nell'ultrarosso due zone di assorbimento, una intorno ai 3600–3700 cm^{-1} ed una seconda intorno ai 1600 cm^{-1}. Nella prima zona l'assorbimento è dovuto alle oscillazioni di valenza ν_1 e ν_3 mentre l'assorbimento nella seconda zona è attribuibile alla oscillazione di deformazione ν_2 (fig. 1).

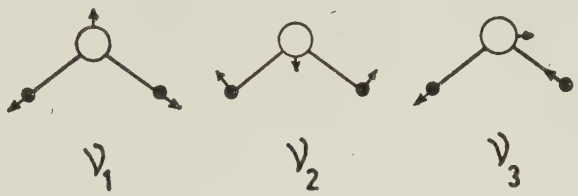


Fig. 1. – Modi di oscillazione della molecola d'acqua.

Quando si passa dallo stato di vapore allo stato liquido, si osserva nell'acqua, oltre il forte allargamento e spostamento verso le basse frequenze dell'assorbimento a 3600–3700 cm^{-1}, la comparsa di due ulteriori bande, con massimo a 2135 e 760 cm^{-1}, la prima delle quali di non forte intensità e la seconda enormemente allargata.

TABELLA I.

Spettro ultrarosso dell'acqua.

Assegnazione	Vapore	Liquido
ν_3	3757	3400
ν_1	3653	(3280)
$\nu_2 + \nu_L$	—	2135
ν_2	1595	1645
ν_L	—	760

La seconda di queste bande è generalmente attribuita ad un movimento di librazione fra molecole associate ν_L [1], e la prima alla frequenza di combinazione $\nu_2 + \nu_L$. In Tabella I sono riportate le frequenze dei massimi osser-

(*) Lavoro eseguito al Centro Studi di Chimica Fisica del C.N.R. presso l'Istituto Chimico « G. Ciamician » dell'Università di Bologna.

(**) Nella seduta del 9 maggio 1959.

vati sull'acqua vapore e sull'acqua liquida con le relative assegnazioni, note anche da lavori recentissimi [2].

Recentemente D. E. Bethell e N. Seppard [3] [4] e C. C. Ferrisio e D. F. Hornig [5] [6] hanno registrato gli spettri ultrarossi dell'acido nitrico monoidrato e degli acidi fluoridrico, cloridrico, bromidrico e iodidrico monoidrati allo stato solido.

Questi Autori hanno osservato che gli spettri dei composti esaminati si differenziano in maniera netta sia da quelli degli acidi anidri sia da quelli dell'acqua, in modo cioè da non poter essere interpretati come somma di quelli dei due componenti i sistemi.

In particolare, nel caso degli acidi alogenici monoidrati (nel caso dello acido nitrico la presenza delle bande dovute agli ioni NO_3^- rende meno chiari gli spettri), si osserva la completa scomparsa delle componenti lo spettro dell'acqua a 760 e a 2135 cm^{-1}, lo spostamento a circa 1700 cm^{-1} della banda ν_2, mentre nella zona delle oscillazioni di valenza si notano assorbimenti con massimi a 3100–3200 e 2500–2600 cm^{-1}. In più non si riscontrano nello spettro bande attribuibili alle molecole degli idracidi.

Tabella II.

Assegnazione	NH_3	H_3O^+
ν_1 (A_1)	3336	3200
ν_2 (A_1)	968	1100
ν_3 (E)	3407	2500
ν_4 (E)	1627	1700

L'insieme di questi fatti induce gli Autori citati ad ammettere che i sistemi da loro esaminati siano constituiti, anziché da molecole di acido e molecole di acqua, da ioni H_3O^+ e ioni alogenici.

A fondamento della loro ipotesi suppongono per lo ione H_3O^+ una struttura piramidale; in tali condizioni la simmetria dello ione (C_{3v}) farebbe prevedere attive in ultrarosso quattro frequenze, due della classe A_1 e due della classe E, queste ultime doppiamente degeneri.

Secondo tali ipotesi lo spettro dello ione H_3O^+ non dovrebbe differire in maniera essenziale da quello della molecola isoelettronica e piramidale dell'ammoniaca. Il confronto con lo spettro di questo ultimo composto conduce a conclusioni che secondo gli Autori starebbero ad avvalorare la ipotesi posta.

In tabella II è riportato lo spettro ultrarosso dell'ammoniaca [7] con le relative assegnazioni, e per confronto lo spettro proposto per lo ione H_3O^+.

D. J. Millen e E. G. Vaal [8] hanno recentemente registrato gli spettri Raman di alcuni acidi monoidrati ($HClO_4 \cdot H_2O$; $H_2SO_4 \cdot H_2O$; $HNO_3 \cdot H_2O$);

benché la forte larghezza dei presumibili assorbimenti dello ione H_3O^+, soprattutto nella zona dei 1000 cm^{-1}, renda molto difficoltosa, a detta degli stessi Autori, una loro netta rilevazione fotografica, hanno potuto osservare nell'acido perclorico monoidrato una riga diffusa a circa 1065 cm^{-1}, che non compare sugli spettri dell'acqua e dell'acido perclorico puri. Anche questi Autori attribuiscono la comparsa di questa riga alla presenza di ioni H_3O^+.

In queste condizioni non è sembrato privo di interesse osservare, se, non solo sui particolari sistemi sui quali è stato indagato, ma se anche su soluzioni acquose di acidi fosse possibile porre in evidenza gli assorbimenti osservati ed attribuibili a ioni H_3O^+.

In questa Nota vengono riportati i risultati di una prima serie di ricerche condotte su soluzioni acquose di acido cloridrico.

MATERIALE E METODI SPERIMENTALI.

L'acido cloridrico usato nelle esperienze era del tipo « puro per analisi », di densità 1,19. Le determinazioni analitiche hanno mostrato che la concentrazione dell'acido nella soluzione era tale da fornire un rapporto mole-

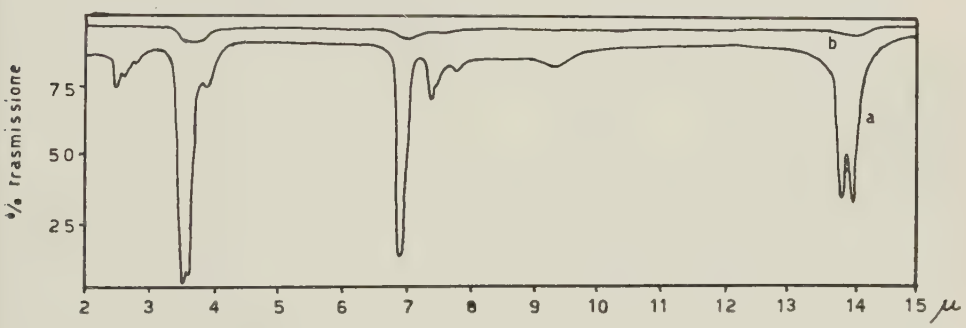


Fig. 2. – Spettro ultrarosso del polietilene usato nella presente ricerca.
a) non compensato; *b*) compensato.

colare $HCl/H_2O = 1/3,7$. Sono stati registrati sia lo spettro dell'acido a questa concentrazione sia a concentrazione via via decrescenti, tali da coprire una zona di rapporti molecolari compresi fra 1/3,7 e 1/100.

In mancanza di celle adatte per lo studio di tali soluzioni (con finestre cioè insolubili in acqua ed inattacabili dagli acidi anche a forte concentrazione) i campioni sono stati preparati interponendo uno strato capillare di soluzione fra due fogli di polietinene dello spessore di 1/100 di mm. Il polietilene usato in questa ricerca presenta uno spettro particolarmente semplice e tale da poter subire una buona compensazione (cfr. fig. 2). Solo nella zona intorno ai 3,5 μ dato il completo assorbimento delle radiazioni da parte del polietilene, la compensazione è risultata inefficace.

Gli spettri sono stati registrati con uno spettrografo Leitz con prisma di salgemma.

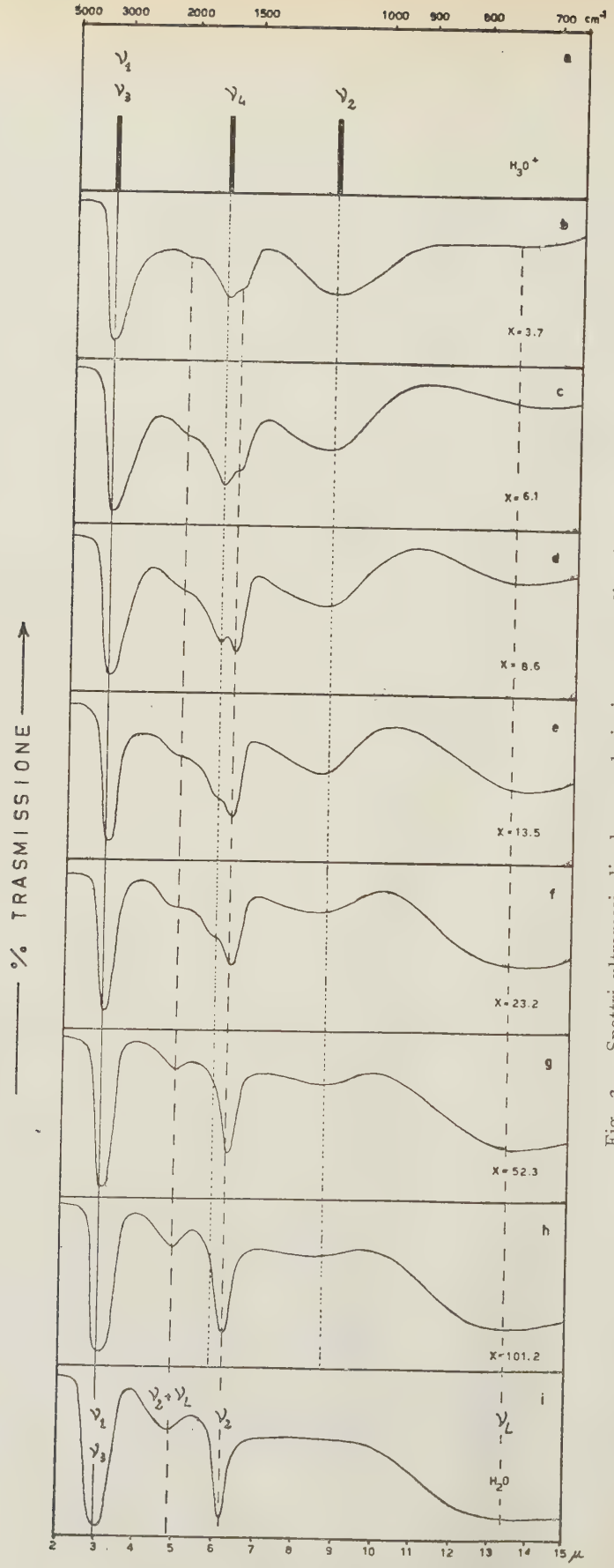


Fig. 3. – Spettri ultrarossi di alcune soluzioni acquose di acido cloridrico.
X = rapporto molecolare H_2O/HCl.

RISULTATI.

In fig. 3 *i* è riprodotto lo spettro dell'acqua liquida. Conformemente a quando descritto nella letteratura si osservano in esso quattro assorbimenti di cui uno a 3000–3500 cm^{-1}, piuttosto largo ed attribuibile alle oscillazioni memente allargato con massimo a circa 750 cm^{-1}, attribuibile alla librazione

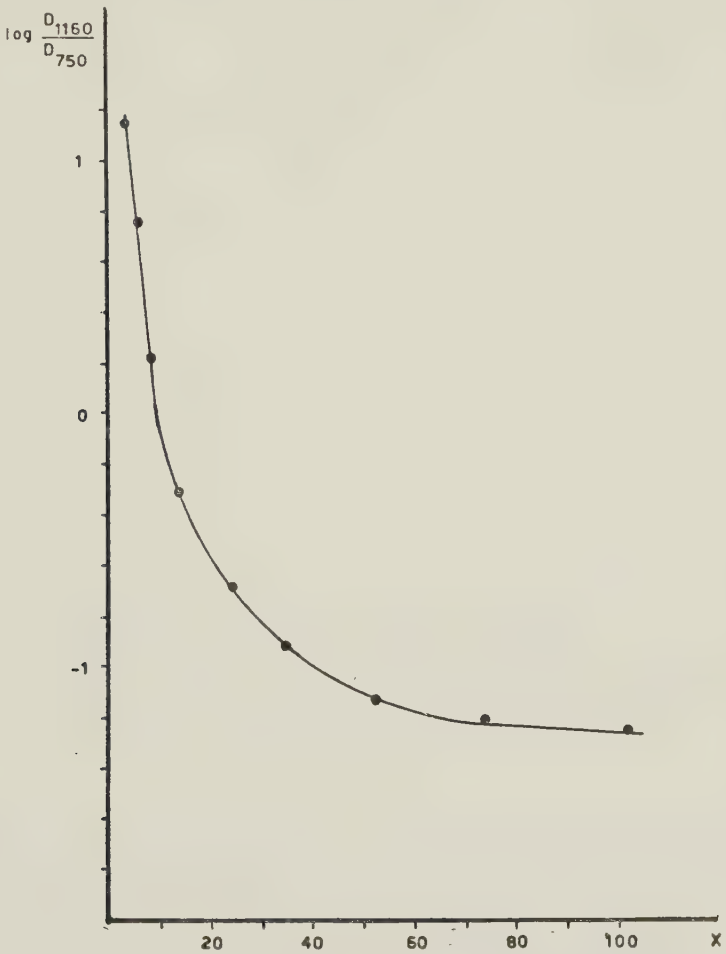


Fig. 4. – Andamento del rapporto fra le intensità delle bande a 1160 cm^{-1} ($\nu_{2\,(H_3O^+)}$) e 760 cm^{-1} ($\nu_{L\,(H_2O)}$).

X = rapporto molecolare H_2O/HCl.

ν_1 e ν_3, un secondo a 1640 cm^{-1} attribuibile alla oscillazione ν_2, un terzo enor- ν_L e finalmente il quarto, di bassa intensità, a 2130 cm^{-1} interpretabile come frequenza di combinazione $\nu_2 + \nu_L$. In fig. 3 *a* sono segnate le zone degli assorbimenti dello ione H_3O^+ piramidale, prevedibili in base alle esperienze precedentemente citate.

In fig. 3 *b* è disegnato lo spettro di una soluzione di HCl in H_2O in rapporto molecolare $HCl/H_2O = 1/3{,}7$. In esso si osserva, oltre alla forte e larga

banda a 3300 cm^{-1}, la quasi totale assenza dell'assorbimento dell'acqua a 2130 cm^{-1}, la comparsa di una seconda componente, a 1710 cm^{-1}, accanto alla ν_2 dell'acqua, un larghissimo assorbimento, completamente assente nell'acqua, a 1160 cm^{-1} e la quasi totale assenza della frequenza ν_L.

Procedendo nella diluizione dell'acido si osserva (fig. 3) la lenta comparsa ed intensificazione delle componenti a 2130, 750 e 1640 cm^{-1} e la gra-

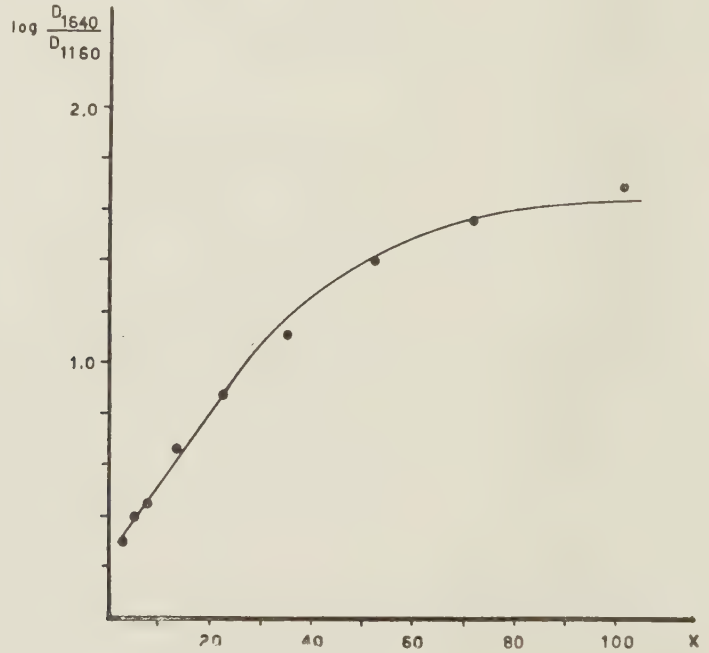


Fig. 5. – Andamento del rapporto fra le intensità delle bande a 1640 cm^{-1} ($\nu_{2\,(H_2O)}$) e 1160 cm^{-1} ($\nu_{2\,(H_3O^+)}$).

X = rapporto molecolare H_2O/HCl.

duale diminuizione di intensità delle componenti con massimo a 1710 e 1160 cm^{-1}. Raggiungendo nella diluizione dell'acido un rapporto molecolare $HCl/H_2O = 1/101{,}2$ lo spettro della soluzione non differisce in maniera essenziale da quello dell'acqua pura.

In generale l'andamento degli spettri in funzione della concentrazione permette di confermare che, anche in soluzione, si osservano i fenomeni posti in luce sugli acidi alogenici monoidrato solidi. Infatti ad alte concentrazioni le manifestazioni spettrali delle soluzioni di acido cloridrico si mostrano analoghe a quelle del sistema H_2O–HCl, mentre, aumentando la diluizione, come d'altra parte era da attendersi, lo spettro dell'acqua liquida si mostra sempre più marcato fino a prevalere. Le misure eseguite sulle soluzioni di acido cloridrico non mostrano però alcun assorbimento ben definito in un intorno dei 2600 cm^{-1}, mentre C. C. Fenisio e D. Hornig [4] [5] hanno al contrario osservato sul sistema H_2O–HCl un assorbimento a 2590 cm^{-1} di ragionevole intensità. È sempre ammissibile che negli spettri riportati

in questa Nota tale banda non sia rilevabile in seguito al forte allargamento di quella con massimo a 3250 cm^{-1}, soprattutto se essa è di non eccessiva intensità, ma comunque una sua eventuale comparsa sembrerebbe da attribuire più a molecole di acido cloridrico indissociate e perturbate (ν HCl = = 2885 cm^{-1}) che alla oscillazione ν_3 dello ione H_3O^+. Ciò anche in seguito al fatto che tale frequenza dello ione H_3O^+ si scosterebbe di circa 1000 cm^{-1} da quella corrispondente nell'ammoniaca, mentre le differenze nelle altre frequenze di NH_3 e H_3O^+ sono sempre comprese entro un centinaio di numeri d'onda (cfr. Tabella II). Sembra d'altra parte ragionevole attribuire la forte e molto larga banda con massimo a 3250 cm^{-1} alle oscillazioni non risolte, in seguito appunto all'allargamento, ν_1 e ν_3 di H_3O^+.

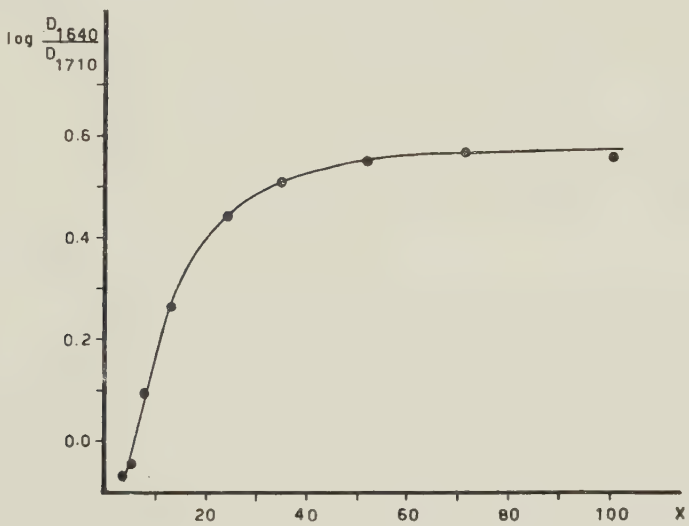


Fig. 6. – Andamento del rapporto fra le intensità delle bande a 1640 cm^{-1} ($\nu_{2\,(H_2O)}$) e 1710 cm^{-1} ($\nu_{4\,(H_3O^+)}$).

X = rapporto molecolare H_2O/HCl

Dati i mezzi sperimentali usati in questa ricerca non è stato possibile eseguire misure assolute di intensità di assorbimento giacché non erano determinabili, neppur grossolanamente, gli spessori delle soluzioni assorbenti. Sono comunque state condotte misure relative di intensità.

Nelle figg. 4, 5 e 6 sono posti in curva i logaritmi dei rapporti D_a/D_b (dove *a* e *b* denotano due bande nello spettro) in funzione della concentrazione. Tali rapporti sono stati eseguiti misurando le densità ottiche (log. I_o/I) a 1160 (*a*) e 750 (*b*) cm^{-1} (fig. 4); a 1640 (*a*) e 1160 (*b*) cm^{-1} (fig. 5); a 1640 (*a*) e 1710 (*b*) cm^{-1} (fig. 6).

Nel caso della fig. 3 si osserva un andamento della curva che tende, in funzione della diluizione, ad un valore costante; già però a concentrazione di 30–40 molecole d'acqua per molecola di HCl i valori del rapporto si scostano sensibilmente da quelli osservabili a bassa concentrazione e pertanto già in queste condizioni l'intensità della banda a 1160 cm^{-1} è tutt'altro che trascurabile rispetto a quelle a 760 cm^{-1}. Un analogo comportamento pre-

sentano i rapporti fra le intensità delle bande a 1640 e 1160 cm^{-1} (fig. 4) e delle bande a 1640 e 1710 cm^{-1} (fig. 5). Queste misure confermano in maniera quantitativa quanto osservato qualitativamente dalla visione degli spettri [1].

In Tabella III sono riportate le frequenze dei massimi osservati sugli spettri esaminati accompagnate dalle relative assegnazioni assumendo l'ipotesi della presenza nelle soluzioni di ioni H_3O^+ piramidali.

TABELLA III.

ν (cm^{-1})	Assegnazione	
	H_2O	H_3O^+
3250	ν_1 , ν_3	ν_1 , ν_3
2130	$\nu_2 + \nu_L$	—
1710	—	ν_4
1640	ν_2	—
1160	—	ν_2
750	ν_L	—

Sono in corso ulteriori esperienze per studiare, con mezzi sperimentali più raffinati e con apparecchiature a più alta risoluzione, alcune particolari zone spettrali, come quella compresa fra 2000 e 3500 cm^{-1}, al fine di chiarire la struttura di alcuni assorbimenti; sono pure in corso ricerche atte a rilevare gli spettri di soluzioni di altri acidi e di sali.

Desidero infine ringraziare vivamente il prof. G. B. Bonino per l'interesse mostrato alla presente ricerca e per i consigli di cui è stato prodigo durante l'esecuzione del lavoro.

BIBLIOGRAFIA.

[1] P. C. CROSS, J. BURNHAM, P. A. LEIGHTON, « J. Am. Chem. Soc. », *59*, 1134 (1937).
[2] M. CECCARDI, M. GOLDMAN, E. ROTH, « Spectrochim. Acta » – Suppl. Colloquium Spectrochimicum Internaz., VI, 623 (1957).
[3] « J. Chem. Phys. », *21*, 1421 (1953).
[4] « J. Chim. Phys. », *50*, 72 (1953).
[5] « J. Chem. Phys. », *23*, 1464 (1955).
[6] « J. Am. Chem. Soc. » *75* 4113 (1953).
[7] Cfr. ad esempio LANDOLT–BÖRNSTEIN, *Atom und Molekular Physik*, 2. teil, Molekulen I – Springer, Berlin (1951).
[8] « J. Chem. Soc. », 2913 (1956).

(1) Le curve delle figg. 4, 5 e 6 non forniscono, per estrapolazione, valori esatti per gli assorbimenti a $X = 0$ e $X = \infty$, date le difficoltà che si incontrano, come risulta anche da una semplice osservazione degli spettri riprodotti in fig. 3, nella determinazione della « base linie » o linea del 100 % di trasmissione.

Geologia. — *Alpi meridionali e Prepirenei catalani.* – II. *Osservazioni comparative sulla tettonica e sull'orogenesi delle due regioni* (*). Nota di PIERO LEONARDI, presentata (**) dal Socio GB. DAL PIAZ.

I Pirenei nel loro complesso si distinguono abbastanza nettamente dalle Alpi, principalmente per i seguenti fatti:

1° Per le caratteristiche della « zona assiale », che non sembra essere mai stata teatro di sedimentazione in un bacino geosinclinale durante l'era mesozoica (1) ed assunse già con l'orogenesi ercinica carattere di catena montuosa ben definita, orientata non molto diversamente dall'attuale, di cui divenne il nucleo nell'orogenesi alpidica. Nei Pirenei quest'ultima è tanto intimamente legata a quella ercinica, da apparirne una diretta continuazione (2), ben diversamente da quanto si verifica nelle Alpi in generale.

2° Per il molto limitato sviluppo della tettonica di tipo alpino. Nei Pirenei le grandi pieghe coricate e le falde di scivolamento di una certa entità costituiscono rare eccezioni.

3° Per l'assai minore sviluppo dei fenomeni di metamorfismo nelle formazioni paleozoiche e mesozoiche, conseguente alla minore intensità delle azioni tettoniche subite dalla catena pirenaica durante l'orogenesi alpidica.

4° Per la spiccata simmetria bilaterale. Se è vero quanto rilevò De Sitter, che *en section transversale les Pyrenées sont bien moins symétriques qu'on ne le suppose en général* (3), non è meno vero che rispetto alle Alpi, spiccatamente asimmetriche, la catena dei Pirenei presenta una notevole simmetria.

Senza dubbio per varie particolarità anche abbastanza rilevanti – per esempio la mancanza nei Pirenei meridionali di linee di frattura paragonabili per la loro entità alla « faglia nord–pirenaica » (4) – il versante meridionale si distingue da quello settentrionale, ma nessuno potrà negare che tra i due versanti pirenaici ci sia molto maggiore affinità di stile tettonico di quella che si ha tra Alpi meridionali e Alpi Calcaree settentrionali. In quest'ultime infatti, come ho potuto constatare anche personalmente in una recente visita (1958), i terreni mesozoici sono – è vero – poco o nulla metamorfosati, ma lo stile tettonico è nettamente alpino a falde di ricoprimento assai sviluppate.

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto Geologico dell'Università di Ferrara.
(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.
(1) L. U. DE SITTER, *Essai de géologie structurale, ecc.* Op. cit., p. 55.
(2) L. U. DE SITTER, *A cross section, ecc.* Op. cit., p. 232.
(3) L. U. DE SITTER, *Essai de géologie structurale, ecc.* Op. cit., p. 48.
(4) L. U. DE SITTER, *Ibidem*, p. 47.

È pacifico, mi sembra, che mentre nella catena alpina le « Alpi meridionali » costituiscono un'unità dai caratteri del tutto particolari, che non trova riscontro nelle altre, nella catena pirenaica si hanno a nord e a sud della « zona assiale » due complessi ambedue tettonicamente assai affini alle « Alpi meridionali ».

Del resto la fondamentale simmetria della catena pirenaica è riconosciuta dallo stesso De Sitter in un successivo lavoro [5], in cui egli attribuisce questa caratteristica dei Pirenei alla sua natura di orogene intercontinentale, tra il blocco dell'Ebro e quello aquitaniano.

Nel versante meridionale dei Pirenei catalani non c'è una linea di frattura paragonabile per la sua entità ed il suo significato a quelle che nel loro insieme costituiscono il limite austroalpino–sudalpino (= limite alpino–dinarico *Auct.*). Ciò è in relazione col diverso carattere che nel loro insieme presentano le due catene, in dipendenza, probabilmente, dei diversi caratteri che sembrano aver presentato i fenomeni orogenetici di età alpina da cui le due catene ebbero origine, come si accennerà alla fine.

Secondo De Sitter vi sono sensibili analogie tra la « linea insubrica » delle Alpi e la « faglia nordpirenaica », e su questo sono senz'altro d'accordo, ma non mi sento invece di condividere il suo punto di vista quando egli dice che la faglia nordpirenaica *is not only the equivalent but the direct continuation of the Insubric line* [6].

Nelle Alpi non esiste una « zona assiale » avente gli stessi caratteri e lo stesso significato di quella che costituisce il nucleo di quella specie di immenso anticlinorio che sono i Pirenei.

Esiste però, a sud del limite australpino–sudalpino, un basamento scistoso–cristallino, costituito prevalentemente da filladi quarzifere, che in un certo senso risponde ad una metà della « zona assiale » pirenaica e ne presenta le stesse caratteristiche tettoniche a linee di frattura longitudinali con gradini degradanti verso sud, che trovano la loro corrispondenza, con diversi caratteri, nella sovrastante serie di copertura.

Pirenei e Alpi, esaminati nel loro insieme, presentano forse più divergenze che affinità, ma ben diverse sono le cose se si paragonano i Pirenei catalani, *sensu stricto*, ossia il tratto orientale del versante spagnolo, con le Alpi meridionali.

In questo caso, invece, come già accennai nella prima Nota, le analogie sono veramente impressionanti non solo nella struttura generale, ma perfino nei particolari, tanto che in qualche caso su un profilo pirenaico si potrebbero mettere nomi di montagne venete o lombarde.

Si confrontino ad esempio, dal punto di vista tettonico, l'unito profilo di un tratto della Zona delle Sierre interne nei Pirenei catalani (fig. 1) con quelli pure uniti del M. Pelmo e del M. Antelao nelle Dolomiti orientali. La Sierra de S. Juan ed il Pelmo rappresentano ambedue il residuo del

(5) L. U. De Sitter, *A cross section, ecc.* Op. cit., pp. 214, 216 e 232.
(6) L. U. De Sitter, *A cross section, ecc.* Op. cit., p. 233.

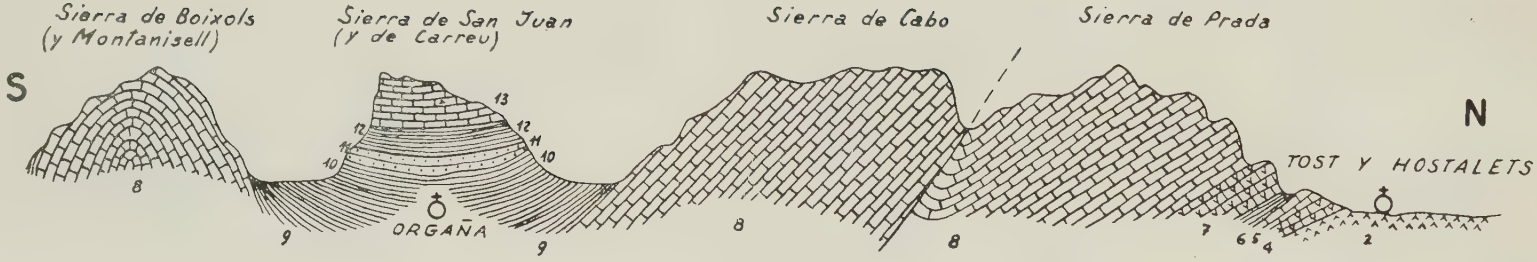


Fig. 1. – Profilo schematico (senza scala) attraverso la zona delle Sierre interne sul fianco destro del Rio Segre.

Si confronti il tratto Sierra de Boixols-Sierra de S. Juan con il profilo Punta della Puina-M. Pelmo della fig. 2 e il tratto Sierra de Cabo Sierra de Prada con il profilo Cima Scotter-M. Antelao della fig. 3. – 2 = Keuper; 4 = Retico; 5 e 6 = Lias; 7 = Dogger; 8 = Urgo-aptiano; 9 = Aptiano-Albiano; 10 = Cenomaniano; 11 = Turoniano; 12 = Coniaciano-Santoniano; 13 = Campaniano.

Da uno schizzo distribuito ai partecipanti al *III Cursillo Internacional de Paleontologia* di Sabadell, 1956.

nucleo di una larga e piatta sinclinale (fig. 2), mentre la giacitura della Sierra de Prada e le caratteristiche della piega–faglia che la separa dalla Sierra de Cabo, rispondono perfettamente a quella del M. Antelao e della linea che da esso prende il nome e che lo divide dal Gruppo del Sorapìs in corrispondenza della Forcella Piccola (fig. 3).

Notevoli analogie nello stile tettonico vi sono già tra la fascia esterna della « zona assiale » e la zona più interna delle Alpi meridionali, dove è stato più o meno messo allo scoperto il basamento cristallino. Infatti in ambedue i casi le masse cristalline costipate e rigide mostrano di avere reagito alle

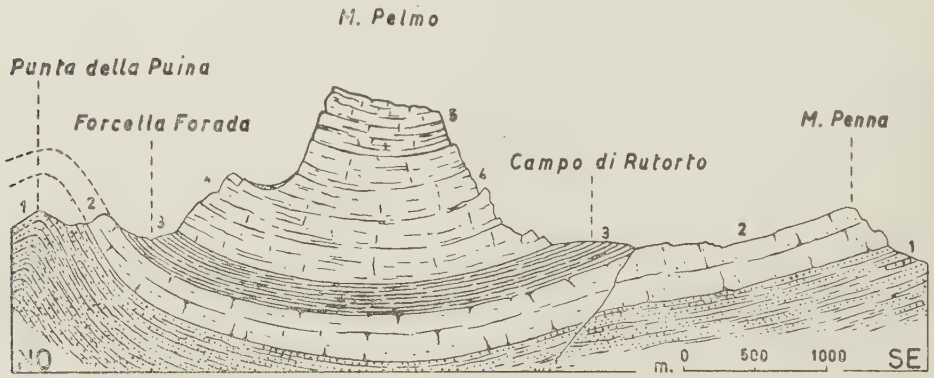


Fig. 2. – Profilo attraverso la sinclinale del Pelmo nelle Dolomiti orientali.

1 = complesso tufaceo ladino–carnico; 2 = calcari di scogliera del Carnico; 3 = Strati di Raibl; 4 = Dolomia Principale (Norico); 5 = Calcari del Lias. Originale.

spinte orogenetiche alpidiche dando origine a larghe « pieghe di fondo » o dividendosi in compartimenti longitudinali delimitati da faglie inverse e progressivamente più elevati dall'esterno verso l'interno della catena. Varie linee dei Pirenei catalani sono senz'altro paragonabili, per citare un caso soltanto, alla linea di Funés (Villnöss) nelle Dolomiti settentrionali. In ambedue i casi ancora le linee di dislocazione, che nello spessore delle masse cristalline hanno carattere di netta frattura, passano a piega–faglia o addirittura a piega nella serie di copertura.

Questo particolare vale per tutto l'insieme dei Pirenei catalani (*s. str.*) e delle Alpi meridionali, ma in particolare per il confronto tra la fascia esterna della « zona assiale » pirenaica e le Alpi carniche, dove in ambedue i casi la serie di copertura comprende terreni del Paleozoico inferiore, che subirono già le prime deformazioni ad opera dell'orogenesi ercinica [7].

Ma soprattutto convincente e suggestivo è il confronto tra Pirenei catalani (*s. str.*) e Alpi meridionali per quanto riguarda lo stile tettonico della serie di copertura. Percorrendo le vallate che dal crinale pirenaico scendono

(7) M. Gortani, *Le linee orotettoniche delle Alpi Carniche*, « Atti VIII Congr. Geogr. Ital. », Firenze, 1921; *Alpi Carniche e stili tettonici*, « Atti Acc. Sc. Nat. Bologna. Rend. », ser. IX, vol. IV (1957).

alla Catalogna attraverso alla « Zona delle Sierre », se diversi non fossero stati la vegetazione e gli abitati, avrei avuto la netta impressione di trovarmi nelle valli a me ben note delle prealpi venete, tanta era la somiglianza dei motivi tettonici che si venivano scoprendo.

Anche nei Pirenei catalani, specialmente nel « Prepireneo » e in particolare nella già citata « Zona delle Sierre », si ha – come già rilevai più sopra – tutto un succedersi di pieghe longitudinali subparallele, per lo più rivolte

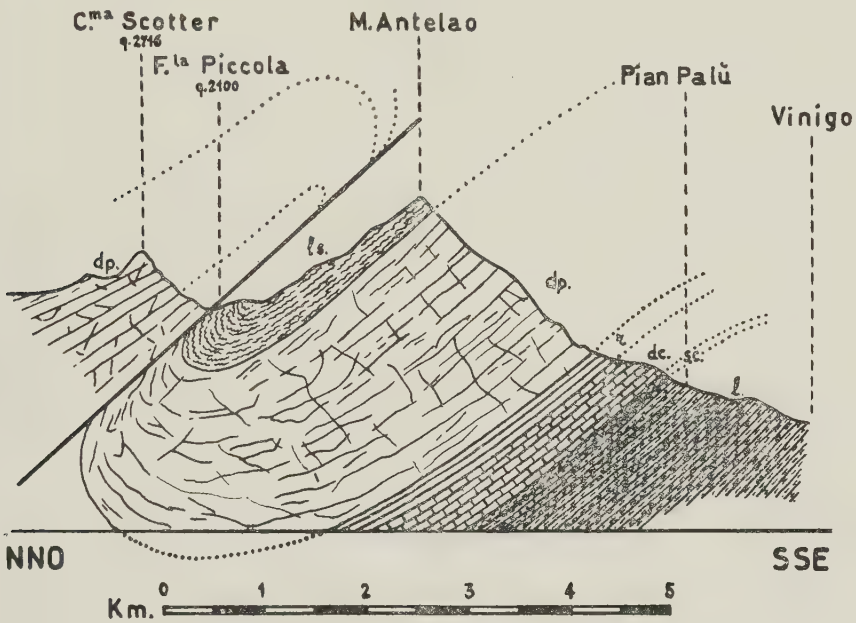


Fig. 3. – Profilo del M. Antelao nelle Dolomiti Orientali con la piega-faglia corrispondente alla Linea dell'Antelao.

l = complesso tufaceo ladino-carnico; *sc* = marne degli Strati di S. Cassiano; *dc* = dolomia di scogliera del Carnico; *r* = Strati di Raibl; *dp* = Dolomia Principale (Norico); *ls* = Calcari del Lias. Da S. Zenari 1936, con qualche modifica

verso sud, talora dalle curve di largo raggio (« fossa marginale meridionale »), ma spesso più accentuate e frequenti (« Zone delle Sierre interne ed esterne ») con largo sviluppo di quelle caratteristiche pieghe a ginocchio che costituiscono uno dei motivi fondamentali delle Prealpi venete.

Particolarmente significativo al riguardo è il confronto tra qualche profilo trasversale condotto al limite tra Zona delle Sierre e piattaforma dell'Ebro da una parte e tra Prealpi lombarde e venete e pianura del Po dall'altra. In ambedue i casi il primo gradino montuoso corrisponde ad una piega più o meno dello stesso tipo inclinata verso la pianura.

L'analogia tra le due zone viene accentuata da un particolare: anche nei Pirenei catalani [8] come nelle Alpi meridionali, e in particolare nella

(8) G. L. DEL BONO e M. L. NICOSIA, *Relazione sul ciclo, ecc.* Op. cit., p. 140.

regione dolomitica, le sinclinali hanno una curvatura assai dolce, con la zona di cerniera quasi pianeggiante, mentre le anticlinali hanno un profilo assai più stretto e marcato indicando una maggiore compressione degli strati.

Tanto nei Pirenei catalani, quanto nelle Alpi meridionali sono frequenti le pieghe–faglie e gli scorrimenti rivolti verso l'esterno della catena; tanto in un caso che nell'altro si nota qualche ricoprimento la cui entità però non è mai paragonabile a quella delle grandi coltri alpine.

Anche nei Pirenei catalani sembra vi siano – a quanto mi scrive l'amico J. Fontbotè [9] – dislocazioni paragonabili alle famose dislocazioni delle vette (*Gipfelfaltungen*) della regione dolomitica, sebbene più piccole.

Tanto nel versante catalano dei Pirenei quanto nelle Alpi meridionali sono abbastanza frequenti faglie orientate trasversalmente all'andamento generale delle pieghe e delle fratture. Alcune di queste, normali, sono dovute nei Pirenei alla fase finale distensiva del corrugamento alpidico, conseguente ad una serie di sprofondamenti mediterranei, e non trovano riscontro nelle Alpi meridionali. Ma ve ne sono altre, con piano più o meno verticale, e con spostamento delle due labbra in senso prevalentemente orizzontale (« parafore »), che in ambedue le catene hanno gli stessi effetti (sfasamento in senso orizzontale degli affioramenti delle varie formazioni interessate) e probabilmente vanno attribuite ad analoghe cause.

È molto probabile che come dichiarano Fontbotè [10], De Sitter [11] e van Bemmelen [12], un certo numero di pieghe pirenaiche rivolte verso la piana dell'Ebro, e in particolare qualche ricoprimento della zona compresa tra il margine della « zona assiale » e la « fossa marginale » – come ad esempio quello di Baliabrigra visibile in un interessante profilo di De Sitter [13] – siano da attribuire alla tettonica per gravità.

Analoga interpretazione può essere data di unità tettoniche (pieghe coricate più o meno integre, scorrimenti e falde di scivolamento, scaglie embriciate, ecc.) delle Alpi meridionali, per esempio degli evidenti « colamenti » delle Grigne e delle Orobie nelle Prealpi lombarde [14] e di qualche ricoprimento di limitata entità, segnalato da G. Dal Piaz, che lo scrivente [15] con la collaborazione di E. Semenza sta studiando in dettaglio nella zona di Longarone (M. Campedel e M. Borgà) nelle Alpi venete.

(9) Lettera a me diretta in data 29 novembre 1956.

(10) J. Fontbotè, *Excursion a los Pirineors. Primera jornada*, op. cit., p. 3.

(11) L. U. De Sitter, *Essai de géologie structurale*, op. cit., p. 47 e carta tettonica della fig. 1.

(12) R. W. van Bemmelen, *Tectogenèse par gravité*, « Bull. Soc. Belge Geol. Paleontol., Hydr. », vol. LXIV (1955).

(13) L. U. De Sitter, *Ibidem*, fig. 7.

(14) L. U. De Sitter e C. M. De Sitter Coomans, *The geology of the Bergamasc Alps*, op. cit., tavv. XXXVIII–XLII.

(15) P. Leonardi, *Campagne geo–paleontologiche 1954–56, ecc.* Op. cit.

Ma non ritengo sufficientemente fondata l'interpretazione troppo estensiva in questo senso che dei Pirenei (ed anche dei Pirenei catalani) dà van Bemmelen in una sua recente Nota [16], notevolissima per l'originalità e l'ampiezza delle idee esposte, ma – a mio modesto giudizio – un po' troppo teorica.

Mi manca assolutamente una preparazione geofisica e geochimica sufficiente per prendere seriamente in esame i presupposti teorici da cui parte l'autore citato, ma ritengo di poter fondatamente esprimere qualche dubbio circa la possibilità che tutta la tettonica a pieghe e scorrimenti del versante meridionale dei Pirenei sia dovuta a colamenti per gravità dipendenti da « collassi » del genere di quelli supposti da van Bemmelen, estrapolando, mi sembra, un po' troppo arditamente, sulla base di certi fenomeni vulcano-tettonici – certamente interessantissimi – da lui constatati nell'isola di Giava [17] (che forse trovano a mio giudizio qualche riscontro – lo dico con molte riserve, essendo questo argomento ancora in corso di studio – in certe curiose particolarità tettoniche delle masse rocciose relative al centro eruttivo triassico di Predazzo nelle Dolomiti).

La mia posizione al riguardo è del tutto analoga a quella così brillantemente tracciata dal collega L. Solé Sabaris in una sua magnifica lezione tenuta e Puigcerdà, nei Pirenei catalani, inaugurando il « Cursillo » citato all'inizio della prima Nota, durante il quale ebbi la soddisfazione di constatare una pressoché perfetta coincidenza tra l'interpretazione che i colleghi spagnoli dànno dei Pirenei catalani e quella mia delle Alpi meridionali.

Come Solé Sabaris, sono tutt'altro che ostile per principio a nuove idee che vanno affacciandosi nel campo delle scienze geologiche, alcune delle quali sono veramente suggestive e, come ipotesi di lavoro, possono avere grande interesse ed utilità. Ma ritengo che esse vadano appunto accolte, come *ipotesi*, e come tali vagliate obiettivamente e con cautela, tenendo presente il fatto che molto frequentemente gli Autori tendono ad attribuire valore di leggi generali a concetti validi soltanto in determinati casi che sono oggetto delle loro ricerche particolari.

E così, tornando al nostro argomento, sono dispostissimo ad ammettere, come ho fatto più sopra, che parte delle strutture tettoniche dei Pirenei catalani – come delle Alpi meridionali – sia dovuta a colamenti gravitativi, ma non mi sembra ammissibile che tutte, o anche solo la maggior parte di dette strutture, abbiano tale carattere [18].

Tanto in un caso che nell'altro, bisogna distinguere a mio giudizio – e non sempre ciò è facile – le pieghe ed in generale le dislocazioni che si manifestano *soltanto nello spessore della serie di copertura*, e che possono facilmente essere dovute a « scollamenti » e colamenti gravitatitivi, da quelle entità tettoniche – in generale più estese – che *interessano anche il basamento sci-*

(16) R. W. VAN BEMMELEN, *Tectogenèse par gravitè*. Op. cit.

(17) R. W. VAN BEMMELEN, *Ibidem*, figg. 7–9.

(18) J. GOGUEL, *Traité de tectonique*. Masson, Paris 1952, p. 283; GB. DAL PIAZ, *L'influenza della gravità nei fenomeni orogenetici*, « Atti R. Acc. Sc. Torino », vol. 77, p. 36 (1941–42).

stoso–cristallino, corrispondendo a « pieghe di fondo » o a grandi fratture longitudinali con carattere di faglia inversa, e che a mio giudizio possono essere dovute soltanto a spinte orogenetiche tangenziali.

Mi sembra tornar a vantaggio di quest'ultima interpretazione anche il fatto, constatato tanto nei Pirenei catalani [19] quanto nelle Alpi meridionali, in particolare nella regione dolomitica [20], che abbastanza spesso le unità tettoniche (pieghe inclinate, scorrimenti, scaglie embriciate) della fascia più interna dei Prepirenei (fig. 1) e delle Alpi meridionali – al limite con la « zona assiale » nel primo caso e con la zona delle radici nel secondo – non solo rivolte come di regola verso l'esterno della catena, ma verso l'interno, cosa ben difficilmente spiegabile ammettendo un generale colamento gravitativo, mentre trova facile interpretazione attribuendo il fenomeno a spinte orogeniche tangenziali.

Ritengo pertanto che il carattere comune ai Pirenei catalani – compreso il versante francese – e alle Alpi meridionali, di presentare una successione di pieghe longitudinali rivolte verso l'esterno delle catene, sia solo in parte attribuibile alla tettonica gravitativa, e sia in buona parte dovuta invece, secondo l'interpretazione tradizionale – tuttora valida sostanzialmente a parer mio – a spinte tangenziali rispondenti agli impulsi orogenici [21].

Una così spiccata analogia tra le caratteristiche tettoniche dei Pirenei catalani (*s. str.*) e quella delle Alpi meridionali, tanto più notevole in quanto tra le due regioni vi sono notevoli diversità stratigrafiche, mancando nei Pirenei catalani entità paragonabili al piastrone porfirico atesino e alle scogliere dolomitiche, non sembra possa essere casuale, ed è invece probabile sia dovuta ad analoghe cause.

(19) L. Solé Sabaris, *Lezione inedita tenuta all'inaugurazione del III Cursillo a Puigcerdà*; J. M. Rios e V. Masachs, *Excursion a los Pirineos. Tercera jornada: La Seu d'Urgell–Artesa de Segre–Tremp*. III Curs. Int. Paleontol., Sabadell 1956, p. 1.

(20) Gb. Dal Piaz, *Studi geologici nell'Alto Adige orientale e regioni limitrofe*, «Mem. Ist. Geol. Univ. Padova », vol. X, 1934, tav. XIII, prof. IV; P. Leonardi, *Sintesi stratigrafico–tettonica e nuova carta geologica al 50.000 della Val Gardena e dei gruppi dolomitici circostanti*, « L'Universo », vol. XXIV, 1943, tav. I, prof. IV.

(21) Concordo quindi pienamente con quanto ebbe a scrivere recentemente al riguardo L. U. De Sitter:

« *From the general outlook on gravitational gliding tectonics we have now gained, there is one fact that emerges clearly, to wit, the close relation between gliding tectonics on a larger scale and lateral compression. In all instances which I quoted, the southern Pyrenees and the southern Alps, the Montagne Noire, the Apennines, and the Helvetian nappes, we found that the structures started as thrust sheets, that upheaval that caused the slope was probably due to compression, and that gliding tectonics are only an accompanyng feature. The cascade fold of the Mount Perdu is the direct result of a deeper-seated thrust revealed in the same section. The original thrust on top of the central massif of the Montagne Noire are still preserved on it eastward–plunging nose, and the nappes of the southern Alps override thust structures abutting against the very thrust faults which limit the upthrusted block from which the nappes glided down* ». « *Hence there can be no doubt that the lateral compression is primary, the gliding secondary. This evidence suggest strongly that the vertical movements which give rise to the slope are also due to lateral stress* ». (*Structural Geology*, London 1956, p. 290).

Nel caso delle Alpi meridionali, il fatto che le pieghe, le pieghe–faglie e le scaglie embriciate siano prevalentemente rivolte verso la pianura padana (« pieghe di ritorno » della letteratura geologica) è attribuito, secondo l'interpretazione classica che risale ai concetti di Argand, all'abbassamento della zona adriatico–padana, che avrebbe causato il raddrizzamento delle « radici » alpine, ed alla conseguente applicazione a maggior profondità delle spinte tangenziali orogeniche nella « fase insubrica principale », cui sarebbe dovuta la retroflessione delle zone di radice e delle strutture sudalpine [22].

Fig. 4. – Schema interpretativo dell'orogenesi alpidica nel versante meridionale dei Pirenei catalani, sulla base di uno schizzo di J. Fontbotè (III Cursillo Internazionale di Sabadell, 1956).

La scala delle altezze è notevolmente esagerata.

Nel caso dei Pirenei catalani, non si sarebbe avuto raddrizzamento di radici come nelle Alpi orientali, ma invece il sollevamento della zona assiale, che venne – come si è visto – tagliata in gradini digradanti verso la piana dell'Ebro da faglie longitudinali, alle quali corrispondono salti talora assai rilevanti (fino ad un migliaio di metri) [23]. Si ebbe nello stesso tempo, sempre in conseguenza delle spinte orogeniche, l'affondamento progressivamente più accentuato, specialmente in prossimità della zona assiale, dello zoccolo della zona prepirenaica e della sovrastante copertura, i cui strati vennero sospinti in profondità contro le pareti subverticali determinate dalle imponenti faglie inverse della zona assiale e intensamente ripiegati [24] rivolgendosi all'indietro analogamente a quanto si verificò nelle Alpi meridionali, mentre dalla fascia esterna della zona assiale i sedimenti mesozoici e cenozoici deposti al margine interno della fossa prepirenaica, sollevati e tagliati longitudinalmente dalle faglie, colavano dai piani inclinati causati dal sol-

(22) GB. DAL PIAZ, *La genesi delle Alpi*, « Atti R. Ist. Ven. Sc. Lett. Arti », T. CIV, p. 488 (1944–45).

(23) J. FONTBOTÈ, *Vision de conjuncto de la geologia de los Pirineos catalanes*, III Cursillo Intern. de Paleontologia, Sabadell 1956; *Lezione inedita sulla tettonica di frattura dei* Pirenei, III Cursillo, Sabadell 1956; *Excursion a los Pirineos. Primera jornada*, III Curs. Intern. de Paleontologia, Sabadell 1956, p. 3; G. L. DEL BONO e M. L. NICOSIA, *Relazione sul ciclo di studi riguardanti la geologia dei Pirenei, ecc.* Op. cit., pp. 153–157.

(24) J. FONTBOTÈ, *Vision de conjuncto, ecc.* Op. cit., p. 10.

levamento, dando origine a pieghe « in cascata » e piccoli ricoprimenti, pure rivolti verso la piana dell'Ebro.

Ma anche non volendo più accettare integralmente l'interpretazione classica dei fenomeni orogenetici, e ammettendo – ad esempio – l'ipotesi delle correnti subcrustali [25] secondo la quale, com'è noto, le spinte orogeniche non deriverebbero più dall'avvicinamento di blocchi continentali e conseguente strizzamento dei sedimenti delle interposte geosinclinali, ma invece dalla creazione ed approfondimento di quest'ultime in « zone di inghiottimento » dovute all'azione delle suddette correnti subcrustali [26], non mi sembra che vengano sostanzialmente a cambiare le cause di portata locale cui si possa attribuire la struttura tettonica delle Alpi meridionali e dei Pirenei catalani.

Anche in questa nuova interpretazione infatti si ammette che abbia luogo una compressione (derivante in questo caso dall'infossamento della geosinclinale) ed anzi a maggior ragione in questo caso si sarebbe verificata l'applicazione a maggior profondità delle spinte orogenetiche rivolte verso la « zona di inghiottimento » assiale.

Resterebbe da vedere se e come questi nuovi concetti, validi per la catena alpina, siano applicabili al caso della catena pirenaica, se realmente – come sostengono De Sitter [27] ed altri [28], la « zona assiale » non è mai stata teatro di sedimentazione in un bacino geosinclinale durante l'èra mesozoica. Ma questo ci porterebbe troppo lontano ed esorbita dai limiti che mi sono proposto nella presente trattazione.

Non ho infatti la pretesa di risolvere i gravi ed interessanti problemi che sussistono tuttora nell'interpretazione tettonica della catena pirenaica, avendo a disposizione soltanto un numero relativamente limitato di osservazioni personali.

Ritengo soltanto di far cosa non del tutto inopportuna richiamando l'attenzione dei colleghi e carissimi amici spagnoli, che si occupano a fondo dell'argomento e che tanto gentilmente mi guidarono nelle escursioni del « Cursillo » 1956, sulle spiccate analogie tettoniche che avvicinano, a mio giudizio, le loro alle mie montagne, convinto che questa constatazione possa fornire qualche utile indizio alle loro ricerche tanto felicemente avviate in un campo di così avvincente interesse.

(25) E. KRAUS, *Neue Gedanken zur Entstchung der Alpen*, « Ecl. Geol. Helv. », vol. 47 (1954); *Théorie de la genése de l'éocene terrestre*, «Scientia», ser. VI, vol. 49 (1955); M. AMPFERER, *Ueber das*; J. GOGUEL, *Traité de tectonique*, Masson, Paris 1952, Cap. XXII, pp. 352–369; L. TREVISAN e E. TONGIORGI, *La Terra*, UTET, Torino 1958, pp. 198–199, 306–307; M. GORTANI, *Ipotesi e teorie geotettoniche*, « Giorn. di Geol. », vol. III, pp. 77–86 (1928).

(26) In favore di queste nuove idee potrebbero venir forse citati anche alcuni risultati delle ricerche compiute recentemente sulla struttura profonda della pianura padana. Vedi: M. GORTANI, *Note geologiche sui giacimenti gassiferi dell'Occidente europeo*, 1958, p. 9 dell'estratto.

(27) L. U. DE SITTER, *Essai de géologie structurale*, *ecc.* Op. cit., p. 55.

(28) J. FONTBOTÈ, *Vision de conjuncto*, *ecc.* Op. cit., p. 9; H. TERMIER e G. TERMIER, *L'evolution de la Lithosphère*. II: *Orogénèse*. Masson, Paris 1957, p. 653.

Mineralogia. — *Osservazioni sulla mirabilite di Figno (Scandiano, Reggio E.), e sul solfato di sodio decaidrato* (*). Nota di ANDREA ALIETTI, presentata (**) dal Corrisp. P. GALLITELLI.

Nel corso delle escursioni per le ricerche sulle rocce dell'Appennino è stato possibile raccogliere in una grotta che si apre entro le argille scagliose, presso l'abitato di Figno (Scandiano, Reggio E.), efflorescenze di minuti cristalli aghiformi di mirabilite. Poiché si tratta di un minerale tutt'altro che comune anche per la sua facile alterabilità in questo tipo di giacitura, credo opportuno riassumere di seguito le osservazioni che ho avuto la possibilità di fare.

Durante le rilevazioni eseguite il 23 agosto 1957, la grotta si presentava aperta alle due estremità con uno sviluppo in asse di m. 16, successivamente però si sono verificati alcuni crolli che ne hanno diminuito la lunghezza. I dati raccolti hanno indicato all'interno della grotta una temperatura di 20°6 ed una umidità dell'85 %. A metà della grotta sul versante nord, si osservavano le cristallizzazioni a mirabilite, mentre alle due imboccature si notavano piccoli ammassi bianchi di thenardite spesso sotto forma di crosticine bianche.

La mirabilite, pur rappresentando la fase stabile con 10 molecole di acqua, nel sistema Na_2SO_4–H_2O sotto i 32°, tende a trasformarsi in ambiente asciutto nella fase anidra, thenardite, anche al disotto di questa temperatura. Infatti già a 20° il minerale in condizioni di umidità ambientale « sfiorisce » per effetto della sua disidratazione. Sono state prese pertanto tutte le precauzioni possibili per impedire la trasformazione del minerale durante il trasporto e le ricerche di laboratorio.

L'analisi chimica, su materiale purificato, ha dato i seguenti risultati:

CaO	0,32
MgO	0,11
Na_2O	17,43
K_2O	0,35
SO_3	24,08
H_2O	57,48
	99,77

La formula chimica che si deduce, trascurando le piccole quantità di CaO, MgO e K_2O, risulta: $Na_2SO_4 \cdot 10{,}6\, H_2O$.

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia della Università di Modena con i mezzi messi a disposizione dal C.N.R. per le ricerche sull'alloctono appenninico.

(**) Nella seduta del 9 maggio 1959.

TABELLA I.

Spettrogrammi di polveri.

Mirabilite (Figno)		$Na_2SO_4 \cdot 10\,H_2O$ artificiale				Valori A.S.T.M.	
I	Å *d* mis.	I	Å *d* mis.	Å *d* calc.	*h k l*	I	Å
10	6,10	10	6,14	6,13	002	3	6,3
100	5,52	100	5,50	5,51	200	100	5,5
70	4,79	100	4,74	4,78	021	42	4,80
30	4,33	30	4,33			13	4,33
50	3,83	60	3,83	3,78	220	27	3,82
25	3,58	20	3,59	3,59	$20\bar{2}$	7	3,60
25	3,36	20	3,41	3,46	310	7	3,40
100	3,22	100	3,21	3,21	023	50	3,22
100	3,10	100	3,08	3,10	204	50	3,10
						7	2,93
100	2,78	100	2,80	2,80	304	27	2,80
			2,77	2,75	400	10	2,70
8	2,58					7	2,56
10	2,52	10	2,51	2,49	242	27	2,52
7	2,45	8	2,44	2,45	404	10	2,44
5	2,34	10	2,33	2,30	502	7	2,37
5	2,278	5	2,276			7	2,29
5	2,212	5	2,207	2,22	025	7	2,19
5	2,171	5	2,169				
8	2,103	8	2,097	2,10	504	20	2,10
5	2,023	5	2,060	2,04	150	7	2,03
			2,000	2,00	425		
5	1,965	8	1,967	1,98	044	7	1,97
8	1,916	8	1,910	1,90	026	17	1,92
10	1,868	20	1,860	1,83	600	3	1,83
5	1,789	8	1,787	1,79	$40\bar{4}$	10	1,79
5	1,738	8	1,727	1,71	061	7	1,74
5	1,680	8	1,670			7	1,71
	1,663	8	1,650	1,65	027	10	1,66
		5	1,604	1,60	046		
		5	1,582			3	1,55
5	1,549	10	1,549	1,53	008		
		5	1,494	1,47	170	3	1,46
		5	1,424				
		5	1,384	1,37	800	7	1,37
		5	1,322	1,31	029	7	1,31
						3	1,26

Nella formula compare un eccesso di acqua, rispetto alla formula teorica della mirabilite, poiché è stato necessario conservare il minerale in ambiente umido fino al momento della sua utilizzazione.

Sul minerale sono stati eseguiti spettri di polveri che hanno fornito i dati raccolti nella Tabella I.

La curva di analisi termica differenziale eseguita su gr. 0,07 di sostanza, condotta fra la temperatura ambiente e i 500° e riportata nella fig. 1, *a*, presenta due nettissime reazioni endotermiche con minimi a 45° e 125°. La prima è dovuta alla trasformazione del minerale in thenardite ed inizia a 30°, la

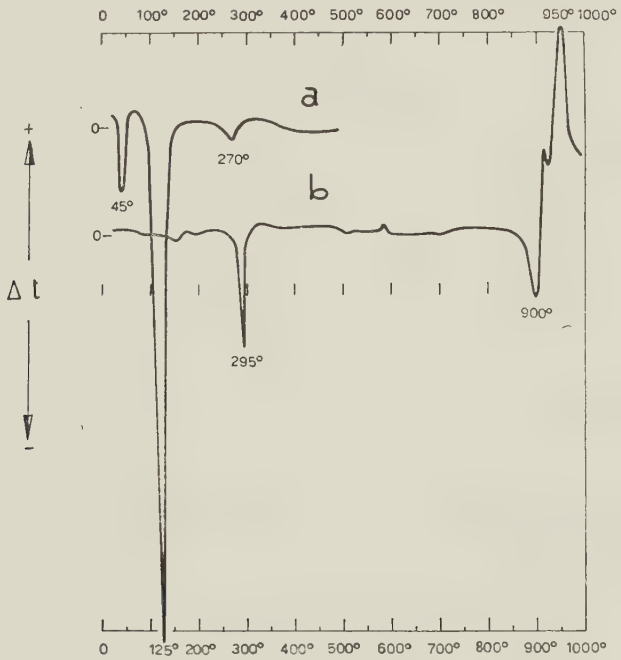


Fig. 1. – Curve di analisi termodifferenziale.
a) mirabilite; *b*) thenardite.

seconda è imputabile alla ebollizione della notevole quantità di acqua che si libera dalla disidratazione ed inizia a 100°. Dato che si è operato con un provino portacampioni chiuso, l'acqua portata in pochi minuti a 100°, non ha avuto il tempo necessario per evaporare; se si lascia invece il tempo sufficiente per l'evaporazione, nell'intervallo di temperatura compreso fra i 60° (fine della reazione di trasformazione) e i 100°, la seconda reazione endotermica a 125° non avviene. La reazione a 270° corrisponde ad una trasformazione polimorfa della thenardite.

È interessante osservare che la particolare caratteristica della curva termodifferenziale della mirabilite è la presenza del minimo endotermico a 45° che non mi risulta sia stato fino ad ora segnalato. Le curve di analisi termica riportate dalla letteratura si riferiscono infatti tutte a minerale totalmente o parzialmente disidratato.

La curva di analisi termica differenziale, eseguita su gr. 0,6 del minerale disidratato all'aria (thenardite) a temperatura ordinaria, è riportata nella fig. 1, *b*.

Il profondo apice a 295° corrisponde alla trasformazione polimorfa della thenardite; il profondo apice endotermico a 900° e i due apici esotermici oltre i 910° sono dovuti alla distruzione del reticolo cristallino e del composto.

Come si osserva dal confronto delle curve di analisi termica differenziale (fig. 1), per la stessa trasformazione polimorfa della thenardite, si registra un minimo a 270°, quando si parte da gr. 0,07 di minerale idrato (*a*), ed un

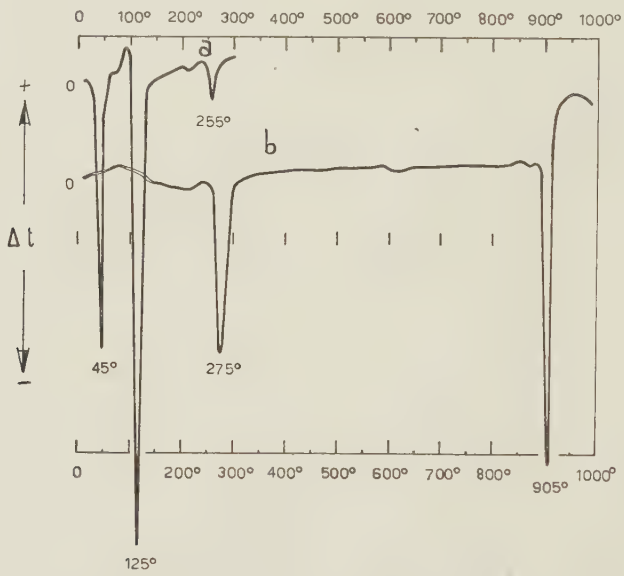


Fig. 2. – Curve di analisi termodifferenziale.

a) $Na_2SO_4 \cdot 10\,H_2O$; *b*) Na_2SO_4.

minimo a 295° per gr. 0,6 di minerale disidratato all'aria (*b*). Questa differenza di temperatura, come è stato dimostrato anche in un recente lavoro (Gallitelli, Cola, Alietti, 1954), è dovuta alla diversa quantità della massa reagente.

Per confermare i dati ottenuti dalla mirabilite di Figno, si è creduto utile ripetere le esperienze su $Na_2SO_4 \cdot 10\,H_2O$ preparato da soluzioni acquose di solfato di sodio.

Le difficoltà della conservazione del minerale si sono ripetute anche in questo caso. I cristalli che si presentano incolori e trasparenti, alla temperatura di 20° in condizioni di umidità ambientale, rapidamente diventano bianchi in superficie ed in pochi giorni si completa la trasformazione in thenardite. Per poter conservare almeno per alcuni giorni il minerale, esso è stato tenuto immerso in olio di cedro.

Le misure eseguite al tavolino di Fedoroff hanno permesso di stabilire che i cristalli sono normalmente allungati secondo α con $\alpha = b$. Essi presentano $2V = -78°$ e $c : \gamma = 31°$. Gli indici di rifrazione determinati a luce rossa col metodo dell'angolo di deviazione minima fra le facce (001) e (100) sono: $\gamma' = 1{,}400$; $\alpha' = 1{,}387$. Ad essi, pur risultando in accordo con i dati noti per la mirabilite, si attribuisce un carattere puramente diagnostico perché determinati su cristalli a facce curve che davano immagini confuse. I cristalli esaminati sono prevalentemente allungati secondo [010] e appiattiti parallelamente a (100). La sfaldatura è facilissima secondo (001).

Sulla polvere del minerale sono stati eseguiti gli spettri i cui dati sono raccolti nella Tabella I, nella quale sono indicati inoltre i simboli più probabili delle interferenze presenti.

La curva di analisi termica differenziale eseguita su gr. 0,07 di sostanza nell'ambito di temperatura 20°–300° (fig. 2, *a*) presenta i due minimi caratteristici del minerale, il primo a 45°, con inizio della reazione a 30°, dovuto alla disidratazione, il secondo a 125°, ed inizio a 100°, per l'ebollizione dell'acqua prima separatasi. A 260° si registra la trasformazione polimorfa del minerale anidro. Nella figura 2 è anche riportata la curva del minerale disidratato all'aria, eseguita su gr. 0,6 di sostanza. Si osserva il profondo minimo a 275° della trasformazione polimorfa ed a 905° il minimo che precede la distruzione del reticolo cristallino. È evidente la perfetta corrispondenza di queste curve con quelle ottenute dalla mirabilite e dalla thenardite naturale.

Al fine di portare un primo contributo alla determinazione della struttura di $Na_2SO_4 \cdot 10\,H_2O$ tutt'ora sconosciuta, si sono eseguiti spettri ai raggi X su cristalli singoli – chiusi entro tubetti di vetro di Lindemann – ed orientati secondo i tre assi cristallografici. Le dimensioni della cella elementare, ricavate dalle misure effettuate sugli spettri di cristallo rotante e controllate sui Weissenberg–equatore, sono risultate:

$$d_{(100)} = 11{,}55 \text{ Å}$$

$$d_{(010)} = 10{,}38 \text{ Å}$$

$$d_{(001)} = 12{,}86 \text{ Å}$$

L'angolo β misurato direttamente sul Weissenberg–equatore [010] è risultato di $107° 34' \pm 10'$.

Il rapporto parametrico risulta quindi:

$$a : b : c = 1{,}1127 : 1 : 1{,}2390 \qquad \beta = 107° 34'$$

I valori sono in buon accordo con le costanti cristallografiche determinate da Rosicky (1908):

$$a : b : c = 1{,}1096 : 1 : 1{,}2388 \qquad \beta = 107° 45'$$

Volume della cella elementare: 1470 Å^3.

Numero di molecole nella cella elementare: 4.

Sugli spettri di Weissenberg–equatore, I e II strato, si osservano le seguenti estinzioni:

$$0\,k\,0 \quad \text{per } k \text{ dispari}$$
$$h\,0\,l \quad \text{» } l \text{ »}$$

Il gruppo spaziale più probabile è quindi: C_{2h}^5 — $P2_1/C$.

Bibliografia.

Dana, *The system of Mineralogy*, vol. 2, 439–442 (1951).

P. Gallitelli, M. Cola, A. Alietti, *Su alcuni problemi legati alla tecnica dell'analisi termica–differenziale*, «Mem. Acc. Naz. Lincei», ser. 8ª, vol. 4, 49–60 (1954).

R. C. Mackenzie, *The differential thermal investigation of clays*, 370 (1957).

V. Rosicky, *Beiträge zur Morphologie der Glaubersalzreihe*, «Zeit. Krist.», *45*, 473-489 (1908).

Fisiologia. — *Fattori limitanti della frequenza di attività elettrica nel sistema nervoso centrale* (*). Nota di Anna Fiorentini e Torquato Gualtierotti, presentata (**) dal Socio R. Margaria.

È noto dalle ricerche di Gualtierotti e Milla (1942) e di Gualtierotti, Spinelli e Fiorentini (1958) che il ritmo di scarica della singola fibra muscolare durante contrazione isometrica volontaria varia entro limiti ristretti di 8–12 c/s per le diverse fibre ed appare essere del tutto indipendente dalla tensione applicata al muscolo.

Il valore di questa frequenza, che è ovviamente una caratteristica della attività dei motoneuroni spinali, è dello stesso ordine di grandezza di quello del ritmo α della corteccia cerebrale: questa analogia era già stata sottolineata e aveva indotto a considerare tali valori di frequenza come fondamentali e caratteristici di tutti gli elementi effettori del sistema nervoso centrale (Margaria, 1946).

La frequenza di scarica nella contrazione muscolare volontaria ha peraltro una certa variabilità: poteva essere interessante stabilire se questa variabilità è dello stesso ordine di grandezza della variabilità della frequenza del ritmo α, poiché, in caso affermativo, un'ulteriore analogia funzionale poteva essere stabilita tra neuroni motori alti, corticali, e bassi spinali; poiché la bassa frequenza dei neuroni motori spinali è stata attribuita al circuito riverberante di Renshaw che ne limita la frequenza di scarica (Gualtierotti, Spinelli e Fiorentini, 1958), una analogia di comportamento fra neuroni bassi ed alti condurrebbe a far supporre l'esistenza di un meccanismo sostanzialmente equivalente nei neuroni alti. Istologicamente rami ricorrenti analoghi a quelli dei motoneuroni spinali si osservano anche a carico delle cellule piramidali, ma il loro destino e il loro significato funzionale è tuttora oscuro (Sholl, 1954).

La frequenza del motoneurone spinale in questa ricerca è stata studiata nell'uomo attraverso il ritmo di attività della singola fibra muscolare, sia nella contrazione volontaria che in quella riflessa. I potenziali d'azione venivano raccolti dal muscolo bicipite e dal gastrocnemio per mezzo di coppie di microelettrodi di filo di acciaio inossidabile di 23 micron di diametro, contenuti in un ago da siringa infisso nel muscolo, la cui camicia esterna era posta a massa. Gli aghi erano a diversa selettività, variando la distanza tra gli elettrodi da 30 a 60 micron; in un ago potevano essere contenute più coppie. Il soggetto compiva durante la determinazione una contrazione isometrica volontaria di cui veniva registrata la tensione. I potenziali d'azione attraverso amplificatori differenziali e opportuni filtri venivano rivelati da un tubo a raggi catodici a uno o più canali.

(*) Dal Laboratorio di Fisiologia Umana dell'Università di Milano.
(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

La frequenza del ritmo α veniva studiata attraverso l'esame elettroencefalografico eseguito su individui dei due sessi e di età fra i 10 e i 35 anni, per mezzo di amplificatori in controfase collegati con un oscillografo a raggi catodici a 4 canali: il tracciato era rilevato fotograficamente. Il ritmo composto di onde pressoché sinusoidali è stato misurato rilevando il valore del periodo di ogni singola onda. Analogamente la frequenza dell'attività elettrica della singola fibra muscolare veniva calcolata come durata dell'intervallo tra due impulsi successivi.

Naturalmente l'e.e.gramma è l'espressione dell'attività di una multitudine di cellule, mentre gli impulsi provenienti da una singola fibra muscolare sono l'espressione dell'attività di un'unica unità nervosa, cioè del motoneurone spinale dal quale partono gli impulsi alla fibra in esame. Ma anziché di un singolo motoneurone spinale si può studiare la frequenza propria di una popolazione di motoneuroni, e ciò è stato praticato col seguente metodo. Quando si rileva l'elettromiogramma di un muscolo in contrazione volontaria a mezzo di elettrodi a bottone posti sulla superficie cutanea in corrispondenza del ventre muscolare e si porta sul tronco nervoso corrispondente uno stimolo elettrico sopramassimale, si osserva che all'onda di attività dovuta alla stimolazione delle fibre motrici segue un periodo silente, dopo il quale riprende l'attività che è l'espressione della contrazione volontaria. Questo periodo silente, che è di circa 80–100 millisecondi, è dovuto al fatto che l'impulso antidromico originato dalla stimolazione elettrica del nervo si trasmette alle cellule di Renshaw che inibiscono il motoneurone spinale; questo perciò per il suddetto periodo non è più in grado di trasmettere gli impulsi che gli giungono dai centri superiori. La durata del periodo silente in queste condizioni è dunque l'espressione del periodo di inattività che segue alla scarica di un impulso e il valore reciproco del periodo silente può essere il fattore condizionante la frequenza massima di scarica caratteristica di un esteso gruppo di motoneuroni spinali.

In effetti queste considerazioni valgono nel caso che lo stimolo sia applicato su un punto del nervo equidistante dalla placca motrice e dal corpo cellulare, poiché soltanto in queste condizioni il corpo cellulare col suo circuito riverberante viene stimolato nello stesso momento nel quale compare la risposta elettrica muscolare: se lo stimolo non è applicato a metà del nervo ma più perifericamente, si compie un errore nella valutazione del tempo silente imputabile all'attività del circuito inibitore di Renshaw, errore dovuto al tempo impiegato dall'impulso antidromico per raggiungere il corpo cellulare. Questo errore d'altra parte è piccolo, nel nostro caso non superiore a 3 msec, ed è costante per determinate condizioni sperimentali: non modifica quindi il valore di variabilità.

In conclusione vennero studiati:

a) il periodo del ritmo α normale misurato in ogni singola oscillazione;

b) gli intervalli tra gli impulsi nella singola fibra muscolare in contrazione volontaria;

c) il periodo silente della singola fibra muscolare susseguente a stimolazione del nervo motore;

d) il periodo silente seguente la stimolazione del nervo motore di una popolazione di unità motorie la cui attività era rilevata con elettrodo a placca.

I dati di alcune osservazioni scelte a caso sono raccolti nella fig. 1. Si nota anzitutto che i valori medi dei caratteri suindicati stanno tutti tra 80 e 130 msec che condizionerebbero valori estremi di frequenza di attività di 8–12 al secondo circa. È da rilevare anche che la durata dell'inibizione di Renshaw studiata sull'uomo (Margaria, Gualtierotti e Spinelli, 1958) varia

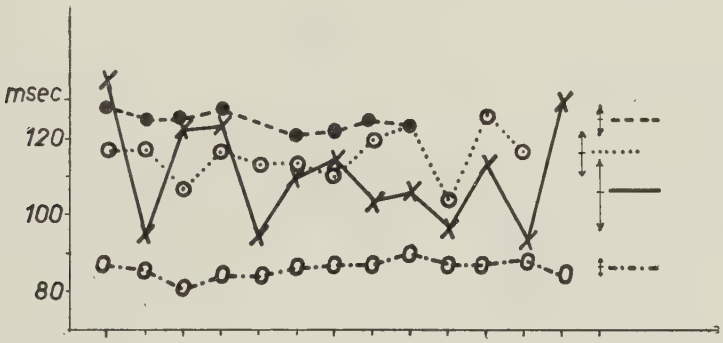


Fig. 1.

In questa figura sono riportati i dati di alcuni esperimenti presi a caso durante i quali è stato registrato il periodo silente del muscolo bicipite (linea continua), l'attività di una singola fibra muscolare (linea con crocette), il periodo, silente di una singola fibra (linea tratteggiata), l'attività del ritmo α cerebrale (linea e punto). Per esprimere queste grandezze si è misurato per il periodo silente il tempo intercorrente fra l'applicazione di uno stimolo elettrico sopramassimale e la ripresa dell'attività nel muscolo in contrazione; per il periodo silente della singola fibra lo stesso intervallo fino alla ricomparsa del primo impulso nella fibra dopo lo stimolo; come misura dell'attività di una singola fibra è stato riportato il tempo intercorrente fra due impulsi successivi; per il ritmo α infine si è riportato il periodo della singola onda sinusoidale. Si osserva che tutti questi periodi sono compresi fra 80 e 130 msec. Inoltre le deviazioni standard percentuali espresse a fianco con freccia verticale sono di 2,5 % per il periodo silente dell'intero muscolo, 8,37 % per l'attività della singola fibra, 4,7 % per il ritmo α, 2 % per il periodo silente della singola fibra.

appunto entro i limiti di 80–130 msec. Appare perciò suggestiva l'ipotesi che un unico meccanismo, quello della inibizione antidromica del tipo di quella di Renshaw per il midollo spinale, presieda a condizionare la frequenza propria di attività sia dei motoneuroni spinali che delle cellule corticali responsabili del ritmo α, sia la durata del periodo silente di un motoneurone in attività continuata che segue alla stimolazione elettrica del suo assone.

Si è constatato che la variabilità del ritmo α e del ritmo di scarica dei singoli motoneuroni spinali non è costante, ma varia a differenti valori di frequenza: la variabilità, espressa in valore percentuale rispetto alla frequenza (o al valore reciproco del periodo), è indicata nel grafico della fig. 2 in funzione della frequenza. È evidente che esiste un valore di frequenza *optimum* al quale il ritmo di attività è più costante: tale valore di frequenza è di circa 10/sec per il ritmo α, e di 12/sec per i motoneuroni che presiedono

ai muscoli dell'arto superiore (bicipite e tricipite brachiale). L'esistenza di un minimo di variabilità da un determinato valore di frequenza è ovviamente legata alle caratteristiche funzionali dei singoli neuroni per i motoneuroni spinali e anche della popolazione di cellule di Renshaw che su essi agisce: e questo rilievo costituisce una ulteriore analogia funzionale tra attività α, corticale e ritmo dei motoneuroni spinali. Come quest'ultimo è di solito un poco più elevato (12/sec) del ritmo α (10/sec), il minimo di variabilità si osserva ad una frequenza corrispondentemente superiore a quella del ritmo α.

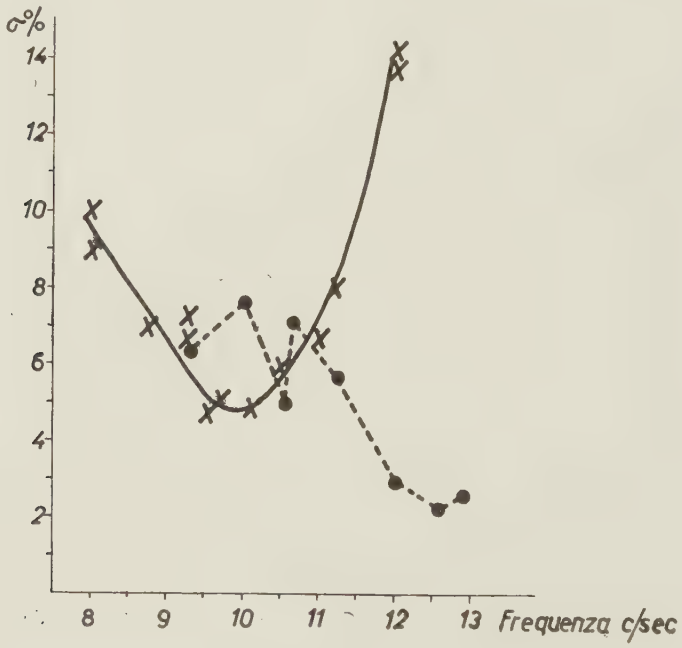


Fig. 2.

In questa figura sono stati raccolti i dati di esperimenti eseguiti su un gruppo di rappresentanti di tutte le età. È rappresentata la variabilità (espressa come deviazione standard percentuale), calcolata per diversi valori di frequenza dell'attività α cerebrale (linea continua e crocette) e di singole fibre muscolari (linea tratteggiata). Si osserva che queste due attività presentano un minimo di variabilità a determinati valori di frequenza: questi per il ritmo α corrispondono ai valori medi compresi fra 9,5–10,5 c/s; per la singola fibra ai valori più alti di 12 c/s.

In conclusione la similarità nei limiti di frequenza e nella variabilità del ritmo esistente tra le oscillazioni corticali α ed il ritmo di scarica dei motoneuroni spinali rende a nostro avviso plausibile l'ipotesi che un meccanismo dello stesso tipo del circuito autoinibitore riverberante di Renshaw, descritto per i motoneuroni spinali esista anche per le cellule corticali: in questo senso depongono anche i risultati di Boyarsky e Boyarsky (1958) che stimolando il capo centrale di un nervo periferico a frequenza di 2–20 stimoli al secondo e registrando la risposta dei corrispondenti elementi sensitivi corticali, hanno messo in evidenza che questi seguono la frequenza della stimolazione soltanto se essa è mantenuta a valori di 8 al sec circa. Che questo

fenomeno non sia l'espressione di fatica degli elementi nervosi, ma che sia imputabile ad inibizione attiva è dimostrato dal ritorno alla risposta normale dopo circa 200–300 msec dallo stimolo che aveva prodotto l'estinzione della risposta.

Come si è già accennato, la base anatomica per la prima parte del circuito riverberante per i neuroni corticali quale è stato prospettato precedentemente può essere costituita da rami ricorrenti degli assoni delle cellule piramidali analoghi a quelli dei motoneuroni spinali di cui è stata dimostrata l'esistenza (Sholl, 1954).

Bibliografia.

Boyarsky L. L. e Boyarsky L. H., « Rendic. Acc. Naz. Lincei », *24*, 731 (1958).
Gualtierotti T. e Milla E., « Pflüg. Arch. », *245*, 524 (1942).
Gualtierotti T., Spinelli D. e Fiorentini A., « Rendic. Acc. Naz. Lincei », *24*, 744 (1958).
Margaria R., « Arch. Néerl. Physiol. » *28*, 399 (1946).
Margaria R., Gualtierotti T. e Spinelli D., « Exp. Med. Surg. », *16*, 166 (1958).
Sholl D. A., « J. Physiol. », *124*, 23 P. (1954).

Fisiologia. — *Effetti che il cortisone esercita sull'attività convulsiva degli aggregati neuronici corticocerebrali indipendentemente dalle strutture sottocorticali* (*). Nota di PAOLO CREPAX e ANGELO VOLTA, presentata (**) dal Socio G. C. PUPILLI.

In precedenti ricerche [Crepax e Volta (1)] abbiamo mostrato come l'azione attivante che il cortisone palesa sul tracciato elettrico corticocerebrale, nel Gatto con nevrasse integro, sia sostanzialmente riferibile agli effetti che esso esercita sulla formazione reticolare bulbopontina. È possibile tuttavia che l'ormone modifichi la reattività dei neuroni corticali anche in modo diretto, cioè indipendentemente dalla sua azione sulle strutture sottocorticali regolatrici dell'attività dei neuroni stessi e dalle cui modificazioni funzionali sono apparse di fatto dipendenti le alterazioni elettroencefalografiche prodotte nei preparati che conservano le normali connessioni tra la corteccia e le strutture medesime. A fine di chiarire la questione ora prospettata, abbiamo studiato negli animali trattati con cortisone le reazioni che la stimolazione elettrica diretta desta in lembi di corteccia cerebrale isolata.

Le nostre indagini sono consistite principalmente nell'esame degli effetti che il cortisone provoca sull'attività convulsiva dei neuroni. Il problema dell'azione che gli ormoni corticosurrenali esercitano sulle diverse forme di epilessia sperimentale ovvero spontanea, in effetti è venuto assumendo una importanza del tutto particolare, nel quadro complessivo delle azioni che tali ormoni manifestano sul sistema nervoso centrale [Woodbury (2)]; né le conclusioni scaturite dalle molte ricerche compiute possono ritenersi definitive, quando si prescinda dal caso relativamente semplice delle convulsioni da elettroshock. Le modificazioni della eccitabilità cerebrale a cui si è data evidenza in queste ultime condizioni sperimentali, sono di segno opposto secondo che si considerino gli ormoni che agiscono prevalentemente sul metabolismo degli elettroliti (desossicorticosterone; 11–desossi–17–idrossicorticosterone) e quelli che modificano in modo precipuo il metabolismo glicidico (cortisone, idrocortisone): i primi riducono costantemente l'eccitabilità cerebrale, che i secondi invece esaltano in modo altrettanto costante [Woodbury (3)].

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisiologia umana dell'Università di Bologna e Sezione I del Centro di Neurofisiologia del Consiglio Nazionale delle Ricerche. Dei due Autori della Nota, P. Crepax è direttore dell'Istituto di Fisiologia generale dell'Università di Urbino e ricercatore presso detto Centro.

(**) Nella seduta dell'11 aprile 1959.

(1) P. CREPAX e A. VOLTA, « Rend. Acc. naz. Lincei », Cl. Sci. fis., mat. nat., serie 8ª questo volume.

(2) D. M. WOODBURY, « Pharmacol. Rev. », X, 275 (1958).

(3) D. M. WOODBURY, « J. Pharmacol. », CV, 27 (1952).

Per contro, gli effetti prodotti dai diversi ormoni corticosurrenali sulle convulsioni provocate dal cardiazolo [Leonard, Gorby, Ambrus e Harrison [4], Swinyard, Schiffman e Goodman [5], Torda e Wolff [6]] ovvero dalla cocaina [Aird [7]], sulla epilessia riflessa da eccitamenti afferenti [Pasolini [8]], sulle convulsioni audiogene [Colfer [9], Ginsberg e Roberts [10], Hurder e Sanders [11], Vicari, Tracy e Jongblaed [12]] e sulle manifestazioni convulsive che compaiono nei Cani a cui si somministrino farine trattate con agene [Costa e Bonnycastle [13]] sono stati spesso diversamente valutati e, pur prescindendo da questioni di dettaglio, siamo ben lontani dal poter formulare a tale riguardo conclusioni schematiche quanto quelle sopra riferite circa agli effetti provocati sulle convulsioni da elettroshock. Il che certamente dipende dal fatto che le manifestazioni convulsive considerate ripetono meccanismi assai diversi. A ogni modo occorre notare che i fenomeni presi in esame sono risultanti troppo complesse, perché gli effetti osservati giovino a chiarire il meccanismo dell'azione che gli ormoni corticosurrenali esercitano sull'attività convulsiva dei neuroni corticocerebrali.

Il preparato di corteccia cerebrale isolata [Burns [14]] è stato allestito col procedimento comunemente impiegato nel nostro Laboratorio [Infantellina [15]]. Per la stimolazione del lembo isolato di corteccia cerebrale e per la derivazione dei potenziali così provocati, stimolazione e derivazione che venivano entrambe effettuate col metodo bipolare, ci siamo serviti di sottili fili (0,2 mm di diametro) di Ag–AgCl; la distanza tra gli elementi di ciascuna coppia di elettrodi era di mm 2 e quella tra gli elettrodi derivanti e gli stimolanti era di cm 0,5–1. La determinazione della frequenza minima della stimolazione iterativa sufficiente per provocare un'attività convulsiva nel preparato, veniva attuata col procedimento seguente: determinato il voltaggio minimo efficace di uno stimolo elettrico isolato della durata di

(4) C. A. Leonard, C. K. Gorby, J. L. Ambrus a. J. W. E. Harrison, « J. amer. pharm. Ass. » (sci. ed.), XLII, 444 (1953).

(5) E. A. Swinyard, D. O. Schiffman a. L. S. Goodman, « J. Pharmacol. », CXIV, 160 (1955).

(6) C. Torda a. H. G. Wolff, « Feder. Proc. », X, 137 (1951); « Amer. J. Physiol. », CLXVIII, 406 (1952).

(7) R. B. Aird, « J. nerv. ment. Dis. », IC, 501 (1944).

(8) F. Pasolini, « Boll. Soc. it. Biol. sper. », XXVII, 1624 (1951); XXVIII, 298 (1952); « Acta neurol. », VII, 749 (1952).

(9) H. F. Colfer, « Proc. Ass. Res. nerv. Dis. », XXVI, 98 (1947).

(10) B. E. Ginsberg a. E. Roberts, « Anat. Rec. », CXI, 492 (1951).

(11) W. P. Hurder a. A. F. Sanders, « Science », CXVII, 324 (1953).

(12) E. M. Vicari, A. Tracy a. A. Jongblaed, « Proc. Soc. exp. Biol. Med. », LXXX, 47 (1952).

(13) P. J. Costa a. D. D. Bonnycastle, « Arch. internat. Pharmacodyn. », LXXXIX, 330 (1952).

(14) B. D. Burns, « J. Physiol. », CXI, 50 (1950); CXII, 156 (1951); CXXV, 427 (1954).

(15) F. Infantellina, « Arch. Sci. biol. », XXXIX, 209 (1955).

0,5 msec (cfr. fig. 1 A), si effettuava la stimolazione ripetitiva applicando per il tempo di 5 sec stimoli di voltaggio doppio e di una medesima durata rispetto a quello corrispondente alla soglia dello stimolo singolo, facendo variare soltanto la frequenza con cui gli stimoli stessi si succedevano. Partendo da stimolazioni di 50 Hz, le quali risultano le più efficacemente convulsivanti [Crepax e Infantellina [16]], i valori di frequenza venivano progressivamente diminuiti (ogni volta di 5 unità fino a 15 Hz; di 1 unità, al di sotto di tale valore) fino a individuare la frequenza minima di stimolazione sufficiente per provocare nel preparato un'attività convulsiva persi-

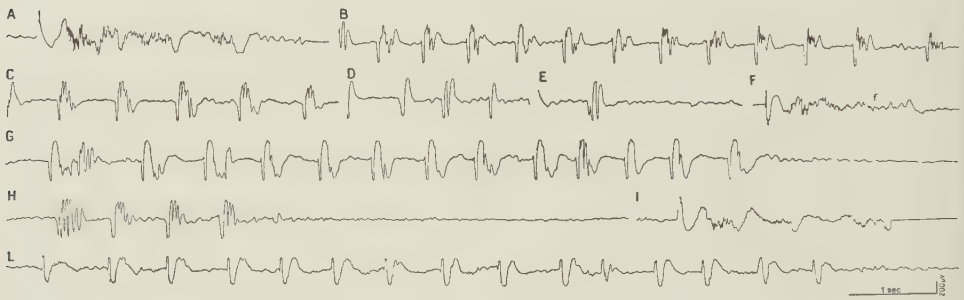


Fig. 1. – Modificazioni provocate dal cortisone sull'attività elettrica di un lembo isolato di corteccia cerebrale di Gatto.

A–E: risposte ottenute avanti il trattamento con cortisone (7 mg/kg per via intravenosa). A: risposta a uno stimolo elettrico isolato di voltaggio liminale (5,2 V; 0,5 msec). B: risposta destata mediante stimoli elettrici ripetuti del voltaggio di 10,4 V e della durata di 0,5 msec, succedentisi per 5 sec con la frequenza di 50 Hz. C, D, E: risposte ottenute mediante stimolazioni iterative della frequenza rispettivamente di 40, 30 e 20 Hz (gli altri parametri di queste stimolazioni, come delle successive, erano identici a quelli della stimolazione i cui effetti sono riprodotti in B).

F–H: 1 h e 40 min dopo l'introduzione di cortisone. F: risposta a uno stimolo elettrico isolato di voltaggio liminale (5,2 V; 0,5 msec). G, H: risposte ottenute mediante stimolazioni iterative della frequenza rispettivamente di 10 e 8 Hz.

I, L: 2 h e 40 min dopo l'introduzione di cortisone. I: risposta a uno stimolo elettrico isolato di voltaggio liminale (5,2 V; 0,5 msec). L, risposta destata da una stimolazione iterativa della frequenza di 8 Hz.

stente. Ci siamo serviti di uno stimolatore Grass S4B munito di un dispositivo atto a ridurre l'artefatto della stimolazione (*stimulus isolation unit* costruito dalla stessa ditta costruttrice dello stimolatore). La registrazione dell'attività convulsiva del preparato stesso era attuata mediante un elettroencefalografo Grass a penne scriventi. Il cortisone è sempre stato somministrato per via intravenosa, ricorrendo agli accorgimenti riferiti nella Nota già citata [1].

Un lembo isolato di corteccia cerebrale di Gatto per solito è privo di attività elettrica spontanea, ma palesa caratteristiche reazioni alla stimolazione elettrica [15, 16]. Mentre lo stimolo singolo provoca un'onda positiva lenta, che presenta caratteri assai uniformi nei diversi preparati, la stimolazione ripetitiva ha effetti più variabili: in alcuni preparati gli effetti medesimi sono costituiti da poche onde positive non dissimili da quelle provocate dallo stimolo elettrico isolato, in altri da un'attività pulsatoria che

(16) P. Crepax e F. Infantellina, «Arch. Sci. biol.», XLI, 1 (1957).

si mantiene a lungo (30 sec e più) ed è costituita da onde di aspetto convulsivo. I lembi nei quali si palesa quest'ultimo tipo di risposta, si differenziano tra loro essenzialmente rispetto alla frequenza minima della stimolazione convulsivante: in alcuni di essi un'attività convulsiva persistente è evocabile anche con stimolazioni di bassa frequenza (20 Hz), mentre in altri il manifestarsi dell'attività medesima risulta subordinato all'impiego di stimoli di cadenza elevata (50 Hz), che risultano i più efficacemente epilettogeni [17].

Le nostre osservazioni intorno agli effetti che il cortisone esercita sulla corteccia cerebrale isolata di Gatto, sono state fatte utilizzando un gruppo di preparati di caratteristiche assai omogenee, i quali erano privi di attività spontanea e in cui avanti il trattamento un'attività convulsiva era provocabile con frequenze non inferiori a 30–40 Hz. Abbiamo preso in esame essenzialmente l'eventuale comparsa di un'attività spontanea e le risposte dei preparati alle stimolazioni convulsivanti.

Nei lembi di animali trattati con cortisone (7 mg/kg), oscillazioni elettriche spontanee si fanno generalmente manifeste 1 h circa dopo il trattamento e la loro frequenza tende poi ad aumentare. L'ormone palesa inoltre un'azione assai netta sui valori di frequenza critica della stimolazione iterativa: questi valori, a partire da 1 h circa dopo l'introduzione intravenosa del cortisone, si abbassano progressivamente fino a che anche stimolazioni della frequenza di 7–8 Hz risultano sufficienti per destare una tipica attività convulsiva della durata di 4–5 sec (fig. 1 L). Facciamo presente che nei preparati non trattati, sia di Gatto sia di Cane [16], non ci è mai occorso di osservare un'azione convulsivante per frequenze inferiori a 15 Hz.

All'azione facilitante sull'attività convulsiva che il cortisone manifesta sul lembo isolato di corteccia cerebrale va dato particolare rilievo in ordine alla conclusione, dianzi riferita, conforme alla quale gli effetti esercitati dal

(17) Le differenze di reattività che rispetto alla stimolazione iterativa palesano i diversi preparati di corteccia cerebrale isolata di Gatto, sono manifeste anche nei preparati allestiti nel Cane e dipendono in quest'ultima specie dallo stato di predisposizione alla epilessia riflessa [16]. La stimolazione iterativa, mentre nei preparati allestiti in Cani non predisposti alla epilessia riflessa desta solo alcune onde non diverse da quelle evocate da stimoli elettrici isolati, provoca un'attività convulsiva persistente nel lembo corticocerebrale di Cane predisposto. Inoltre, nei diversi preparati di animali predisposti un'attività convulsiva duratura risulta costantemente evocabile anche con stimolazioni di bassa frequenza (15–20 Hz), quando il lembo sia stato allestito in Cani nei quali la epilessia riflessa si era manifestata nelle prove preliminari pochi minuti dopo la stricninizzazione della corteccia motrice, mentre l'attività convulsiva è di breve durata e il suo manifestarsi risulta subordinato all'impiego di stimoli di cadenza elevata (50 Hz) nei lembi allestiti in Cani predisposti nei quali la epilessia riflessa si era manifestata tardivamente [P. Crepax e F. Infantellina, « Boll. Soc. it. Biol. sper. », XXXII, 970 (1956)]. La durata dell'attività convulsiva e i valori minimi efficaci delle stimolazioni epilettogene nel lembo di Cani predisposti mostrano cioè di variare in modo definito rispetto al tempo necessario per provocare la comparsa della epilessia riflessa nelle prove preliminari, compiute in condizioni sperimentali costanti [16], e quindi rispetto al grado di predisposizione dell'animale.

cortisone sull'attività pulsatoria dei neuroni corticali dipendono propriamente da un'azione aumentatrice che l'ormone manifesterebbe in modo elettivo rispetto ai sistemi polisinaptici della formazione reticolare [1]. Ora le modificazioni funzionali palesatesi nella corteccia cerebrale isolata non possono riferirsi all'azione dell'ormone sulla sostanza reticolare: infatti gli effetti da noi osservati sono di natura tale da escludere che possano dipendere da un'interazione umorale tra elementi dello *slab* e formazione reticolare [Ingvar [18]], giacché alla stimolazione di questa formazione si accompagnano solo effetti inibitori sulle attività convulsive del lembo isolato.

Il segno degli effetti che sull'attività convulsiva dei neuroni corticocerebrali sono dal cortisone esercitati direttamente ovvero in modo mediato, attraverso le proiezioni ascendenti della formazione reticolare, è opposto; di guisa che l'azione facilitante manifestata dall'ormone sui neuroni corticali del lembo isolato risulta ostacolata, nei preparati in cui la corteccia conserva le normali connessioni col sistema reticolare ascendente, dagli effetti « desincronizzanti » che l'ormone medesimo produce mediante l'attivazione degli elementi di tale sistema. È noto infatti come l'azione soppressoria del sistema reticolare ascendente concerna non soltanto le forme più semplici e iniziali di sincronizzazione neuronica, quali sono le componenti lente dell'attività elettrica spontanea della corteccia cerebrale, ma anche manifestazioni di tipo schiettamente convulsivo come gli *spikes* cloralosici [Moruzzi e Magoun [19]] e stricninici [Arduini e Lairy–Bounes [20]]. I fatti ora esposti spiegano per quale ragione nell'animale con nevrasse integro l'azione convulsivante dell'ormone si manifesti scarsamente.

(18) D. H. Ingvar, « Acta physiol. scand. », XXXIII, 169 (1955).
(19) G. Moruzzi a. H. W. Magoun, « EEG clin. Neurophysiol. », I, 455 (1949).
(20) A. Arduini et G. C. Lairy–Bounes, « EEG clin. Neurophysiol. », IV, 503 (1952).

Biochimica. — *Osservazioni sulla mioalbumina* (*). Nota di Andrea Corsi e Giuseppe Andrea Buscaino, presentata (**) dal Corrisp. M. Aloisi.

Premessa. – L'esistenza della mioalbumina è stata supposta da Bate–Smith [1] in base allo studio di succo muscolare trattato con acido cloridrico e riscaldato fino a 100°C. Egli isolò un precipitato che non poteva a suo avviso derivare dal miogeno, dalla miosina, dalla globulina X e dalle proteine del sangue e doveva perciò essere considerato « una forma denaturata di una frazione fino allora non descritta di proteine muscolari, la mioalbumina ». Bate–Smith [2] sottopose inoltre ad analisi elettroforetica due estratti ottenuti dal muscolo con cloruro di litio al 7 % e dializzato contro acqua per precipitare le globuline, e osservò due cuspidi di mobilità molto diversa: secondo lui « queste frazioni avevano proprietà corrispondenti rispettivamente a quelle della mioalbumina e del miogeno ».

Da allora la cuspide elettroforetica corrispondente al gruppo III di Jacob [3] e al componente 2 secondo Bosch [4] che si osserva negli estratti muscolari di alta e bassa forza ionica è stata abitualmente identificata con la mioalbumina di Bate–Smith.

Tuttavia alcune nostre osservazioni su materiale umano normale e patologico appaiono in contrasto con la tesi corrente. A queste osservazioni è dedicata la presente Nota.

Materiale e tecnica. – Sono stati studiati muscoli umani normali e patologici in frammenti prelevati mediante biopsia, e tessuto connettivo sottocutaneo per lo più di mammelle asportate perché sede di carcinoma. Il materiale, finemente suddiviso, veniva estratto per 2–6 ore a 0°–2°C con una soluzione di cloruro di potassio 0,58 M tamponata con fosfati a pH 7,5 in modo che la forza ionica finale fosse circa 0,62–0,63 oppure con un tampone di fosfati 0,05 M a pH 7,5 (senza aggiunta di cloruro di potassio) in modo che la forza ionica finale fosse circa 0,17–019. L'elettroforesi degli estratti è stata eseguita in fase libera con l'apparecchio Perkin–Elmer Mod. 38 A: gli estratti di alta forza ionica erano prima dializzati contro cloruro di potassio 0,26 M, tamponato con fosfati di potassio 0,05 M a pH 6,9, mentre gli estratti di bassa forza ionica erano dializzati contro cloruro

(*) Lavoro eseguito nel Centro « G. Vernoni » per lo Studio della Fisiopatologia del C.N.R. presso l'Istituto di Patologia Generale dell'Università di Modena, con un contributo della « Muscular Dystrophy Associations of America, Inc. ».

(**) Nella seduta del 9 maggio 1959.

(1) E. C. Bate–Smith, « Proc. Roy. Soc. London S. B. », *124*, 136 (1937).

(2) E. C. Bate–Smith, « Biochem. J. », *34*, 1122 (1940).

(3) J. J. C. Jacob, « Biochem. J. », *41*, 83 (1947).

(4) M. A Bosch, « Biochim. Biophys. Acta », *7*, 61 (1951).

di potassio 0,17 M tamponato con fosfati di potassio 0,033 M a pH 7,3. È stato sottoposto all'esame elettroforetico anche plasma umano dopo dialisi contro la stessa soluzione usata per gli estratti muscolari di bassa forza ionica.

Per il dosaggio dell'azoto negli estratti è stato usato il micrometodo di Kjeldahl.

RISULTATI. – In varie miopatie umane (distrofie e atrofie primitive o secondarie) abbiamo potuto confermare le osservazioni di Crepax [5], Fischer e coll. [6], Haan [7] ed Hetenyi [8]: la cuspide corrispondente al gruppo III di Jacob è quasi sempre maggiore che di norma, relativamente all'area totale del tracciato elettroforetico. Ma abbiamo notato che quella cuspide è tanto maggiore quanto più abbondante è il tessuto connettivo presente nel muscolo, per quanto è possibile inferire dall'esame delle sezioni istologiche. Abbiamo osservato i massimi valori percentuali in casi di atrofia muscolare pseudoipertrofica in cui la maggior parte del tessuto muscolare era sostituito da connettivo: il gruppo III rappresentava più del 40 % del totale negli estratti di bassa forza ionica (7–8 % negli estratti di muscolo normale, Corsi e Bargellini [9]).

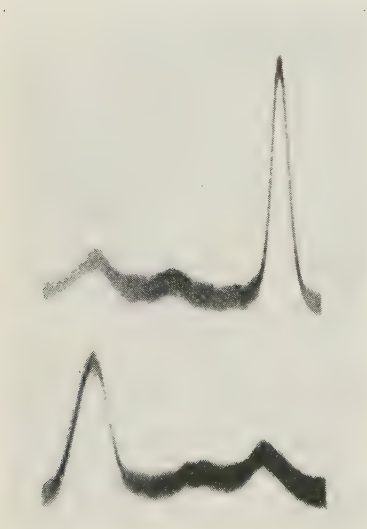


Fig. 1. – Immagine elettroforetica di un estratto a bassa forza ionica di tessuto connettivo umano. 450 min di elettroforesi; cella da 2 cc. *a*) fronte ascendente; *b*) fronte discendente.

D'altra parte è noto che la composizione della linfa negli spazi interstiziali del tessuto connettivo somiglia a quella del plasma: il contenuto proteico totale è minore, ma il rapporto albumine–globuline è maggiore.

La mobilità delle albumine del plasma ci è risultata identica a quella del gruppo III di Jacob. Usando soluzioni di bassa forza ionica, abbiamo constatato che dal connettivo sottocutaneo si estraggono da 10 a 20 mg di proteine per g di tessuto fresco, cioè circa 1/5–1/3 della quantità ottenibile dal muscolo normale (Corsi e Bargellini [9]). All'esame elettroforetico gli estratti di tessuto connettivo mostrano una cuspide principale che si

(5) P. CREPAX, « Arch. Sci. biol. », *33*, 362 (1949).

(6) E. FISCHER, R. V. BOWERS, H. V. SKOWLUND, K. W. RYLAND and N. J. COPENHAVER, « Arch. Phys. Med. », *30*, 766 (1949).

(7) A. M. F. HAAN, « Biochim. Biophys. Acta », *11*, 258 (1953).

(8) E. HETENYI, « Acta physiol. hung. », *10*, 421 (1956).

(9) A. CORSI e P. BARGELLINI, » Arch. Sci. biol. », *42*, 552 (1958).

muove con la stessa velocità del gruppo III di Jacob e corrisponde verosimilmente alle albumine del plasma e della linfa (fig. 1). Se si aggiunge un estratto di tessuto connettivo a un estratto di muscolo normale, si osserva la sovrapposizione della cuspide delle albumine a quella del gruppo III: la sovrapposizione è perfetta anche dopo 12 ore di elettroforesi (fig. 2).

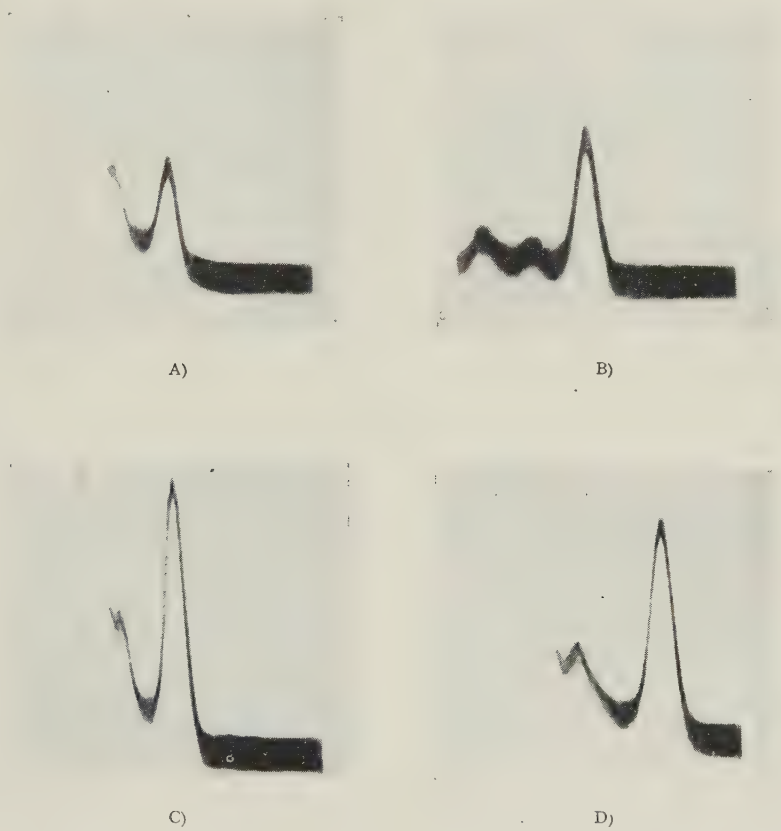


Fig. 2. – Immagine elettroforetica di estratti a bassa forza ionica di muscolo e di connettivo umani. Cella da 6 cc. Fronti ascendenti.

A) Estratto di muscolo, dopo 480 min. B) Estratto di connettivo, dopo 500 min. C) Miscela degli estratti usati in A e in B, dopo 475 min (la concentrazione finale di ciascun estratto era la stessa che in A e in B). D) La stessa miscela dopo 720 mn. I componenti più lenti degli estratti muscolari non sono riconoscibili per l'intenso colore rosso delle soluzioni, riferibile principalmente alla mioglobina.

Ci sembra perciò assai probabile che il gruppo III sia rappresentato almeno in parte dalle albumine del plasma e degli spazi interstiziali del tessuto connettivo.

Questa ipotesi non sembra in disaccordo col fatto che il gruppo III è più abbondante negli estratti di muscolo scheletrico rosso, di miocardio e di muscolo liscio in confronto con gli estratti di muscolo scheletrico bianco

(Crepax) [10]: le fibre muscolari lisce sono infatti frammiste a una quantità relativamente maggiore di tessuto connettivo e la circolazione ematica è più intensa nel muscolo scheletrico rosso (Ranvier [11]) e nel miocardio. Crepax stesso notò che gli era difficile liberare il miocardio dal sangue. Anche la grandezza, della cuspide corrispondente al gruppo III nei diagrammi elettroforetici ottenuti da Crepax [12], con gli estratti di muscolo scheletrico di feti di coniglio potrebbe essere spiegata dalla grande quantità di sangue presente nel muscolo dei feti.

(10) P. Crepax, « Biochim. Biophys. Acta », 9, 385 (1952).
(11) L. Ranvier, *Leçons d'anatomie génerale sur le système musculaire*, Paris 1880.
(12) P. Crepax, « Boll. Soc. it. Biol. sper. », 20, 1557 (1950).

Biologia — *Attività lipasica nello sviluppo embrionale del fegato del pollo* (*). Nota di SALVATORE RUSSO-CAIA, presentata (**) dal Corrisp. A. STEFANELLI.

Delle modificazioni biochimiche che si verificano nel corso dello sviluppo, alcune appaiono più direttamente collegate al fenomeno generale dell'accrescimento che è comune a tutto l'embrione, anche se localmente diverso per ritmo e intensità, mentre altre rappresentano processi particolari legati al differenziamento ed alla attività funzionale.

Il comportamento di determinate attività enzimatiche rappresenta, allorché sia seguito nei singoli tessuti ed organi, un utile elemento per lo studio dei fenomeni del differenziamento biochimico e della maturazione funzionale; l'attività dipeptidasica ha per esempio, durante lo sviluppo embrionale del cuore e del fegato del pollo, un andamento diverso (Russo-Caia, 1958, 1959) (1). Mentre nel cuore essa segue il ritmo di accrescimento dell'organo, raggiungendo un massimo al 16° giorno di sviluppo, nel fegato aumenta in modo critico dal 5° all'8°-9° giorno; oltreché con i fenomeni di accrescimento (inteso come sintesi di sostanza vivente) il comportamento dell'attività dipeptidasica va quindi nel caso del fegato posto in relazione con la sua maturazione funzionale e con le caratteristiche metaboliche dell'intero embrione.

Il fegato infatti negli Uccelli ha già durante i primi stadi della vita embrionale il compito di elaborare le sostanze nutritive del vitello ed interviene perciò « attivamente » nel metabolismo generale dell'embrione. Sul piano morfogenetico, è noto (Nelsen, 1953) (2) che l'atrofia del meato venoso (equivalente funzionale del dotto di Aranzio che nei Mammiferi si oblitera solo dopo la nascita) si verifica già all'8° giorno di sviluppo, stabilendosi così un circolo portale attraverso il quale il sangue carico dei materiali vitellini passa completamente attraverso l'organo; anche sul piano citologico (Dalton, 1934, 1937) (3) i segni del differenziamento compaiono precocemente, dal 5° all'8° giorno.

Oltre alla comparazione della stessa attività enzimatica nello sviluppo embrionale di organi diversi è, dal punto di vista della biochimica del differenziamento, interessante anche lo studio nello stesso organo di enzimi

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Anatomia Comparata « G. B. Grassi » dell'Università di Roma, col contributo del C.N.R.

(**) Nella seduta del 9 maggio 1959.

(1) S. RUSSO-CAIA, « Ric. Scient. », *28*, 1886 (1958); IDEM, « Atti Acc. Naz. Lincei », fasc. 3 di questo volume.

(2) O. E. NELSEN, *Comparative Embryology of the Vertebrates*. Toronto, Blakiston Co., 1953.

(3) A. J. DALTON, « Anat. Rec. », *58*, 321 (1934); IDEM, « Anat. Rec. », *68*, 393, (1937).

collegati con settori diversi del metabolismo, soprattutto considerando la caratteristica successione di sorgenti energetiche che si ha durante lo sviluppo embrionale.

Per queste considerazioni ho studiato l'attività lipasica nello sviluppo embrionale del fegato del pollo ed in questa Nota espongo i risultati ottenuti.

Il materiale utilizzato in questa ricerca è rappresentato da uova fecondate di razza Livornese bianca, incubate a 38° C. La tecnica di preparazione dell'omogenato, che è stato fatto in acqua distillata nella proporzione di 10 mgr di tessuto per ml di H_2O, è la stessa seguita nelle ricerche sull'attività dipeptidasica.

I dosaggi sono stati eseguiti con il metodo acidimetrico di Glick (1949) [4] usando come substrato la tributirrina, che per azione dell'enzima viene scissa in glicerolo e acido butirrico. La reazione avviene in mezzo alcalino, che neutralizza progressivamente l'acido liberato; l'attività enzimatica si misura titolando con acido cloridrico la diminuzione di alcalinità del mezzo (rispetto ad un bianco al tempo zero) dopo un determinato tempo di attività dell'enzima a 37° C. La titolazione con HCl procede fino ad un pH di 6,5 indicato dal viraggio al verde-giallo del blu di bromotimolo usato come indicatore. I valori di titolazione sono inversamente proporzionali alla quantità di acido butirrico liberata, e quindi alla quantità di substrato idrolizzato dall'enzima. Sottraendo questi valori da quelli del bianco al tempo zero, essi diventano direttamente proporzionali all'attività enzimatica.

Con questo metodo si valuta quindi, esattamente, l'attività tributirrinasica. Il termine di « lipasi » indica infatti un gruppo di enzimi con limiti poco netti, tutti appartenenti alla categoria delle esterasi, che non hanno stretta specificità, per cui ogni lipasi può virtualmente scindere ogni estere interamente organico (Baldwin, 1957) [5], Si fa generalmente una distinzione fra lipasi ed esterasi, in quanto alcuni Autori considerano vere lipasi solo quegli enzimi che idrolizzano esteri di acidi grassi con almeno 16 atomi di C, mentre altri (Sarles, 1955) [6] ritengono che un criterio differenziale debba essere rappresentato non solo dalla lunghezza della catena carboniosa dell'acido grasso, ma dalla solubilità o insolubilità del substrato; infine vi è chi considera attività lipasica solo quella che si ha in presenza di olio d'oliva. Overbeek (1957) [7] in una recente rassegna sugli enzimi lipolitici del sangue riserva il termine di lipasi a quegli enzimi che idrolizzano substrati del tipo trioleina o tripalmitina, rientrando tutti gli altri nel grande gruppo delle aliesterasi, che comprende sia gli enzimi che scindono esteri di monoalcoli con acidi grassi (metil acetato, metil butirrato, ecc.) o con acidi bibasici (per esempio dietil succinato) sia quelli che agiscono sugli esteri della glicerina con acidi grassi a corta catena (triacetina, tributirrina, ecc.).

Ho ritenuto opportuno riferire brevemente questi dati di nomenclatura, pur non volendo entrare nel merito di tale questione; sul piano biologico interessa il fatto che gli enzimi lipolitici di differente origine scindono i diversi esteri usati come substrato con velocità diverse. Così ad esempio gli enzimi lipolitici del fegato « preferiscono » (Baldwin, 1957) [5], contrariamente ai fermenti pancreatici, esteri di acidi a corta catena; essi sono perciò, a rigore di termini, esterasi. Tuttavia nella letteratura biologica si continua per lo più, anche usando come substrato la tributirrina, a parlare di attività lipasica, forse perché il termine è più direttamente evocativo del settore metabolico in cui l'attività enzimatica si svolge.

(4) D. Glick, *Techniques of Histo & Cytochemistry* », N. Y., Intersci. Publ. Co., 1949.
(5) E. Baldwin, *Dynamic aspects of Biochemistry*. Cambridge, Univ. Press, 1957.
(6) H. Sarles, « Arch. Biol. Méd. », *31*, n° 1 (1955).
(7) G. A. Overbeek, « Clin. Chim. Acta », *2*, 1, (1957).

L'attività lipasica ha durante lo sviluppo embrionale del fegato un andamento illustrato nel grafico (fig. 1) nel quale sono riportati in ascisse i giorni di sviluppo ed in ordinate i valori di attività enzimatica, espressi in µl di HCl.

Una debole attività dell'enzima è già presente negli omogenati di fegato embrionale al 5° giorno; a partire da questo stadio l'attività lipasica aumenta

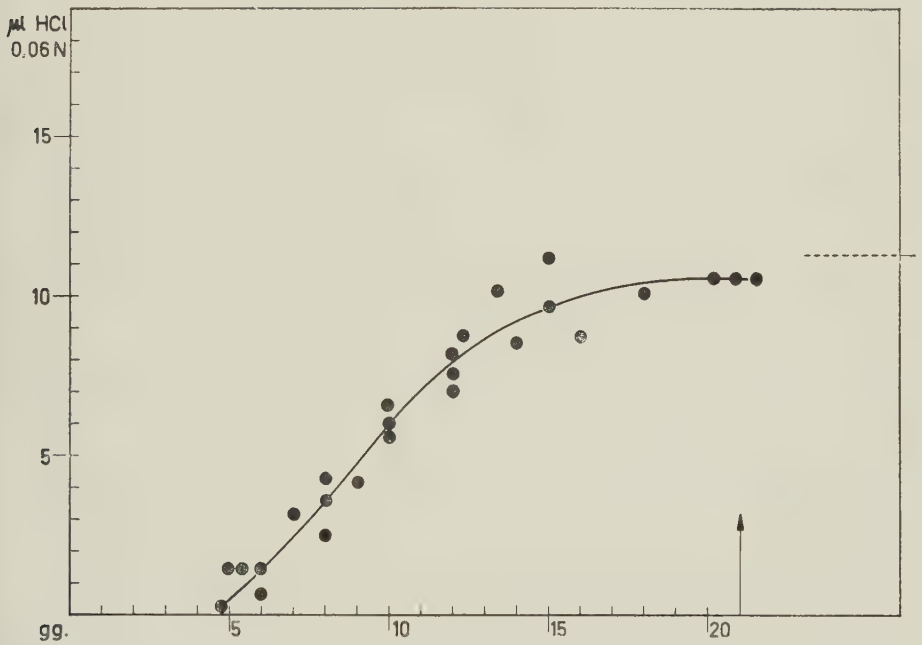


Fig. 1. – Attività lipasica (riferita ad unità di peso fresco) durante lo sviluppo embrionale del fegato del pollo.

In ascisse, tempo in giorni; in ordinate, attività enzimatica in µl di HCl 0,06 N. La freccia indica la schiusa; la linea tratteggiata sulla destra il livello medio di attività lipasica nel fegato del pulcino di due mesi.

notevolmente e regolarmente fino al 15°–16° giorno di sviluppo, raggiungendo un livello che viene mantenuto fino alla schiusa e che corrisponde a quello osservato nel fegato del pulcino.

Delle assai numerose ricerche sul metabolismo dei lipidi durante lo sviluppo embrionale di Vertebrati e Invertebrati la maggior parte si riferisce all'intero embrione; tuttavia il problema che questi studi affrontano – utilizzazione delle riserve vitelline e successione delle sorgenti energetiche durante lo sviluppo – è direttamente collegato con quello del differenziamento biochimico del fegato, del quale più particolarmente mi occupo nella presente ricerca.

Durante lo sviluppo l'embrione utilizza le sorgenti energetiche primarie in modo discontinuo in quanto – e questo sembra negli Uccelli ormai accer-

tato (Needham, 1931, 1950, 1955 [8]; Boell, 1955 [9]) – ad una fase iniziale di utilizzazione prevalente dei carboidrati segue un periodo di incremento del metabolismo proteico ed infine un netto prevalere dei lipidi come fonte della energia necessaria ai vari processi dello sviluppo. Anche la entità dei fenomeni respiratori durante la vita embrionale non aumenta proporzionalmente né al tempo, né alla grandezza del germe, ma varia in particolari momenti dello sviluppo in relazione allo stadio ontogenetico o all'attività morfogenetica del momento (Stefanelli, 1938) [10].

Allo stato attuale si ignora perché si verifichi questa successione, che è stata osservata in diversi materiali (vedi: Boell, 1955 [9]; Urbani, 1955, 1957, 1959 [11]) sia direttamente che deducendola dallo studio del quoziente respiratorio; non sembra comunque che ciò avvenga per successivo esaurimento delle sorgenti energetiche, né che essa dipenda da mancanza (o esaurimento) dei sistemi enzimatici necessari alla loro utilizzazione.

Comunque stia la questione, le modificazioni di determinate attività enzimatiche che si hanno durante lo sviluppo embrionale possono essere considerate dei buoni indici dei processi di trasformazione dei materiali di riserva presenti nell'uovo; e questo pur lasciando impregiudicato se l'aumentata attività di un sistema enzimatico sia la causa della prevalente utilizzazione di un substrato, oppure la conseguenza di un accumulo relativo, per diminuzione di un altro substrato.

Nello sviluppo embrionale degli Anfibi ad esempio, pur essendo stato messo in evidenza (Russo-Caia, 1956) [12] un comportamento diverso dell'attività lipasica in specie zoologicamente vicine, in linea generale questa attività enzimatica aumenta fortemente a partire dallo stadio di bottone caudale, cioè nel momento in cui inizia un significativo consumo dei lipidi vitellini (Urbani, 1956, 1957) [11] e si mantiene elevata fino alla fine del vitello, a quello stadio cioè in cui secondo la classica distinzione di Cotronei (1922–1932) [13] ha termine lo sviluppo embrionale ed inizia la vita larvale.

Le ricerche compiute sugli enzimi lipolitici nello sviluppo degli Uccelli appaiono in accordo con i dati sull'andamento generale del metabolismo dei lipidi; soprattutto interessanti, per le considerazioni che se ne possono trarre sul significato della curva di attività lipasica nello sviluppo del fegato, sono i risultati ottenuti studiando la attività lipolitica vitellina, (Tallarico,

(8) J. Needham, *Chemical Embryology*, Cambridge, Univ. Press, 1931; Idem, *Biochemistry and Morphogenesis*, Cambridge, Univ. Press. 1950; Idem, « Ann. Rev. Physiol. », *17*, 37 (1955).

(9) E. J. Boell, « *Energy exchange and enzyme development during embryogenesis*, in: *Analysis of Development*. Saunders Co., Philadelphia 1955.

(10) A. Stefanelli, « Arch. Sci. Biol. », *4*, 411 (1938).

(11) E. Urbani, « Ric. Scient. », *25*, 2258 (1955); Idem, « Atti Acc. Naz. Lincei », *21* 498 (1956); Idem, « Rend. Ist. Lomb. Sc. », B *92*, 69 (1957); Idem, « Acta Embryol. Morphol. Exp. », *2*, 171 (1959).

(12) S. Russo-Caia, « Ric. Scient. », *26*, 2529 (1956).

(13) G. Cotronei, « Arch. Zool. Ital. », *10*, 85 (1922); Idem, « Mon. Zool. Ital. », *41*, 9 (1930); Idem, « Atti Acc. Naz. Lincei », *6*, 15 (1932).

1908 [14]; Koga, 1923 [15]; Engelhardt e Waehner, 1927 [16]; Remotti, 1927–1930 [17]; Ammon e Schütte, 1935 [18]; ed altri) fra i quali il più completo è quello di Remotti. Questo Autore, che ha compiuto anche una serie di studi istologici sul meccanismo di assorbimento attraverso il sacco del tuorlo, ha osservato che l'attività lipasica, bassissima nei primi giorni di incubazione, aumenta regolarmente a partire dal 5° giorno e raggiunge un massimo al 15°–16° giorno di sviluppo, in coincidenza con il periodo di massima intensità del metabolismo lipidico nell'embrione.

I numerosi dati raccolti da Needham (1931, 1950) [8] indicano infatti che i lipidi rappresentano la più importante sorgente energetica durante lo sviluppo degli Uccelli; il 60 % circa degli acidi grassi totali presenti nell'uovo viene utilizzato, e da essi l'embrione trae il 90 % del suo fabbisogno calorico. I grafici costruiti da Needham (1931, p. 1165) in base ai risultati di numerosi Autori mostrano inoltre che la utilizzazione degli acidi grassi comincia al 4°–5° giorno e segue una curva regolare, la cui pendenza si accentua soprattutto nell'ultima settimana di sviluppo. Parallelamente all'aumento di utilizzazione dei grassi, che risulta anche da numerose altre osservazioni e dal comportamento del quoziente respiratorio, si verifica nel periodo terminale dello sviluppo un aumento del contenuto percentuale di grassi dell'embrione: ciò avviene soprattutto durante l'ultima settimana di incubazione.

Dalle presenti ricerche risulta che l'attività lipasica aumenta regolarmente, nello sviluppo embrionale del fegato del pollo, dal 5° al 16° giorno; il livello raggiunto a questo stadio viene mantenuto fino alla schiusa ed oltre, dopo la nascita.

L'attività lipasica segue perciò, nello sviluppo del fegato, l'andamento generale dei fenomeni di utilizzazione delle riserve lipidiche dell'uovo, raggiungendo un massimo nel momento in cui inizia il periodo di intensa combustione dei grassi ed aumenta l'attività lipolitica vitellina.

Sembra quindi che essa possa essere messa in relazione all'aumento di utilizzazione dei lipidi, in quanto la liberazione di acidi grassi rappresenta la prima tappa delle successive trasformazioni che altri sistemi enzimatici opereranno per la utilizzazione dei grassi come sorgenti energetiche.

Va tuttavia osservato che l'aumento parallelo dell'attività lipasica vitellina, in seguito alla quale i grassi giungono all'embrione già idrolizzati, può far pensare che l'attività della lipasi sia nel fegato connessa non solo e non tanto alla utilizzazione dei lipidi a scopo energetico, ma anche con l'accumulo di grassi che si verifica nell'embrione degli Uccelli in generale – e nel fegato in particolare – negli stadi di sviluppo che precedono la schiusa.

(14) D. TALLARICO, « Arch. Farmacol. Sperim. », *7*, 535 (1908).

(15) T. KOGA, « Biochem. Zeitschr. », *141*, 430 (1923).

(16) V. ENGELHARDT, R. VAEHNER, « Zurnal eksper. biol. med. », *5*, 335 (1927).

(17) E. REMOTTI, « Ric. Morfol. », *7*, 199 (1927); IDEM, « Ric. Morfol. », *9*, 343 (1929); IDEM, « Ric. Morfol. », *10*, 1 (1930).

(18) R. AMMON, E. SCHUTTE, « Biochem. Zeitschr. », *275*, 216 (1935).

Vi sono infatti alcune osservazioni (Entemann, Lorenz, e Chaikoff, 1940 [19]; Dumm e Levy, 1949 [20]) le quali documentano la cospicua infiltrazione grassa che, assieme ad un aumento della lipemia e della colesterolemia, si ha nel fegato degli Uccelli prima della schiusa, ed alla quale si attribuisce lo stesso significato dell'accumulo prenatale di glicogeno nel fegato del ratto, cioè di riserva per le prime ore di vita indipendente dell'animale.

Considerando che una delle caratteristiche delle lipasi (Baldwin, 1957) [5]) è la facilità con la quale esse catalizzano non solo la idrolisi ma anche la sintesi degli esteri, e che gran parte delle attuali conoscenze sulla reversibilità delle reazioni enzimatiche è derivata dallo studio di questi enzimi, si può pensare che l'attività lipasica del fegato embrionale abbia un significato complesso, che non si esaurisce nella semplice preparazione di acidi grassi destinati alla combustione.

Un'ultima considerazione deriva infine dal confronto tra i risultati della presente ricerca ed il comportamento della attività dipeptidasica nello sviluppo dello stesso organo; anche per questo enzima il massimo di attività viene raggiunto nel fegato in coincidenza con la massima attività proteolitica del tuorlo e con il periodo di prevalente utilizzazione delle proteine; mentre però nel caso della attività dipeptidasica la maturazione di un'attività funzionale enzimatica si sovrappone al periodo in cui morfologicamente si stabilisce un circolo portale e citologicamente compaiono i segni del differenziamento, nel caso della attività lipasica questi fenomeni non avvengono contemporaneamente.

In conclusione, con le presenti ricerche si è visto che l'attività lipasica (substrato: tributirrina) presente nel fegato embrionale del pollo aumenta regolarmente dal 5° al 16° giorno di sviluppo, restando poi invariata fino alla schiusa. Questo comportamento deve essere messo in relazione sia con la utilizzazione dei lipidi vitellini a scopo energetico (la quale nell'embrione degli Uccelli è massima nell'ultima settimana di sviluppo), sia con l'accumulo di grassi che si verifica nel fegato di questi animali negli stadi precedenti la schiusa.

(19) C. Entemann, F. W. Lorenz, I. L. Chaikoff, « J. Biol. Chem. », *133*, 231 (1940).
(20) M. E. Dumm, M. Levy, « J. Cell. Comp. Physiol. », *33*, 373 (1949).

Biologia. — *Coltivazione* in vitro *di cellule umane di origine tumorale (ceppo K. B.) in sospensioni fluide* (*). Nota di Clelia Collotti e Giuseppe Vicari, presentata (**) dal Corrisp. D. Marotta.

La moltiplicazione di cellule animali e umane coltivate *in vitro* in sospensioni fluide sottoposte ad agitazione continua è stata argomento di studio da parte di diversi ricercatori. Owens et al. (1) hanno studiato la moltiplicazione di cellule linfoblastiche tumorali di topo con un sistema di «*tumbling tubes*»; Earle et al. (2,3) hanno coltivato un ceppo di origine unicellulare di fibroblasti di topo in speciali tubi rotanti e in fiasche del volume di 1000–1500 cm^3 agitate mediante un agitatore del tipo New Brunswick. Kuchler et al. (4), hanno studiato il comportamento di fibroblasti del ceppo L in colture sospese agitate ed hanno descritto una curva di moltiplicazione di tipo batterico; essi hanno visto inoltre che queste cellule, se coltivate in sospensione, sono capaci di produrre fibre (5). Graham et al. (6) hanno studiato la moltiplicazione di cellule renali di scimmia in speciali tubi rotanti. Danes (7) ha coltivato cellule del ceppo L, servendosi di un apparato di agitazione precedentemente ideato da Evans et al. (8) per ottenere campioni replicati di sospensioni cellulari. Eichorn (9), McLimans et al. (10), Cherry et al. (11), e Cooper et al. (12) hanno impiegato sistemi di agitazione magnetica per la coltivazione di cellule animali e umane. Recentemente la coltivazione di cellule in sospensione è stata anche effettuata in fermentatori su base industriale, ad opera di Bryant et al. (13) prevalentemente con

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto Superiore di Sanità, Laboratorio di Microbologia. – Roma.

(**) Nella seduta del 9 maggio 1959.

(1) O. H. Owens, M. K. Gey, G. O. Gey, «Ann. N. Y. Acad. Sc.», *58*, 1039 (1954).

(2) W. R. Earle, E. L. Schilling, J. C. Bryant, V. J. Evans, «J. Nat. Cancer Inst.», *14*, 1150 (1954).

(3) W. R. Earle, J. C. Bryant, E. L. Schilling, V. J. Evans, «Ann. N. Y. Acad. Sc.», *63*, 666 (1956).

(4) R. J. Kuchler, D. J. Merchant, «Proc. Soc. Exp. Biol. Med.», *92*, 803 (1956).

(5) D. J. Merchant, R. H. Kalm, «Proc. Soc. Exp. Biol. Med.», *97*, 359 (1958).

(6) A. F. Graham, L. Siminovitch, «Proc. Soc. Exp. Biol. Med.», *89*, 326 (1955).

(7) S. Danes, «Exptl. Cell Res.», *12*, 169 (1957).

(8) V. J. Evans, W. R. Earle, K. K. Sanford, J. E. Shannon, H. K. Waltz, «J. Nat. Cancer Inst.», *11*, 907 (1951).

(9) P. A. Eichorn, citato in J. C. Bryant et al. (13).

(10) W. F. McLimans, E. V. Davis, F. L. Glover, G. W. Rake, «J. Immunol.», *79*, 428 (1957).

(11) W. R. Cherry, R. N. Hull, «Abstr. Tissue Culture Assoc. meeting», Milwaukee, Wisc., Apr. 1956.

(12) P. D. Cooper, A. M. Burt, J. N. Wilson, «Nature», *182*, 1508 (1958).

(13) J. C. Bryant, E. L. Schilling, W. R. Earle, «J. Nat. Cancer Inst.», *21*, 331 (1958).

cellule di origine animale e da McLimans et al. [14,15] con cellule di origine animale ed umana. Infine Graff et al. [16] hanno coltivato cellule del ceppo L e del tumore ascitico di Ehrlich in coltura continua omeostatica, servendosi di un citogeneratore basato sul principio del chemostato di nota applicazione ai batteri.

La presente Nota tratta di un gruppo di esperienze di moltiplicazione di cellule umane di origine tumorale (ceppo K. B.) [17], coltivate a 37° C, per un periodo di 72 ore, in recipienti del volume di 50 e di 100 cm^3, tenuti in agitazione costante.

Materiali e Metodi.

Colture cellulari. – Tutte le esperienze riferite sono state effettuate con cellule del ceppo K.B. Le cellule venivano coltivate in fiasche di Roux del volume di 1000 cm^3, ne seguente terreno di crescita:

Soluzione salina di Hanks	parti	85
Idrolisato di lattoalbumina (sol. 5 %)	»	5
Siero di vitello (inattivato per 30′ a 56° C)	»	10

Allestimento delle sospensioni. – Dopo 4–5 giorni di coltivazione le cellule venivano tripsinizzate, secondo la tecnica di Puck et al. [18], in modo da ottenere delle sospensioni di cellule singole. Dopo allontanamento della tripsina, mediante centrifugazione, le cellule venivano sospese, nella concentrazione desiderata, nel terreno di crescita impiegato per la coltivazione in sospensione agitata.

Terreno di coltura. – Il terreno impiegato per tutte le esperienze di coltura in sospensione aveva la seguente costituzione:

Terreno sintetico 199 ($NaHCO_3$ 0.33 %)	parti	95
Siero di vitello (inattivato per 30′ a 56° C)	»	5

Prima dell'uso ciascun lotto di siero veniva sottoposto ad un controllo, che consisteva nel tenere un campione del siero in esame, per un periodo di tempo di 24 ore, nelle stesse condizioni di temperatura e di agitazione impiegate per le colture in sospensione. I sieri che davano luogo a precipitati venivano senz'altro scartati; inoltre, quei sieri che non avevano dato luogo a precipitati, venivano controllati subito dopo il periodo di agitazione, nei riguardi di una loro eventuale citotossicità, su cellule in colture stazionarie.

Recipienti di coltura. – Sono stati impiegati palloncini di vetro di due volumi differenti, rispettivamente 50 e 100 cm^3, la cui superficie interna veniva ricoperta con un sottile strato di silicone, allo scopo di evitare l'adesione delle cellule al vetro. È stato usato Silicone Dow Corning 1107 in soluzione al 10 % in tetracloruro di carbonio. I recipienti, accuratamente lavati e asciugati, venivano riempiti con la soluzione di silicone quindi svuotati e posti ad asciugare capovolti per 24 ore a temperatura ambiente. Dopo di che venivano tenuti per

(14) W. F. McLimans, F. E. Giardinello, E. V. Davis, C. J. Kucera, G. W. Rake, « J. Bacter. », *74*, 768 (1957).

(15) D. W. Ziegler, E. V. Davis, W. J. Thomas, W. F. McLimans, « Appl. Microbiol. », *6*, 305 (1958).

(16) S. Graff, K. S. McCarty, « Exptl. Cell Res. », *13*, 348 (1957).

(17) H. Eagle, « Proc. Soc. Exp. Biol. Med. », *89*, 362 (1955).

(18) T. T. Puck, S. J. Cieciura, H. W. Fisher, « J. Exp. Med. », *106*, 145 (1957).

2 ore a 180° C in stufa a secco [19]. La siliconatura è indispensabile, perché la semplice agitazione non è sufficiente ad impedire che le cellule si attacchino al vetro.

Sistema di agitazione. – È stato impiegato un agitatore del tipo I.S.S., ideato da Paladino [20]. Il piano di tale agitatore è animato da un moto piano rotatorio, in base al quale tutti i punti di esso descrivono, durante il moto, traiettorie circolari di uguale diametro. Il modello di agitatore utilizzato eseguiva 180 traiettorie circolari per minuto primo.

Conteggio delle cellule. – A intervalli di tempo di 24, 48 e 72 ore dall'inizio dell'esperimento, da ciascuna coltura si prelevava 1 cm^3 di sospensione cellulare, sul quale veniva eseguito il conteggio delle cellule vitali, mediante colorazione con Trypan bleu, con la seguente tecnica: ciascun campione veniva addizionato con un uguale volume di una soluzione di Versenato di sodio (0,04 %) e posto a 37° C per 10'. Si aggiungeva, quindi, 1 cm^3 di soluzione di Trypan bleu (1,5 %) e si procedeva alla conta in emocitometro di Bürker. Per ogni campione il conteggio veniva effettuato su 4 goccie e per ogni goccia venivano contate le cellule contenute nell'intera camera.

Risultati.

Sono state eseguite complessivamente 128 esperienze, delle quali 101 (pari al 79 % del totale) con esito positivo. Sono state considerate positive tutte quelle prove, nelle quali si è avuto, dopo 48–72 ore di coltivazione, un aumento superiore al 20 % rispetto alla concentrazione cellulare iniziale.

I fattori sperimentali presi in considerazione sono stati essenzialmente due, ciascuno con due modalità e precisamente: 1° la concentrazione cellulare con le due modalità di $0,5 \times 10^5$ e di 1×10^5 cellule per cm^3 di terreno e 2° il volume del recipiente di coltura con le due modalità di cm^3 50 e di cm^3 100. I trattamenti considerati sono stati dunque in numero di quattro: 1° $0,5 \times 10^5$ cellule/cm^3 in recipiente da 50 cm^3; 2° $0,5 \times 10^5$ cellule/cm^3 in recipiente da 100 cm^3; 3° 1×10^5 cellule/cm^3 in recipiente da 50 cm^3; 4° 1×10^5 cellule/cm^3 in recipiente da 100 cm^3.

Tabella I.

Distribuzione delle esperienze positive e negative secondo la concentrazione cellulare e il volume del recipiente di coltura.

	$0,5 \times 10^5$ cellule/cm^3			1×10^5 cellule/cm^3		
	numero esperienze	risultato positivo	risultato negativo	numero esperienze	risultato positivo	risultato negativo
recipienti da 50 cm^3 . .	43	31 (72 %)	12 (28 %)	31	26 (84 %)	5 (16 %)
recipienti da 100 cm^3 . .	24	23 (96 %)	1 (4 %)	30	21 (70 %)	9 (30 %)

(19) A. J. Girardi, H. McMichael, W. Henle, « Virology », *2*, 532 (1956).
(20) S. Paladino, « Rend. Ist. Sup. San. », *17*, 1260 (1954).

TABELLA II.

Aumenti percentuali di 84 esperienze raccolte secondo la concentrazione cellulare e il volume del recipiente di coltura.

$0{,}5 \times 10^5$ cellule/cm^3		1×10^5 cellule/cm^3	
recipiente da 50 cm^3	recipiente da 100 cm^3	recipiente da 50 cm^3	recipiente da 100 cm^3
51	202	134	117
55	94	27	31
40	177	216	137
112	60	66	39
176	70	51	40
46	93	148	28
121	57	95	50
94	89	62	52
84	168	63	123
82	127	97	32
95	46	135	130
45	107	99	74
27	66	64	43
34	55	140	186
122	175	142	44
46	29	160	67
95	32	94	46
42	112	97	121
45	93	41	177
78	27	203	144
29	40	59	63
media 72,3	91,3	104,4	83,0

Analisi della Varianza.

Origine della variazione	Devianza	gr. lib.	Varianza	F
Tra recipienti	29	1	29	0,012
Tra concentrazioni cell.	2964	1	2964	1,24
Interazione	8581	1	8581	3,60
Errore	190580	80	2382	—
TOTALI . . .	202154	83	—	—

Inoltre separatamente, nell'ambito di ciascun trattamento, è stato considerato un terzo fattore sperimentale rappresentato dal rapporto tra il volume della fase gassosa e quello della fase liquida all'interno del recipiente di coltura (v.f.g./v.f.l.). Sin dalle prime esperienze era stato notato, infatti, che per ciascun trattamento esistono dei rapporti v.f.g./v.f.l. i quali sono favorevoli alla moltiplicazione cellulare, mentre altri sono nettamente sfavorevoli o permettono soltanto una moltiplicazione limitata. In pratica, quindi, per ogni serie di esperienze con una determinata concentrazione cellulare e un certo volume del recipiente di coltura si agiva in maniera da ottenere una scala di rapporti v.f.g./v.f.l. progressivamente crescenti da 0,39 a 2,33.

Nella Tabella I viene indicata la distribuzione delle esperienze con risultato positivo e di quelle con risultato negativo per ciascuno dei quattro trattamenti.

Nella Tabella II sono stati raccolti, sempre secondo la concentrazione cellulare e il volume del recipiente di coltura, gli aumenti percentuali rispetto alla concentrazione cellulare iniziale di 84 esperienze scelte tra quelle con risultato positivo della Tabella I. Per ogni esperienza è indicato l'aumento percentuale massimo, ottenuto dopo 48–72 ore, e di ogni gruppo di prove è stato calcolato il valore medio dell'aumento.

Dai dati esposti, si può dedurre che le esperienze effettuate non hanno messo in evidenza differenze tra i quattro trattamenti.

Tabella III.

Influenza del rapporto v.f.g./v.f.l. sulla percentuale di risultati positivi in esperienze effettuate con 0,5 × 10^5 cellule/cm^3 in recipienti di coltura del volume di 50 cm^3.

Rapporto v.f.g./v.f.l.	Numero	Esperienze positive (X)	Probabilità positività (p)	Prodotti (pX)
0,39–0,49	15	15	1,0000	15,0000
0,50–0,99	12	8	0,6666	5,3328
1,00–1,49	10	4	0,4000	1,6000
1,50–2,33	6	4	0,6666	2,6664
	43	SX = 31	$\bar{p}$ = 0,7209 $\bar{q}$ = 0,2791	$S_p X$ = 24,5992

χ^2 = 11,18 gr. lib. = 3 P = 0,02

È stata analizzata, quindi, nell'ambito di ciascun trattamento, l'influenza del rapporto v.f.g./v.f.l. Nella Tabella III sono state raccolte, secondo i rapporti v.f.g./v.f.l., le esperienze effettuate con $0,5 \times 10^5$ cellule/cm^3 in recipiente di coltura da 50 cm^3.

Si può notare come le esperienze effettuate con rapporto v.f.g./v.f.l. da 0,39 a 0,49 hanno una probabilità di positività uguale ad 1, mentre le esperienze con rapporto superiore a 0,5 hanno una probabilità di positività del valore di circa 0,5.

L'aumento percentuale medio rispetto alla concentrazione cellulare iniziale, calcolato sulle 15 esperienze effettuate con il rapporto v.f.g./v.f.l. da 0,39 a 0,49, è risultato uguale a 116,9 con una deviazione standard pari a 73,1 e un errore standard della media pari a 18,9.

Conclusioni.

Da quanto è stato sopra riferito si può concludere che le cellule del ceppo K. B. possono essere coltivate in sospensione fluida agitata secondo la tecnica sopradescritta. Particolare importanza assume per ogni concentrazione cellulare/cm^3 di terreno e volume del recipiente di coltura impiegati, il rapporto tra il volume della fase gassosa e il volume della fase liquida all'interno del recipiente. Questo rapporto deve essere tale da determinare condizioni ottimali di aereazione della coltura e permettere, quindi, la moltiplicazione cellulare. Nel caso di una concentrazione cellulare di $0,5 \times 10^5$ cellule/cm^3 di terreno in recipiente del volume di 50 cm^3, è stato dimostrato che la moltiplicazione ottimale si ottiene quando il valore del rapporto, v.f.g./v.f.l. è compreso tra 0,39 e 0,49. Tale moltiplicazione ottimale corrisponde ad una percentuale del 100 % di esperienze positive, con un aumento medio dopo 48–72 ore, rispetto alla concentrazione cellulare iniziale, superiore al 100 %.

Biologia (biochimica). — *Azione dell'albumina sulle attività biochimiche dei mitocondri isolati* (*). Nota di Ernesto Carafoli, Umberto Muscatello e Giovanni Felice Azzone, presentata (**) dal Corrisp. M. Aloisi.

Lewis e Slater [1] e Sacktor [2] notarono che l'albumina di siero migliorava notevolmente la fosforilazione ossidativa dei mitocondri isolati dai muscoli di insetti volatori. Successivamente Berger ed Harman [3] estesero l'osservazione ai mitocondri isolati dal muscolo grande pettorale di piccione. Da queste osservazioni, e da quelle di Watanabe e Williams [4] sui rapporti fra albumina e morfologia dei mitocondri isolati, si concluse che l'albumina esercitava la sua azione fornendo ai mitocondri isolati un ambiente adatto a preservarne l'integrità.

Del tutto recentemente però nuove ricerche di Sacktor [5], di Pullman e Racker [6], Polis e Shmukler [7] hanno portato a conclusioni affatto diverse.

Esperimenti eseguiti nel nostro laboratorio, pur confermando l'osservazione di Berger ed Harman, hanno a loro volta messo in luce alcuni fatti difficilmente spiegabili con una interpretazione puramente fisica dell'azione dell'albumina; tali fatti sembrano invece portare un ulteriore contributo all'ipotesi di un intervento diretto dell'albumina nella catena fosforilante.

Materiali e metodi (1).

Abbiamo preparato i mitocondri dal fegato, dal cuore, e dal muscolo scheletrico del piccione e del ratto. Gli animali erano uccisi per decapitazione e gli organi venivano prelevati il più rapidamente possibile, e raffreddati in un bagno di saccarosio 0,25 M a 0° C. Tutte le operazioni susseguenti si eseguivano a 0°–2° C. I mitocondri di fegato venivano isolati in saccarosio 0,25 M mediante disintegrazione del tessuto con omogeneizzatore di vetro tipo Potter–Elvehjem. Si centrifugava una prima volta a 700 *g* per eliminare i residui di tessuto e quindi una seconda volta a 6000 g. I mitocondri venivano raccolti, lavati, e sospesi nella minima quantità di saccarosio 0,25 M indispensabile per le prove di fosforilazione ossidativa. Prima di eseguire le determinazioni di attività ATPasica, la sospensione veniva diluita fino ad avere una concentrazione di 0,2–0,4 mg di proteina per 0,1 ml.

I mitocondri di cuore e di muscolo scheletrico si preparavano triturando in mortaio di porcellana con sabbia di quarzo come descritto in precedenti

(*) Dal Centro per lo Studio della Fisiopatologia presso l'Istituto di Patologia Generale dell'Università di Modena e della Clinica Neurologica dell'Università di Modena. Questa ricerca è stata eseguita con un contributo della Muscular Dystrophy Associations of America Inc.

(**) Nella seduta del 9 maggio 1959.

(1) Sono state usate le seguenti abbreviazioni: AMP = adenosinmonofosfato; ADP = adenosindifosfato; ATP = adenosintrifosfato; DNF = dinitrofenolo; EDTA = etilendiaminotetracetato; Pi = fosforo inorganico.

lavori [8 , 9]. Il cuore non veniva però passato per tritacarne. Prima di eseguire le determinazioni di attività ATPasica, si diluiva la sospensione fino ad una concentrazione di 0,1–0,3 mg di proteina per 0,1 ml.

Le prove di fosforilazione ossidativa venivano eseguite con la metodica manometrica convenzionale, secondo quanto descritto nel lavoro precedentemente citato [8]. L'unica differenza consisteva nel fatto che l'AMP veniva aggiunto dal braccio laterale, assieme all'esochinasi e al glucosio, alla fine del periodo di equilibrazione.

L'attività ATPasica era misurata all'Ultratermostato Wobser, a 25°C ± ± 0,01. Il mezzo di reazione conteneva in un ml le seguenti sostanze: 40 μM tampone Tris–acetato; 1,25 μM EDTA; 72,5 μM KCl; 2,5 μM NaATP; 0,3 μM DNF (quando necessario). L'albumina, quando veniva aggiunta, aveva una concentrazione finale dello 0,15 %. La reazione si iniziava aggiungendo 0,1 ml della sospensione mitocondriale, e si bloccava dopo 10′ con un ml di acido perclorico 10 %. Il fosforo veniva determinato, dopo filtrazione, secondo Fiske e Subba–Row [10].

L'azoto mitocondriale era determinato, dopo incenerimento, con il micrometodo di Kjeldahl. I tamponi a diverso pH si ottenevano titolando al potenziometro di Beckmann il Tris contro acido acetico, e diluendo fino alla concentrazione 0,2 M.

Tutte le sostanze usate erano prodotti commerciali.

Risultati.

a) *Effetto dell'albumina sulla fosforilazione ossidativa.*

Dalla Tabella I si osserva che l'albumina migliora grandemente la fosforilazione ossidativa dei mitocondri del muscolo grande pettorale di piccione, specialmente fra pH 7 ed 8. Da tale tabella appare evidente che l'effetto si esercita esclusivamente sulla fosforilazione, la quale viene notevolmente esaltata; quest'aumento è particolarmente evidente a pH 7–8. L'albumina, almeno per valori fisiologici del pH, non esercita alcun effetto sulla capacità ossidativa dei mitocondri di muscolo grande pettorale di piccione. Quest'ultimo dato è in contrasto con quanto osservato da Lewis e Slater [1] e da Sacktor [2] per i mitocondri di muscolo di insetti volatori, e da Berger ed Harman [3] per i mitocondri di muscolo grande pettorale di piccione. Va però notato che recenti nostre ricerche sui mitocondri di muscolo scheletrico di ratto mostrano un effetto favorente dell'albumina anche sul tasso respiratorio [11].

b) *Effetto dell'albumina sull'attività ATPasica.*

L'effetto dell'albumina è stato studiato sulla attività ATPasica dei mitocondri di fegato, cuore, muscolo scheletrico, di ratto e di piccione. In assenza di DNF l'albumina sembra abbassare leggermente l'ATPasi latente di tutti i tipi di mitocondri esaminati. Essa però aumenta notevolmente l'attivazione dell'ATPasi da DNF (Tabella II); vale a dire che l'attività

ATPasica ottenuta in presenza di DNF e di albumina (in assenza di Mg) è molto più elevata (anche 2–5 volte) di quella ottenuta in presenza di solo DNF ed in assenza di abumina. Quest'aumento è particolarmente rilevante nei mitocondri di cuore e di muscolo; meno notevole è nei mitocondri di fegato, particolarmente per quanto riguarda il ratto. È importante notare che questa attivazione raggiunge il massimo a pH 7,5–8,5, cioè nello stesso ambito di pH in cui appare massimamente esaltata la capacità fosforilativa.

Tabella I.

pH	6,5		7		7,5		8		8,5	
	senza Alb.	con Alb.	senza Alb.	con Alb.	senza Alb.	con Alb.	senza Alb.	con Alb.	senza Alb.	con Alb.
Q_{O_2} (μlO_2/mg prot./h)	33,2	29,7	49	44,2	54	52,6	56	57,6	33,2	48,2
Capacità fosforilativa (μMP/mg prot./h) .	5,28	7,44	8,7	12,65	10,35	16,7	10,51	19,3	4,04	11,8
P/O	1,76	2,81	1,97	3,20	2,25	3,57	2,07	3,75	1,30	2,74

I risultati sono stati ottenuti con mitocondri di muscolo grande pettorale di piccione; substrato = α — chetoglutarato in presenza di malonato.

Discussione.

Dalle recenti ricerche di Polis e Shmukler si hanno indicazioni per pensare che l'albumina eserciti la sua azione interferendo con una cromoproteina ad azione inibitrice complessa, il mitocromo. Polis e Shmukler hanno notato che questo inibitore si libera dalle preparazioni di mitocondri di fegato di ratto invecchiate o danneggiate, mentre nelle preparazioni fresche è assente o è inattivo. Esso esplica la sua azione trasformando il fosforo legato dai mitocondri (via un ipotetico composto mitocromo $\sim$ P) in fosforo inorganico. Da questa azione risultano ovviamente due conseguenze: 1° una diminuzione della fosforilazione, dovuta al fatto che il fosforo legato dai mitocondri viene liberato come fosforo inorganico anziché essere incorporato come ATP; 2° Una attivazione dell'ATPasi latente; infatti, considerando il sistema in equilibrio ATP $\rightleftarrows$ ADP + X $\sim$ P; X $\sim$ P + mitocromo $\rightleftarrows$ X + + mitocromo $\sim$ P; mitocromo $\sim$ P $\rightarrow$ mitocromo + Pi, se il fosforo legato (come X $\sim$ P) viene trasformato in fosforo inorganico, ne risulterà un aumento della defosforilazione dell'ATP.

L'albumina interferirebbe col mitocromo, ristabilendo sia la fosforilazione dei mitocondri invecchiati o danneggiati, sia riportando alla norma l'ATPasi latente.

TABELLA II.

pH	5,5		6		6,5		7		7,5		8		8,5		9		9,5	
	senza Alb.	con Alb.	senza Alb.	con Alb.	senza Alb.	con Alb.	senza Alb.	con Alb.	senza Alb.	con Alb.	senza Alb.	con Alb.	senza Alb.	con Alb.	senza Alb.	con Alb.	senza Alb.	con Alb.
Muscolo piccione .	19	46	84	66	32	61	79	133	113	362	247	340	141	252	90	234	78	117
Cuore piccione. . .	56	58	147	34	126	25	80	45	547	725	305	872	141	1140	127	234	121	266
Fegato piccione . .	77	91	88	159	105	188	129	201	260	377	122	422	130	789	177	329	41	218
Muscolo ratto . . .	96	127	155	193	158	393	175	515	274	785	147	619	200	339	153	235	298	123
Cuore ratto	198	412	415	714	812	997	145	1630	211	1475	556	4060	373	1652	95	458	68	225
Fegato ratto . . .	56	63	328	446	595	840	858	1385	897	1352	719	667	568	610	389	487	96	129

I valori riportati nella Tabella si riferiscono al percento di attivazione prodotto dal DNF sulla ATPasi latente in assenza di Mg.

Dalle ricerche di Sacktor [5], risulta che l'interazione si esercita a mezzo dei gruppi tiolici della molecola albuminica; quanto al mitocromo, la sua attività sarebbe dovuta ai componenti lipidici della sua molecola [12].

A differenza di quanto accade con i mitocondri epatici, i mitocondri di muscolo di insetto volatore liberano l'inibitore anche nelle preparazioni fresche, oppure sono estremamente sensibili alla sua azione, e quindi richiedono sempre l'albumina. Le nostre osservazioni, ed in parte anche quelle di Berger ed Harman [3], dimostrano che anche i mitocondri di altri muscoli scheletrici e particolarmente quelli di grande pettorale di piccione sono sensibili all'aggiunta di albumina.

Le nostre ricerche dimostrano inoltre che l'albumina attiva fortemente l'ATPasi da DNF, in tutti i mitocondri muscolari, sia di cuore che di muscolo scheletrico, di piccione e di ratto. Dato che oggi si ammette che il DNF agisca scindendo un composto intermedio contenente un legame $\sim$ P, si può pensare, nell'ambito dell'ipotesi del mitocromo, che quest'ultimo reagisca con tale composto prima che esso subisca l'effetto idrolizzante del DNF. Il mitocromo pertanto determinerebbe sia un aumento dell'ATPasi latente, sia una diminuzione dell'attivazione prodotta dal DNF sull'ATPasi. L'albumina, bloccando l'inibitore, oltre a provocare una diminuzione dell'ATPasi latente, ristabilirebbe l'azione del DNF, permettendo pertanto nuovamente l'attivazione dell'ATPasi.

Ci sembra interessante notare che sia l'effetto sull'ATPasi da DNF, come l'effetto sulla fosforilazione ossidativa, si esercitano agli stessi valori di pH. Questo potrebbe rappresentare una ulteriore prova, sia pure indiretta, del fatto che i due effetti dell'albumina da noi osservati sono in relazione con la stessa catena di fenomeni.

Si deve ancora aggiungere che noi non abbiamo notato alcuna azione dell'albumina sull'attività ossidativa dei mitocondri di muscolo scheletrico di piccione, mentre al contrario [11] l'albumina stimola considerevolmente la respirazione dei mitocondri di muscolo scheletrico di ratto. Ciò potrebbe indicare un intervento dell'albumina non soltanto a livello della catena fosforilativa ma anche della catena respiratoria. Ulteriore lavoro sarà necessario per chiarire tale questione.

Bibliografia.

[1] Lewis S. E., Slater E. C., « Biochem. J. », *58*, p. 207 (1954).
[2] Sacktor B., « J. Gen. Physiol. », *37*, p. 343 (1954).
[3] Berger M., Harman J. W., « Amer. J. Phys. Med. », *34*, p. 467 (1955).
[4] Watanabe M. I., Williams C. M., « J. Gen. Phys. », *36*, p. 71 (1953).
[5] Sacktor B., O'Neill J. J., Cochran D. G., « J. Biol. Chem. », *233*, p. 1233 (1958).
[6] Pullman M. E., Racker E., « Science », *123*, p. 1105 (1956).
[7] Polis B. D., Shmukler H. W., « J. Biol. Chem. », *227*, p. 419 (1957).
[8] Azzone G. F., Carafoli E., « Ric. Sci. », *28*, p. 2256 (1958).
[9] Azzone G. F., Carafoli E., « Ric. Sci. », *28*, p. 2501 (1958).
[10] Fiske C. H., Subba-Row Y., « J. Biol. Chem. », *66*, p. 375 (1925).
[11] Buffa P., Azzone G. F., Carafoli E., Muscatello U., dati non ancora pubblicati.
[12] Hülsmann W. C., Elliott W. B., Rudney H., « Bioch. Biophys. Acta. », *27*, p. 663 (1958).

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Giordani comunica la dolorosa notizia della tragica scomparsa, avvenuta l'8 corrente a Napoli, del Socio Nazionale prof. Renato Caccioppoli, della Categoria I, Sezione Matematica.

Dopo aver ricordato la figura dello scienziato, eminente per il suo ingegno e per le mirabili intuizioni, il Presidente ne esalta, con commosse parole, la profonda umanità e la grande bontà dell'animo, rivolgendo alla memoria del Collega immaturamente scomparso, al quale fu unito da vincoli di antica e sincera amicizia, un reverente ed affettuoso saluto.

Comunica poi che la Classe ha subìto un'altra grave perdita con la morte del prof. Luigi Brusotti, Socio Corrispondente della Categoria I, Sezione Matematica, spentosi il 30 aprile u. s.

I compianti Soci Caccioppoli e Brusotti saranno degnamente commemorati dall'Accademia in una delle prossime adunanze.

Il Presidente comunica quindi che il Collega Severi, al quale egli, in conformità del voto espresso dalla Classe nell'adunanza dell'11 aprile u. s., ha inviato un telegramma augurale in occasione dell'80° genetliaco, ha risposto ringraziando per il messaggio che gli è giunto particolarmente gradito, sia per l'affettuoso ricordo dei Colleghi, sia perchè l'Accademia dei Lincei fu la prima che accolse i suoi lavori 59 anni fa, all'inizio della sua carriera scientifica.

COMUNICAZIONI VARIE

Il Presidente porge il cordiale saluto della Classe e suo personale al prof. L. Escande, membro dell'Accademia delle Scienze di Parigi e Direttore della Scuola Nazionale Superiore di Elettrotecnica e d'Idraulica di Tolosa, alla Signora prof. Pelagheja Polubarinova Kocina, membro dell'Accademia delle Scienze dell'URSS e Direttrice della Sezione di Idromeccanica dell'Istituto di Meccanica di Novosibizsk e al dott. Geza Freud dell'Università di Budapest, presenti in aula.

Il Presidente, riferendosi a quanto già comunicato alla Classe nella seduta del 14 febbraio u. s., ricorda che il Premio Internazionale per le Comunicazioni «Cristoforo Colombo» 1959, riservato quest'anno alle telecomunicazioni, sarà conferito nella ricorrenza del Columbus day (12 ottobre), durante le celebrazioni che la Città di Genova indice ogni anno in tale occasione.

Le segnalazioni motivate delle persone o degli enti, ritenuti meritevoli del premio, in considerazione del lavoro scientifico e tecnico svolto nell'ultimo quadriennio, debbono pervenire entro il 30 giugno p. v. alla Presidenza del Consiglio Nazionale delle Ricerche per essere sottoposte alla competente Commissione giudicatrice.

Il Presidente riterrebbe opportuna una designazione anche da parte dell'Accademia e rivolge quindi preghiera ai Soci di voler esaminare la possibilità di formularla e di trasmetterla, entro i predetti termini, al C.N.R.

PLICHI SUGGELLATI

Il Presidente informa la Classe che il Socio Severi ha inviato alla Cancelleria un plico suggellato, a nome del suo antico collaboratore prof. Umberto Bini, comunicando che tale plico potrà essere aperto soltanto su richiesta sua o del suddetto prof. Bini, in quanto contiene un risultato matematico importante ottenuto dal Bini, che potrà costituire oggetto di una Nota da presentare all'Accademia.

Il Presidente ricorda che, in base ad una deliberazione adottata dalle Classi riunite nello scorso anno, l'Accademia decise di abrogare la prassi concernente l'accettazione e la conservàzione di plichi suggellati ai fini della priorità scientifica e aggiunge che tale delibera non è suscettibile di eccezioni. Nella fattispecie, però, si tratta di un plico contenente uno studio destinato ad essere pubblicato negli Atti accademici, previa regolare presentazione di un Socio illustre ed autorevole quale è il Collega Severi.

Il Presidente pertanto ha ritenuto opportuno accettare il plico, che presenta alla Classe, proponendo che lo stesso sia conservato in Cancelleria fino a quando il prof. Severi lo presenterà per la pubblicazione negli Atti.

La proposta del Presidente viene approvata all'unanimità.

CONGRESSI

Il Presidente informa i Colleghi che l'Accademia è stata invitata ai seguenti Congressi:

1) Convegno Nazionale Problemi Medici e Sociali del Lavoro Marittimo – Palermo, 31 maggio – 1–2 giugno 1959.

2) The Iron and Steel Institute – Special Meeting on the North–East Coast, 1959 – Londra, 6–10 luglio 1959.

3) III Simposio Internazionale di Agrochimica sui problemi dell'azoto in agricoltura – Siviglia, 17–22 ottobre 1960.

Se qualche Socio avesse in animo di prender parte, per suo conto, ad alcuna di tali manifestazioni, la Presidenza sarebbe lieta di affidargli la rappresentanza dell'Accademia.

Il prof. Giordani dà poi notizia che dal 4 al 9 giugno c. a. avrà luogo, a Trieste, la 47ª riunione della Società Italiana per il Progresso delle Scienze e si riserva di nominare, d'accordo con la Classe, una delegazione accademica da inviare alla suddetta manifestazione.

PRESENTAZIONE DI NOTE E MEMORIE

Presentano Note, per la pubblicazione nei Rendiconti, i Soci Sansone, Segre, Bonino, Caglioti, Stefanelli, E. Bompiani e Signorini.

Viene letto l'elenco delle Note pervenute alla Cancelleria.

Le seguenti Note saranno pubblicate in fascicoli successivi:

Severi F. – Sulle irregolarità delle varietà algebriche.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Presidente è lieto di presentare alla Classe i fascicoli 2 e 3 (febbraio e marzo) dei Rendiconti e desidera mettere in evidenza il lusinghiero ritmo della pubblicazione, ottenuto principalmente per merito dei Segretari accademici, ai quali rinnova i più vivi ringraziamenti.

Il Segretario accademico presenta le pubblicazioni inviate in omaggio all'Accademia.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 9 maggio 1959

ALBERTI Giuseppe. — *Un problema di Sanità Pubblica: la difesa dagli insetticidi in agricoltura.* Roma, Istituto di Medicina Sociale, 1959. Pp. 29, in-8° (Argomento di Medicina Sociale, 10).

BISI A. and ZAPPA L. — *On the decay of 185 w.* Estr. da « Il Nuovo Cimento », vol. X, 1059 (Istituto di Fisica Sperimentale del Politecnico di Milano. [Pubblicazioni], n. 55).

BOSSOLASCO Mario. — *L'attività svolta dall'Istituto Geofisico dell'Università di Genova nel quadro dell'anno Geofisico Internazionale 1957-1958.* Estr. da « Geofisica e Metereologia », vol. VII, 1959, n. 1-2.

BRIČKIN A. V. i LOSICKIJ V. V. — *Razrabotka mestorožděnij nebol'šimi kaz'erami.* Alma-Ata, Izdatel'stvo Akademii Nauk Kazahskoj SSR, 1958. Pp. 188, in-8°, con figg.

CANDIOLI Primo. — *Aspetti dell'Agricoltura negli Stati Uniti.* Estr. da « Atti della Accademia Roveretana degli Agiati », a. accademico 205, s. 5ª, vol. V, 1956.

— *La coltura delle pomacee in Italia: aspetti, problemi, attese.* Estr. da « Agricoltura delle Venezie », 1959, gennaio.

— *L'importanza della mezzadria nelle trasformazioni fondiario-agrarie.* Estr. da « Agricoltura delle Venezie », 1958, nov-dic.

CARTISANO Domenico. — *Igino Cocchi.* Relazione al Raduno Conviviale del 27 giugno 1956 ultimo dell'anno rotariano all'Albergo Italia di Marina di Massa. Borgotaro, Tip. C. Cavanna, s. d. Pp. 13, in-8° (Rotary Club di Carrara e Massa).

FAERMAN E. M. — *Razvitie otečestvennoj gornoj nauki.* Moskva, Izdatel'stvo Akademii Nauk SSSR, 1958. Pp. 232, in-8°, con figg.

FASANA A. and SANGIUST V. — *Intensity of a po-be neutron source with n-γ coincidence method.* Estr. da « Energia Nucleare », vol. V, 1958, n. 12 (Istituto di Fisica Sperimentale del Politecnico di Milano. [Pubblicazioni], n. 56).

GEREVINI T. and LAZZARINI E. — *Some experiments on the* Sr^{2+} *uptake by* MnO $(OH)_2$. Estr. da « Energia Nucleare », vol. V, 1958, n. 12 (Istituto di Fisica Sperimentale del Politecnico di Milano. [Pubblicazioni], n. 57).

GRAF A. — *Das Seegravimeter. Beschreibung eines Verfahrens und einer Einrichtung zur Messung der Schwerkraft auf Schiffen.* Estr. da « Sonderdruck aus Zeitschrift für Instrumentenkunde », 1958, n. 8.

LAZZARINI E. — Vedi: GEREVINI T. and LAZZARINI E.

LOSICKIJ V. V. — Vedi: BRIČKIN A. V. i LISICKIJ V. V.

LUMSED C. E. — *Nourishing brain cells.* Leeds, Leeds University Press, 1959. Pp. 23, in-8°.

Lunigiana (La) commemora Igino Cocchi a Terrarossa di Licciana Nardi (6 luglio 1958). Borgotaro, Tip. C. Cavanna, 1958. Pp. 56, in-8°, con tavv.

MICHAL Aristotle D. — *Le calcul différentiel dans les espaces de Banach.* Traduit de l'Anglais par E. Mourier. Préface de Maurice Fréchet. Vol. I: *Fonctions analytiques - Équations intégrales.* Paris, Gauthier Villars, 1958. Pp. XIV-159, in-8° (Collection de Monographies sur le Théorie des Fonctions publiée sous la direction de M. Émile Borel).

MONTALDO Paolo. — *I marmi statuari di Monte Lapanu (Teulada-Sardegna Sud-Occidentale).* S.n.t.. Pp. 29, in-8°, con figg. e tavv. (Regione Autonoma della Sardegna. Assessorato all'Industria e Commercio. Università degli Studi di Cagliari. Istituto di Geologia Applicata).

MOURIER E. — Vedi: MICHAL Aristotle D.

PANNARIA Francesco. — *Simmetria e asimmetria. Mondo e antimondo.* Estr. da « Bol-

lettino della Federazione Nazionale degli Ordini dei Chimici », n. 1 e sgg.

SANGIUST V. — Vedi: FASANA A. and SANGIUST V.

TROISI Fortunato Maria. — *Indagine statistica di correlazione fra professione e malattie mentali su 14.395 ricoverati in ospedali psichiatrici*. Pp. 12 dattiloscritte con 2 prospetti grafici e curriculum vitae dell'A.

VINCENT Maxime. — *Du principe de Carnot comme loi fondamentale du systéme du monde*. Deuxième édition revue et augmentée. Paris, Librarie Fischbacher, 1959. Pp. 60, in–8°, con figg.

ZAPPA L. — Vedi: BISI A. and ZAPPA L.

A. SIGNORINI e G. COTRONEI.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Seduta del 1° giugno 1959

Presiede il Presidente FRANCESCO GIORDANI

NOTE DI SOCI

Geologia. — *Sulle misure di temperatura nel traforo del Monte Bianco* (*). Nota di SERGIO OLIVERO e FRANCESCO PENTA (**), presentata (***) dal Corrisp. F. PENTA.

Il programma di indagini che sarà realizzato durante il traforo del Monte Bianco comprende, tra l'altro, misurazioni della temperatura del sottosuolo anche allo scopo di stabilire un confronto con i valori prevedibili in base alle trattazioni teoriche (ad esempio di Somigliana, Vercelli, ecc.) relative all'andamento del gradiente geotermico nel sottosuolo dei rilievi montuosi.

Le difficoltà che si presentano per una tale indagine dipendono dalla necessità di raccogliere valori delle temperature sotterranee che siano quanto più possibile prossime a quelle effettivamente regnanti nel sottosuolo in condizioni naturali, preesistenti cioè all'esecuzione della galleria.

Le difficoltà sono essenzialmente di due tipi: uno è dovuto all'influenza temporanea che la preparazione delle sedi nelle quali installare i termometri

(*) Lavoro eseguito nel Centro di Studi per la Geologia Tecnica del C.N.R., presso l'Istituto di Geologia Applicata e di Giacimenti Minerari dell'Università di Roma (Facoltà di Ingegneria).

(**) L'impostazione generale della Nota e le conclusioni sono dovute ad ambedue gli autori; lo sviluppo delle applicazioni è stato curato da Olivero.

(***) Nella seduta del 1° giugno 1959.

esercita sullo stato termico originario delle rocce in prossimità del punto di misura, l'altro, ben più rilevante, è dovuto all'effetto permanente che l'esecuzione del traforo determina sul regime termico dell'interno della montagna.

Nel seguito si chiariranno meglio questi due ordini di difficoltà, per concludere poi sulle particolarità esecutive dell'impianto delle misure, atte a superare gli inconvenienti accennati e specialmente quelli, di maggiore influenza, dovuti alla galleria.

La misurazione della temperatura del sottosuolo deve essere sempre eseguita con accorgimenti particolari, in modo da ridurre entro limiti accettabili anche i disturbi che si apportano al regime termico preesistente con l'esecuzione delle operazioni necessarie per le misure.

Dato che le misure di temperatura vanno fatte ad una discreta distanza dalle pareti del traforo, per ridurre al minimo i turbamenti delle condizioni termiche originarie, converrà raggiungere i punti di misura mediante fori ricavati con uno dei vari sistemi di trivellazione. Con le attrezzature attualmente a disposizione, oltretutto, non vi sono più vincoli per la direzione nello spazio di perforazioni anche di notevole lunghezza, per cui a questo riguardo non si presentano ormai difficoltà tecniche per l'ubicazione dei termometri nei punti più opportuni.

I turbamenti dovuti all'esecuzione di fori da sonda di piccolo diametro sono di regola modesti e comunque solo temporanei. Infatti, in un tempo sempre relativamente breve (al massimo dell'ordine di qualche settimana), gradualmente si ristabilisce al fondo del foro la situazione termica iniziale. Se non intervengono altri disturbi, la differenza tra i valori misurati e quelli originari può pertanto rendersi piccola a piacere prolungando nel tempo le osservazioni.

La misurazione della temperatura originaria del sottosuolo dall'interno di trafori aperti presenta invece problemi più complessi e comunque sempre di maggiore entità.

La distribuzione della temperatura del sottosuolo tende, con il tempo, anche in questo caso, a divenire di nuovo stazionaria, assumendo però un assetto diverso da quello iniziale. Per le inevitabili circolazioni di aria e di acqua dovute al permanere della galleria, le condizioni termiche della massa rocciosa circostante subiscono, rispetto a quelle originarie, modifiche persistenti che, nell'immediato intorno della galleria stessa, possono essere anche cospicue.

Nell'eseguire le misure in un foro da sonda realizzato a partire da gallerie, non è, pertanto, sufficiente attendere che diventino trascurabili le modificazioni causate dalla perforazione stessa, ma è necessario che la lunghezza dei fori sia tale che le modificazioni termiche causate dalla galleria possano ancora in quel momento considerarsi trascurabili (rispetto, s'intende, all'approssimazione richiesta) alla distanza dalla galleria stessa cui le misure si eseguono.

Per una razionale ubicazione dei punti di misura, risulta quindi necessario valutare le modificazioni termiche nella massa di roccia, in funzione

del tempo e dei principali fattori di disturbo determinati dalla esistenza del tunnel.

Tra questi fattori, hanno importanza fondamentale gli scambi termici tra la roccia e l'atmosfera sempre rinnovantesi del traforo e, comunque, le differenze che si vengono a determinare tra la temperatura della parete della galleria e quella originaria della roccia [1].

Per un esame quantitativo di prima approssimazione dell'influenza di tali scambi termici sulla distribuzione della temperatura, consideriamo, ad esempio, che in una galleria a sezione circolare, molto profonda, la temperatura della parete, a partire dal momento dello scavo, sia mantenuta ad un valore θ_p diverso da quello θ_o originario della roccia; supponiamo inoltre, per semplicità, che la temperatura della roccia nell'intorno della galleria stessa sia stata originariamente uniforme [2].

In funzione del diametro della galleria e dei valori del calore specifico c, della conducibilità termica C e del peso specifico γ della roccia, è possibile calcolare le variazioni della temperatura in funzione della distanza dalla parete della galleria e del tempo trascorso dallo scavo.

A titolo di esempio, nella fig. 1 [3] sono riportati i valori per $d = 10$ m, $c = 2{,}1$ Cal/kg °C, $C = 3{,}6$ Cal/mh °C [4], $\gamma = 2650$ kg/m^3.

Per raggiungere un'idea più precisa delle modifiche termiche della roccia in un caso concreto, è stata anche calcolata (vedi fig. 2) la variazione nel tempo della temperatura di punti situati rispettivamente a distanza di 2,5, 10, 30 e 45 metri dalla parete della galleria, nell'ipotesi di una differenza di 20° C ($\theta_o = 40°$ C, $\theta_p = 20°$ C) tra la temperatura originaria della roccia e la temperatura creata sulla parete del traforo.

Dai diagrammi riportati risulta che in una galleria di grande sezione (stradale o ferroviaria), con valori di $(\theta_o - \theta_p)$ dell'ordine della diecina di gradi, a distanza di qualche metro dalla parete gli scarti dalla temperatura originaria possono essere sensibili – anche dell'ordine dei gradi – già pochi

(1) La temperatura delle rocce, in gallerie molto profonde, può essere dell'ordine di alcune decine di gradi più alta della temperatura media annuale a pari altitudine anche solo per effetto del gradiente geotermico. Dato che nell'ambiente sotterraneo si cerca di mantenere la temperatura al di sotto di 30° C per non rendere eccessivamente disagevole la permanenza delle persone, differenze dell'ordine di 10–20° C tra la temperatura originaria della roccia e quella dell'atmosfera non sono infrequenti (per esempio nel traforo del Sempione furono riscontrati 53° C nella roccia, a 1,5 m di distanza dalla parete e poche ore dopo lo scavo, e 25° C nell'atmosfera della galleria, vedi BIADEGO, 1906).

(2) Tale assunzione appare legittima se il diametro del traforo è trascurabile rispetto alla distanza dalla superficie esterna.

(3) Il calcolo dei diagrammi delle figg. 1 e 2 è stato eseguito in base ai valori forniti da JAEGER (1955) per la soluzione del problema della trasmissione del calore, in regime non stazionario, in un mezzo indefinito, inizialmente a temperatura uniforme, limitato internamente da una superficie cilindrica portata istantaneamente e conservata ad una data temperatura. Per una trattazione teorica più completa vedi anche CARSLAW e JAEGER (1959).

(4) Valore questo che è fra i più elevati riportati dalla letteratura per rocce granitiche.

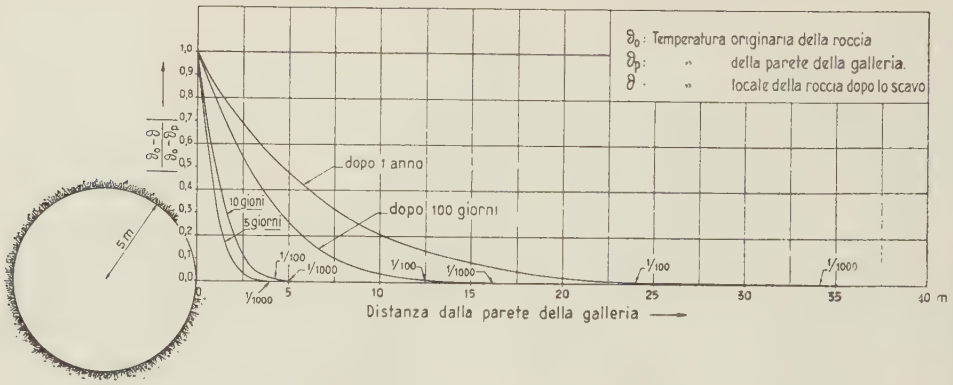


Fig. 1. – Variazioni della temperatura della roccia nell'intorno di una galleria, in funzione della distanza dalla parete e dopo 5, 10, 100 giorni ed un anno dallo scavo.

giorni dopo lo scavo, mentre a distanze di 30–40 metri gli scarti stessi sono esigui anche dopo parecchi mesi (5).

Nelle condizioni dell'esempio di cui alla fig. 2, una temperatura della roccia, che si approssimi di non meno di 0,2° C a quella originaria, potrebbe teoricamente (e cioè se le perturbazioni fossero solo dovute alla ventilazione ed alla conducibilità termica interna delle rocce) misurarsi non solo dopo un

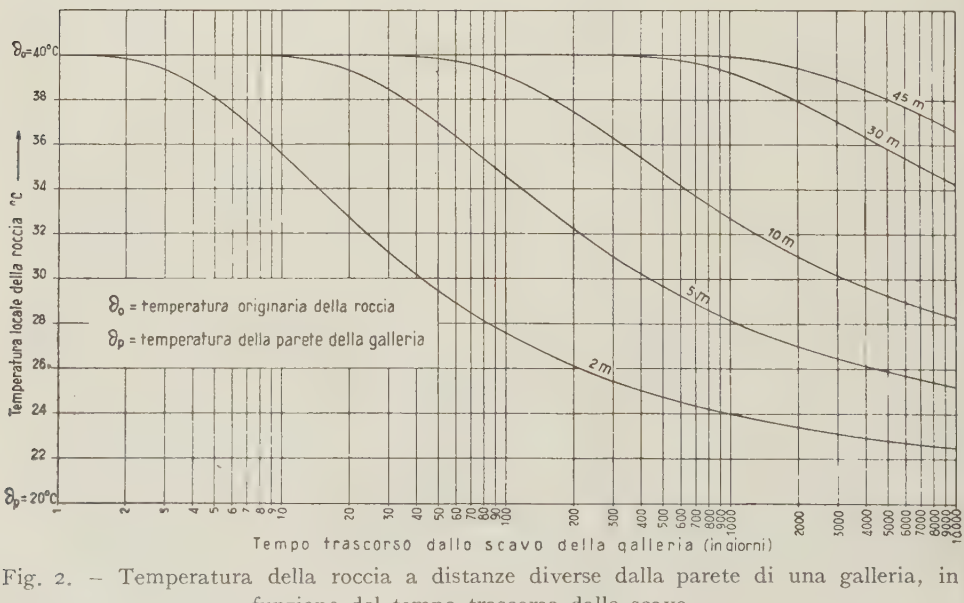


Fig. 2. – Temperatura della roccia a distanze diverse dalla parete di una galleria, in funzione del tempo trascorso dallo scavo.

(5) Ciò, ben inteso, vale solo se le modificazioni del regime termico originario siano dovute ad una sola galleria; ben più complessa sarebbe la trattazione se il sottosuolo fosse attraversato da più gallerie, a non grande distanza reciproca, come per esempio si verifica nelle miniere.

anno dallo scavo a circa 25 m, o dopo tre mesi a circa 12 m, ma anche dopo cinque giorni a circa 3 m e dopo un giorno a meno di 2 m [6].

Tuttavia, tenendo conto anche di altri fattori, si dimostra che non si può raggiungere una tale approssimazione a mezzo di misure eseguite in punti così prossimi al traforo. Infatti in prossimità della parete della galleria possono risentirsi gli effetti dei disturbi locali come ossidazione di costituenti della roccia a contatto dell'atmosfera e, in misura minore, a circolazione di aria nelle fratture della roccia, calore sviluppato dagli esplosivi ecc., la cui valutazione quantitativa potrebbe risultare laboriosa e imprecisa.

Pertanto, maggiore garanzia di approssimazione presentano le misure effettuate a distanze relativamente forti dalla galleria, anche se eseguite a parecchi mesi dallo scavo. Nell'esempio sopra considerato, stimando a circa tre mesi l'intervallo di tempo che deve passare, per ragioni organizzative, prima che si possano eseguire i fori da sonda per installare i termometri e prima che diventino trascurabili i turbamenti termici causati dai fori stessi, quando si desideri un'approssimazione di 0,2° C, i termometri dovrebbero essere ubicati a non meno di 12 m dalla parete. Sempreché non vi siano condizioni di termalità eccezionali, già ad una distanza di una ventina di metri dalla parete si potrebbe contare su una tale approssimazione con adeguato margine di sicurezza; ciò varrebbe anche se la differenza tra temperatura originaria e temperatura della parete e le caratteristiche termiche della roccia fossero state stimate soltanto grossolanamente [7].

Il criterio sopra indicato non sempre è stato seguito sistematicamente in passato nelle misurazioni delle temperature delle rocce nei trafori alpini. Per esempio, nel traforo del Sempione (Biadego, 1906), anche con differenze tra temperature della roccia e dell'atmosfera della galleria localmente di oltre venti gradi, gran parte delle misure risulta effettuata in fori da mina di m. 1,50, da tre a quindici giorni dopo lo scavo. Benché le dimensioni della galleria fossero circa metà di quelle considerate nel calcolo di massima riportato più sopra, è lecito per lo meno sospettare che l'approssimazione dei valori misurati alla temperatura originaria della roccia sia stata molto inferiore all'approssimazione di misura (decimo di grado).

Anche eseguendo le misure a grande distanza dalla galleria, molte incertezze possono tuttavia sussistere sull'approssimazione alla temperatura ori-

(6) Queste cifre hanno, ben inteso, solo valore indicativo.

(7) Nel concretare, sulla base dello studio sopra sommariamente esposto, l'impianto delle misure come specificato in appendice, si è fatta astrazione dal perturbamento termico provocato dal tronco di galleria già perforato alle spalle della progressiva corrispondente a ciascuna stazione di misura.

Già intuitivamente appare lecito prescindere da questa influenza, dato che turbamenti di una certa entità (per esempio 0,2° C) del regime termico preesistente si propagano nella massa di roccia con velocità estremamente lenta rispetto alla velocità di avanzamento dello scavo della galleria (alcuni metri al giorno). S'intende che il confronto dei diagrammi di temperatura relativi alle stazioni di misura scaglionate a diverse progressive lungo la galleria, potrà confermare o meno l'attendibilità di una tale previsione ed eventualmente fornire gli elementi per un'opportuna correzione dei risultati.

ginaria di valori misurati in rocce acquifere, quando l'esecuzione del traforo abbia determinato turbamenti sensibili del regime idrologico del sottosuolo (modificando la naturale circolazione delle acque, o addirittura ponendo in movimento acque, che prima erano in quiete).

Da un lato infatti, con le tecniche di misura normalmente impiegate, in formazioni acquifere si misurerebbe in ogni caso una temperatura praticamente coincidente con quella locale dell'acqua, non più necessariamente in equilibrio termico con la roccia.

D'altro lato, gli « spostamenti di calore » tramite acqua in movimento possono essere molto più rapidi, cospicui e localizzati che non quelli relativi alla conduzione interna della roccia; anche a distanze notevoli dalla galleria potrebbero quindi misurarsi valori della temperatura sensibilmente diversi da quelli originari e senza più alcun rapporto con questi.

Le variazioni della temperatura originaria eventualmente prodottesi per questa via potrebbero essere particolarmente sensibili qualora si venisse a turbare la circolazione naturale di acque aventi una temperatura molto diversa (in ambo i sensi) da quella delle rocce circostanti.

In base a quanto sopra esposto, è stato fissato un programma di indagini che riteniamo utile riportare in appendice alla presente Nota.

PROGRAMMA DI MASSIMA PER LE MISURE DI TEMPERATURA DEL SOTTOSUOLO NEL TRAFORO DEL M. BIANCO

1. – Premesse.

a) Scopo delle misure è la determinazione della temperatura del sottosuolo che non differisca da quella originaria, regnante prima dello scavo della galleria, più di 0,2° C.

Le misurazioni saranno eseguite mediante termometri collocati in fori da sonda di piccolo diametro. La profondità dei fori sarà fissata in modo che i termometri si trovino ad una distanza dalla parete della galleria sufficiente a che le variazioni della temperatura originaria causate dalla galleria stessa siano, nell'intorno del punto di misura, inferiori alla approssimazione richiesta (0,2° C).

b) Le installazioni termometriche avranno carattere semipermanente: esse sono cioè destinate a rimanere in funzione anche dopo il completamento della galleria.

c) Si prevede inoltre di eseguire misure delle temperature della roccia seguendo le modalità impiegate in passato durante gli scavi dei grandi trafori alpini secondo le indicazioni fornite da Giordano (1871), Biadego (1906), Schardt (1914).

2. – Stazioni di misura.

In corrispondenza della progressiva prescelta per la ubicazione di una stazione di misura, è previsto lo scavo, nella parete della galleria, di una traversa o nicchia profonda alcuni metri, dalla quale sia possibile eseguire fori da sonda, senza intralciare il transito ed il lavoro nella galleria.

Dal fondo cieco di tale traversa saranno eseguiti 3 fori da sonda di piccolo diametro, (per esempio 30–50 mm) circa orizzontali e perpendicolari all'asse della galleria, rispettivamente della lunghezza di circa 15, 20 e 30 m. (Le profondità qui riportate sono indicative; esse potranno essere precisate di volta in volta in base al tempo intercorso tra lo scavo e la esecuzione dei fori stessi ed alle condizioni termiche locali, stimate in linea di massima).

Al fondo di ciascun foro da sonda sarà collocato un termometro elettrico a resistenza; il foro sarà successivamente riempito con materiale isolante insensibile all'acqua e suggellato.

I cavi, facenti capo a ciascun termometro, saranno collegati ad un indicatore di temperatura registratore, a 6 curve, con approssimazione maggiore di 0,2° C, e con intervallo di scala fissato in relazione al campo nel quale prevedibilmente ricadranno le misure (per esempio 10°–30° e 20°–50°).

A ciascun potenziometro registratore sarà collegato un interruttore orario che automaticamente inserisca il dispositivo di misura e registrazione soltanto per brevi intervalli entro la giornata. (Dato lo scopo delle misure e la evoluzione prevedibilmente lentissima del fenomeno oggetto dell'osservazione, una registrazione continua sarebbe infatti inutile).

L'equipaggiamento della stazione sarà completato da un termometro elettrico a resistenza, collocato nella traversa sede della stazione di misura e da un altro termometro situato nella galleria in prossimità della stazione stessa, allo scopo di mantenere in osservazione anche le temperature dell'aria nei rispettivi ambienti. Entrambi i termometri saranno collegati al registratore di cui sopra si è detto.

3. – Ubicazione delle stazioni di misura.

Di regola le stazioni saranno ubicate, alternativamente su uno e sull'altro lato della galleria, a distanza reciproca di 300–500 m. Le stazioni saranno installate, man mano che progredirà lo scavo della galleria, alla distanza minima dal fronte di avanzamento che non porti intralcio al lavoro di scavo.

Pur avendo cura di conservare l'intervallo tra le singole stazioni non molto variabile, si cercherà di eseguire le misure in rocce non acquifere o, comunque, non sede di cospicua circolazione di acqua.

In formazioni acquifere, le misure di temperatura potranno essere adeguate alle condizioni idrogeologiche locali ed al relativo regime, non più stazionario, determinatosi con l'incisione delle vene d'acqua.

4. – Misure di temperatura secondo le modalità seguite in passato durante lo scavo dei trafori alpini.

Si prevede l'esecuzione di misure di temperatura in fori da mina di piccola profondità (di regola 1,50 m) mediante termometri a mercurio e termometri elettrici.

I fori da mina necessari per tali misure, in linea di massima, saranno eseguiti nella parete della galleria in prossimità delle stazioni di cui ai punti 2) e 3) e, di regola, lungo la galleria almeno ogni 200 m. Le misure di temperatura, con termometri a mercurio o elettrici, dovrebbero avere inizio per ciascun foro da sonda dopo non più di tre giorni dallo scavo ed essere ripetute a intervalli di qualche giorno per un periodo di almeno 15 giorni.

Bibliografia.

BIADEGO G. B., *I grandi trafori alpini, Frejus, S. Gottardo, Sempione ed altre gallerie*. Ed. U. Hoepli; Milano 1906.

CARSLAW H. S. e JAEGER J. C., *Conduction of heat in solids*. Ed. Oxford University Press; Oxford 1959.

GIORDANO F., « Boll. R. Com. Geol. It. » *2*, 1 (1871).

JAEGER J. C., « J. Math. Phys. », *34* (1955).

PENTA F., « Ann. di Geof. », *8*, 3 (1954).

SCHARDT H., Festschrift der Dozenten der Universität Zürich, 1914.

Fisiologia. — *Effetti della interruzione bilaterale cronica del* brachium pontis *ovvero del* brachium conjunctivum *sulla reazione cortico-cerebellare destata nel Gatto da impulsi di origine visiva* (*). Nota di Ettore Fadiga, Gian Pietro von Berger e Giulio Cesare Pupilli, presentata (**) dal Socio G. C. Pupilli.

Queste indagini concernono il medesimo problema odologico esaminato nella Nota precedente (1) e sono state eseguite a fine di integrare e verificare con diverso procedimento i risultati già ottenuti. Gli effetti prodotti sull'attività elettrica corticocerebellare dagl'impulsi trasmessi per la via ottica sono stati studiati, con le presenti ricerche, in Gatti operati di interruzione bilaterale cronica del peduncolo cerebellare medio o di quello superiore, ossia delle formazioni anatomiche da cui mediante la stimolazione elettrica del N. ottico o quella fotica si possono registrare scariche cerebellipete. Le condizioni sperimentali che consentono di documentare tali scariche, sono descritte nella Nota citata: in quella e nel lavoro *in extenso* il lettore troverà esposti anche i dati morfologici che abbiamo tenuti presenti per impostare il problema qui indagato.

La interruzione completa delle vie di conduzione dell'uno o dell'altro peduncolo avveniva mediante elettrolisi: l'intervento era eseguito in asepsi e in profonda narcosi barbiturica (2). Un sottile tubetto di acciaio del diametro esterno di circa 1 mm e ricoperto di vernice isolante salvo che nel suo capo distale, era approfondato nell'encefalo in direzione parallela all'asse verticale di Horsley–Clarke, attraverso una breccia aperta nella teca cranica in prossimità della sutura parieto–occipitale e una soluzione di continuità effettuata nel sottostante tentorio. Il tubetto era guidato con lo strumento stereotassico, in modo che la sua punta penetrasse nell'uno o nell'altro peduncolo; veniva poi connesso col polo negativo di un generatore di corrente continua, che mediante il polo positivo era in contatto col M. temporale di un lato. Si eseguivano varie elettrolisi successive, spostando convenientemente l'elettrodo così da distruggere, in ciascuno dei piani frontali P_6, P_7 e P_8, tutti i punti di coordinate corrispondenti a quelle del *brachium conjunctivum* o del *brachium pontis*: nel caso del peduncolo superiore la distruzione elettrolitica veniva inoltre estesa ai territori posti medialmente, fino a raggiungere la parete ependimale, giacché in talune specie fibre tetto–cerebellari sono

(*) Lavoro eseguito, col sussidio del Consiglio Nazionale delle Ricerche, nell'Istituto di Fisiologia umana della Università di Bologna.

(**) Nella seduta del 1° giugno 1959.

(1) E. Fadiga, G. P. von Berger e G. C. Pupilli, «Rend. Accad. naz. Lincei», Cl. Sci. fis., mat. nat., Ser. 8ª, questo volume.

(2) La narcosi era ottenuta con Nembutal, somministrato per via intraperitoneale nella dose di 50 mg/kg.

state descritte nelle porzioni del *velum medullare anterius* e della radice mesencefalica del N. trigemello più prossime al peduncolo [Hines [3], Ogawa e Mitomo [4], cfr. Riley [5]]. La corrente utilizzata aveva la intensità di 3,5–4 mA e, in ciascuna elettrolisi, veniva fatta passare nel circuito per una durata di 20–25 sec; estratto l'elettrodo, si ripetevano le stesse manualità dall'altro lato e si procedeva poi alla sintesi, ricostruendo i piani muscolare, aponeurotico e cutaneo. Per prevenire eventuali complicanze settiche postoperatorie, gli animali erano infine trattati con penicillina.

La ricerca oscillografica della risposta corticocerebellare agl'impulsi di origine visiva era eseguita 15–20 giorni dopo l'intervento, quando gli animali erano perfettamente ristabiliti. Le osservazioni avvenivano tanto in mancanza di narcosi quanto dopo la somministrazione di cloralosio (70 mg/kg per via intraperitoneale), e si svolgevano con la tecnica e il procedimento già descritti altrove [6]. In ogni caso, e specialmente quando la corteccia cerebellare risultava inattivabile dalla stimolazione fotica e da quella elettrica del N. ottico, ci assicuravamo che le condizioni del preparato fossero buone, esaminando sia l'attività corticale spontanea nella rispettiva gamma di frequenze, sia quella evocata dalla stimolazione del N. radiale superficiale [7]. Al termine degli esperimenti, i pezzi anatomici venivano fissati, inclusi in paraffina e colorati in sezioni seriate (metodi di Weil e di Nissl), per controllare la estensione e la sede delle lesioni.

Nel considerare i risultati delle prove eseguite in Gatti con interruzione bilaterale del *brachium pontis*, occorre tenere distinte le osservazioni effettuate in animali non narcotizzati e in quelli trattati con cloralosio. Nella fig. 1, che illustra i dati di un esperimento tipico, si vede come in mancanza di narcosi né la stimolazione fotica né quella diretta del N. ottico modifichino l'attività elettrica corticocerebellare (fig. 1, A e B), la quale tuttavia manifesta nettamente gli effetti degl'impulsi di origine somestesica (fig. 1, C). Dopo il trattamento con cloralosio, l'attivazione della via ottica primaria provoca invece risposte cerebellari (fig. 1, D ed E) diffuse, come quelle riscontrabili nell'animale col nevrasse integro, tanto al verme quanto agli emisferi. La estensione delle lesioni effettuate nei Gatti di questo gruppo si può rilevare dalle microfotografie riprodotte nella fig. 2, che si riferiscono a uno degli esperimenti eseguiti.

(3) M. Hines, « Anat. Rec. », XXIX, 217 (1924–25); « Phil. Trans. roy. Soc. London (B) », CCXVII, 155 (1929).

(4) T. Ogawa u. S. Mitomo, « Jap. J. med. Sci. », Trans. I. Anat., VII, 77 (1938).

(5) H. A. Riley, *An atlas of the basal ganglia, brain stem and spinal cord*. Baltimore, Williams a. Wilkins (1943).

(6) E. Fadiga, G. C. Pupilli e G. P. von Berger, « Arch. Sci. biol. », XL, 541 (1956).

(7) Il nervo veniva stimolato con singoli impulsi elettrici rettangolari, applicati mediante un eccitatore bipolare. Da recenti indagini di Combs [« J. Neurophysiol. », XIX, 285 (1956)] risulta che la stimolazione del N. radiale superficiale modifica l'attività corticale del cervelletto, anche quando siano interrotte le fibre del fascio spino–cerebellare ventrale.

Nei Gatti operati di interruzione bilaterale del *brachium conjunctivum*, sia la stimolazione fotica sia la stimolazione diretta del N. ottico provocano nella corteccia cerebellare, prima e dopo la somministrazione di cloralosio,

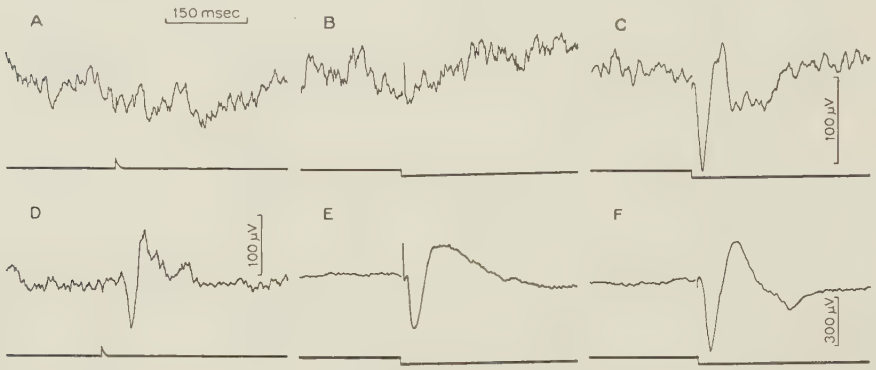


Fig. 1. – Risultati ottenuti in un esperimento tipico, eseguito per accertare le conseguenze della interruzione cronica bilaterale del *brachium pontis* sulla effettuabilità della risposta corticocerebellare di Gatto alla stimolazione della via ottica primaria.

Derivazioni eseguite dalla superficie del *declive*, in mancanza di narcosi (A–C) e durante la narcosi cloralosica (D–F). A e D, stimolazione luminosa; B ed E, stimolazione elettrica del N. ottico; C e F, effetti di stimoli elettrici applicati sul N. radiale superficiale a fine di controllare lo stato funzionale della corteccia del cervelletto. Lo stimolo elettrico è indicato sia dall'artefatto inscritto nel grafico dell'attività cerebellare, sia dalla deflessione del secondo pennello catodico; lo stimolo fotico dalla deflessione del secondo pennello. La calibrazione di C vale anche per A e B; quella di F, anche per E.

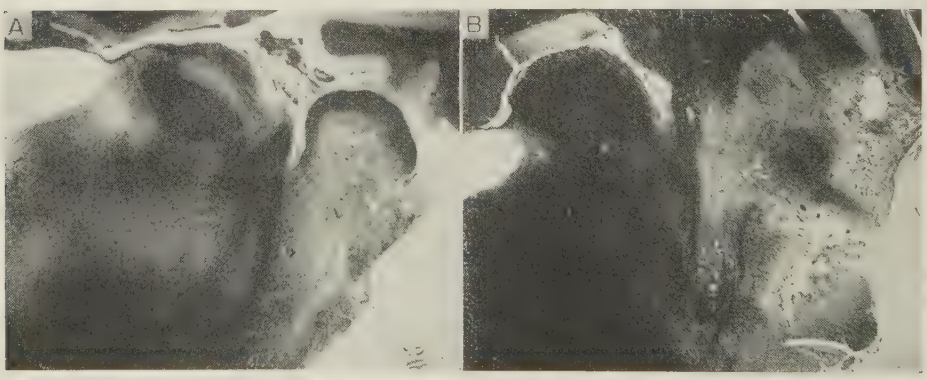


Fig. 2. – Particolari di sezioni trasverse del metencefalo del Gatto sottoposto all'esperimento della fig. 1.

Colorazione col metodo di Weil; ×7. A, sezione eseguita in un piano prossimo a P_6; B, sezione eseguita in un piano prossimo a P_8. Si rilevi la distruzione massiva delle fibre del *brachium pontis* di sinistra; la lesione effettuata in corrispondenza del *brachium pontis* contralaterale, non rappresentata nella figura, aveva la stessa estensione.

reazioni elettriche simili nella forma e nella distribuzione topografica alle risposte che nelle corrispondenti condizioni sperimentali si registrano dal cervelletto di Gatti col nevrasse integro. La fig. 3 riassume i dati ottenuti e si riferisce a un esperimento che serve da tipo: in A e in B sono riprodotte le risposte derivate dal cervelletto dell'animale non narcotizzato, impiegando

rispettivamente la stimolazione fotica e quella elettrica; in D ed E, le risposte provocate dai medesimi stimoli durante la narcosi cloralosica. I risultati del controllo microscopico si rilevano nella fig. 4.

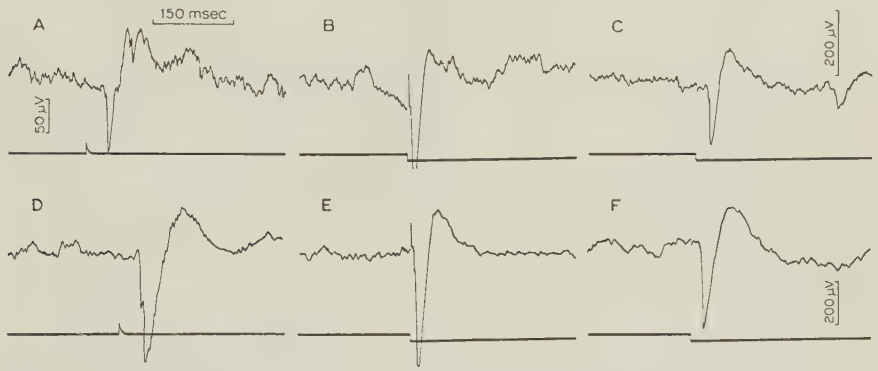


Fig. 3. – Risultati ottenuti in un esperimento tipico, eseguito per accertare le conseguenze della interruzione cronica bilaterale del *brachium conjunctivum* sulla effettuabilità della risposta corticocerebellare di Gatto alla stimolazione della via ottica primaria.

Derivazioni eseguite dalla superficie del *declive*. Per le lettere che distinguono i singoli elettrogrammi valgono le spiegazioni riportate nella fig. 1, alla quale si rimanda anche per quanto concerne la identificazione dei vari stimoli. La calibrazione di C vale anche per B; quella di F, anche per D ed E.

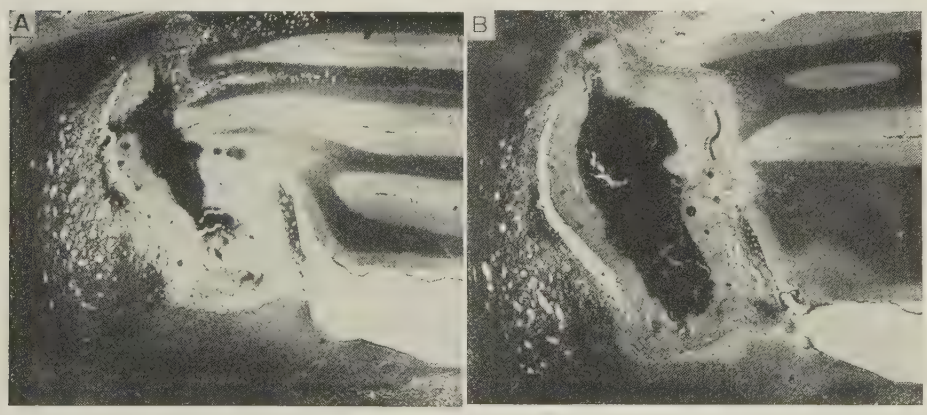


Fig. 4. – Particolari di sezioni trasverse del metencefalo del Gatto sottoposto all'esperimento della fig. 3.

Colorazione col metodo di Weil; × 7. A, sezione eseguita in un piano prossimo a P_7; B, sezione eseguita in un piano prossimo a P_8. Si osservi la distruzione massiva delle fibre del *brachium conjunctivum* di destra e dei territori posti medialmente ad esso; la lesione effettuata in corrispondenza del *brachium conjunctivum* e dei territori limitrofi del lato opposto presentava estensione analoga.

La interpretazione che avevamo prospettata dei risultati ottenuti in esperimenti acuti [cfr. Fadiga, von Berger e Pupilli [1]], concernenti lo stesso problema odologico qui studiato con esperimenti cronici, concorda perfettamente con le osservazioni ora descritte e ne riceve ulteriore conferma. Secondo quanto è esposto nella Nota precedente, fibre cerebellipete eccitabili

mediante la stimolazione della via ottica primaria decorrono in entrambi i peduncoli esaminati; ma l'attivazione di quelle contenute nel *brachium pontis* avviene in ogni caso, mentre le fibre che passano per il *brachium conjunctivum* sono attivate solo quando il livello funzionale dei centri sia innalzato per effetto del cloralosio. Su questo fondamento si può spiegare come: *a*) nel Gatto non narcotizzato la risposta corticocerebellare agl'impulsi di origine visiva si osservi solo se le fibre dei peduncoli medi siano integre; *b*) durante la narcosi cloralosica la corteccia cerebellare manifesti una reazione elettrica per effetto di detti impulsi, anche quando la conduzione nervea nei peduncoli medi sia stata interrotta; *c*) la risposta da noi presa in esame non sia subordinata alla integrità dei peduncoli superiori, né avanti né dopo il trattamento col farmaco.

L'insieme dei dati ottenuti permette di concludere che in mancanza dell'azione cloralosica la via tetto–ponto–cerebellare, che passa per il *brachium pontis*, è nel Gatto la sola percorsa dagl'impulsi provenienti dalle stazioni ottiche mesencefaliche e diretti al cervelletto. I risultati delle nostre precedenti osservazioni [Fadiga, Pupilli e von Berger [6]] ci avevano indotti a credere che gl'impulsi cerebellipeti destati con la stimolazione della via ottica primaria percorrano, con ogni probabilità, la via che include un *relais* pontino: tale deduzione trova conferma nei dati sperimentali ora esposti. Il fatto che durante la narcosi cloralosica impulsi cerebellipeti della stessa origine si trasmettano anche per il *brachium conjunctivum*, sta d'altra parte a dimostrare come nel Gatto esista effettivamente la via tetto–cerebellare, finora ammessa in detta specie solo per analogia [Snider e Stowell [8]]; per altro risulta che nell'animale non cloralosato gl'impulsi di origine visiva non si propagano per detta via.

(8) R. S. Snider a. A. Stowell, « J. Neurophysiol. », VII, 331 (1944).

Biologia. — *La struttura fibrillare dei neuroni viventi* (*). Nota di GIUSEPPE LEVI e GIOVANNI GODINA, presentata (**) dal Socio G. LEVI.

L'esistenza di una struttura fibrillare del protoplasma dei neuroni viventi era, con consenso quasi unanime, accettata 20 anni or sono, dopoché Massazza ebbe dimostrato in tre fotogrammi a luce ultravioletta di fibre nervose fresche un'evidente struttura fibrillare, e dopo le osservazioni di Paul Weiss e Hsi Wang, e di G. Levi e Hertha Meyer, in espianti di gangli spinali di embrioni di pollo, sulla presenza di sottili filamenti refrangenti nel citoplasma delle cellule gangliari; analoghi risultati furono ottenuti da Bozler, da Renyi, da Shivago, da Kedrowski sovra altro materiale (per la letteratura ved. Levi e Meyer).

Ciononostante vari ricercatori hanno, anche in un periodo recente, espresso l'avviso che le neurofibrille non esistono nel protoplasma neuronico come tali, ma vi sarebbe una « struttura latente » nel senso di Péterfi, la quale si manifesterebbe sotto l'azione del liquido fissatore in forma di filamenti visibili al microscopio ottico. Un punto di vista analogo a quello di Péterfi, fu di recente espresso da Stockenius e Zeiger; le neurofibrille non sarebbero un vero e proprio artefatto, ma un « carattere equivalente ».

D'altra parte la struttura del neurone va prospettata da un punto di vista del tutto nuovo, se ci riferiamo alla sua struttura submicroscopica, quale ci fu svelata dal microscopio elettronico. Fu Francis Schmitt il primo il quale esaminò fibre nervose col microscopio elettronico, dimostrando l'esistenza, nelle fibre nervose gigantesche di Cefalopodi, di fibrille elementari di 100–200 Å di spessore. Fernandez Moran dimostrò nelle fibre mieliniche dei centri nervosi di Vertebrati la presenza di fibrille elementari di 100–200 Å di spessore, di lunghezza indefinita, ad orientazione longitudinale; il loro numero sarebbe in relazione allo spessore della fibra; di molte migliaia nelle più grosse fibre, sono rappresentate da un unico filamento nelle fibre submicroscopiche. Le neurofibrille del preparato istologico sarebbero il risultato di aggregazione laterale di fibrille submicroscopiche. In una recentissima, succinta comunicazione, Palay, Bairati e Mc Gee–Russel riferiscono di aver riconosciuto col microscopio elettronico nei cilindrassi dei centri nervosi di pesci, le seguenti strutture: mitocondri, reticolo endoplasmatico e neurofilamenti; i mitocondri sono lunghi vari μ e sottili (sino ad un minimo di 0,1 μ di spessore); il reticolo endoplasmatico è a forma di tubuli di 200–300 Å di diametro, i neurofilamenti avrebbero un diametro medio di 116 Å. Secondo Baud le protofibrille si presentano quali filamenti omogenei di 200–300 Å

(*) Ricerche compiute nel Centro di studi sull'accrescimento presso l'Università di Torino, col contributo del Consiglio Nazionale delle Ricerche.

(**) Nella seduta del 1° giugno 1959.

di spessore, paralleli, orientati nel senso dell'asse maggiore della fibra, separati da spazi regolari pure di 200–300 Å.

D'altra parte molti specialisti di struttura submicroscopica pongono in dubbio che le neurofibrille siano un attributo costante del protoplasma neuronico. Nel convegno che si tenne a Caracas, destinato alla discussione della struttura submicroscopica delle sinapsi, la più gran parte degli studiosi affermò, che le neurofibrille non esistono in corrispondenza dei bottoni terminali, ma che questi racchiudono soltanto un denso accumulo di mitocondri e le « vescicole sinaptiche », scoperte da De Robertis.

Quale relazione esiste tra la struttura neurofibrillare del neurone, quale appare al microscopio ottico e la struttura submicroscopica rivelata dal microscopio elettronico ? Riteniamo che questo particolare dovrebbe essere risolto al più presto. A questo fine abbiamo intrapreso ricerche sovra neuroni viventi utilizzando lo stesso materiale che aveva dati buoni risultati ad uno di noi 20 anni or sono: gli espianti di gangli spinali di embrione di pollo al 9–12° giorno d'incubazione; ma mentre le ricerche di allora erano state eseguite sovra colture esaminate al comune microscopio, oggi in grazia alla scoperta del microscopio a contrasto di fase, ci siamo trovati in condizioni incomparabilmente più vantaggiose. Effettivamente tutti sanno che il microscopio a contrasto di fase, coll'esaltare le differenze nell'indice di refrazione tra le varie parti, permette di distinguere in un materiale vivente adatto gli organuli cellulari altrettanto bene che nei preparati istologici.

Condizione indispensabile perché l'analisi ottica sia possibile col microscopio a contrasto di fase, è che le cellule siano espanse in superficie; e questo risultato può essere facilmente ottenuto nelle colture *in vitro* con accorgimenti tecnici che non è il caso di riferire qui.

Nella cellula nervosa (pericario) nella quale l'espansione in superficie è limitata, di gran lunga inferiore a quella dei fibrociti e dei mioblasti, si distinguono a contrasto di fase soltanto i particolari più grossolani. Si vedono le masse di sostanza cromofila costituite da granuli (fig. 1), i quali nelle cinematografie appaiono in continuo movimento; ma negli interstizi non si vedono fibrille. Queste incominciano ad esser visibili soltanto in corrispondenza del cono di origine dell'assone, il quale è privo di sostanza cromofila.

Ancor più manifeste sono le fibrille negli assoni, specialmente se questi hanno un certo spessore e sono alquanto appiattiti, il che accade sovente (figg. 2–4). Le fibrille sono ondulate, di lunghezza indefinita, molto compatte separate da minimi interstizi. Nelle cinematografie ci rendiamo facilmente conto che i filamenti sono in continuo movimento, il che conferma quanto Levi e Meyer avevano visto molti anni or sono in cinematografie: che cioè le fibre in accrescimento sono di continuo percorse da una corrente di liquido, la quale procede per lo più dal pericario in direzione distale. Negli intervalli tra le fibrille si vedono scarsi mitocondri in forma di bastoncini, molto più refrangenti e più spessi delle fibrille.

Nell'espansione terminale della fibra, la quale manifesta, com'è noto, vivace attività ameboide, la struttura fibrillare non è più visibile; i rami

nei quali la fibra si divide, sono troppo opachi perché nei medesimi una struttura sia riconoscibile; però in via indiretta l'esistenza di una sostanza la quale ha gli stessi caratteri ottici delle fibrille è dimostrata dalla caratteristica refrangenza dei filamenti dell'espansione, i quali vengono, com'è noto, di continuo emessi e retratti.

Ben diversi sono invece i caratteri delle espansioni in forma di membrana ialina, le quali furono dettagliamente studiate da uno di noi (Godina) nelle cinematografie. Al limite tra la fibra e la membrana, la struttura fibrillare diviene bruscamente invisibile; il velo ialino si presenta molto trasparente, non racchiude alcun componente dotato di forma propria.

RIASSUNTO e CONSIDERAZIONI. – Le ricerche attuali confermano, per lo meno per l'assone, l'esistenza reale *in vivo* di fibrille indipendenti, ondulate, fittamente addensate. Ponendo in raffronto questi dati con quelli ben noti ottenuti coll'esame a luce polarizzata e colla microscopia elettronica, ci sembra non possa sussistere dubbio, che le fibrille visibili col microscopio ottico sono aggregati di un gran numero di fibrille elementari, pur queste di lunghezza indefinita. È probabile che, come Fernandez Moran ritiene, il numero delle fibrille elementari vari a seconda dello spessore delle fibrille microscopicamente visibili. Queste ultime molto compatte, sono separate l'una dall'altra da minimi interstizi contenenti un fluido (assoplasma) che fluisce di continuo lungo l'assone. Negli intervalli tra le fibrille sono situati quà e là dei condrioconti in forma di bastoncini molto più spessi e più refrangenti delle fibrille.

Riteniamo adunque che le fibrille microscopicamente visibili siano una struttura reale, preesistente nel vivente. In quanto al problema importante per l'istologia, quale tra i metodi istologici ci dia un'immagine che più si avvicina a quella preesistente nel vivente, è indiscutibile che i metodi all'argento ridotto ed all'argento ammoniacale determinano una conglutinazione di un numero più o meno grande di fibrille; le immagini che più si avvicinano alla realtà sono quelle che si ottengono con fissazione con liquidi contenenti un'alta percentuale di acido osmico.

I risultati negativi che Autori antichi e recenti (tra i recenti Hughes) hanno ottenuto sovra neuroni sopravviventi, nei riguardi dell'esistenza delle neurofibrille, dipendono dalla circostanza che il citoplasma dei neuroni aveva uno spessore troppo grande per permettere l'analisi ottica di filamenti separati da minimi interstizi (nel cilindrasse), oppure mascherati dalla sostanza cromofila (nel pericario).

Evidentemente il significato che riteniamo debba essere attribuito alle neurofibrille è molto diverso da quello supposto da Max Schultze, da Apáthy, da Bethe, di «elemento conducente». Oggi nessuno pone in dubbio che le neurofibrille sono componenti del neurone, i quali non esistono al di fuori del protoplasma neuronico. E se è vero che sul tragitto dell'assone la disposizione delle fibrille non varia sensibilmente, a prescindere dalle oscillazioni prodotte dal flusso di liquido, in corrispondenza dell'espansione terminale, la

struttura del protoplasma neuronico cambia di continuo; e, come uno di noi aveva supposto molti anni or sono (Levi 1917), è molto probabile che questi mutamenti siano in relazione con gli atteggiamenti che i componenti elementari submicroscopici assumono. Ed è pure probabile che ove l'assone si espande in un velo ialino trasparente, nel quale col microscopio ottico non si distingue struttura veruna, l'apparente mutamento nella struttura, dipenda dalla circostanza, che in corrispondenza della membrana ialina le neurofibrille si risolvono nei componenti elementari. Se col progresso della microscopia elettronica si potrà dimostrare che questi veli sono composti da protofibrille submicroscopiche, quest'ipotesi risulterà confermata.

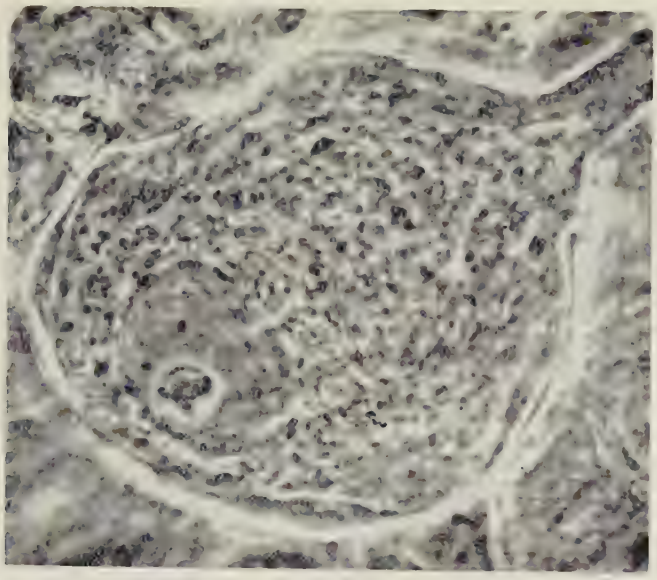
Qual'è la funzione specifica delle neurofibrille? Riteniamo certo che siano in una relazione, per il momento difficilmente precisabile, colla conduzione degli eccitamenti. Contro quest'ipotesi furono invocati vari argomenti: 1) Che i bottoni terminali sono privi di fibrille elementari, contengono invece un fitto ammasso di mitocondri e vescicole sinaptiche. Ma come si spiega che coi metodi all'argento i bottoni appaiono costituiti da un fittismo reticolo neurofibrillare? 2) Alcuni fisiologi affermano che dopo la distruzione delle neurofibrille mediante l'introduzione nell'assone di grossi elettrodi, la funzione di conduzione non risulta compromessa.

Riteniamo che, prescindendo da qualsiasi altro argomento, la precocissima comparsa delle neurofibrille nei neuroblasti durante l'ontogenesi, valga a dimostrare la relazione tra la differenziazione del neuroblasta e l'istituirsi della funzione specifica; tanto più che le ricerche di Windle, di Visintini e Levi Montalcini hanno dimostrato la perfetta coincidenza tra la comparsa delle neurofibrille e l'istituirsi della funzione in determinati gruppi di neuroni.

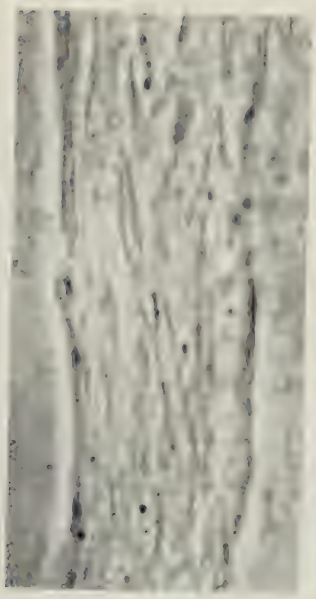
Policard e Baud suppongono che le neurofibrille abbiano una funzione meccanica, paragonabile a quella delle tonofibrille degli epiteli, funzione indispensabile nelle cellule provviste di lunghi prolungamenti. Ma le neurofibrille sono ben lungi dall'avere la resistenza e la stabilità che caratterizza le tonofibrille; la loro instabilità ed i mutamenti continui ai quali sono soggette, contrastano decisamente con quest'ipotesi.

Pubblicazioni citate.

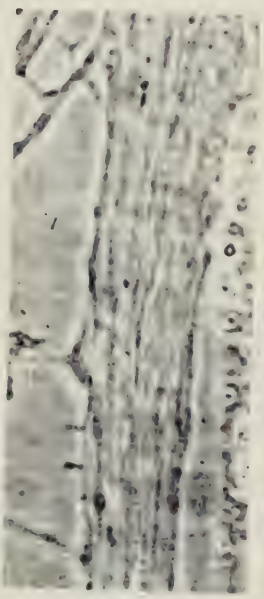
Baud C. A., 1953. – « Verh. anat. Ges. », 51.
Baud C. A., 1950. – « Acta anatomica », 10.
Bozler E., 1927. – « Z. Zellforsch. u. mikr. An. », 5.
De Robertis E., 1956. – « J. Bioph. Bioch Cytol. », 2.
De Robertis E. a. Bennett. H. S., 1955 – Ibidem, 1.
De Robertis a. Franchi, 1956. – Ibidem, 2.
Fernandez Moran H., 1952. – *The submicroscopic organisation of vertebrate nervefbers, etc.*, « Inorg. Diss. », Upsala, Allmgvist e Winkells.
Godina G., 1955. – « Zeitschr. Zellforsch. », 42.
Hughes A., 1954. – « Journ of Anat. », 88.
Kedrowski B., 1935. – « Arch. Anat. micr. », 31.



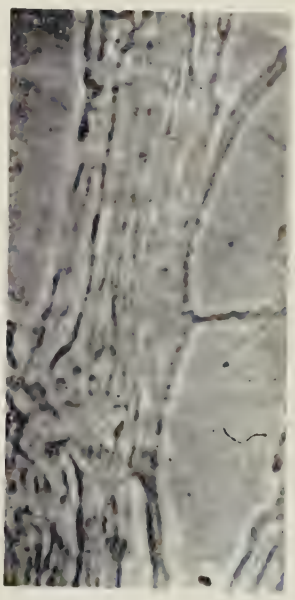
1



2



3



4

Tutte le figure sono ingrandimenti di fotogrammi di vari film cinematografici di colture viventi di gangli spinali di embrioni di pollo di 11–12 giorni d'incubazione (fig. 1 da una cultura di un embrione di 12 giorni, figg. 2–4 da varie colture di embrioni di 11 giorni).

I film furono eseguiti con obbiettivo ad immersione Zeiss 100. La fig. 1 riproduce una cellula gangliare ed il tratto iniziale dell'assone: si distinguono gli ammassi a struttura granulare di sostanza cromofila. Le figg. 2–4 riproducono tratti di assoni molto grossi considerevolmente appiattiti; vi si distinguono lunghi filamenti lievemente ondulati, molti fitti separati da minimi interstizi; alcuni filamenti non sono perfettamente a fuoco.

LEVI G., 1917. – « Mem. Acc. Lincei », Cl. Sc. fis., S. V. 12.
LEVI G., 1934. – « Ergebn. Anat. », 31.
LEVI G. e MEYER H., 1937. – « Anat. Anz. », 83.
MASSAZZA A., 1927. – « Arch. Anat. Embr. », 26.
MASSAZZA A., 1927. – « Handb. norm. path. Phys. », 9.
PALAY S. L., 1955. – « J. Bioph. Bioch. Cytol. », 1.
PALAY S. L., BAIRATI A. a. MC GEE–RUSSEL, 1959. – « Anat. Rec. », 133; « Am. Ass. Anat. », 72 annual Sess.
PENSA A., 1923. – « Mon. Zool. It. », 34; « Zeitschr. ges. Neur. », 137.
POLICARD A. et BAUD C. A., 1958. – *Les structures inframicroscopiques norm. et path. etc.* Masson, Paris.
RENYI G., 1929, 1931. – « J. comp. Neur. », 47, 48, 49.
SCHMITT F., 1950. – « J. exp. Zool. », 113.
STOCKENIUS W. u. ZEIGER V., 1956. – « Ergebn. Anat. », 35.
VISINTINI F. et LEVI MONTALCINI B., 1939. – « Schweizer Arch. Neur. u. Psych. », 43.
WEISS P. a. HSI WANG, 1937. – « Anat. Rec. », 67.

Biologia. — *Lo sviluppo di elementi scheletrici di arti embrionali di pollo sottoposti ad azioni antimitotiche in coltura* in vitro (*). Nota di Alberto Stefanelli, Anna Maria Zacchei, Sancia Gaetani e Paola Verani, presentata (**) dal Corrisp. A. Stefanelli.

È noto come i diversi agenti, fisici e chimici, che hanno azione di blocco sul processo mitotico (inibitori mitotici) agiscano su parti diverse della cellula in divisione (sul DNA durante la sua sintesi, sui cromosomi, sul fuso) e in tempi diversi (nella antefase, nella profase, nella metafase). Vi è inoltre una differenza nella azione di questi agenti per quanto riguarda la possibilità o meno di un ricupero della attività riproduttiva (*recovery*) delle cellule colpite.

A parte le possibilità pratiche offerte da questi agenti (blocco delle cariocinesi in particolari condizioni patologiche), l'uso degli antimitotici ha permesso una analisi sperimentale del fenomeno cariocinetico stesso.

Ma l'applicazione degli inibitori mitotici diviene utile anche nella morfologia sperimentale in quanto, bloccando l'attività proliferativa embrionale nelle sedi in cui questa è più intensa, determina disarmonie di sviluppo e conseguenti fenomeni di regolazione. Questi processi divengono ancora più complessi con quegli inibitori che, dopo una azione di blocco più o meno protratta, permettono il *recovery* delle cellule ed una ripresa proliferativa nelle sedi colpite, ritardata rispetto ad altre non lese che hanno proseguito nella normale ontogenesi.

Il risultato dell'azione inibitrice è naturalmente diverso se si tratta l'intero organismo, se si agisce localmente o se addirittura si sottopongono all'azione dell'antimitotico parti isolate o organi isolati in coltura in vitro.

Con le presenti ricerche si è voluto indagare il ritmo di accrescimento e le variazioni di forma di abbozzi scheletrici di embrione di pollo (cartilagine femorale, tibiale e omerale) coltivati in vitro, dopo trattamento degli espianti con raggi röntgen o con colchicina.

Dalle numerose ricerche della Fell (1) è noto il comportamento generale degli abbozzi di arti coltivati in vitro, mentre si conoscono solo alcune osservazioni sulla influenza che gli agenti antimitotici, applicati all'intero organismo, esercitano sullo sviluppo di questi abbozzi (Hinkel 1942, Schuè 1951,

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Anatomia Comparata «G. B. Grassi», con un contributo del C. N. R.

(**) Nella seduta del 1 giugno 1959.

(1) H. B. Fell, per la bibliografia vedi: *Recent Advances in organ culture*, «Scien. Progr.», *162*, 212–231 (1953); *The future of tissue culture in relation to morphology*, «J. Nat. Cancer Inst.», *19*, 643–662 (1957).

Wolff, Kieny e Schuè (1958) [2]. Ci è sembrato interessante lo studio delle modificazioni che i raggi X e la colchicina esercitano sullo sviluppo degli abbozzi dello scheletro degli arti isolati in coltura in vitro in quanto in queste condizioni non esistono possibilità di regolazione per intervento di fenomeni generali dell'organismo.

È noto come i raggi X siano inibitori della sintesi del DNA e della duplicazione dei cromosomi; inoltre rendono vischiosi i cromosomi determinando degli ammassamenti di questi componenti cellulari e provocandone la rottura. Le cellule colpite durante la sintesi di DNA e la duplicazione dei cromosomi divengono estremamente labili, si bloccano nella antefase, e generalmente degenerano senza poter ricuperare la normalità. Con l'azione dei raggi X si ha pertanto un accumulo di cellule in antefase (Gillette e Bodestein 1946, Friedewald 1951) [3].

La colchicina invece inibisce la formazione del fuso nella pro-metafase o lo distrugge, interferendo, secondo Lettré (1951, 1952) [4], sulla utilizzazione dell'ATP che è essenziale per la contrazione delle fibre del fuso. Pertanto il trattamento con colchicina, bloccando le cariocinesi nella metafase, le accumula in questo stadio. La colchicina non lede i cromosomi che pertanto riescono a duplicarsi regolarmente, ma non a migrare per l'assenza delle fibre del fuso. L'azione della colchicina è inoltre reversibile, in determinate concentrazioni; soprattutto nei vegetali dove il recovery è più facile per la minor tossicità relativa dell'alcaloide, si ottengono facilmente, con la ripresa mitotica, fenomeni di poliploidia. Vi è una diversa reazione alla colchicina negli animali a sangue caldo e in quelli a sangue freddo (Lehmann e Hadorn 1946) [5]: nei primi, dopo una decina di ore dal blocco o si ha degenerazione o rapida guarigione (Dustin 1953, Lits 1934, 1936) [6], mentre in quelli a

(2) C. L. Hinkel, *The effecy of X rays upon the growing long bones of albino rats*, «Am. J. Roentgenol. Radium Ther», *47*, 439–457 (1942); Schuè M., *L'action des rayons X sur le développement des ébauches des pattes chez l'embryon de poulet*, «C. R. Soc. Biol.», *145*, 752–755 (1951); Wolff Et., M. Kieny, M. Schue, *Sur la variabilité du peroné de l'embryon de poulet, démontrée par les irradiations aux rayons X*, «C. R. Soc. Biol.», *152*, 1459–61 (1958).

(3) R. Gillette e D. Bodenstein, *Specific developmental inhibitions produced in amphibian embryos by a nitrogen mustard compoud*, «J. Exp. Zool.», *103*, 1–32 (1946); J. S. Friedenwald, *The action of nitrogen mustards and related substances on cell division*, «Ann. N. Y. Acad. Sci.», *51*, 1432–1442 (1951).

(4) H. Lettré, *Zellstoffwechsel und Zellteilung*, «Naturwiss.», *38*, 490–496 (1951); *Some investigations on cell behavior under various conditions*: a *review*, «Cancer Res.», *12*, 847–860 (1952).

(5) F. Lehmann e H. Hadorn, *Vergleichende Wirkungsanalyse von zwei antimitotischen Stoffen, Colchicin und Benzochinon, am Tubifex-Ei*, «Helv. Phys. et Pharm. Acta», *4*, 11–42 (1946).

(6) P. Dustin, *Impiego associato di aminopterina e colchicina a anomalie nucleari: ricerche sperimentali sull'intestino del topo*, «Tumori», *39*, 63–71 (1953); F. Lits, *Contritution à l'étude des réactions cellulaires provoquées par la colchicine*, «C. R. Soc. Biol.», *115*, 1421, (1934); *Recherches sur les réactions et lésions cellulaires provoquées par la colchicine*, «Arch. Int. Méd. Exp.», *11*, 811–901 (1936).

sangue freddo si hanno anomalie delle mitosi anche dopo 7 giorni dal trattamento e condizioni di poliploidia (Peters, 1946, nella cornea di Triturus) [7].

L'azione di inibitori mitotici è già stata sperimentata su cellule in coltura, ma non ci risulta che siano state fatte osservazioni su colture di organi. Ricordiamo le prime osservazioni di Wood e Prime e di Mottram del 1914, che impiegarono le radiazioni emesse dal radium; questi Autori misero in evidenza come anche dopo trattamento la coltura si accresca, ma per sola migrazione delle cellule. Strangeways e Hopwood nel 1926 sperimentarono i raggi X su colture di fibroblasti di pollo, seguiti poi da Spear (1931) e da Lasnitzki (1943, 1948) [8]. Tutte queste osservazioni concordano nel riconoscere una identità delle reazioni cellulari alle radiazioni ionizzanti in vivo e in coltura. L'azione della colchicina sulle colture dei tessuti è stata studiata da diversi Autori; ricordiamo soprattutto le osservazioni di Ludford (1936), Bucher (1939), Verne e Vilter (1940), Martin (1945); [9]; anche in questo caso non sono state messe in evidenza differenze nell'azione mito–inibitrice caratteristica dell'alcaloide.

Abbiamo condotte due serie di esperienze:

A) Abbozzi di tibia, femore e omero di embrioni di pollo al 7° giorno di incubazione sono stati trattati con raggi röntgen in dosi varianti da 2200 a 3384 *r* e poi fatti crescere in vitro per altri 7 giorni.

B) Altri abbozzi di femore, tibia e omero, di embrioni di pollo al 7° giorno sono stati trattati con colchicina in concentrazioni da 1 : 1000 a 1 : 2500 e fatti quindi crescere in vitro per altri 7 giorni.

Il mezzo di coltura è stato in entrambi i casi quello usato dalla Fell (1929) costituito da 3 parti di plasma di pollo e 1 parte di estratto embrionale; la coltura è stata fatta in vetrino da orologio.

I risultati si possono, in questa Nota preliminare, sintetizzare come segue.

Gruppo di esperienze A. – Le cellule colpite nella antefase, momento di maggior radiosensibilità, manifestano diverse condizioni di alterazione nucleare, a seconda della dose dei raggi, che vanno dalla presenza di metafasi aber-

(7) J. Peters, *A cytological study of mitosis in the cornea of Triturus viridescens during recovery after colchicine treatment*, «J. Exp Zool.», », *103*, 33–56 (1946).

(8) T. S. P. Strangeways e F. L. Hopwood, *Effects of X rays on mitosis*, « Proc. Roy. Soc. B.», *100*, 283 (1926); F. G. Spear, *Tissue culture and radiological research*, « Brit. J. Rad.», *4*, 146 (1931); I. Lasnitzki, *Effect of X rays on chick tissue culture*, « Brit. J. Radiol.», *16*, 137 (1943 *b*); *Effect of x rays on chick tissue culture*, « Brit. J. Radiol.», *21*, 265 (1948).

(9) R. J. Ludford, *The action of toxic substances upon the division of normal and malignant cells in vitro and in vivo*, « Arch. Exp. Zellf. mikr. Anat.», *18*, 411–41 (1936); O. Bucher, *Zur Kenntnis der Mitose*. VI: *Der Einfluss von Colchicine und Trypaflavin auf den Wachstumsrhytmus und auf die Zellteilung in Fibrocytenkulturen*, « Z. Zellf. mik. Anat.», *29*, 283–322 (1939); J. Verne e V. Vilter, *Étude de l'action de la colchicine sur les mitoses des fibroblastes cultivés in vitro. Concentrations dites fortes*, « C. R. Soc. Biol.», *133*, 618–621 (1940); *Mécanisme d'action de la colchicine employée en concentrations faibles, sur l'evolution de la mitose dans les cultures de fibroblastes in vitro*, « C. R. Soc. Biol.», *133*, 621–624 (1940); G. Martin, *Action de la colchicine sur les tissus de topinambour cultivé in vitro*, « Rev. Cytol. et Cytophys. Veg.», *8*, 1–34 (1945).

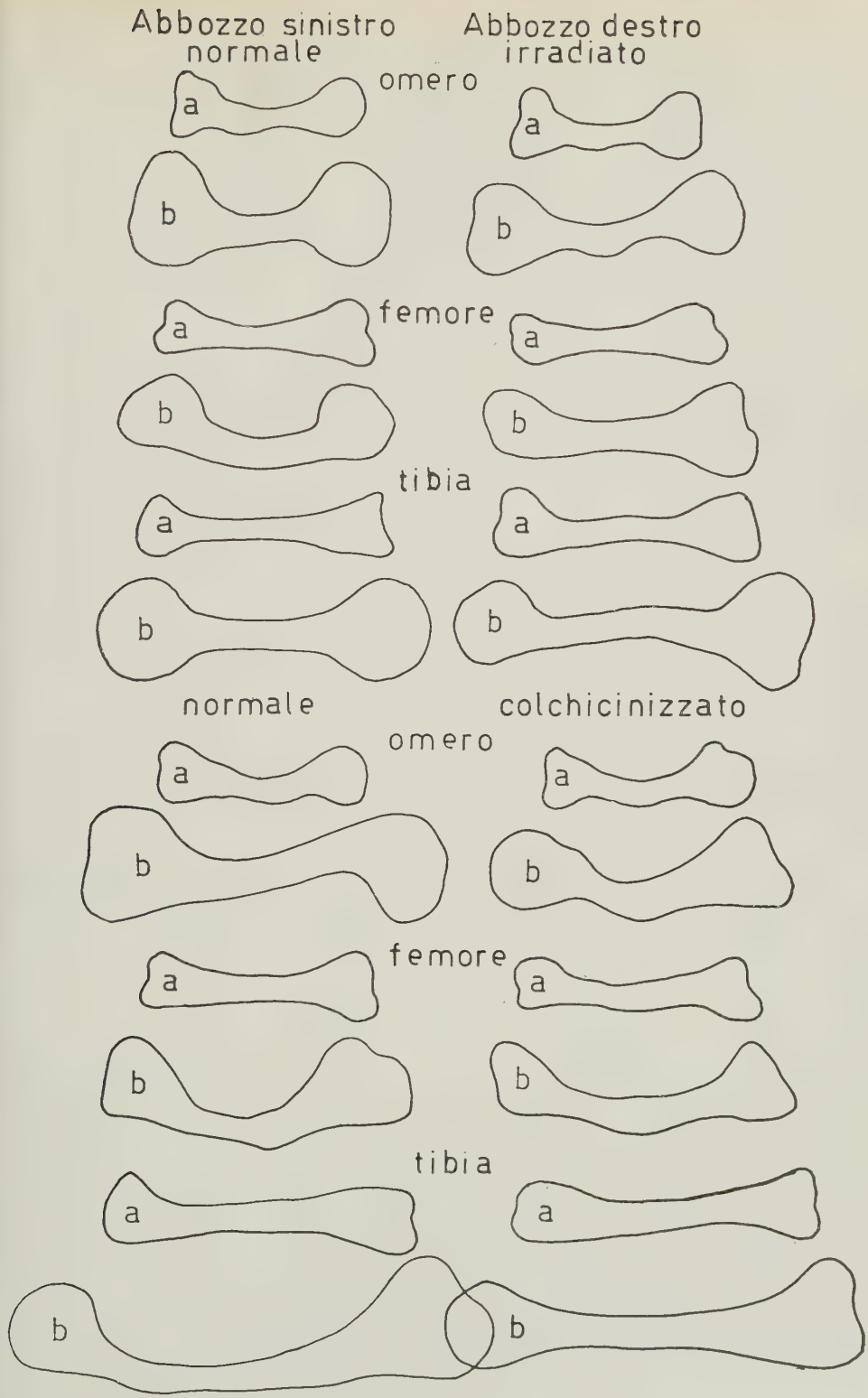


Fig. 1. – Disegni alla camera lucida degli abbozzi cartilaginei di arti di pollo.

a) al momento dell'espianto dopo 7 giorni di incubazione; *b*) dopo sette giorni di cultura in vitro. A sinistra sono indicati gli abbozzi non trattati e a destra quelli trattati.

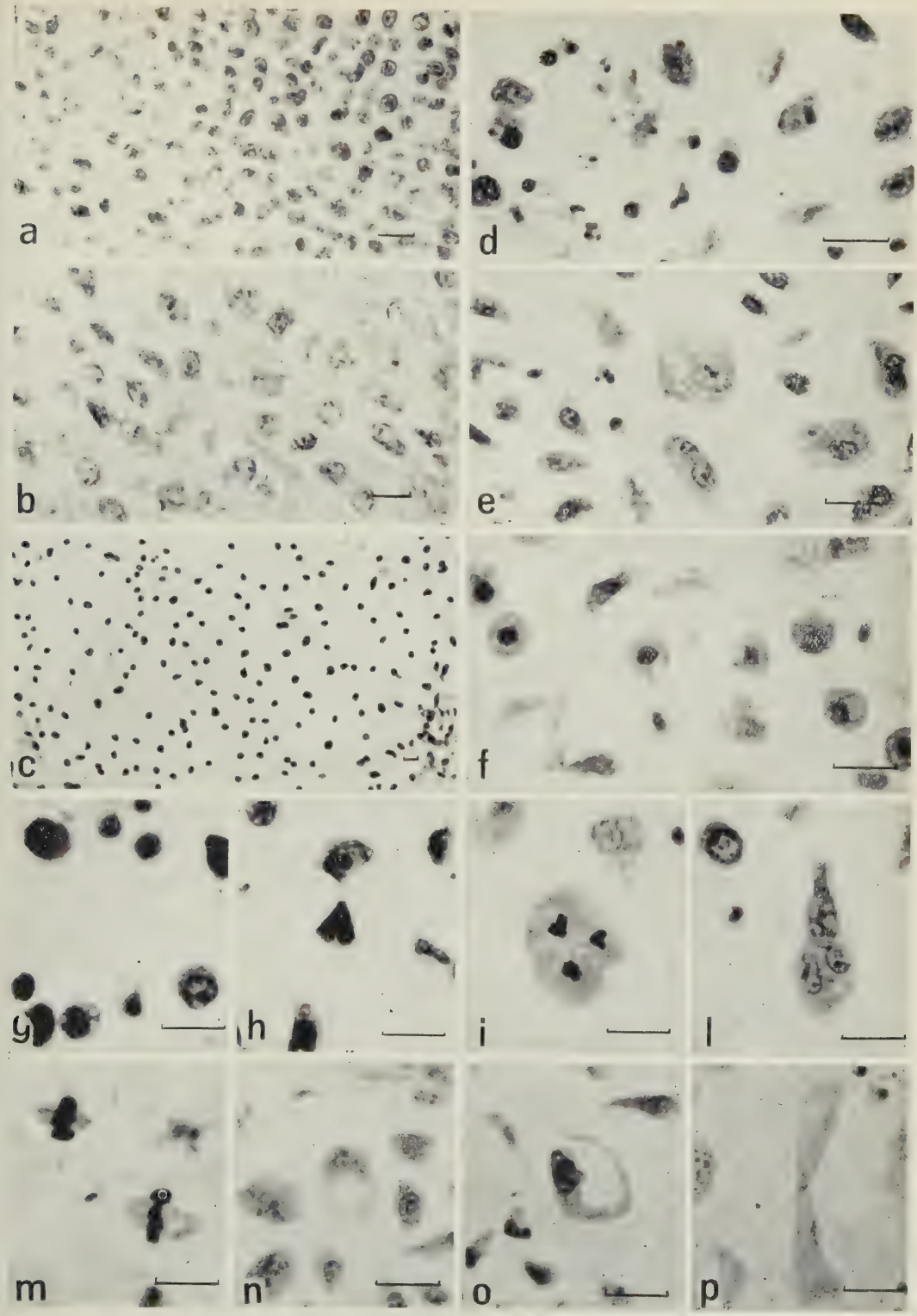
ranti per viscosità dei cromosomi (Tav. I fig. *m*) sino alla picnosi di quasi tutti i nuclei dell'abbozzo (Tav. I fig. *g*). Malgrado queste profonde anomalie che provocano l'arresto delle mitosi si è potuto constatare che gli abbozzi si accrescono in modo praticamente simile al controllo normale coltivato nelle stesse condizioni (fig. 1). Dall'esame istologico si rileva come, malgrado la lesione delle cellule vi sia un accrescimento degli abbozzi simile a quello che si osserva nell'organo coltivato senza trattamento. Da questo fatto si può dedurre che la produzione di sostanza fondamentale avviene anche se le cellule sono alterate e che l'accrescimento è soprattutto in rapporto con l'aumento di questa sostanza. Circa il rapporto di forma (sviluppo delle epifisi, lunghezza della diafisi) si può notare uno sviluppo relativamente minore delle epifisi le quali, nelle colture non trattate, si accrescono esageratamente, con morfologia « a manubrio ».

Gruppo di esperienze B. – Con la colchicina, inibitore del fuso, si bloccano le mitosi alla metafase. Negli abbozzi trattati si è potuto constatare la picnosi dei nuclei e la distruzione di molte cellule già al terzo–quarto giorno dal trattamento (Tav. I fig. *d*); graduando opportunamente le dosi è possibile avere una buona ripresa di molti elementi. Tuttavia, alla ripresa si notano molte cellule grandi e con nuclei di grande volume, tipicamente poliploidi (fig. *e*). Frequenti anche le cellule con più nuclei (fig. *l*) e le cariocinesi atipiche (fig. *i*).

È da osservare che anche queste anomalie della ripresa attività cellulare non arrestano lo sviluppo degli abbozzi, che continua come nei controlli e, quel che è più interessante, con proporzioni non dissimili da quelle che si osservano nelle colture senza trattamento (fig. 1).

Queste esperienze ci permettono di trarre le seguenti conclusioni: La azione di antimitotici che agiscono sia nella antefase (raggi X), sia nella metafase (colchicina) su abbozzi scheletrici di arti di pollo isolati in vitro, provocando distruzione del nucleo, blocco della attività mitotica, o poliploidismo a seconda delle dosi usate, non inibisce in misura apprezzabile (almeno sino al 7° giorno di esperienza) l'accrescimento degli abbozzi. La proporzione di accrescimento tra epifisi e diafisi viene mantenuta sebbene appaia un poco meno accentuato negli espianti irradiati quello ingrossamento esagerato delle epifisi che di norma si osserva negli abbozzi cartilaginei degli elementi lunghi dello scheletro (femore, tibia, omero) coltivati in vitro senza alcun trattamento. Questa differenza, lieve ma evidente, è da mettersi in relazione con le minori possibilità di recupero degli abbozzi irradiati rispetto a quelli colchicinizzati, i quali riprendono con maggiore facilità la attività moltiplicativa, anche se questa porta sovente a condizioni di poliploidia.

I quadri delle alterazioni citologiche corrispondono a quelli osservati trattando con i raggi X o con la colchicina animali integri.



In *a*) abbozzo cartilagineo di femore al momento dell'isolamento in coltura al settimo giorno, momento di inizio del trattamento con i raggi o con la colchicina; in *b*) l'aspetto dopo sette giorni di coltura senza trattamento alcuno; *c*, *g*, *h*, femore e *m* tibia al settimo giorno di coltura dopo irradiazione con 740 *r* a tre riprese successive (una al giorno; 37,6 *r* al minuto a 20 cm di distanza del tubo). In *c*, *g* picnosi e capsule vuote; *h* pseudoamitosi; *m* cariocinesi con stikiness dei cromosomi. *d*, femore isolato al settimo giorno e trattato con colchicina (1 : 1000) dopo 4 giorni di coltura; notare picnosi e cellule in degenerazione: *e*, femore trattato (1 : 2500) al settimo giorno dopo sette giorni di coltura; notare cellule in distruzione e cellule di varia grandezza anche binucleate; *f* tibia trattata come nel caso precedente dopo 7 giorni; notare le cellule bloccate alla metafase (ball-metafase); *i*, *l* come il caso precedente: mitosi atipiche tripolari e cellula gigante trinucleata, *n*, *o*, *p* come il caso precedente: vario grado di degenerazione con vacuolizzazione del citoplasma (a sigillo); in *p* citoplasma privo di nucleo.

Biologia. — *Orientamento delle fibre nervose di cellule spinali embrionali isolate in coltura e rapporti neuro-muscolari* (*in* Gallus *e* Coturnix) (*). Nota di Alberto Stefanelli e Anna Maria Zacchei, presentata (**) dal Corrisp. A. Stefanelli.

Nel proseguimento delle ricerche sul comportamento delle cellule embrionali isolate in coltura (1), disgregate secondo la tecnica di Moscona, ci siamo in particolar modo occupati delle modalità di accrescimento e orientamento delle fibre nervose in rapporto alla dibattuta questione se in coltura le fibre siano orientate solo da cause meccaniche strutturali o substrutturali o se si debbano considerare anche altri fattori di orientamento sia esterni che inerenti alla natura delle cellule stesse.

Oltre al materiale classico rappresentato dagli embrioni di pollo abbiamo introdotto in questo campo di ricerche un materiale nuovo rappresentato dalla quaglia giapponese (*Coturnix coturnix japonica*) che per la estrema facilità di allevamento e la ovificità si presenta materiale oltremodo comodo ed economico, in sostituzione al pollo, e utile per un controllo su altra specie.

Riteniamo utile ricordare come la tripsinizzazione dei frammenti di midollo spinale sia stata fatta con una concentrazione di enzima estremamente debole (3/10.000) e come sia tuttavia sufficente per facilitare la separazione meccanica per pipettamento delle cellule dei frammenti.

Sono stati disgregati frammenti di midollo spinale di embrioni di circa 3 giorni e mezzo (stadio 22–23 di Hamburger-Hamilton). Le colture sono state pertanto fatte con materiale molto più giovane di quello usato dal Levi nelle sue ricerche illustrate nel fondamentale lavoro del '41 (2) con la collaborazione della Mayer (embrioni da 7 a 14 giorni di incubazione).

Gli embrioni di quaglia sono stati fissati dopo 2 giorni e mezzo di incubazione, ad uno stadio pressoché corrispondente (le tabelle di sviluppo di questo uccello sono in corso di elaborazione), poiché la schiusa avviene al sedicesimo giorno anziché al ventunesimo.

Furono allestiti tre tipi di coltura: *a*) di sole cellule spinali; *b*) di cellule spinali miste con cellule di abbozzo di arto; *c*) cellule spinali miste con mioblasti cardiaci.

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Anatomia comparata « G. B. Grassi », della Università di Roma, con un contributo del C.N.R.

(**) Nella seduta del 1 giugno 1959.

(1) Alberto Stefanelli e A. M. Zacchei, *Sulle modalità di aggregazione di cellule embrionali di pollo disgregate in tripsina*, « Act. Embr. Morph. Exper. », 2, 1–12 (1958); *Comportamento delle cellule di abbozzo oculare di pollo dissociate con tripsina e coltivate in vitro*, « Rend. Acc. Naz. Lincei », XXV, 617–621 (1958); *Sull'orientamento delle fibre nervose in coltura in vitro di cellule nervose disgregate di embrione di pollo*. In stampa su questi « Rendiconti ».

(2) G. Levi, *Nouvelles recherches sur le tissu nerveux cultivé in vitro*, « Arch. Biol. », LII, 133–278 (1941).

La preparazione è stata fatta nel modo seguente: stesa sul portaoggetto una pellicola sottilissima di plasma, veniva posta su questa una goccia di liquido contenente le cellule in sospensione (estratto embrionale di pollo di 8 giorni al 10 % in Tyrode). Veniva quindi sovrapposto il coprioggetto tenuto distanziato da un anelletto di metallo di 1/2 mm di spessore in modo che la goccia restasse al centro senza toccare i bordi dell'anelletto. In tal modo è stato possibile un perfetto esame in contrasto di fase.

Rimandiamo per la impostazione del problema alla Nota precedente, presentata l'aprile scorso per questi « Rendiconti », sui vari fattori invocati quali determinanti l'orientamento delle fibre nervose.

Ricordiamo quì come Grigorieff (1929–32) [3] mettendo in vicinanza espianti di encefalo e di miocardio, con la tecnica classica in goccia pendente, abbia descritto la innervazione da parte delle fibre nervose degli elementi muscolari con formazione di plachette, anse e anelletti terminali. Queste esperienze furono ripetute da Oddo (1942) [4] affrontando espianti di sistema nervoso centrale e miocardio; ma questo autore non riuscì a vedere i dispositivi sinaptici illustrati dal Grigorieff. Osservò tuttavia un comportamento differenziale delle fibre in accrescimento tra la parte libera dell'espianto nervoso e quella affrontata all'espianto di miocardio: dal lato libero si ha il caratteristico irraggiamento con terminazioni libere affilate o espanse a lamella e dalla parte affrontata con il tessuto miocardico si forma una fitta rete in cui sono distinguibili poche fibre libere con clavette di accrescimento.

È noto come, con numerose osservazioni, il Weiss [5] si sia dimostrato contrario ad ogni fenomeno attrattivo e orientativo che non sia di natura puramente meccanica; è ben nota la sua concezione della *contact guidance*, aspetto moderno del tigmotropismo in cui è considerata anche la natura delle superfici cellulari. Tuttavia il Levi e l'Olivo, studiando l'orientamento delle fibre emesse da espianti su plasma hanno ritenuto che in questo orientamento non possano essere considerate solo cause fisiche o chimiche; secondo il Levi (1941) l'orientamento non è solo in rapporto allo stato fisico, ma vi è una influenza del pirenoforo che tuttavia va diminuendo con la distanza delle fibre dal centro trofico.

Desideriamo in questa Nota preliminare illustrare alcuni aspetti strutturali apparsi nelle nostre colture che, data la nuova tecnica di preparazione, aggiungono qualche nuovo argomento in favore della presenza di fattori di orientamento al di fuori di una semplice guida strutturale o substrutturale.

(3) L. M. Grigorieff, « Anat. Anz. », *68*, 129–137 (1929–30); « Mitt. Arch. Exper. Zellf. », *13*, 125 (1932).

(4) F. Oddo, *Sui caratteri e sul significato dei reticoli nervosi in colture affrontate di tessuto nervoso e miocardio*, « Boll. Soc. It. Biol. Sperim. », XVII (1942); *I reticoli nervosi in colture affrontate di tessuto nervoso e miocardio*, « Atti R. Acc. Sc. Lett. Art. », Palermo (1944).

(5) P. Weiss, per questa letteratura vedi i nostri lavori precedenti.

È risultato innanzi tutto come l'aspetto delle colture vari molto a seconda della età delle cellule isolate e a seconda della densità della popolazione cellulare. Nelle colture miste risulta inoltre fondamentale la percentuale dei vari tipi cellulari mescolati. Risultano inoltre di assai più facile interpretazione le colture più « diluite », ma la diluizione cellulare non può superare un certo limite poiché altrimenti si pone un ostacolo evidente proprio alla effettuazione di quei rapporti che si desiderano studiare.

Nelle colture di una certa densità si ha il riaggregamento, con quella modalità da noi descritta in altra sede [1] e gli aggregati sono più o meno grossi a seconda della densità delle cellule; nelle colture più diluite si formano pochi e piccoli aggregati e molte cellule rimangono indipendenti.

Nelle colture di sole cellule nervose si formano collegamenti tra gli aggregati come è stato descritto nella Nota precedente; si può però constatare che mentre le fibre che sorgono da cellule di tre giorni e mezzo hanno andamento tipicamente rettilineo e i rami liberi tendono a dividersi dicotomicamente, nelle colture di embrioni di 4–5 giorni il decorso delle fibre è ondulato e incerto, pur riuscendo a connettere nella gran maggioranza dei casi diversi aggregati tra loro.

Così, mentre le fibre che sorgono dalle cellule isolate o dagli aggregati si collegano nei primi giorni di coltura con altri aggregati, nelle colture più vecchie si formano fibre nuove che, con il complicarsi dell'intreccio, perdono sempre più questa tendenza, assumendo aspetti tortuosi.

Nelle colture miste con elementi cardiaci o elementi muscolari degli abbozzi degli arti si sono ottenuti molti casi di evidente associazione neuro-muscolare.

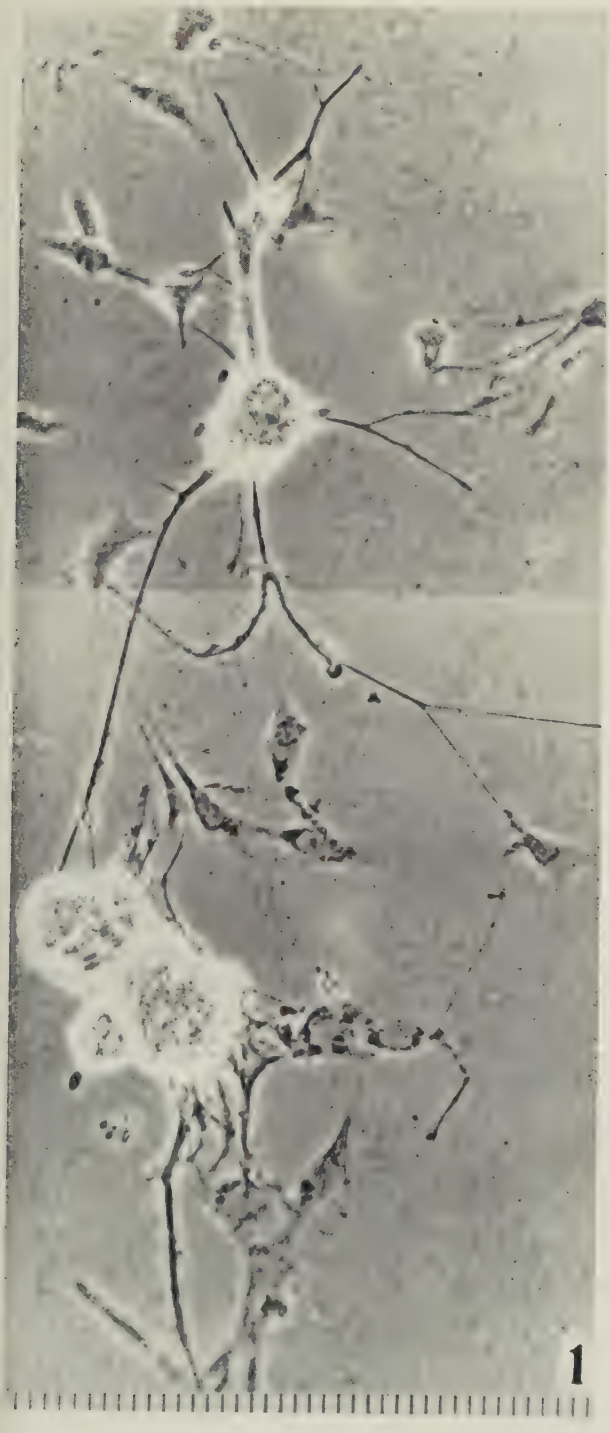
La figura 1 mostra alcuni aggregati di cellule spinali da cui sorgono fibre che si collegano con i numerosi mioblasti della coltura. Quì le cellule muscolari sono ancora indifferenziate. Nella figura 2 si ha la connessione tra una cellula nervosa isolata ed una fibra muscolare cardiaca già con una certa differenziazione. È una immagine schematica di rapporto neuromuscolare quale siamo abituati ad illustrare didatticamente. È da notare la curva che compie la fibra per raggiungere l'elemento muscolare; ma non si può escludere che tale curva possa essere determinata dallo spostamento dell'elemento muscolare nella coltura. La figura 3 mostra un altro esempio: oltre a fibre che connettono aggregati nervosi tra loro vediamo una fibra che si collega con una fibra cardiaca isolata. Questi rapporti neuro–muscolari si attuano sia con fibre prive di movimento contrattile sia con fibre dotate di contrazione ritmica; non sembra che la contrazione abbia un qualche effetto differenziale sul comportamento della fibra nervosa né che la innervazione determini la contrazione. In diversi preparati, dopo 4, 5 giorni, le fibre muscolari presentano una netta striatura.

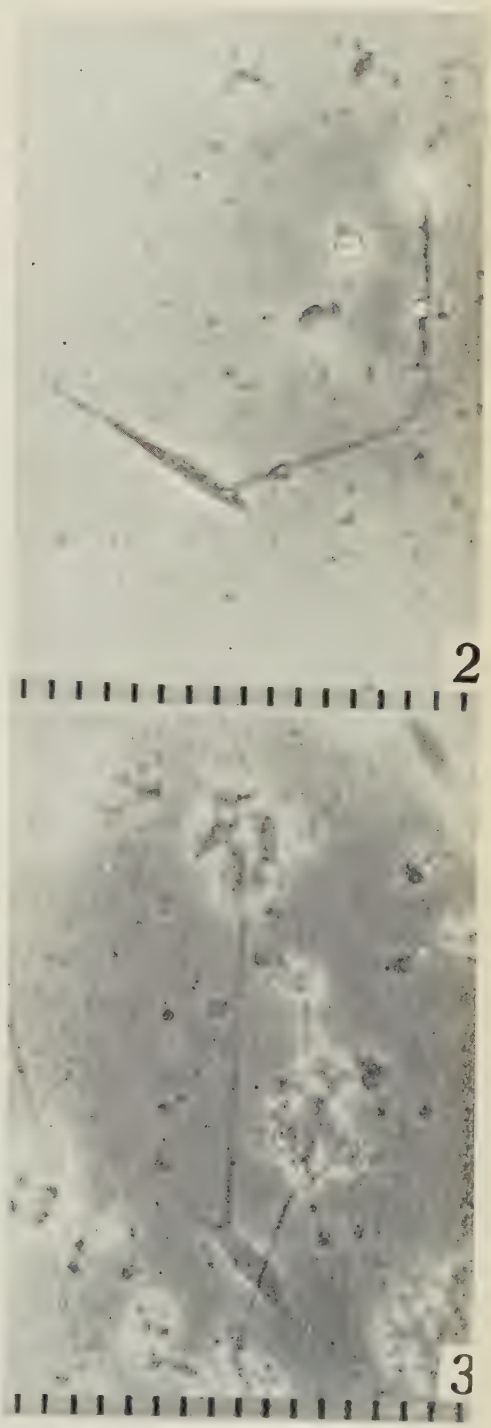
Nelle attuali condizioni di osservazione *in vivo* e in contrasto di fase il rapporto tra fibra nervosa ed elemento muscolare appare come una espansione più o meno vasta dell'apice della fibra che si adagia completamente, o con alcuni punti di contatto, contro la fibra muscolare. Purtroppo per

seguire più a lungo possibile il comportamento di questi rapporti le colture si sono alterate; sono in allestimento preparati argentici eseguiti (con metodo Bodian e con il De Castro–Esaky) su materiale più fresco e questi rapporti potranno essere meglio chiariti. Si potrà cioè vedere se si tratti di vere sinapsi neuromuscolari o se si debbano più semplicemente considerare quali labili connessioni in rapporto ad un tropismo cellulare indipendente dalla natura contrattile degli elementi, del tipo dei neurotropismi illustrati da Grigorieff (1932) per cellule mesenchimatiche ed epiteliali.

Tralasciamo pertanto in questa Nota ogni conclusione teorica, desiderosi solo di illustrare un dato di fatto estremamente chiaro.

In conclusione, in colture di cellule disgregate di midollo spinale di pollo e di quaglia a cui sono stati associati elementi muscolari scheletrici e cardiaci, sono apparse, oltre a delle modalità di connessione tra aggregati nervosi, in rapporto alla età delle cellule, che non sono spiegabili con le sole forze di orientamento strutturale, anche caratteristiche connessioni neuro–muscolari.





Colture di cellule di midollo spinale di embrione di pollo di tre giorni e mezzo disgregate in tripsina, dopo 12 ore di coltura.

1) Alla coltura di cellule nervose sono stati associati elementi miocardici: notare la connessione delle fibre nervose con questi elementi. 2) Altra coltura analoga alla precedente, ma con cellule meno addensate; notare la connessione neuro-muscolare; 3) Altra coltura analoga alla precedente. Osservazioni in contrasto di fase sul vivente; ogni divisione delle scale = 10 μ.

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Geometria. — *Sulle congruenze paraboliche.* Nota di MARIA TERESA CALAPSO, presentata (*) dal Socio B. SEGRE.

1. In una recente Nota lincea (1), il prof. B. Segre, a chiarimento di alcune argomentazioni di P. Drăgilă (2), si è occupato, fra l'altro, delle congruenze di rette paraboliche, in un S_n affine, mettendole in relazione con le coppie di superficie che si corrispondono per parallelismo di piani tangenti.

Le questioni trattate dal prof. Segre sono molto interessanti, e non riteniamo inutile far conoscere alcuni nostri risultati che ad esse si connettono.

2. In uno spazio affine ad n dimensioni, riferito ad un sistema di assi cartesiani, si consideri una superficie (differenziabile) descritta dal punto $x_1, x_2, \cdots, x_n$ (o, semplicemente, punto x) al variare dei due parametri u e v. Si hanno allora le equazioni parametriche della superficie

$$x_i = x_i(u, v), \qquad i = 1, 2, \cdots, n; \tag{1}$$

che scriveremo nella forma compatta

$$x = x(u, v), \tag{2}$$

convenendo di sopprimere, ora e nel seguito, gli indici $1, 2, \cdots, n$, relativi alle n coordinate.

Supporremo, naturalmente, che la matrice $\| x_u, x_v \|$, nella quale gli indici in basso denotano (come nel seguito) derivazioni, sia di caratteristica 2 in ogni punto (u, v) che si considera.

Supporremo ancora che la famiglia di linee $v =$ cost. sia, sulla superficie (1), di *asintotiche*, e cioè sia una *famiglia asintotica*, come a volte diremo; per il che occorre e basta che le funzioni $x = (u, v)$ soddisfino ad una stessa equazione del secondo ordine

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial u^2} = a \frac{\partial x_i}{\partial u} + b \frac{\partial x_i}{\partial v}, \qquad (i = 1, 2, \cdots, n),$$

con a e b funzioni di u, v, che scriveremo:

$$x_{uu} = a x_u + b x_v. \tag{3}$$

(*) Nella seduta del 1° giugno 1959.

(1) *Sui riferimenti fra superficie per incidenza o parallelismo di piani tangenti*, « Rendiconti Accademia Lincei », vol. XXV, fasc. 6, dicembre 1958, pag. 381 e seguenti.

(2) *Correspondances singulières par parallélisme des plans tangents de deux surfaces*, « Proc. Amer. Math. Soc. », 9, 518–21 (1958).

Infine, ad evitare casi banali non interessanti, faremo l'ipotesi che si abbia:

$$b \neq 0 \quad ; \quad \| x_u , x_v , x_{uv} \| \text{ di caratteristica } 3, \tag{4}$$

in ogni punto (u, v) che si considera.

3. Costruita in tal modo una famiglia asintotica (di linee $v = \text{cost.}$) e, conducendo poi per ogni punto della superficie la tangente all'asintotica che vi passa, si ottiene, *nel modo più generale*, una congruenza *parabolica*, di cui la stessa superficie (1) è l'unica focale [3]. La congruenza è allora descritta dalla retta

$$\hat{x} = x + t x_u , \tag{5}$$

essendo t il parametro al variare del quale il punto $\hat{x}$ descrive la retta, fissati che siano u e v.

La famiglia di asintotiche $v = \text{cost.}$ della superficie focale (1) si dirà *famiglia focale* della congruenza parabolica, ora costruita.

4. Diremo che una famiglia di asintotiche ed una congruenza parabolica sono fra loro *coniugate*, se il raggio che descrive la congruenza passa costantemente per il punto che descrive la famiglia asintotica e se, inoltre, alle sviluppabili della congruenza corrispondono le curve della famiglia. Si conviene, però, di escludere da questa definizione la famiglia focale della congruenza (di cui al numero precedente) sicchè, per definizione, il raggio della congruenza non deve appartenere al piano tangente alla superficie sostegno della famiglia asintotica. Le curve di questa, in sostanza, sono staccate sulla detta superficie dalle sviluppabili della congruenza.

Diremo, poi, che due famiglie di asintotiche sono *parallele*, se tra le loro superficie sostegno vi è una corrispondenza punto a punto tale che le tangenti nei punti corrispondenti alle relative asintotiche risultino parallele. È ovvio che, in tal caso, anche i piani osculatori alle suddette asintotiche risultano paralleli, sicchè le superficie sostegno delle due famiglie di asintotiche parallele si corrispondono per parallelismo di piani tangenti.

Diremo, infine, che una congruenza parabolica è *armonica* ad una famiglia di asintotiche (o che questa è armonica alla congruenza) se il fuoco, su ogni raggio della congruenza parabolica, appartiene alla tangente all'asintotica nel punto corrispondente, ed è diverso da questo, e se, inoltre, alle sviluppabili della congruenza corrispondono le curve della famiglia [4].

(3) Vedasi la citata nota del Segre, al n. 6. Cfr. L. BIANCHI, *Lezioni di geometria differenziale*. Bologna, Zanichelli, 1927, vol. I, pag. 472.

(4) È ovvio che qui, e sopra, è sottintesa una corrispondenza biunivoca tra il punto che descrive la famiglia di asintotiche e la retta che descrive la congruenza parabolica. Nelle formole che seguono questa corrispondenza sarà data dai medesimi valori dei parametri u e v.

Di conseguenza, la retta che descrive la congruenza appartiene necessariamente al piano tangente, nel punto corrispondente, alla superficie sostegno della famiglia, dovendo appartenere al piano osculatore alla linea della famiglia passante per il detto punto.

Dal n. 6 della citata nota del prof. Segre risulta, intanto, che:

« Se due famiglie di asintotiche sono parallele, la retta, che congiunge i due punti corrispondenti, descrive una congruenza coniugata ad entrambe le famiglie asintotiche ».

Qui importa osservare che questa configurazione dà, *nel modo più generale*, una congruenza parabolica coniugata ad una data famiglia di asintotiche. Si ha cioè il

TEOREMA: *Per avere, nel modo più generale, una congruenza parabolica coniugata a una data famiglia di asintotiche, basta determinare una qualunque famiglia asintotica parallela alla data e congiungere il punto che descrive la data famiglia con quello che descrive la famiglia parallela.*

Oppure, basta condurre, per il punto che descrive la data famiglia, la parallela alla retta che congiunge l'origine (o un qualunque punto fisso dello spazio) col punto che descrive la famiglia parallela [5].

Daremo la dimostrazione di questo teorema al seguente n. 5, dopo, cioè, aver risoluto il problema di determinare le famiglie di asintotiche *coniugate* a una data congruenza parabolica.

5. Costruita, adunque, una siffatta congruenza come al n. 3, vogliamo determinare le famiglie di asintotiche ad essa coniugate. A questo scopo, basta determinare, nel modo più generale una funzione $t = t(u, v)$, in guisa che il punto $\hat{x}$, definito dalle (5), descriva una superficie, sulla quale le linee $v = \text{cost.}$ siano asintotiche. Così facendo, si arriva, per la funzione incognita t ad una equazione alle derivate parziali seconde, piuttosto complicata, che non trascriviamo. La trattazione si semplifica notevolmente, se si introduce una nuova funzione incognita θ con la posizione:

$$t = -\frac{\theta}{\theta_u}; \qquad \theta_u \neq 0. \tag{6}$$

Ciò equivale ad assumere il punto (5) sotto la forma

$$\hat{x} = x - \frac{\theta}{\theta_u} x_u; \qquad \theta_u \neq 0, \tag{7}$$

la quale esprime che il punto $\hat{x}$ si riguarda come « punto derivato » rispetto ad u del punto x [6], quando come coordinate *omogenee* di questo punto

(5) Per la determinazione delle famiglie di asintotiche parallele a una data, rimandiamo al n. 6 della citata nota del prof. Segre.

(6) In coordinate *omogenee* dicesi « punto derivato » il punto avente come coordinate le derivate delle coordinate del dato punto. Il suddetto punto derivato dipende, naturalmente, dal fattore di proporzionalità insito nelle coordinate omogenee del dato punto.

si assumano le stesse x e l'unità, e di più *si normalizzino* queste coordinate omogenee, dividendole per la funzione θ.

Si trova, allora, per la funzione incognita θ un'equazione, la quale, a calcoli fatti, si riduce alla seguente:

$$\left\{\log \frac{\theta_{uu} - a\theta_u - b\theta_v}{b\theta}\right\}_u = 0 . \tag{8}$$

Integrando rispetto ad u, si ottiene

$$\theta_{uu} = a\theta_u + b\theta_v + b\theta \frac{V'}{V} \tag{9}$$

essendo V una funzione arbitraria della sola variabile v e V' la sua derivata rispetto a questa variabile.

Intanto, va osservato che la funzione θ, introdotta con la (6), si può impunemente moltiplicare per una funzione arbitraria della sola v, perché nulla, così facendo, viene mutato nella (7).

Fissata allora a piacere, nella (9), la funzione V, possiamo mutarvi θ in θ/V, dopo di che otteniamo per θ l'equazione

$$\theta_{uv} = a\theta_u + b\theta_v , \tag{10}$$

che è la stessa equazione (3) della famiglia focale della congruenza parabolica.

Viceversa, ad ogni soluzione θ di questa equazione, per la quale $\theta_u \neq 0$, corrisponde, per le (7), una famiglia asintotica coniugata alla congruenza. Ne segue che tutte e sole queste famiglie si ottengono al variare della soluzione θ dell'equazione in discorso.

In conclusione:

Il problema della determinazione delle famiglie di asintotiche coniugate ad una congruenza parabolica dipende dall'integrazione della medesima equazione del secondo ordine relativa alla famiglia focale.

6. Data una qualunque soluzione θ della (10), per la quale $\theta_u \neq 0$, restano determinate ∞^2 altre soluzioni $\bar{\theta}$ della stessa equazione, che si ottengono ponendo:

$$\bar{\theta} = c_1 \theta + c_2 \tag{11}$$

con c_1 e c_2 costanti arbitrarie, od anche, potendosi cambiare impunemente θ in θ/c_1:

$$\bar{\theta} = \theta + h , \text{ con } h \text{ costante arbitraria} \tag{12}$$

Il cambiamento, nelle (7), della θ in $\bar{\theta}$ si traduce in una trasformazione della più generale famiglia asintotica coniugata alla nostra congruenza in un'altra tale famiglia. Si riconosce che la nuova famiglia è *parallela* alla prima ed anzi è *la più generale* nella detta relazione di parallelismo. In altre parole:

Una famiglia di asintotiche coniugata ad una congruenza parabolica ammette sempre e soltanto ∞^1 *trasformate per parallelismo e coniugate, come la prima, alla stessa congruenza* [7].

Viene così interpretata geometricamente la trasformazione (11) degli integrali della (10).

Ne consegue:

Una congruenza parabolica coniugata ad una famiglia di asintotiche è sempre ottenibile congiungendo il punto che descrive la data famiglia con quello che descrive una famiglia di asintotiche parallela alla data.

Resta così dimostrato il teorema enunciato nel n. 4.

Va notato, infine, che la costruzione ora detta permette di ottenere la più generale congruenza parabolica, indipendentemente dalla famiglia focale.

7. Il passaggio da una qualunque famiglia asintotica (2) ad un'altra siffatta famiglia, coniugata alla congruenza parabolica, di cui la prima è focale, si dirà trasformazione C della famiglia asintotica. Il suddetto passaggio dà luogo, altresì, ad una trasformazione (che diremo pure trasformazione C) delle equazioni paraboliche, ossia del tipo (3), in equazioni dello stesso tipo, e ricorda quella di Moutard delle equazioni iperboliche [8], in quanto si effettua mediante una soluzione prefissata (ma, del resto, qualunque) della stessa equazione, che si vuol trasformare.

Va osservato, però, che la trasformazione C non è involutoria, come quella di Moutard. Essa, pertanto, si può applicare ripetutamente, sia sulle famiglie asintotiche che sulle relative equazioni paraboliche, e si perviene così a trasformazioni e configurazioni quanto mai interessanti.

La funzione b, che interviene nella (3), è un invariante (salvo cambiamenti di parametri) della trasformazione C, come lo è per le normalizzazioni. Lo stesso dicasi per le equazioni paraboliche complete [9].

Il passaggio dagli integrali della (3) ai corrispondenti integrali della sua trasformata C (che si ricava con facile calcolo) è dato dalle formole (7) e (10): ne segue che integrata l'una equazione, si integra subito l'altra.

8. Dopo quello che si è detto ai numeri 4 e 5, si vengono a risolvere facilmente i problemi riguardanti le famiglie asintotiche e le congruenze paraboliche coniugate od armoniche fra di loro. Così, per esempio, si ha:

(7) Per una congruenza parabolica già costruita a partire da due famiglie parallele, le ∞^1 trasformante per parallelismo, di cui sopra, si possono dedurre dal n. 4, pag. 384 della citata nota del prof. Segre.

(8) L. BIANCHI, loc. cit., vol. II, pag. 42; SEGRE, loc. cit., pag. 386.

(9) Fra le trasformate C, in coordinate *omogenee*, vi è la $\hat{X} = X_u$, allora e soltanto allora che nell'equazione completa cui soddisfano le X, e cioè $X_{uu} = \alpha X_u + \beta X_v + \gamma X$, si abbia $\gamma = \beta V$, con V funzione di v. Si noti che anche la (3) si muta in una equazione dello stesso tipo, sotto la condizione $a = b V$ [con V, al solito, funzione della sola v], con la trasformazione $\hat{x} = x_u$.

I) *Per avere nel modo più generale una congruenza armonica a una famiglia asintotica, basta costruire una qualunque trasformata* C *di questa ed assumerne la famiglia di asintotiche (corrispondente alla prima) come famiglia focale della congruenza cercata.*

Quindi:

Il problema di determinare le trasformate C *delle famiglie asintotiche e quello di determinarne le congruenze armoniche sono equivalenti.*

II) *Per avere le famiglie asintotiche armoniche a una data congruenza parabolica, basta determinare le famiglie focali delle congruenze paraboliche coniugate alla famiglia focale della data congruenza* [10].

Le famiglie asintotiche, coniugate alle congruenze paraboliche armoniche a una data famiglia asintotica, si dicono *derivate* di questa. Il loro studio equivale a quello della composizione di due trasformazioni C, e sarà fatto in un prossimo lavoro.

(10) Cfr. col teorema del n. 4.

Meccanica. — *Sul legame tra condizioni di congruenza ed equazioni indefinite nella meccanica dei continui.* Nota di FRANCA GRAIFF, presentata (*) dal Socio B. FINZI.

Il problema dell'integrazione delle equazioni indefinite della meccanica dei continui:

$$S_{ik}{}^{|k} = 0 \tag{a}$$

e quello della ricerca delle condizioni di congruenza, cioè di compatibilità delle equazioni:

$$\xi_{ik} = s_{i|k} + s_{k|i} \tag{b}$$

sono intimamente legati.

Le (a) riguardano l'equilibrio (in assenza di forze di campo) di una membrana su superficie prestabilita e di un corpo deformabile continuo, per i quali S_{ik} rappresenta il tensore degli sforzi: per una membrana gli indici assumono i valori 1 e 2, per un corpo i valori 1, 2, 3. Le (a) riguardano anche la dinamica di un corpo deformabile continuo (sempre in assenza di forze di campo), interpretando S_{ik} come tensore energetico nello spazio–tempo, dove gli indici assumono i valori 1, 2, 3, 4,

Nelle (b) ξ_{ik} è il tensore di deformazione computato allo spostamento infinitesimo s_i.

L. Finzi [1], dopo aver constatato l'analogia formale intercedente tra le soluzioni delle (a) per superfici e spazi tridimensionali a curvatura costante (o nulla) e le corrispondenti condizioni di congruenza, ha dimostrato che dalle une si possono ricavare le altre mediante il principio dei lavori virtuali, applicato nella sua forma diretta o inversa. Ha poi dimostrato che, quando di una generica superficie siano note le condizioni di congruenza in forma esplicita (date mediante l'annullarsi di una funzione) il principio dei lavori virtuali ci dà la possibilità di trovare l'integrale delle (a) e viceversa.

Truesdell [2] ha ripreso questo principio, ha osservato che esso vale per ogni continuo in cui sia definita la derivazione covariante; lo ha applicato però in una forma diversa da quella usata da L. Finzi, in modo da assicurarsi la completa generalità dei risultati raggiunti. Ha concluso quindi che la conoscenza delle condizioni di congruenza equivale all'integrazione delle (a). In particolare ha mostrato come, dalle condizioni di congruenza di B. Finzi [3] per una generica superficie, si possa ricavare la soluzione generale delle (a) per le superfici stesse. Poiché queste condizioni di congruenza sono tensoriali simmetriche di II° ordine e differenziali di IV° ordine, la soluzione

(*) Nella seduta del 1° giugno 1959.

di Truesdell risulterebbe espressa mediante un tensore doppio simmetrico e le sue derivate fino alle quarte.

In questa Nota, ammesso (ragionevolmente) che la soluzione generale della (a) su una generica superficie possa esprimersi mediante la somma del tensore a divergenza nulla, già noto, per superfici a curvatura costante, e di un altro da determinarsi, dimostro che basta *porsi in condizioni di congruenza* per trovare, mediante il principio dei lavori virtuali, l'integrale della (a). Ritrovo così la soluzione già ottenuta in altra nota [4]. Valendomi di questa e del principio dei lavori virtuali nella sua forma duale, ricavo le condizioni di congruenza nella forma già data in un precedente lavoro [5] e le identità tra di esse.

Con lo stesso metodo integro le (a) per spazi comunque curvi a 3 e a 4 dimensioni.

In tutti e tre i casi considerati, statica delle membrane, statica dei corpi continui, dinamica dei corpi continui, le equazioni indefinite vengono poste sotto la classica forma del principio dei lavori virtuali per sistemi olonomi, rispettivamente a due, tre, quattro gradi di libertà, con la semplice sostituzione di funzioni arbitrarie di campo ai parametri arbitrari.

Rilevo infine altre analogie tra i due problemi, dell'equilibrio e della congruenza e do un criterio meccanico per valutare la possibilità di un continuo a compiere « spostamenti in sè » (rigidi).

1. – STATICA DELLE MEMBRANE COMUNQUE CURVE. – Sia data una membrana σ in equilibrio, tesa su di una generica superficie e soggetta a forze esterne attive applicate al solo contorno. Sia

$$ds^2 = a_{ik}\,dx^i\,dx^k \qquad (i\,,\,k = 1\,,\,2) \tag{1}$$

la metrica della superficie che riterremo del tutto generica, in modo tale che sia soddisfatta la:

$$\varepsilon^{ik}\,K_{/i}\,H_{/k} \neq 0 \tag{2}$$

con K curvatura totale e $H \equiv K_{/i}\,K^{/i}$.

Le equazioni indefinite di equilibrio della membrana considerata, se S_{ik} è il tensore degli sforzi, sono le (a). Per integrarle ammettiamo che S_{ik} abbia la forma:

$$S_{ik} = \Phi_{ik} + D_{ik}\,, \tag{3}$$

essendo Φ_{ik} il tensore soddisfacente la (a) per K costante:

$$\Phi_{ik} = a_{ik}(\Delta_2\varphi + K\varphi) - \varphi_{/ik} \tag{4}$$

(con φ arbitrario). In una varietà generica la sua divergenza vale:

$$\Phi_{ik}{}^{/k} = \varphi K_{/i}\,. \tag{5}$$

D_{ik} sia invece un tensore per ora completamente arbitrario, che potrà, nell'ipotesi (2), essere messo sotto la forma:

$$D_{ik} = AK_{/i}\,K_{/k} + B\,(H_{/i}\,K_{/k} + H_{/k}\,K_{/i}) + CH_{/i}\,H_{/k} \tag{6}$$

con A , B , C da determinarsi in modo che il tensore S_{ik} soddisfi la (a).

Se:

$$\xi_{ik} = s_{i/k} + s_{k/i} \tag{7}$$

rappresenta una generica deformazione congruente, infinitesima, nulla al contorno della membrana, il principio dei lavori virtuali che assicura l'equilibrio della stessa si esprime nel seguente modo:

$$\int_\sigma S_{ik}\,\xi^{ik}\,d\sigma = 0\,. \tag{8}$$

Per la (5), nell'ipotesi (7) risulta:

$$\int_\sigma \Phi_{ik}\,\xi^{ik}\,d\sigma = -2\int_\sigma \varphi K_{/i}\,s^i\,d\sigma\,. \tag{9}$$

Si ha inoltre identicamente:

$$D_{ik}\,(s^{i/k} + s^{k/i}) \equiv 2A\left[I^{/k}\,K_{/k} - \frac{1}{2}M\right] + 2B\,[M^{/k}\,K_{/k} + I^{/k}\,H_{/k} - \lambda I - \mu M] + \tag{10}$$

$$+ 2C\left[M^{/k}\,H_{/k} - \frac{1}{2}\alpha I - \frac{1}{2}\beta M\right]$$

dopo aver posto:

$$(\underset{1}{\Delta}H)_{/i} \equiv \alpha K_{/i} + \beta H_{/i} \qquad [\underset{1}{\Delta}\,(H\,,K)]_{/i} \equiv \lambda K_{/i} + \mu H_{/i} \quad [4]$$

$$I \equiv K_{/i}\,s^i \qquad M \equiv H_{/i}\,s^i\,. \tag{11}$$

Essendo s_i arbitrario, lo sono pure I e M.

Per la (9) e la (10), operando un'integrazione per parti e ricordando che sul contorno $I = 0\,, M = 0$, la (8) diventa:

$$\int_\sigma (\underset{K}{F}I + \underset{H}{F}M)\,d\sigma = 0 \tag{12}$$

dove si è posto:

$$\left.\begin{aligned} \underset{K}{F} &= -2\varphi - 2\,(AK_{/k})^{/k} - 2\,(BH_{/k})^{/k} - 2P\lambda - C\alpha \\ \underset{H}{F} &\equiv -A - 2\,(BK_{/k})^{/k} - 2\,(CH_{/k})^{/k} - 2B\mu - C\beta\,. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Essendo I e M arbitrari, affinché la (12) sia soddisfatta, occorre che:

$$\underset{K}{F} = 0 \quad \text{cioè} \quad 2\varphi = -2\,(AK_{/k})^{/k} - 2\,(BH_{/k})^{/k} - 2B\lambda - C\alpha \tag{15}$$

$$\underset{H}{F} = 0 \quad \text{cioè} \quad A = -2\,(BK_{/k})^{/k} - 2\,(CH_{/k})^{/k} - 2B\mu - C\beta\,. \tag{16}$$

Da queste equazioni di equilibrio è possibile ricavare A e φ in funzione di B e C, che risultano quindi, a priori, arbitrarie. In tal modo il cercato tensore a divergenza nulla viene espresso mediante le funzioni arbitrarie B e C e le loro derivate fino alle quarte: sulla loro arbitrarietà ho discusso altrove, concludendo che solo una di esse è essenziale [4].

Noto ancora che, poiché I e M rappresentano, per le (11), le variazioni subite da K e H nello spostamento, $\underset{H}{F}$ e $\underset{K}{F}$ possono interpretarsi come le componenti della sollecitazione attiva secondo le coordinate libere H e K del generico punto P della superficie.

2. Condizioni di congruenza per una membrana. – Ora che il tensore degli sforzi in condizioni di equilibrio è noto, si possono ricavare le condizioni di congruenza: ancora il principio dei lavori virtuali avrà la forma (8) dove si interpreti S_{ik} come variazione equilibrata del tensore degli sforzi (nulla al contorno) e ξ_{ik} come deformazione.

Nelle ipotesi fatte risulta:

$$\int_\sigma \Phi_{ik}\,\xi^{ik}\,d\sigma \equiv \int_\sigma \varphi\,(\underset{2}{\Delta}\theta - \xi_{ik}{}^{/ik} + K\theta)\,d\sigma \qquad (\theta = \xi_{ik}\,a^{ik})\,.$$

Posto, per comodità,

$$\underset{2}{\Delta}\theta - \xi_{ik}{}^{/ik} + K\theta \equiv -2\,\Omega \tag{17}$$

si ponga ora, per φ, la sua espressione data dalla (15). Poiché, per la (16), sul contorno A risulta nullo con B e C, integrando per parti si trova:

$$\int_\sigma \Phi_{ik}\,\xi^{ik}\,d\sigma \equiv \int_\sigma (-2\,A\Omega^{/k}\,K_{/k} - 2\,B\Omega^{/k}\,H_{/k} + 2\,\Omega B\lambda + \Omega C\alpha)\,d\sigma.$$

Il lavoro virtuale risulta quindi espresso da:

$$\int_\sigma S_{ik}\,\xi^{ik}\,d\sigma \equiv \int_\sigma \Big\{ A\,(-2\,\Omega^{/k}\,K_{/k} + \xi^{ik}\,K_{/i}\,K_{/k}) - 2\,B\Omega^{/k}\,H_{/k} + \\ + 2\,B\Omega\lambda + \Omega C\alpha + 2\,B\xi^{ik}\,H_{/i}\,K_{/k} + C\xi^{ik}\,H_{/i}\,H_{/k} \Big\}\,d\sigma\,.$$

Si ponga ora, per brevità:

$$-\xi^{ik}\,K_{/i}\,K_{/k} + 2\,\Omega^{/k}\,K_{/k} \equiv L\,. \tag{18}$$

Dopo aver sostituito al posto di A l'espressione (16), fatta la solita integrazione per parti, il lavoro virtuale risulta:

$$\int_\sigma \Big\{ 2\,B\,[-L^{/k}\,K_{/k} + L\mu - \Omega^{/k}\,H_{/k} + \Omega\lambda + \xi^{ik}\,H_{/i}\,K_{/k}] + \\ + C\,[-2\,L^{/k}\,H_{/k} + \beta L + \Omega\alpha + \xi^{ik}\,H_{/i}\,H_{/k}] \Big\}\,d\sigma\,. \tag{19}$$

Essendo B e C arbitrarie, affinché questo lavoro sia nullo, cioè ci sia congruenza, occorre che:

$$(20) \qquad \begin{cases} \xi^{ik} K_{/i} H_{/k} - L^{/k} K_{/k} - \Omega^{/k} H_{/k} + \mu L + \lambda \Omega = 0 \\ \xi^{ik} H_{/i} H_{/k} - 2 L^{/k} H_{/k} + \beta L + \alpha \Omega = 0 . \end{cases}$$

Con le posizioni (17) e (18) queste rappresentano le condizioni di congruenza già trovate per altra via [5], differenziali, del quarto ordine.

Si può inoltre osservare che, se al posto di B e C si pone [4]:

$$B = - \frac{1}{\varepsilon^{ij} K_{/i} H_{/j}} [K \chi \Delta_1 (H , K) + \chi_{/ik} K^{/i} H^{/k}]$$

$$C = \frac{1}{\varepsilon^{ij} K_{/i} H_{/j}} [K \chi H + \chi_{/ik} K^{/i} K^{/k}]$$

con χ funzione arbitraria, S_{ik} risulta identicamente nullo, e identicamente nullo risulta quindi il lavoro virtuale. La (8) in questo caso è un'identità. Col solito procedimento di integrazione per parti, si otterrà allora un'identità del II ordine che lega le due condizioni di congruenza trovate. Ho già ottenuto per altra via questa identità, e ne ho dato un significato geometrico [5].

3. SUPERFICI PARTICOLARI. – Se $H = F(K)$, la (2) non è soddisfatta; per trovare allora il tensore degli sforzi, si aggiunge, al solito tensore (4) il tensore:

$$D_{ik} = A K_{/i} K_{/k} .$$

In condizioni di congruenza, il principio dei lavori virtuali dà:

$$(21) \qquad \int_\sigma [2 \varphi + 2 (A K_{/k})^{/k} + A F' (K)] I \, d\sigma = 0$$

essendo I arbitrario, col solito significato (11).

La funzione φ dovrà quindi soddisfare la:

$$- 2 \varphi = 2 (A K_{/k})^{/k} + A F' (K)$$

con A arbitrario, risultato coincidente con quello già ottenuto per altra via [4].

Osservo ancora che, essendo I la variazione subita dalla curvatura nello spostamento, il suo coefficiente (nella (21)) che annullandosi dà la condizione di equilibrio, può interpretarsi come la componente della sollecitazione attiva secondo la coordinata libera K.

Prendendo ora per S_{ik} il tensore solenoidale trovato, col solito procedimento, si ritrovano le condizioni di congruenza per queste particolari superfici.

4. STATICA DEI CORPI CONTINUI DEFORMABILI. – Il metodo usato nel paragrafo 1 per la ricerca del più generale tensore superficiale a divergenza nulla, può essere generalizzato per varietà tridimensionali comunque curve.

Poiché ho trattato più ampiamente il problema in altra Nota [6], mi limito soltanto a considerazioni che hanno attinenza con l'argomento in esame.

Come al paragrafo 1, il tensore incognito abbia la forma (3), dove ancora Φ_{ik} è il più generale tensore soluzione della (a) per curvatura costante, mentre D_{ik} è un tensore simmetrico generico. Precisamente sarà:

$$\Phi_{ik} \equiv \nu_{ik|s}{}^{s} - \nu_{is|k}{}^{s} - \nu_{ks|i}{}^{s} + \nu_{pq}{}^{|pq}\, a_{ik} - 2\, R_{ij}\, \nu^{j}{}_{k} \,. \tag{22}$$

Esso è simmetrico per ν_{ik} simmetrico generico in varietà a curvatura costante; per varietà generiche, lo è soltanto se le direzioni principali di ν_{ik} coincidono con quelle di R_{ik} (tensore di Riemann contratto). Supponiamo allora che il tensore ν_{ik} non sia un tensore simmetrico del tutto arbitrario, ma che esso sia il più generale tensore doppio simmetrico, le cui direzioni principali coincidano con quelle $\underset{t}{\lambda_i}$ del tensore R_{ik}. Sia dunque:

$$\nu_{ik} \equiv \sum_{1}^{3}{}_{t} \underset{t}{\nu}\, \underset{t}{\lambda_i}\, \underset{t}{\lambda_k} \,. \tag{22'}$$

Se allora indico con $\underset{t}{\omega}$ gli invarianti principali di R_{ik}, la divergenza di Φ_{ik}, per spazi comunque curvi, risulta:

$$\Phi_{ik}{}^{|k} = -\sum_{1}^{3}{}_{t} \underset{t}{\nu}\, \underset{t}{\omega}{}_{|i} \,. \tag{23}$$

Se la $V_{(3)}$ considerata è del tutto generica, se cioè vale la:

$$\varepsilon^{ikr}\, \underset{1}{\omega}{}_{|i}\, \underset{2}{\omega}{}_{|k}\, \underset{3}{\omega}{}_{|r} \neq 0 \,, \tag{24}$$

il più generico tensore simmetrico può sempre porsi sotto la forma:

$$D_{ik} \equiv \sum_{1}^{3}{}_{rs} \underset{rs}{D}\, \underset{r}{\omega}{}_{|i}\, \underset{s}{\omega}{}_{|k} \tag{25}$$

e la sua divergenza:

$$D_{ik}{}^{|k} \equiv \sum_{1}^{3}{}_{t} \underset{t}{d}\, \underset{t}{\omega}{}_{|i} \tag{25'}$$

dove $\underset{rs}{D} = \underset{sr}{D}$ e $\underset{t}{d}$ sono le componenti covarianti, rispetto al sistema di riferimento $(\underset{t}{\omega})$ rispettivamente di D_{ik} e $D_{ik}{}^{|k}$. Le $\underset{t}{d}$ conterranno quindi D_{ik} e le sue derivate prime.

Il principio dei lavori virtuali assume quindi l'espressione:

$$\delta \mathfrak{L} = \int_{\tau} S_{ik}\, (s^{i|k} + s^{k|i})\, d\tau \equiv 2 \int \left(\sum_{1}^{3}{}_{t} \left(\underset{t}{\nu} - \underset{t}{d} \right) \underset{t}{\omega}{}_{|i}\, s^{i} \right) d\tau = 0 \,.$$

Ricordando che gli $\underset{t}{\omega_{/i}} s^i$ sono arbitrari (perché lo è s_i), e che rappresentano le variazioni $\underset{t}{\delta\omega}$ subite dai tre invarianti principali $\underset{t}{\omega}$ per lo spostamento, osservo che, anche in questo caso, il principio dei lavori virtuali assume una forma analoga a quella classica per i sistemi olonomi e $\underset{t}{\nu} - \underset{t}{d}$ possono interpretarsi come le componenti della sollecitazione attiva secondo le coordinate libere. In condizioni di equilibrio deve quindi essere:

$$\underset{t}{\nu} = \underset{t}{d} \tag{26}$$

Risolviamo le (25′) rispetto a $\underset{t}{d}$, il valore trovato, per la (26), ci dà $\underset{t}{\nu}$ e la (22′) fornisce tosto ν_{ik}: ponendolo nella (22) si ricava Φ_{ik}.

Concludendo: $S_{ik} = \Phi_{ik} + D_{ik}$ soddisfa la (*a*) e dipende dai seguenti elementi: il tensore doppio simmetrico arbitrario D_{ik}, la sua divergenza e le derivate prime e seconde di questa.

L'attendibilità dei risultati raggiunti può essere verificata applicando il principio dei lavori virtuali nel modo indicato da Truesdell [2].

Truesdell mostra che, se $\Omega_{ik} = \Omega_{ki} = 0$ sono le condizioni di congruenza per la varietà considerata, se S_{ik} è l'incognita soluzione delle (*a*), se A_{ik} è un generico tensore doppio simmetrico, il principio dei lavori virtuali dice che si deve verificare:

$$\int_\tau (S_{ik}\,\xi^{ik} - A^{ik}\,\Omega_{ik})\,d\tau = 0 \tag{27}$$

per ogni ξ_{ik}. Ponendo nella (27) per Ω_{ik} l'espressione trovata in [7] si perviene alla conclusione che il tensore S_{ik} è somma di un tensore generico e di un altro costruito soltanto con la divergenza del primo e con le derivate di questa fino alle seconde, quale è appunto il risultato ottenuto in precedenza.

5. DINAMICA DEI CONTINUI. – Le condizioni di congruenza per cronotopi comunque curvi sono note; il metodo di Truesdell ci dà quindi la possibilità di integrare le (*a*), che costituiscono le equazioni della dinamica dei corpi deformabili continui: ma, pur essendo questo metodo chiarissimo, offre una difficoltà di calcolo. Analogamente a quanto si è visto nel paragrafo precedente, si può ancora dimostrare che, anche in questo caso, l'integrale generale delle (*a*) si esprime mediante la somma di un tensore doppio simmetrico generico e di un altro costruito con la divergenza del primo e le derivate di questa fino alle seconde.

6. CONFRONTI. – Dal procedimento seguito in questa Nota per integrare le equazioni indefinite della meccanica, è emersa un'ulteriore analogia tra questo problema e quello della congruenza, analogia che sta nel metodo per risolverli e che ha anche un significato meccanico.

Per scrivere infatti le condizioni di congruenza in forma esplicita per varietà del tutto generiche, senza passare attraverso il principio dei lavori virtuali, si è dovuto procedere prima all'integrazione delle (*b*): data la deformazione si è ricavato l'eventuale spostamento mediante le variazioni (dovute alla deformazione stessa) di n invarianti intrinseci delle varietà $V_{(n)}$.

Analogamente, per integrare le equazioni di equilibrio delle stesse varietà, si sono trovate prima le componenti della variazione della sollecitazione attiva secondo le coordinate libere, mediante il lavoro dovuto alla variazione degli sforzi.

Per varietà particolari, ad esempio per superfici aventi $H = F(K)$, è bastata la conoscenza di una sola componente dello spostamento ($K_{/i}\, s^i$) per esplicitare le condizioni di congruenza; in modo del tutto analogo, per le stesse superfici, la (21) mostra che è sufficiente la conoscenza della sollecitazione attiva secondo la sola coordinata libera K per integrare le (*a*).

Se poi le varietà sono a curvatura costante, non occorre né lo spostamento, né la conoscenza della sollecitazione attiva per risolvere i due problemi.

C'è insomma un dualismo tra grandezze, procedimenti, e conclusioni nei due problemi. Non mi sembra privo di interesse precisare questo dualismo nelle due seguenti colonne, di sapore geometrico la prima, riguardante la congruenza, meccanico la seconda, riguardante l'equilibrio. Dalla statica si passa poi alla dinamica sostituendo il tensore degli sforzi al tensore energetico nello spazio–tempo.

Congruenza	*Equilibrio*
Deformazione.	Variazione del tensore degli sforzi.
Corrispondente variazione di spostamento.	Corrispondente variazione di sollecitazione attiva.
Lo spostamento viene rivelato attraverso la variazione degli invarianti intrinseci.	La variazione della sollecitazione attiva viene calcolata mediante il lavoro virtuale.
Se la varietà V_n non ha n invarianti intrinseci tra loro indipendenti, non è possibile, dalla deformazione, ricavare la variazione dello spostamento in tutte le direzioni.	Se la varietà V_n non ha n invarianti intrinseci tra loro indipendenti, non è possibile, dalla variazione di sforzo, ricavare univocamente la componente della sollecitazione attiva secondo tutte le coordinate libere.
È quindi possibile variazione di spostamento senza deformazione.	È quindi possibile variazione di sollecitazione attiva senza variazione dello stato di sforzo.

Per definizione, una varietà ammette spostamenti in sé quando sono possibili spostamenti senza deformazioni [8]; e quindi quando la varietà stessa non ammette almeno n invarianti intrinseci tra loro indipendenti [7]. Dual-

mente, si potrà affermare che un continuo ammette spostamenti in sé quando è possibile che una variazione della sollecitazione attiva non vari il suo stato di sforzo. Si hanno così due diverse definizioni della rigidità: l'una geometrica, l'altra meccanica.

BIBLIOGRAFIA.

[1] L. FINZI, *Legame tra equilibrio e congruenza e suo significato fisico.* Questi « Rend. », ser. VIII, vol. XX, 1956.

[2] C. TRUESDELL, *General solution for the stress in a curved membrane*, « Proc. Acad. of Sc. » (U.S.A.), vol. 23, 1957.

[3] B. FINZI, *Sopra il tensore di deformazione di un velo*, « Rend. Ist. Lomb. di Sc. e Lett. », vol. LXIII, 1930.

[4] F. GRAIFF, *Soluzione generale tensoriale delle equazioni indefinite di equilibrio per una membrana.* Questi « Rend. », ser. VIII, vol. XXVI, 1959.

[5] F. GRAIFF, *Sulle condizioni di congruenza per una membrana*, « Rend. Ist. Lomb. di Sc. e Lett. », vol. 92, 1957.

[6] F. GRAIFF, *Soluzione generale delle equazioni indefinite della meccanica dei continui*, « Rend. Ist. Lomb. », in corso di pubblicazione.

[7] F. GRAIFF, *Sulle condizioni di congruenza per deformazioni anche finite.* Questi « Rendic. », ser. VIII, Vol. XXIV, 1958.

[8] Cfr. L. P. EISENHART, *Riemannian Geometry*, Princeton 1926, p. 88.

Fisica. — *Spettrometria gamma di radionuclidi artificiali raccolti per filtrazione dell'aria al suolo.* Nota di Giuseppina Aliverti, Francesca Demichelis e Giuseppe Lovera, presentata (*) dal Socio E. Perucca.

Uno degli argomenti di ricerca durante l'A.G.I. 1957–58, proposto dal Gruppo di lavoro sulla radiazione nucleare del C.S.A.G.I., è lo studio della radioattività artificiale dell'aria atmosferica.

Difatti i nuclidi artificiali prodotti dalle esplosioni nucleari o termonucleari hanno una considerevole persistenza e si trovano in tutti gli strati dell'atmosfera così da diventare degli utili traccianti per gli studi su le correnti d'aria e sugli scambi fra i vari strati.

La raccolta di tali nuclidi si fa abitualmente filtrando un grosso volume noto di aria attraverso carta da filtro di opportune caratteristiche. I radionuclidi di origine naturale, che anche vengono contemporaneamente raccolti, sono a breve vita, così che dopo quattro giorni l'attività è dovuta essenzialmente ai radionuclidi artificiali; la loro attività evolve durante mesi ed anni.

In Italia vi è attualmente una rete di 8 stazioni creata dalla C.N.I.–A.G.I. e un'altra, di diverse stazioni, dell'Aeronautica militare. I centri di queste due reti esaminano sistematicamente l'attività beta totale dei campioni giornalieri.

Di notevole interesse per particolari scopi è però anche il poter individuare almeno i più importanti radionuclidi presenti. La possibilità di fare ciò è offerta dalla spettrometria dei raggi gamma mediante rivelatore a scintillazione [1], [2].

Un analizzatore tipo RIDL a cento canali, grazie ad una generosa sovvenzione del CNR, è in funzione, attualmente, all'Istituto di Fisica Sperimentale del Politecnico di Torino, e perfettamente a punto, così da garantire la necessaria accuratezza nella interpretazione dei risultati sperimentali.

La raccolta dei campioni è fatta a Napoli presso il Gabinetto di Meteorologia ed Oceanografia dell'Istituto Universitario Navale; con filtro Millipore vengono filtrati circa 100 m^3 di aria.

Il campione trovato finora più attivo è stato raccolto il 9 marzo u. s. e analizzato dall'11 marzo fino al 24 aprile. Il rivelatore a scintillazione è un cristallo di NaI (Tl) (1 1/2'' × 1 1/2'') seguito da un fotomoltiplicatore 53 AVP; gli impulsi sono inviati all'analizzatore RIDL. Ecco i risultati ottenuti:

1° l'inverso dell'attività osservata, in funzione del tempo, è con buona approssimazione una retta. Ne deduciamo che i radionuclidi presenti sono

(*) Nella seduta del 1° giugno 1959.

originati prevalentemente da un singolo evento; la retta estrapolata taglia l'asse dei tempi a circa 40 giorni prima della raccolta;

2° lo spettro effettivo dei raggi gamma, cioè detratto il fondo, è stato ottenuto nei tre intervalli di tempo 11–21 marzo, 8–16 aprile, 17–24 aprile, con dieci ore di misure effettive per ciascun intervallo;

3° l'intervallo di energie esaminato va da 0,25 a 1,80 MeV;

4° la Tabella I elenca i valori delle energie corrispondenti ai picchi prominenti osservati e i nuclidi da noi ritenuti responsabili dei raggi gamma;

Tabella I.

Picchi preminenti Me V	Nuclidi
0,36	$^{140}_{56}$Ba (0,310) ; $^{140}_{57}$La (0,328) ; $^{131}_{53}$I (0,364)
0,49	$^{140}_{57}$La (0,487) ; $^{103}_{44}$Ru (0,498) ; $^{140}_{56}$Ba (0,54)
0,75	$^{95}_{40}$Zr (0,722 ; 0,754) ; $^{95}_{41}$Nb (0,768)
0,82	$^{140}_{57}$La (0,815)
1,62	$^{140}_{57}$La (1,596)

5° confrontando fra loro gli spettri dei tre successivi intervalli si nota un considerevole aumento della intensità relativa del picco a 0,75 MeV dei raggi gamma di $^{95}_{40}$Zr e $^{95}_{41}$Nb; e ciò con comportamento conforme alla tabella di Schumann [3];

6° dall'esame degli spettri gamma dei vari campioni, appare inoltre che non è da escludere la presenza di tracce di $^{137}_{55}$Cs (picco a 0,66 MeV), ossia di materiale radioattivo di vecchia data insieme a quello più recente.

Ulteriori ricerche sono in corso e i risultati saranno pubblicati in seguito.

Esprimiamo la nostra gratitudine al prof. E. Perucca per il suo gentile interessamento e per le utili discussioni.

Bibliografia.

[1] A. Scafati, « Rend. Ist. Sup. Sanità », XXI, 1958; A. Scafati, «Minerva Nucleare», III, 1, 16 (1959).

[2] P. Amadesi, A. Cervellati, C. Melandri, O. Rimondi, Atti VIII Convegno Ass. Geof. Italiana, Roma, febb. 1959 (in corso di stampa).

[3] G. Schumann, « Beitr. z. Physik der Atmosphäre », XXX, 189 (1958).

Chimica. — *Un nuovo metodo per la determinazione della temperatura di transizione del 2° ordine di alti polimeri* [*]. Nota di ENZO FERRONI, presentata [**] dal Socio G. NATTA.

La riproducibilità di numerose esperienze ha dimostrato l'esistenza di un fatto sperimentale, degno di nota. Se, si misura la tensione superficiale di una soluzione di un composto non ionico, in funzione della temperatura (durante l'uniforme riscaldamento o raffreddamento della soluzione) si può agevolmente constatare: La tensione superficiale della soluzione decresce linearmente con la temperatura fino ad un certo punto oltre il quale aumenta, raggiunge un valore massimo per una definita temperatura e poi torna a decrescere regolarmente.

A seconda dell'intervallo di temperatura considerato, si possono constatare talvolta uno o più massimi. Le temperature a questi corrispondenti risultano indipendenti dalla concentrazione della soluzione, dalla natura del solvente, dal gradiente di temperatura prescelto nel riscaldamento o nel raffreddamento della soluzione.

Si può facilmente constatare che le temperature individuate da detti massimi corrispondono, con sorprendente accordo, alla temperatura di fusione o di transizione di fase del soluto [1].

Si ha motivo di ritenere che la singolare fenomenologia osservata sia conseguente alla grandezza prescelta e alle modalità di operazione. La tensione superficiale è misurata con il metodo dell'anello con un tensiometro di elevata sensibilità (0,01 dine/cm) [2]. Sul piattello del tensiometro è posta la vaschetta contenente la soluzione del composto in esame. Nell'intercapedine della vaschetta circola l'adatto liquido qualora si voglia misurare la tensione superficiale delle soluzioni ad una definita temperatura. Nel caso invece che si voglia misurare la tensione superficiale delle soluzioni durante l'omogeneo riscaldamento o raffreddamento, la vaschetta viene posta in un adatto forno verticale (posto sul piattello del tensiometro). La variazione continua di adatte resistenze permette di operare con un gradiente termico definito.

Il volume della soluzione è circa 1/5 del volume utile della vaschetta. Ciò ci assicura il minimo gradiente termico fra la fase liquida e quella gassosa sovrastante. La temperatura della soluzione è misurata per lettura diretta di un termometro al decimo, immerso nella soluzione.

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica fisica dell'Università di Firenze.

(**) Nella seduta del 1° giugno 1959.

(1) E. FERRONI, « Annali di Chimica », *46*, 947 (1956); E. FERRONI e G. GABRIELLI, « Annali di Chimica », *46*, 950 (1956); *47*, 833 (1957); « Rend. Accad. Lincei », *21*, 96, 100 (1956).

(2) G. PICCARDI, « Brev. Ital. », N. 462316, 18 febbraio 1950, 9 marzo 1951.

I dati sperimentali sono numerosi e forse già sufficienti per impostare una coerente spiegazione, sulla quale riferiremo in seguito.

Si è ritenuto opportuno estendere il campo di indagine e considerare le soluzioni degli alti polimeri per le seguenti considerazioni.

Come è noto, transizioni del 2° ordine trovano sede negli alti polimeri ed è altresì noto che la determinazione delle temperature (o dell'intervallo di temperatura) di tali transizioni richiede metodi talvolta laboriosi. I risultati dipendono spesso dal metodo impiegato come si può osservare facilmente confrontando i dati ricavati da metodi diversi.

Si riportano i risultati di uno studio condotto su soluzioni di polistirolo in solventi diversi. Il polistirolo usato (P.M. circa 25.000) fornitomi dall'Istituto di Chimica Industriale del Politecnico di Milano, è costituito da una frazione atattica amorfa, ottenuta per estrazione di un polistirolo greggio preparato con catalizzatori metallorganici, contenenti metalli di transizione.

I solventi usati sono: toluolo, xilolo, cicloesanone e decalina. Prima di cimentare le soluzioni si è misurata la variazione della tensione superficiale dei vari solventi con la temperatura. Tale dipendenza si è dimostrata perfettamente lineare.

Nel grafico si riportano i valori della tensione superficiale (valore medio su 5 serie di esperienze distinte) in funzione della temperatura. Tutte le soluzioni sono al 2 $^{0}/_{0}$ in peso.

L'errore medio massimo risulta 0,03 dine/cm.

Dall'aspetto formale dei grafici riportati, si può constatare: L'andamento della tensione superficiale in funzione della temperatura riproduce esattamente la fenomenologia descritta.

Indipendentemente dalla natura del solvente il massimo (evidentissimo) della tensione superficiale si trova in corrispondenza della temperatura di 90°C.

Com'è noto, dai lavori di E. Jenckel e K. Ueberreiter [3], T. G. Fox e P. J. Flory [4], W. Heller e A. C. Thompson [5], G. S. Parks e W A. Gilkey [6] ed altri autori, nell'intorno della temperatura di 90°C, il polistirolo presenta una transizione del 2° ordine.

Altre considerazioni si possono trarre dall'aspetto formale dei grafici ma si ritiene opportuno tralasciarle per sottolineare quanto detto e più precisamente: la temperatura di transione del 2° ordine del polistirolo è individuata con particolare evidenza dalla variazione della tensione superficiale delle soluzioni con la temperatura, qualora si usi la metodica descritta.

Visto il risultato ottenuto si ha motivo di ritenere che una estensione di questa ricerca potrà convalidare un nuovo metodo di misura delle temperature di transizione negli alti polimeri.

(3) « Z. phys. Chem. », A *182*, 361 (1938).
(4) « J. Applied Phys. », *21*, 581 (1950),
(5) « J. Coll. Science », *6*, 57 (1951).
(6) « J. Phys. Chem. », *33*, 1428 (1929).

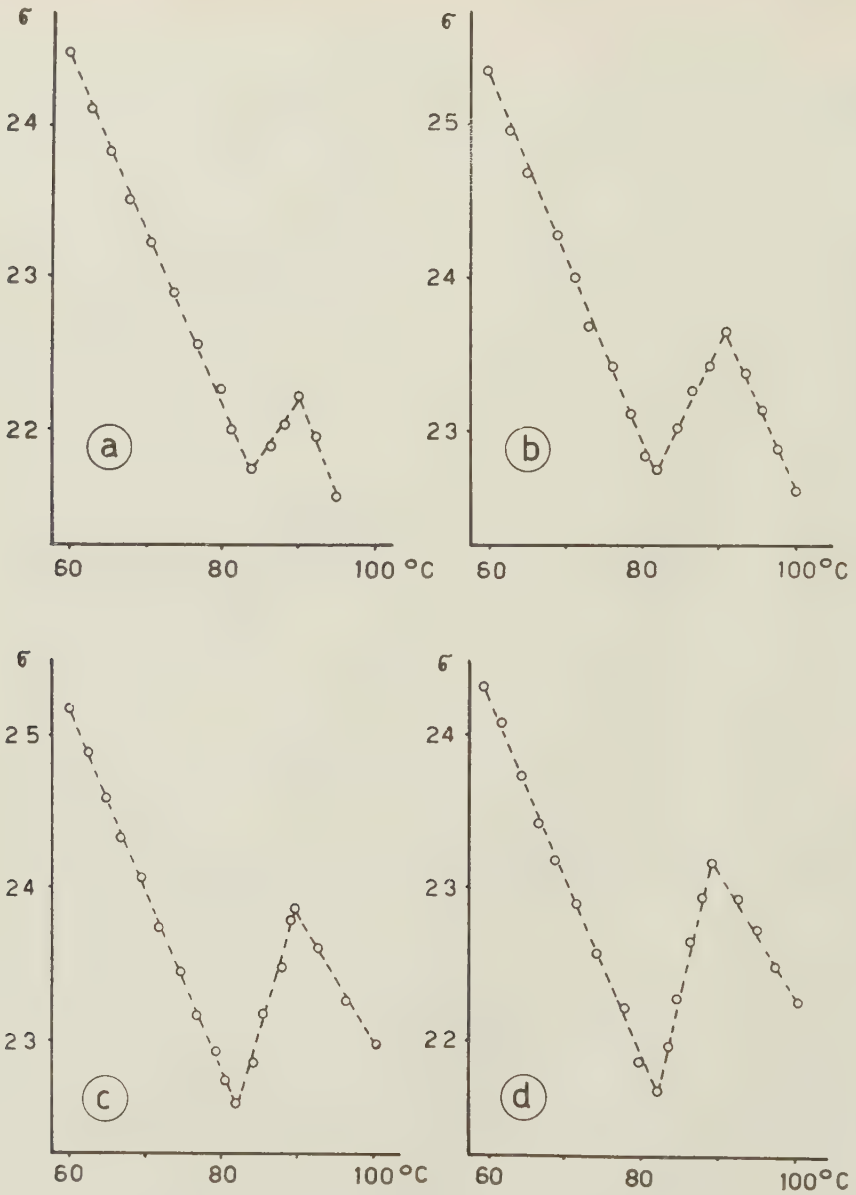


Fig. 1. – Variazione della tensione superficiale in funzione della temperatura di soluzioni al 2 % di polistirolo in *a*) toluolo, *b*) xilolo, *c*) decalina, *d*) cicloesanone.

Una estensione della ricerca coopererà altresì ad aumentare il numero dei risultati sperimentali necessari per convalidare la giustezza di una interpretazione teorica di questa singolare fenomenologia.

L'interesse dimostrato dal prof. G. Natta e Coll. a questa ricerca ci offre la possibilità di estendere questi studi. Al Ch.mo Sig. prof. G. Natta il più vivo ringraziamento per i preziosi consigli dati.

Chimica. — *Sulla termoluminescenza del fluoruro di calcio precipitato*(*). Nota di CARLO BETTINALI, presentata (**) dal Socio V. CAGLIOTI.

È noto che alcuni sali inorganici, allorché sono preparati per precipitazione, mostrano termoluminescenza anche se non sono stati precedentemente irradiati. Tale fenomeno è stato riscontrato per il carbonato di calcio [1, 2] il solfato di calcio e quello di manganese [3]. Il carbonato di calcio precipitato inoltre, se viene compresso, presenta un aumento della quantità totale di luce di termoluminescenza emessa.

Abbiamo potuto riscontrare nel nostro laboratorio [4] che anche il fluoruro di calcio ottenuto per precipitazione presenta il fenomeno della termoluminescenza. Qui di seguito ne vengono illustrate le caratteristiche.

Per la preparazione del fluoruro di calcio sono stati adoperati sempre prodotti Merck « pro analisys », si è operato sempre a temperatura ambiente, all'oscuro ed i campioni sono stati sempre essiccati sotto vuoto su anidride fosforica.

Una serie di preparazioni orientative è stata compiuta facendo reagire a freddo l'acido fluoridrico al 4 % ed al 20 % su carbonato dl calcio, ossido di calcio, idrossido di calcio solidi e così pure mescolando soluzioni di cloruro e di nitrato di calcio con acido fluoridrico o fluoruro sodico. Le preparazioni sono state fatte sia versando i sali di calcio nella soluzione fluoridrica che viceversa [5].

In tutti i casi si è ottenuto un prodotto che, allorquando viene riscaldato con velocità di 0,5° al secondo presenta, a seconda del metodo di preparazione, termoluminescenza con un massimo compreso fra i 280° e i 315° (1).

In Tabella I vengono riportati i risultati delle esperienze.

In colonna 1 è indicato il tipo di materiale; in colonna 2 sono schematitizzati e metodi più rappresentativi di preparazione adoperati; in colanna 3 è indicata la temperatura del picco di termoluminescenza registrata per una velocità di riscaldamento di 0,5°/sec. L'intensità (col. 4) della luce emessa viene espressa in unità arbitrarie, corrispondenti all'ampiezza dell'area sottesa della *glow* curve.

(*) Lavoro eseguito nel Laboratorio Chimico della Divisione Geomineraria del Comitato Nazionale Ricerche Nucleari presso l'Istituto di Chimica Generale ed Inorganica dell'Università di Roma.

(**) Nulla seduta del 1° giugno 1959.

(1) Ricordiamo che la temperatura del massimo di termoluminescenza è funzione della velocità di riscaldamento oltre che della profondità delle trappole [6, 7, 8]. Le nostre esperienze sono state effettuate per ogni serie di campioni con velocità di 0,1–0,5–2 gradi al secondo. I valori della temperatura del massimo di termoluminescenza sono stati riferiti, tenuto conto della velocità di misura, alla profondità delle trappole calcolata in e. v.

Per il calcolo è stato adoperato il metodo consigliato da M. CURIE [8]. I valori in e. v. calcolati concordano per lo stesso campione, misurato a velocità differenti, entro il 5 %.

TABELLA I.

(*Effetto degli attivatori e del metodo di preparazione*).

MATERIALE	METODO DI PREPARAZIONE	CARATTERI DELLA TERMOLUMINESCENZA	
		temperatura del massimo (velocità di riscaldamento 0,5°/sec.)	intensità in unità arbitrarie (area sottesa)
1	2	3	4
CaF_2°	HF (4 %) + $CaCO_3$ (*)	315° ± 5°	254
CaF_2 : Mn 2 %	HF (4 %) + $CaCO_3$: Mn	315° ± 5°	305
CaF_2 : La 2 %	HF (4 %) + $CaCO_3$: La	315° ± 5°	196
CaF_2°	HF (20 %) + $CaCO_3$:	308° ± 5°	292
CaF_2 : Mn 2 %	HF (20 %) + $CaCO_3$: Mn	308° ± 5°	187
CaF_2 : La 2 %	HF (20 %) + $CaCO_3$: La	308° ± 5°	194
CaF_2	HF (04 %) + $CaCl_2$ 0,02 M	280° ± 5°	132
CaF_2 : Mn 2 %	HF (04 %) + $CaCl_2$ 0,02 M + $MnCl_2$	280° ± 5°	167
CaF_2 : La 2 %	HF (04 %) + $CaCl_2$ 0,02 M + $LaCL_3$	280° ± 5°	194

(*) Il carbonato di calcio è stato preparato aggiungendo una soluzione molare di nitrato di calcio contenente o meno l'attivatore ad una soluzione 0,1 molare di carbonato sodico nelle condizioni e colle modalità consigliate da DANIELS [9]. La preparazione del fluoruro di calcio è stata fatta attenendosi alle modalità suggerite da GINTHER [10, 1].

È da rilevare innanzitutto che la quantità di luce di termoluminescenza osservata è più piccola per un fattore compreso fra 10^{-2} e 10^{-4} di quella osservata dopo irradiazione del CaF_2(Mn) preparato in laboratorio secondo le modalità descritte da Ginther; è più piccola, anche dello stesso fattore, rispetto a quella manifestata dalle fluoriti naturali incolori dopo irradiazione, come pure è più piccola di quella presentata dalle fluoriti colorate, naturalmente termoluminescenti (Tabelle II e III).

Come appare dai dati esposti, la presenza di lantanio e di manganese non influenza né la posizione del picco né l'intensità della termoluminescenza da precipitazione. Confrontando i risultati relativi ai tre gruppi di preparati, si nota invece una certa differenza nei valori del massimo di termoluminescenza in relazione col metodo di preparazione.

È stato pure valutato l'effetto del manganese e quello di uno spegnitore tipico quale il ferro. Il manganese dà effetto spegnente in quantità del 5 %, il ferro ferrico dello 0,02 %.

Per chiarire i caratteri distintivi della termoluminescenza da precipitazione da quella da irradiazione, i vari prodotti precipitati sono stati irradiati con raggi X emessi da un anticatodo di molibdeno a 35 Kv per la durata di un ora. Tale irradiazione produce in una fluorite naturale incolora [2], un colore da irradiazione blu intenso ed una intensa termoluminescenza le cui caratteristiche sono riportate nella prima riga della tabella II.

TABELLA II.

(*Effetto della irradiazione e riscaldamento sulle caratteristiche di termoluminescenza*).

MATERIALE	NON IRRADIATO		IRRADIATO		SCALDATO A 400° ED IRRADIATO	
	col. 1		col. 2		col. 3	
	temperatura del massimo	area	temperatura del massimo	area	temperatura del massimo	area
Fluorite di Furbara	200°	268	45°	$15 \cdot 10^3$	45°	$15 \cdot 10^3$
	315°		155°	$20 \cdot 10^3$	150°	$20 \cdot 10^3$
			200°	$50 \cdot 10^3$	200°	$52 \cdot 10^3$
CaF_2	315°	254	315°	270	65°	$64 \cdot 10^3$
CaF_2 : Mn 2 %	315°	305	50°	115	65°	$64 \cdot 10^3$
			315°	200	105°	$23 \cdot 10^3$
CaF_2 : La 2 %	315°	196	315°	270	65°	5700
					200°	1000

Nella Tabella II vengono riportati anche i dati ottenuti con fluoruro di calcio preparato in laboratorio per azione di HF a 4 % sul $CaCO_3$ contenente o meno attivatore.

Nella colonna 1 sono riportati i dati relativi ai campioni non irradiati; nella colonna 2 i dati relativi ai campioni irradiati e nella colonna 3 quelli relativi ai campioni riscaldati a 400° per due ore e quindi irradiati.

Esaminando i dati, si nota che nel campione precipitato è irradiato, senza preventivo riscaldamento, l'intensità di luce di termoluminescenza emessa e la temperatura del massimo non variano rispetto a quel che si osserva per il campione non irradiato; l'irradiazione cioè non provoca effetto

(2) Il campione da noi adoperato è stato prelevato nei giacimenti di Furbara nel Lazio ed è di notevole purezza.

apprezzabile. Nel CaF_2(Mn) si nota invece la comparsa di un picco a bassa temperatura, di intensità paragonabile come ordine di grandezza a quello da precipitazione rimasto immutato.

L'irradiazione effettuata sui campioni precipitati e quindi riscaldati a 400°, produce invece un completo cambiamento nelle caratteristiche di termoluminescenza: la quantità di luce emessa aumenta di alcune centinaia di volte, i massimi di termoluminescenza compaiono a temperature molto più basse di quelle che si registrano per la termoluminescenza da precipitazione.

Per valutare a quali temperature bisogna portare il fluoruro di calcio precipitato per ritrovare i ben noti effetti prodotti dalla irradiazione e cioè la colorazione e la viva termoluminescenza descritte in letteratura, il materiale è stato scaldato per due ore a 130°–200°–300°–400° gradi. Il materiale scaldato al di sotto di 200° non viene eccitato dall'irradiazione. Il comportamento del campione irradiato dopo riscaldamento a 300° cambia; compare il tipico colore blu da irradiazione e la termoluminescenza assume le caratteristiche riportate nella colonna 3 della Tabella II.

TABELLA III.

MATERIALE	Massimi di termoluminescenza presenti allo stato naturale (temperatura del massimo per velocità di riscaldamento di 0,5°/sec)	Area sottesa in unità arbitrarie
Fluorite di Sardara	201°	$116 \cdot 10^3$
Fluorite Prestval (Trento)	201°	$40 \cdot 10^3$
Fluorite Bolzano	232°	$45 \cdot 10^3$

È da notare che la termoluminescenza da precipitazione non viene sensibilmente diminuita dal riscaldamento a 130°, così come è stato rilevato da Ginther per il solfato di calcio e per quello di manganese.

È da notare altresì che numerosi sali umidi [12], fra cui il fluoruro di calcio, se irradiati con luce ultravioletta, mostrano luminescenza e tale proprietà viene distrutta dal riscaldamento a 150°. Ciò è stato attribuito alla presenza di acqua assorbita. Sono in corso da parte nostra ricerche sulla relazione fra le anzidette caratteristiche del fluoruro di calcio precipitato e la termoluminescenza da precipitazione.

CONCLUSIONI.

La termoluminescenza da precipitazione osservata nel fluoruro di calcio precipitato presenta un massimo a circa 300°.

La temperatura a cui si manifesta la termoluminescenza da irradiazione è invece più bassa di quella che si osserva per la termoluminescenza da precipitazione (circa 200°).

La termoluminescenza da irradiazione può essere eccitata nel CaF_2 precipitato soltanto se si sottopone a irradiazione il materiale già riscaldato oltre 200°.

La quantità di luce emessa nella termoluminescenza da precipitazione è circa 0,01–0,001 di quella da irradiazione.

Ringraziamo il prof. V. Caglioti per i consigli ed i suggerimenti dati nell'impostazione ed esecuzione del presente lavoro.

Ringrazio il dott. J. Bernett per l'aiuto dato nel corso della sperimentazione.

LETTERATURA.

[1] E. J. ZELLER, J. L. WRAY, F. DANIELS, *Thermoluminescence induced by pressure and cristallisation*, « Journal Chem. Phis. », *23*, 2187 (1954).

[2] A. DEBENEDETTI, *The mechanical activation of thermoluminescence in calcite*, « Nuovo Cimento », *7*, 251–4 (1958).

[3] L. E. MOORE, *Thermoluminescence of sodium sulphate and lead sulphate and miscelaneous sulphates carbonates and oxides*, « Journal Phis. Chem. », *61*, 636–9 (1957).

[4] Atti del 1° Convegno di Geologia Nucleare 1955, 12. Roma.

[5] E. RINCK, *Fluorure de Calcium*. Nouveau traitè de Chemie Minerale dir. P. Pascal, Ed. Masson et Cie, 1958.

[6] J. T. RANDALL, M. H. F. WILKINS, « Proc. Roy Soc. », *A 184*, 272–5 (1945).

[7] A. H. BOOTH, *Calculation of electron traps depth from thermoluminescence maxima*, « Cand. Journal of Chem. », *32*, 214–15 (1954).

[8] G. CURIE, D. CURIE, *Sur la determination des profondeurs des pièges à electrons par thermoluminescence*, « J. Phis. Radium », *16*, 199–205 (1955).

[9] J. L. WRAY, F. DANIELS, *Precipitation of calcite and aragonite*, « J. of Am. Chem. Soc. », *79*, 2031–34 (1957).

[10] R. J. GINTHER, *Sensitized luminescence of* CaF_2 : (Ce+Mn), « J. of elettrochem. Soc. », *101*, 248–57 (1954).

[11] R J. GINTHER–D. K. RUSSEL, *The thermoluminescence of* CaF_2 : Mn, « J. of elettrochem. Soc. », *104*, 365–9 (1957).

[12] J. EWLES, W. E. MARTIN, *On luminescence of wetted solids*, « Proc. Phil Litter Soc. Sc. Sec. », 30 marzo, vol. III, 557–8 (1939).

Chimica. — *Effetto del trattamento a varie temperature, dopo assorbimento, sul potere selettivo del fosfato di zirconio impiegato quale scambiatore inorganico* (*). Nota di Giulio Alberti e Arminio Conte, presentata (**) dal Socio V. Caglioti.

In questi ultimi tempi sono state svolte numerose ricerche per effettuare separazioni di ioni su scambiatori inorganici sintetici [1–9]. Tale impiego desta interesse in quanto alcuni degli scambiatori studiati, oltre ad avere una capacità di scambio paragonabile a quella degli scambiatori organici, resistono alle alte temperature e a forti dosi di radiazioni ionizzanti.

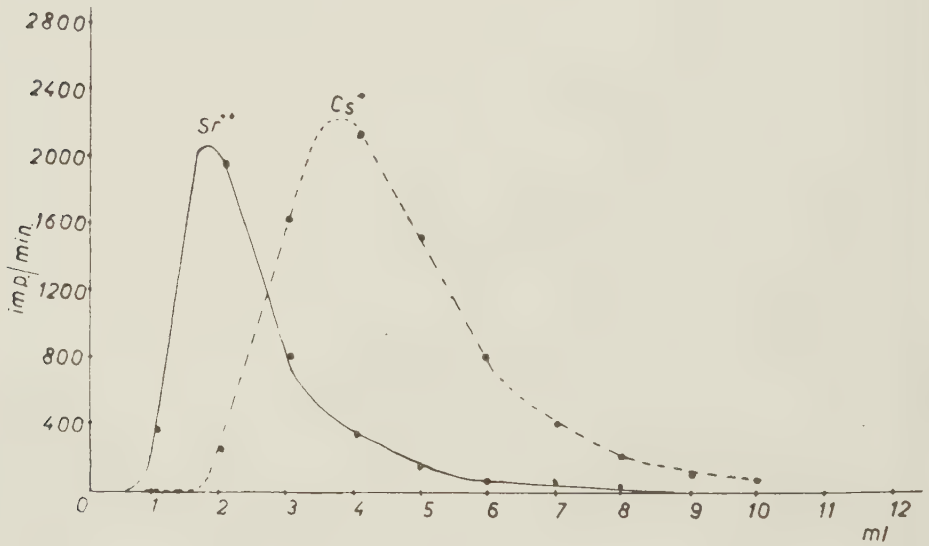


Fig. 1.

Separazione Sr^{++}—Cs^{+} su ZP pretrattato con 8 ml soluzione 1 N NaCl—0,08 N NH_4OH; velocità di flusso 0,8 cm/min; eluizione a 25° C con HCl 2 N.

Abbiamo voluto studiare l'influenza di un trattamento a varie temperature, dopo assorbimento di miscele di ioni, sul potere selettivo di tali scambiatori. Lo scambiatore adoperato è il fosfato di zirconio preparato secondo I. e O. Gal [10].

Le miscele di ioni da separare erano stronzio e cesio marcati.

Su una serie di colonnine (Ø 0,6 cm), ciascuna riempita con 0,5 g di tale scambiatore (frazione granulometrica compresa fra 150–200 mesh) sono state eseguite le seguenti esperienze:

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica Generale ed Inorganica – Laboratorio Chimico della Divisione Geomineraria del C.N.R.N. – Roma.

(**) Nella seduta del 1° giugno 1959.

a) sono stati fissati 0,735 m. eq. di Sr^{++} e 0,020 m. eq. di Cs^{+} in soluzione cloridrica e si è poi eluito con HCl 2 N a 25°C (fig. 1) e a 77°C (fig. 2).

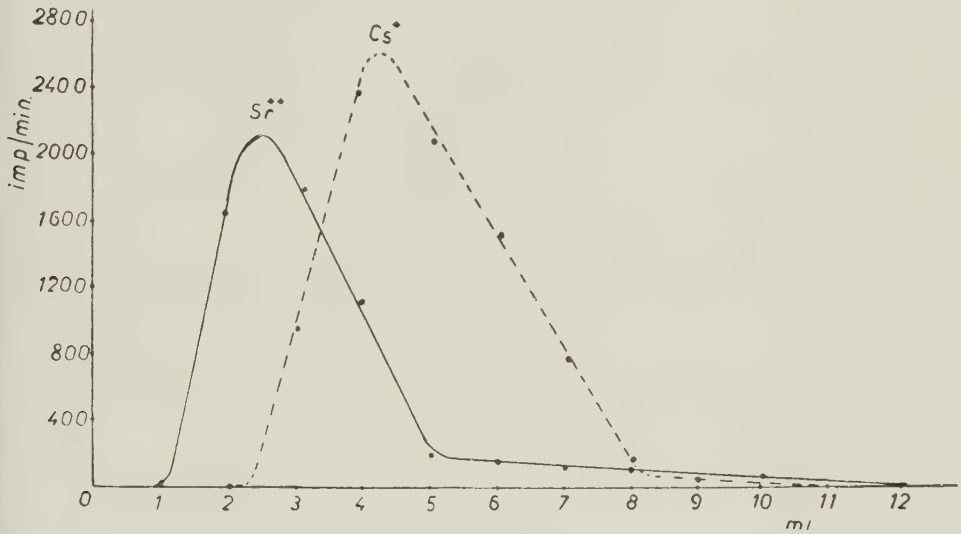


Fig. 2.

Separazione Sr^{++}—Cs^{+} su ZP pretrattato con 8 ml soluzione 1 N NaCl—0,08 N NH_4OH; velocità di flusso 0,8 cm/min; eluizione a 77°C con HCl 2 N.

b) dopo aver fissato le stesse quantità di Sr^{++} e Cs^{+}, le colonnine sono state riscaldate a varie temperature (25°, 70°, 100°, 110°; 150°, 180°) per 2,5 ore e poi eluite a 25°C con HCl 2 N. La fig. 3 rappresenta i risultati ottenuti per trattamento a 180°C.

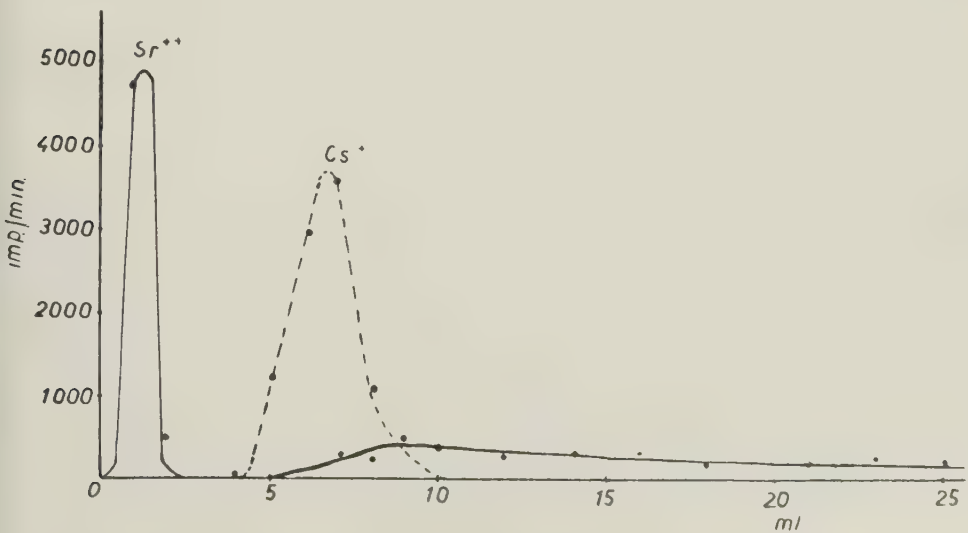


Fig. 3.

Separazione Sr^{++}—Cs^{+} su ZP pretrattato con 8 ml soluzione 1 N NaCl—0,08 N NH_4OH; trattamento termico: 2,5 ore a 180°C; velocità di flusso: 0,8 cm/min; ——— eluizione con HCl 2 N; ----- eluizione con NH_4Cl 5 N—HCl 1N.

Dalle curve riportate risulta che, nelle condizioni di carico e di eluizione da noi prescelte, la separazione non è effettuabile né a temperatura ambiente, né a 77° C.

Una netta separazione è invece possibile quando, dopo avervi fissato gli ioni da separare, lo scambiatore viene riscaldato a 180° C.

Le esperienze in corso sono dirette ad accertare l'effetto del trattamento a varie temperature, sulle rigenerabilità del potere selettivo.

Così pure, abbiamo ricerche in corso per valutare l'influenza del trattamento a varie temperature del solo scambiatore, sulle proprietà selettive dello scambiatore stesso.

Le esperienze finora effettuate dimostrano che con l'aumentare della temperatura e del tempo di riscaldamento, si ha diminuzione della capacità di scambio e perdita di peso del fosfato di zirconio.

La capacità di scambio specifica però, per le temperature studiate, è leggermente aumentata; la selettività dello scambiatore poi risulta accresciuta sensibilmente e si mantiene reversibile.

Un dettagliato lavoro sull'argomento sarà pubblicato altrove.

Ringraziamo sentitamente il prof. V. Caglioti per i consigli datici nell'impostazione e nello svolgimento della presente Nota.

Bibliografia.

[1] K. A. Krauss, H. O. Phillips, « J. Am. Chem. Soc. », *78*, 249 (1956).
[2] Id., p. 694.
[3] K. A. Krauss, T. A. Carlson, J. S. Johnson, « Nature », *177*, 1128 (1956).
[4] C. B. Amphlett, Mac Donald, « Chem. and Ind. », 1314 (1956).
[5] Id., p. 365 (1957).
[6] C. B. Amphlett, Mac Donald, Redman, « J. Inorg. Nucl. Chem. », *6*, 220 (1958).
[7] Id., p. 236.
[8] K. A. Krauss, H. O. Phillips, T. A. Carlson e J. S. Iohnson, Int. Conf. on Peaceful uses of Atomic Energy, A/Conf. 15/P/1832 (1958).
[9] C. B. Amphlett, ibid., A/Conf. 15/P/271 (1958).
[10] Ivan J. Gal e Olga S. Gal, ibid., A/Conf. 15/P/468 (1958).

Chimica organica. — *Su componenti flavonoidi isolati da* Taxus baccata L. (*). Nota di Gaetano Di Modica, Pier Filippo Rossi, Anna Maria Rivero, presentata (**) dal Socio A. Quilico.

Il *Taxus baccata* L. è una pianta sempre verde, che appartiene alla classe delle « Conifere » e alla famiglia delle « Taxacee ». È molto diffuso in Europa e cresce soprattutto nelle regioni montagnose sotto i mille metri. È caratterizzato da piccole foglie di 12–30 mm di lunghezza e 2–3 mm di larghezza, colorate in verde cupo sulla pagine superiore e in giallo verde su quella inferiore.

Il tasso dal punto di vista farmacologico è noto specialmente per la tossicità [1] delle sue foglie verso l'uomo e gli animali. Esso non è impiegato attualmente in terapia; si conosce però una certa azione emmenagoga e la specie « cuspidata » sembra, secondo Autori giapponesi, efficace nel trattamento del diabete [2].

I costituenti chimici finora isolati dalle foglie di *Taxus baccata* L. sono: un alcaloide, la tassina [3] [4], l'efedrina [5], un glucoside del 3,5–dimetossifenolo [6] chiamato tassicatina, una sostanza ossigenata tassinina [7] e alcuni alcooli superiori [8].

Amato e Capparelli [9] hanno chiamato « milossina » una sostanza a punto di fusione 86°–87°. Questa sostanza, da noi pure isolata, può essere identificata, in base ai valori della combustione e del peso molecolare, con l'alcool miricilico, trovato da altri Autori nella stessa pianta [8].

Nel corso delle nostre ricerche abbiamo isolato una frazione di colore giallo, che presenta una reazione di Shinoda molto netta (colorazione arancione) [10]. Questa reazione è tipica delle sostanze flavoniche ed è quindi in questo senso che abbiamo indirizzato le nostre ricerche.

Le foglie di tasso, raccolte nei mesi estivi, sono state prima trattate con etere di petrolio per liberarle dalle cere e poi estratte ad esaurimento con etere etilico; il residuo ottenuto per evaporazione dell'estratto etereo è stato trattato con piccole quantità di petroletere fino ad ottenere una sostanza microcristallina di colore giallo scuro. L'ulteriore purificazione è stata effettuata mediante trattamento con metanolo all'ebollizione, in modo da isolare un componente insolubile, mentre le altre sostanze passano in soluzione.

La frazione insolubile in metanolo viene cristallizzata da cloruro di metilene–alcool etilico (1 : 1) e dà una sostanza gialla, cristallina, a p. f. 294°–296°. Questa sostanza è il costituente principale della frazione flavonica.

La soluzione metanolica è stata concentrata a metà volume ed estratta con etere di petrolio, in modo da allontanare parte della clorofilla. La solu-

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico dell'Università di Torino.

(**) Nella seduta del 1° giugno 1959.

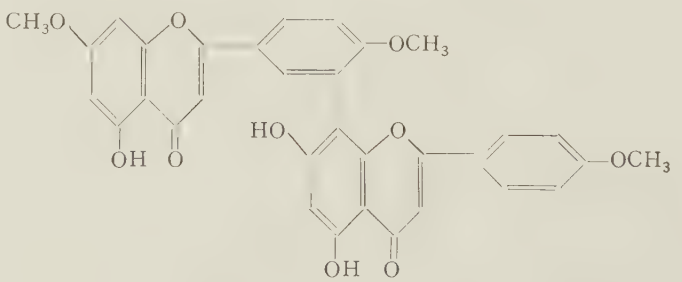
zione filtrata su cellulosa, concentrata e cristallizzata, fornisce una sostanza cristallina tuttora in corso di studio; pure essa è di natura flavonica come si può dedurre, oltre che dalla reazione di Shinoda, anche dall'evidenza spettrale.

La sostanza insolubile in metanolo, a p. f. 294°–296°, che per cromatografia su carta con vari eluenti appare essere pura, non viene idrolizzata dagli acidi diluiti, il che permette di escludere trattarsi di un glucoside. Lo spettro U.V. in etanolo assoluto corrisponde allo spettro di un flavone (λ_{max} 270 e 330 mμ). La sostanza è solubile in soda con colorazione gialla più intensa; oltre la reazione di Shinoda la sostanza con cloruro ferrico dà una colorazione verde–bruna, indice di presenza di ossidrili liberi, confermati dalla reazione gialla con reattivo di Wilson [11] [12], caratteristica dell'ossidrile libero in posizione 5.

La sostanza fornisce un acetilderivato a p. f. 264°–266° (spettro U. V. λ_{max} 326 mμ); la determinazione dei metossili è positiva e fornisce una percentuale di OCH_3 del 14,25 %. Il prodotto demetilato, a p. f. 258°–261°, dà un acetilderivato a p.f. 230°–235°, e per metilazione con solfato dimetilico fornisce un metilderivato (p. f. 220°–221°), identico a quello ottenuto per metilazione della sostanza di partenza.

Per quanto i valori delle analisi elementali della sostanza e del suo acetilderivato potessero condurre ad una formula di tipo $C_{16}H_{12}O_5$ di un diidrossi–metossi–flavone, tuttavia i valori della determinazione dei metossili nella sostanza di partenza e nel suo metossi–derivato e del gruppo acetilico nell'acetilderivato, nonché la combustione del metilderivato, non permettevano di confermare la formula su esposta.

A questo punto della nostra ricerca un estratto comparso sui «Chem. Abstracts» [13] riportava da una rivista giapponese [14] la notizia dell'isolamento da *Taxus cuspidata* (specie giapponese del genere «Taxus») di un flavone già isolato da *Sciadopytys verticillata* [15] denominato sciadopitisina, per la quale è stata proposta una struttura biflavonica (I) [16] [17].



(I)

I dati in nostro possesso e su esposti sono molto vicini a quelli riportati negli articoli citati (Tabella I). In più i valori delle determinazioni quantitative corrispondono pienamente a quelli della sciadopitisina (vedi Parte sperimentale).

Tabella I.

	Sostanza in esame	Sciadopitisina
Punto di fusione (*)	294°–296°	286°–287°
Acetilderivato p.f.	264°–266°	265°–266°
Metossiderivato p.f.	220°–221°	220°–221°
Demetilderivato p.f	258°–261°	> 330°; > 360°
Acetilderivato del precedente	230°–235°	239°–240°

(*) I punti di fusione sono stati eseguiti al Kofler.

Dall'esame dei dati riportati in tabella si rileva una differenza nel punto di fusione del prodotto di demetilazione che in una citazione appare essere superiore a 330° [13], mentre in altra [15] la sostanza si decomporrebbe oltre i 360°. I dati della nostra analisi sono in accordo con la formula $C_{30}H_{18}O_{10} \cdot 3\,H_2O$, mentre quelli degli Autori citati corrispondono alla formula $C_{30}H_{18}O_{10} \cdot 5\,H_2O$.

Parte sperimentale.

Isolamento ed analisi della «milossina». – Il metodo seguito è quello stesso usato da Amato e Capparelli. La sostanza bianca a p.f. 85°–86° (da etanolo) ha un peso molecolare (Rast) 428 (calcolato per l'alcol miricilico 438).

Analisi:

per $C_{30}H_{62}O$ trov. % C 81,75 H 14,60
calc. % C 82,11 H 14,25.

Isolamento e dati caratteristici del flavone a p.f. 294°–296°. – Da Kg. 10 di foglie di *Taxus baccata* L. si ottengono, col metodo descritto, gr 6,3 di flavone a p.f. 294°–296°.

Per cromatografia su carta Whatman N 1 si hanno i seguenti R_f:

eluente:			
	butanolo–ac. acetico–acqua	(40 : 10 : 50)	0,92
	isopropanolo–acqua	(40 : 60)	0,86
	ac. acetico–acqua	(60 : 40)	0,87

Le macchie sono gialle alla luce solare e rosso mattone alla luce di Wood.

Analisi:

per $C_{33}H_{24}O_{10} \cdot 1/2\,H_2O$ trov. % C 67,39 H 4,25
calc. % C 67,23 H 4,28

Determinazione dei metossili:

trov. OCH_3 % = 14,25
calc. per 3 OCH_3 % = 15,70.

Acetilazione. – 153 mg di sostanza vengono sciolti in 5 cc di piridina anidra e trattati con 15 cc di anidride acetica. Si lascia a sé per 48 ore, poi si versa il prodotto di reazione in 200 cc di acqua mista a ghiaccio. Il prodotto lavato si ricristallizza da alcool etilico. Prodotto bianco giallino (mg 62) a p.f. 264°–266°.

L'acetilderivato per cromatografia su carta (butanolo–acido acetico–acqua) ha un R_f 0,93, la macchia è incolora alla luce solare e bianco azzurra con fluorescenza alla luce di Wood.

Analisi:

per $C_{39}H_{30}O_{13}$ trov. % C 65,87 H 4,87
calc. % C 66,30 H 4,28.

Determinazione degli acetili:

trov. CH_3CO % = 18,09
calc. per 3 CH_3CO % = 18,27.

Metilazione. – 100 mg di sostanza, sciolti in 8 cc di acetone anidro, vengono trattati all'ebollizione con 4,5 cc di solfato dimetilico e con 3,5 cc di KOH al 50 %. Si fa bollire per due ore, si lascia raffreddare e si versa in 200 cc di acqua e ghiaccio. Aghetti bianco gialli, ricristallizzati 2 volte da etanolo, p.f. 220°–221°.

Il metossiderivato ha R_f 0,94 (butanolo–ac. acetico–acqua), la macchia è incolora alla luce solare e bianco azzurra fluorescente alla luce di Wood.

Analisi:

per $C_{30}H_{12}O_{10}(CH_3)_6 \cdot 2H_2O$ trov. % C 65,52 H 5,48
calc. % C 65,65 H 5,21.

Determinazione dei metossili:

trov. OCH_3 % = 28,46
calc. per 6 OCH_3 % = 28,29.

Demetilazione. – 200 mg di flavone vengono demetilati in corrente di CO_2 trattando con 12 cc di HI, 3 gr di fenolo e 1 cc di anidride acetica su bagno d'olio a 150° per due ore. Terminata la reazione si aggiungono 100 cc di acqua; l'abbondante precipitato si filtra e si scioglie in metanolo. Dalla soluzione metanolica concentrando si ottengono prima radi fiocchi rossastri che si decompongono oltre i 300°. Dalla soluzione metanolica, per aggiunta del 10 % di acqua, si ottiene il derivato demetilato del flavone in esame. Per ricristallizzazione di questo da metanolo si ottiene una sostanza intensamente gialla, a punto di fusione 258°–261°.

Analisi:

per $C_{30}H_{18}O_{10} \cdot 3H_2O$ trov. % C 60,53 H 4,65
calc. % C 60,80 H 4,09.

Metilando nelle condizioni di cui sopra il prodotto demetilato si ottiene un metilderivato a p.f. 220°–221°, identico al metilderivato del flavone di partenza (il misto non abbassa il punto di fusione).

Bibliografia.

[1] H. Jesser, «Süddeut. Apoth. Ztg.», *74*, 473 (1934); «Chem. Abstracts», *28*, 5882 (1934).
[2] H. Kondo e U. Amano, «J. Pharm. Soc. Japan», N. *490*, 1074 (1922); «Chem. Abstracts», *17*, 2442 (1923).
[3] E. Schmidt, *Ausfürliches Lehrbuch der Pharmazeutischen Chemie*, vol. II, F. Vieweg. u. Sohn, Braunschweig (1911), p. 1643.
[4] R. K. Callow, J. M. Gulland e C. J. Virden, «J. Chem. Soc.», *1931*, 2138.
[5] J. M. Gulland e C. J. Virden, «J. Chem. Soc.», *1931*, 2148.
[6] K. W. Merz e F. R. Preuss, «Arch. Pharm.», *279*, 134 (1941).
[7] T. Takahashi, «J. Pharm. Soc. Japan», *54*, 664 (1934): «Chem. Abstracts», *31*, 96 (1937).
[8] H. Watanabe, «J. Pharm. Soc. Japan», *73*, 176 (1953); «Chem. Abstracts», *47*, 4634 (1953).
[9] D. Amato e A. Capparelli, «Gazzetta Chimica», *10*, 349 (1880).
[10] J. Shinoda, «J. Pharm. Soc. Japan», *48*, 214 (1928); «Chem. Abstracts», *22*, 2947 (1928).
[11] C. W. Wilson, «J. Am. Chem. Soc.», *61*, 2303 (1939).
[12] K. Neelakantam, L. R. Row e V. Venkateswarlu, «Proc. Ind. Acc. Sci.», *18* A, 364 (1943); «Chem. Abstracts», *38*, 5465 (1944).
[13] T. Kariyone e T. Savada, «Chem. Abstracts», *53*, 3203 (1959).
[14] T. Kariyone e T. Savada, «Yakugaku Zasshi», *78*, 1010 (1958).
[15] T. Kariyone e N. Kawano, «J. Pharm. Soc. Japan», *76*, 448, 451, 457 (1956).
[16] N. Kawano, «Chem. and Ind.», *1959*, 368.
[17] W. Baker, A. C. M. Finch, W. D. Ollis e K. W. Robinson, «Proc. Chem. Soc.», *1959*, 91.

Chimica organica. — *Sulla reattività dei derivati allilici con nichelcarbonile* (*). Nota di Gian Paolo Chiusoli, presentata (**) dal Socio A. Quilico.

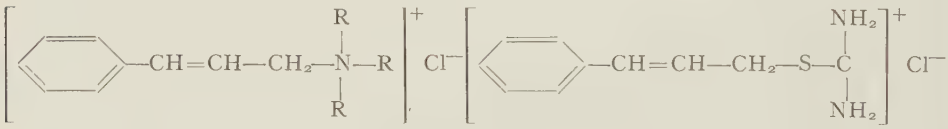
Allo scopo di chiarire l'andamento delle reazioni di carbossilazione dei cloroderivati allilici (1)

$$RCl + CO + R'OH \xrightarrow{Ni(CO)_4} R{-}COOR' + HCl$$

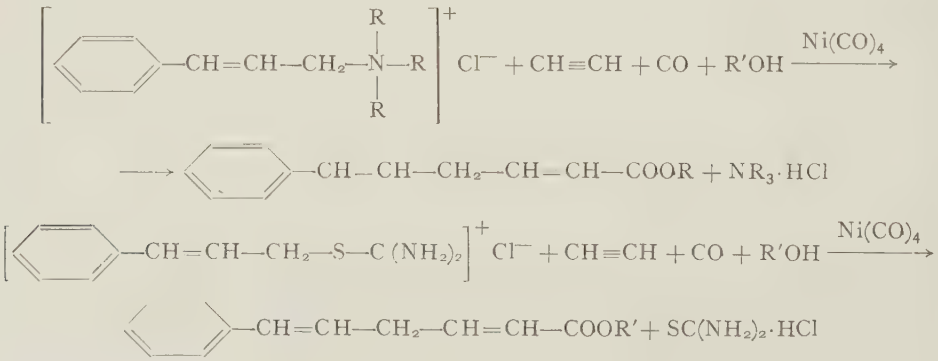
$$RCl + CH{\equiv}CH + R'OH \xrightarrow{Ni(CO)_4} R{-}CH{=}CH{-}COOR' + HCl$$

si presentava interessante lo studio del comportamento di altri derivati allilici contenenti il cloro allo stato di anione.

I sali di ammonio e di pseudotiouronio sono composti di questo tipo facilmente accessibili. Partendo dal cloruro di cinnamile come derivato allilico e da ammine terziarie o da tiourea si ricavano facilmente i corrispondenti sali di cinnamile ammonio o di pseudotiouronio:



Questi sali reagiscono con acetilene, ossido di carbonio, nichelcarbonile ed alcoli, a temperatura di poco superiore a quella ambiente ed a pressione atmosferica, fornendo i prodotti che si ottengono dalla reazione del cloruro di cinnamile da solo e mettendo in libertà rispettivamente l'ammina terziaria e la tiourea:



(*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Ricerche Guido Donegani di Novara.

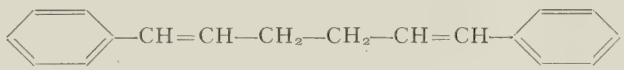
(**) Nella seduta del 1° giugno 1959.

(1) Chiusoli (Soc. Montecatini), *Procedimenti brevettati*. Lavoro presentato all'VIII Congresso della Soc. Chimica Italiana, Torino 27 maggio–2 giugno 1958.

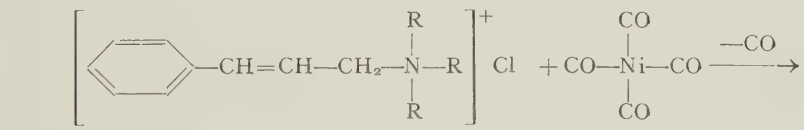
L'equazione scritta rispecchia l'andamento catalitico della reazione che avviene però in pratica con una parziale trasformazione del nichelcarbonile in cloruro di nichel.

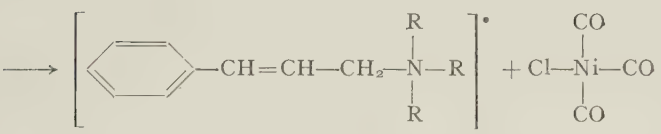
È da notare che mentre facendo reagire i soli cloroderivati allilici si ricavano esteri col doppio legame coniugato col gruppo carbossilico in forma cis, in questo caso si ottengono secondo le condizioni di reazione esteri parzialmente o totalmente isomerizzati alle forme trans.

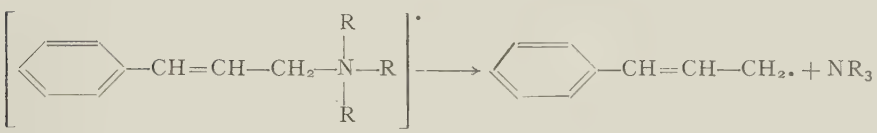
Dai medesimi sali di ammonio e di pseudotiouronio si ottiene anche il prodotto di duplicazione, il dicinnamile:

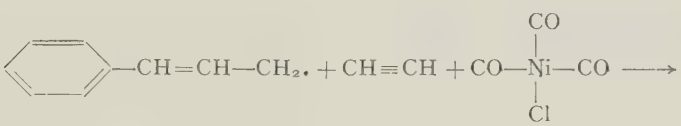


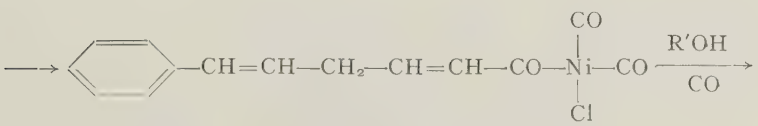
Dato che questi prodotti si formano per reazione di un intermedio cationico con liberazione di una molecola neutra è possibile che la reazione si svolga attraverso un attacco iniziale del nichel con cessione di un elettrone e liberazione contemporanea del radicale cinnamile. Quest'ultimo si unisce ad un gruppo carbossilico tramite una molecola di acetilene:

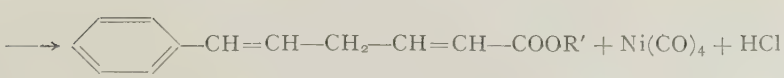




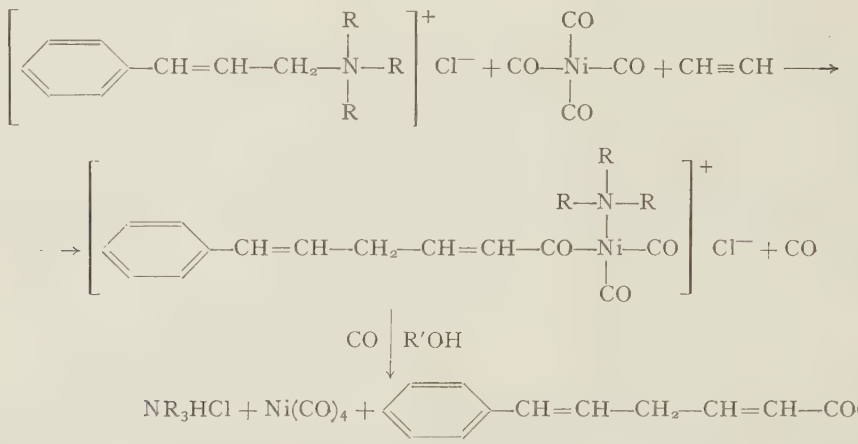








oppure, con maggiore probabilità:



In assenza di ossido di carbonio e di acetilene il complesso del nichel si decompone subito e i due radicali si combinano tra loro.

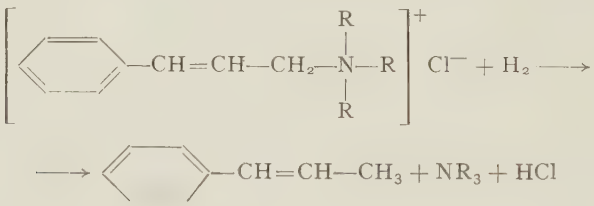
Il meccanismo radicalico, verrebbe quindi promosso da un trasferimento di elettrone iniziale.

Nel secondo caso non si avrebbe una vera e propria formazione di radicali liberi perché la reazione avverrebbe nell'interno del complesso.

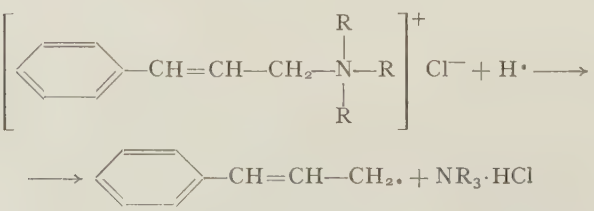
Esaminando le reazioni con nichelcarbonile sopra riportate si può rilevare che esse presentano una notevole somiglianza con altre reazioni di decomposizione di sali ammonici in presenza di agenti riducenti.

È da ricordare a questo proposito la degradazione di Emde [2].

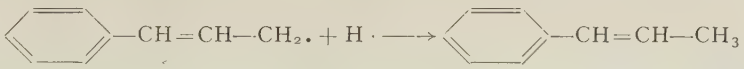
Nella riduzione con idrogeno dei cloruri di alchilcinnamilammonio si ha:



Anche questa riduzione potrebbe essere formulata nel senso di un attacco dell'atomo di idrogeno al catione con liberazione di un elettrone e formazione di un radicale cinnamile al quale si unisce il secondo atomo di idrogeno



(2) EMDE, « Ber. », *42*, 2590 (1909); « Helv. », *15*, 1330 (1932).



Di particolare interesse è la decomposizione di alcuni sali di allil ammonio con composti di Grignard in presenza di alogenuri di nichel, ferro o cobalto [3], ad esempio:

$$[CH_2{=}CH{-}CH_2{-}N(CH_3)_3]^+ Br^- + C_6H_5MgBr \longrightarrow$$

$$\longrightarrow C_6H_5{-}CH_2{-}CH{=}CH_2 + N(CH_3)_3 + MgBr_2$$

Anche in questo caso si è ritenuto che il distacco del gruppo allilico dovrebbe avvenire sotto forma di radicale dopo che il radicale ·MgBr o ·Co(Fe , Ni)Br ha ridotto il complesso cationico.

La capacità di decomporre il sale ammonico con liberazione di un radicale è funzione della natura dell'agente che provoca la decomposizione e dei gruppi che formano il complesso ammonico, oltre che della forza dell'anione.

Il nichelcarbonile dà la reazione di carbossilazione a temperatura ambiente solo con certi complessi cationici che contengono sostituenti allilici e sono salificati da anioni di acidi forti.

Poiché esso può formare composti facilmente riconvertibili in nichelcarbonile il suo comportamento è in questi casi quello di un catalizzatore.

La sua funzione essenziale sta nel cedere gli elettroni necessari alla scissione dei derivati allilici, fornendo in pari tempo i gruppi carbonilici capaci di bloccare i radicali formatisi.

L'A. ringrazia il prof. A. Quilico del Suo interessamento al presente lavoro.

(3) KHARASCH, WILLIAMS e NUDENBERG, « J. Org. Chem. », *20*, 937 (1955).

Chimica inorganica. — *Reazioni dei* Co^{III}*–pentacianuri: sali derivati* (*). Nota di Ernestina Paglia, presentata (**) dal Socio L. Cambi.

Ringrazio anzitutto il prof. L. Cambi che mi ha consigliato questa ricerca.

1. Nella Nota precedente (1) abbiamo comunicato su alcuni processi di ossidazione del Co^{II}–pentacianuro, di cui assumemmo la formula semplice $K_3[Co^{II}(CN)_5]$, in riferimento alle ricerche di A. W. Adamson (2).

Fra i prodotti di ossidazione isolammo il pentacianuro rosso cupo, cui abbiamo assegnato la struttura dimera provvisoria:

$$K_4[Co_2^{III}(CN)_{10}] \cdot 2\,H_2O\,.$$

Abbiamo illustrato la notevole reattività del complesso stesso, fotosensibile, che tende a isomerizzarsi o a decomporsi nell'acquo–cianuro giallo oro, noto, già isolato da Ray e Dutt (3) cui è stata assegnata la formula

$$K_2[Co^{III}(CN)_5H_2O].$$

Le presenti ricerche riguardano soprattutto i prodotti di scissione del pentacianuro rosso con diversi agenti acidi e basici come l'ammoniaca e la fenantrolina. Lo scopo era di definire ulteriormente la struttura del pentacianuro rosso presunto dimero.

Dall'assieme delle indagini che espongo risulta la ragguardevole mobilità degli anioni CN del pentacianuro stesso, fatto già verificato nei nostri lavori precedenti (4), ma qui più accentuato.

Al limite, la reazione espressa nella proporzione bruta stechiometrica corrisponderebbe a

$$6\,[Co^{III}(CN)_5]^{2-} \longrightarrow Co^{2+} + 5\,[Co^{III}(CN)_6]^{3-}$$

ma in realtà è assai più complessa, si hanno ad esempio con gli acidi cloridrico, bromidrico, formico, anche a freddo, processi di riduzione e demolizione con formazione di complessi o sali cobaltoso–cobaltici.

(*) Lavoro eseguito presso il Centro di Chimica Metallurgica del C.N.R. presso l'Università di Milano.

(**) Nella seduta del 1° giugno 1959.

(1) Questi « Rend. », XXVI, 326 (1959).

(2) « J. Am. Chem. Soc. », LXXIII, 5710 (1951).

(3) « Zeit. Anorg. Chem. », *234*, 67 (1927).

(4) L. Cambi e E. Paglia, « La ricerca scientifica », Anno 28° 1958. Convegno Internazionale sulla chimica dei composti di coordinazione.

Dall'insieme dei fatti che ho verificato risultano due tendenze a reagire del pentacianuro rosso predetto: l'una data dalla instabilità in genere dell'assetto pentacianidrico che, con demolizioni più o meno profonde, in mezzo acido, libera Co^{2+} per generare $[Co(CN)_6]^{3-}$; l'altra, in mezzo alcalino o ammoniacale a fornire complessi binucleari di Co^{III}.

Questi processi non sono però tutti specifici del pentacianuro rosso, in parte, per lo meno, li ho rilevati anche col pentacianuro giallo di Ray e Dutt.

2. *Scissioni in mezzo acido.* – *a*) La soluzione debolmente cloridrica del pentacianuro cobaltico, di colore rosso intenso, sotto l'azione dei raggi U.V. assume colore giallo aranciato. Per aggiunta di alcool si separa un sale aranciato che corrisponde alla formula, con ogni probabilità dimera, del sale acido:

$$K_2H_3\{Co^{II}(CN)_{10}Co^{III}\}.$$

La presenza del Co^{II} è svelata dal paramagnetismo. $\chi_{mol} = 9160 \cdot 10^{-6}$.

La soluzione acquosa del complesso per aggiunta di sali di Co^{2+} precipita il cobalticianuro cobaltoso $\{Co_5(CN_{12})\}$ riconoscibile in tutti i suoi caratteri.

Cioè l'assetto pentacianidrico, probabile del sale primario, per decomposizione genera $[Co^{III}(CN)_6]^{3-}$ fissato come sale di Co^{2+}. Non ho finora indagato i prodotti complessi secondari.

b) In soluzione fortemente cloridrica, lo stesso pentacianuro rosso, operando all'oscuro e a temperatura ambiente, depone dopo 24 ore un sale gelatinoso di colore rosa aranciato che, anidrificato, assume colore blu verdastro e ripristina all'aria idratandosi il colore primitivo, il che attesta la presenza di Co^{2+}. Al complesso ho dovuto assegnare come più probabile la formula schematica dell'acido

$$HCo^{II}[Co^{III}(CN)_6] \cdot 3\,HCl.$$

Il paramagnetismo risulta $\chi_{mol} = 6.200 \cdot 10^{-6}$.

Questo complesso, facilmente decomponibile, con perdita di HCl, si purifica con estrema difficoltà, trattiene tenacemente K^+, evidentemente per la presenza di sali potassici intermedi. Non posso pronunciarmi sulla presenza o meno di anioni Co^{III}–cloro–cianidrici per la stessa complessità delle reazioni di scissione.

Con i sali di Co^{2+} produce come il composto precedente il cobalticianuro $\{Co_5(CN)_{12}\}$.

c) Con acido bromidrico al 25 % la soluzione del pentacianuro rosso, lasciata riposare all'oscuro per 24 ore, assume colore aranciato; l'alcool precipita un sale rosso aranciato avente i rapporti 3 Co/10 CN/2 Br; è paramagnetico, $\chi_{mol} = 9820 \cdot 10^{-6}$, con ogni probabilità corrisponde al sale acido Co^{III}–bromo–pentacianidrico

$$Co^{II}H_4\{Co^{III}(CN)_5Br\}_2.$$

d) L'acido formico scioglie il pentacianuro cobaltico rosso e la soluzione assume colore viola; dopo alcune ore si forma un precipitato gelatinoso rosso viola; il sale anidro ha colore viola nero, all'aria si idrata riassumendo colore rosa. È paramagnetico $\chi_{mol} = 10.850 \cdot 10^{-6}$. Corrisponde alla formula:

$$KCo^{II}[Co(CN)_6] .$$

Cioè con l'acido formico, la scissione può portare alla demolizione del pentacianuro di partenza e generare in parte l'anione $[Co(CN)_6]^{3-}$.

Il sale di fresco preparato si scioglie in acqua e genera con i sali di Co^{2+} il cobalticianuro $\{Co_5(CN)_{12}\}$.

3. *Scissione con l'* o,o'*-fenantrolina.* – Il complesso rosso in soluzione acquoso alcoolica acidulata reagisce con l'o,o'–fenantrolina in eccesso per generare un precipitato rosa–grigio paramagnetico, al quale ho assegnato in via provvisoria la probabile struttura:

$$Co^{II}(fen)_2[Co^{III}(CN)_6]_2 \cdot H_4(fen)_4 ,$$

cioè di sale della fenantrolina del sale acido

$$Co^{II}(fen)_2[Co^{III}(CN)_6]_2H_4 .$$

Il sale stesso si decompone con $HClO_4$ producendo una soluzione giallo oro, da cui ho precipitato con solfato di cobalto il sale acido rosa corrispondente a

$$Co^{II}[Co(CN)_6]H .$$

Tra i prodotti della decomposizione perclorica ho riscontrato anche complessi cianidrico–perclorici che finora non ho definito.

4. *Reazione con* NH_3. – Il complesso rosso si scioglie in NH_3 al 15 % e sotto l'azione della luce U.V. assume colore giallo arancio. Si separa per precipitazione con alcool il complesso cobaltico, diamagnetico, che corrisponde alla formula

$$K_5[Co_2(CN)_{10} \cdot NH_2] .$$

Ho assegnato a questo sale, come più probabile, la struttura binucleare:

$$K_5[(CN)_5 \cdot Co^{III} \cdot NH_2 \cdot Co^{III}(CN)_5] .$$

Nessuna reazione contraddice tale struttura. D'altra parte venne isolato a composizione costante da molteplici saggi.

5. *Comportamento magnetico.* – Riporto i dati delle misure eseguite nella seguente tabella.

TABELLA.

$K_3\{Co^{II}(CN)_5\}$	violetto m. solubile (*)	diamagnetico
$K_2\{Co^{III}(CN)_5\}$	rosso cupo m. solubile	diamagnetico
$K_2H_3\{Co^{II}(CN)_{10}Co^{III}\}\cdot 10\,H_2O$	rosa aranciato solubile	$\chi_{2\,Co}\cdot 10^6 = 9495$ a 20° $\mu_{eff} = 4{,}73$ M. B.
$HCo^{II}[Co^{III}(CN)_6]\,3\,HCl\cdot 2\,H_2O$	rosa aranciato solubile	$\chi_{2\,Co}\cdot 10^6 = 6400$ $\mu_{eff} = 3{,}89$
$H_4Co^{II}[\{Co^{III}(CN)_5Br\}_2]\cdot 4\,H_2O$	rosa aranciato solubile	$\chi_{3\,Co}\cdot 10^6 = 10.120$ $\mu_{eff} = 4{,}89$
$KCo^{II}[Co^{III}(CN)_6]\cdot 5\,H_2O$	viola rosa solubile	$\chi_{2\,Co}\cdot 10^6 = 11.020$ $\mu_{eff} = 5{,}11$
$H_4Co^{II}(fen)_6[Co^{III}(CN)_6]_2$	grigio roseo insolubile	$\chi_{3\,Co}\cdot 10^6 = 8466$ $\mu_{eff} = 4{,}48$
$HCo^{II}[Co(CN)_6]\cdot 10\,H_2O$	rosa insolubile	$\chi_{2\,Co}\cdot 10^6 = 11.190$ $\mu_{eff} = 5{,}14$
$K_5[\{Co^{III}(CN)_5\}_2NH_2]\cdot H_2O$	giallo chiaro solubile	diamagnetico
$Co^{II}_3[Co^{III}(CN)_6]_2\cdot 18\,H_2O$	viola chiaro insolubile	$\chi_{3\,Co}\cdot 10^6 = 36.200$ μ_{eff} per $1\,Co^{2+} = 5{,}34$

(*) Solubilità rispetto all'acqua.

In riferimento a quanto sopra devo osservare che per il calcolo esatto dello stato paramagnetico dei cationi Co^{2+}, contenuti nella molecola minima con gli anioni diamagnetici $[Co(CN)_6]^{-3}$, come in $Co^{II}_3[Co(CN)_6]_2$, occorre riferire la χ_{mol} ai tre cationi Co^{2+} e assumere la frazione $\chi_{1\,Co^{2+}}$.

Nel caso di $\{Co_5(CN)_{12}\}$ in una Nota precedente [5] la χ_{mol} venne riferita ai $3\,Co^{2+}$ e calcolato da questa il valore dei M.B. senza la partizione ad ogni singolo Co^{2+}; evidentemente i valori riportati $\mu_{eff} \simeq 9./\cdot 10$ M.B. hanno un significato solo di confronto seriale, non rappresentano la suscettività dei $3\,Co^{2+}$.

I valori riportati nella tabella che precede sono stati calcolati correttamente in base alla frazione $\chi_{Co^{2+}}$ spettante ad ogni catione.

(5) E. PAGLIA e C. SIRONI, «Gazz. Chim. Ital.», *88*, 541 (1958).

RIASSUNTO. – Il complesso rosso, ottenuto dalle ossidazioni del Co^{II}–pentacianuro, cui abbiamo assegnato come probabile la struttura di dimero:

$$K_4[Co_2^{III}(CN)_{10}]$$

subisce decomposizioni profonde ad opera degli idracidi e dell'acido formico, con riduzione parziale di Co^{3+} a Co^{2+} e formazione dell'anione esacianidrico.

Cioè il presunto dimero cobaltico presenta la generale instabilità dei complessi pentacianidrici di cobalto in mezzo anche debolmente acido.

L'o,o'–fenantrolina, pure in soluzione acida, provoca un'analoga scissione con formazione di sali fenantrolinici in cui sono presenti Co^{2+} e $[Co(CN)_6]^{3-}$.

L'ammoniaca si differenzia dai reagenti sopra ricordati. Si somma generando un complesso contenente un aggruppamento ammoniacale per 2 Co^{III}, con ogni probabilità corrispondente alla struttura

$$[(CN)_5 \cdot Co^{III}NH_2 \cdot Co^{III}(CN)_5]^{5+}.$$

Nelle ricerche cui accenno è frequente la formazione di sali acidi, si può avanzare l'ipotesi che si tratti di complessi con associazione diretta di HCN ad esempio come:

$$Co^{III} \leftarrow CNH$$

e che, per lo meno in alcuni casi, si tratti di pseudo acidi.

L'insieme delle presenti indagini non porta contributi decisivi al riconoscimento della formula dimera del Co^{III}–pentacianuro rosso, pur non essendo risultata alcuna reazione che la contraddica.

Si è portati a riconoscere ancora che per il Co_2^{III}–pentacianuro rosso si ripete quanto si verifica con il Co^{II}–pentacianuro di cui non è stato finora possibile definire la struttura del dimero pur dovendosene riconoscere l'intervento.

PARTE SPERIMENTALE.

Scissioni in mezzo acido. – *a*) La soluzione debolmente cloridrica (HCl al 5 %) del cianuro rosso $K_4[Co_2(CN)_{10}]$ viene sottoposta all'azione dei raggi U.V. Il colore passa a giallo aranciato. Per aggiunta di alcool, 50 % in volume, si separa un sale gelatinoso rosa aranciato che purificato per ripetuti trattamenti con acqua e alcool ha dato all'analisi:

per $K_2H_3\{Co_2(CN)_{10}\} \cdot 10\,H_2O$

trov. %	Co	18,62;	K	12,14;	C	18,97;	N	21,54;	H 2,54
calc. %		18,46		12,21		18,78		21,90	3,50

a 20° $\chi_{2\,Co} \cdot 10^6 = 9.495$ $\mu_{eff} = 4,73$.

b) Il complesso rosso, sciolto nella minima quantità di acqua, è stato trattato con HCl concentrato e lasciato all'oscuro e a temperatura ambiente per 24 ore. Si è separato un sale gelatinoso rosa aranciato che venne lavato con acqua e alcool per centrifugazione.

All'analisi è risultato:

per $H_4Co_2(CN)_6Cl_3 \cdot 2\,H_2O$

trov. %	Co	28,57;	C	16,82;	N	19,49;	Cl	26,34;	H 1,91
calc. %		28,15		17,18		20,04		25,36	2,71

a 20° $\chi_{2\,Co} \cdot 10^6 = 6.400$ $\mu_{eff} = 3,89$.

c) In acido bromidrico al 25 % il pentacianuro rosso si scioglie con colorazione rosso viola; dopo 24 ore, all'oscuro e a temperatura ambiente, il colore passa all'aranciato intenso. L'alcool precipita il sale rosa-aranciato che viene lavato più volte con acqua e alcool. Il sale anidro è viola cupo; all'aria si idrata ripristinando il colore roseo.

All'analisi è risultato:

per $H_4Co_3(CN)_{10}Br_2 \cdot 4\,H_2O$

trov. %	Co	26,70;	C	18,20;	N	20,35;	Br	24,32;	H 2,01
calc. %		26,46		17,92		20,91		23,89	1,75

a 20° $\chi_{3\,Co} \cdot 10^6 = 10.120$ $\mu_{eff} = 4,89$.

d) In acido formico il pentacianuro rosso si scioglie con colorazione viola intensa: dopo 12 ore si separa un sale gelatinoso rosso viola che si purifica per successive dissoluzioni in acqua e riprecipitazione con alcool. Il sale anidro è viola nero, all'aria si idrata ed assume colore viola rosa.

All'analisi ha dato:

per $KCo_2(CN)_6 \cdot 5\,H_2O$

trov. %	Co	29,10;	K	8,78;	C	18,51;	N	20,84;	H 2,68
calc. %		29,28		9,68		17,86		20,83	2,48

a 20° $\chi_{2\,Co} \cdot 10^6 = 11.020$ $\mu_{eff} = 5,26$.

Scissione con l'o,o'-fenantrolina. – Alla soluzione acquosa del pentacianuro rosso, acidulata con acido acetico, è stata aggiunta fenantrolina (2,5 fen/1 Co) in alcool. Si forma un precipitato rosa che, lavato ripetutamente con acqua e alcool, ed essicato assume colore grigio rosato.

All'analisi ha dato:

per $H_4Co_3(fen)_6(CN)_{12} \cdot 6\,H_2O$

trov. %	Co	10,75;	C	59,82;	N	20,40;	H	3,80	
calc. %		10,56		60,04		20,05		3,68	

a 20° $\chi_{3\,Co} \cdot 10^6 = 8460$ $\mu_{eff} = 4,48$.

Il sale fenantrolinico trattato con $HClO_4$ al 20 %, a 40°, si decompone. Precipita un sale fioccoso bruno. La soluzione assume colore giallo oro, per aggiunta di solfato di cobalto precipita un sale rosa che, lavato ripetutamente, ha dato alle analisi:

per $HCo_2(CN)_6 \cdot 10\,H_2O$ trov. % Co 25,99; N 17,86
calc. % 25,92 18,47

a 20° $\chi_{2\,Co} \cdot 10^6 = 11.190$ $\mu_{eff} = 5,14$.

Reazione con NH_3. – La soluzione in ammoniaca al 15 % del pentacianuro rosso, per azione dei raggi U.V., assume colore giallo aranciato. Per aggiunta di alcool si precipita un sale giallo arancio che, dopo purificazione per dissoluzione in acqua e riprecipitazione con alcool, ha colore giallo chiaro.

All'analisi è risultato:

per $K_5Co_2NH_2(CN)_{10} \cdot H_2O$

trov. %	Co	19,52;	K	32,40;	C	19,21;	N	25,89;	H 1,10
calc. %		19,43		32,14		19,76		25,38	0,66

a 20° $\chi_{2\,Co} \cdot 10^6 = 26$.

Ringrazio il laureando Augusto Donati per l'aiuto prestatomi nella esecuzione delle esperienze.

Zoologia. — *Dipeptidasi e lipasi in* Artemia salina (*Leach*) *diploide e tetraploide.* Nota (*) di Livia De Cesaris Coromaldi ed Enrico Urbani, presentata (**) dal Socio G. Cotronei.

In questi ultimi anni sono state condotte, nel nostro Istituto, numerose ricerche sul comportamento di enzimi e composti chimici nello sviluppo embrionale di Vertebrati ed Invertebrati: ciò allo scopo di studiare le attività metaboliche di alcuni organismi in funzione di determinati stadi dei cicli di sviluppo ed in rapporto alle condizioni ecologiche acquatiche o terrestri (cfr. Urbani 1956, 1957, 1959).

Tra i materiali presi in esame un particolare interesse meritano le uova durature di *Artemia salina* che mantengono conservati durante la vita latente, al pari dei semi vegetali, diversi sistemi enzimatici: infatti quando le gastrule incistate di questo Fillopode vengono omogenate con acqua e messe a contatto con gli opportuni substrati è possibile rilevare una immediata idrolisi enzimatica dei substrati stessi. Si è così visto che durante la vita latente, restano efficienti dipeptidasi, proteinasi, amilasi e fosfatasi (Urbani, Rognone e Russo, 1952 – Urbani e De Cesaris Coromaldi, 1953 – Urbani, Russo e Rognone, 1953 – Urbani e Urbani Mistruzzi, 1953).

Gli embrioni in vita latente, quando sono posti in acqua salata, escono dalla anabiosi riprendendo lo sviluppo interrotto e, dopo un tempo variabile (che è in funzione anche della temperatura), si hanno i naupli nuotanti: gli enzimi già presenti durante la anabiosi presentano, nel corso della embriogenesi, ciascuno un caratteristico comportamento (Bellini, 1957 *a*, 1957 *b*, 1959) che può chiarire il significato funzionale degli stadi di sviluppo di questo Invertebrato. Si osservano infatti interessanti somiglianze e differenze con quanto si verifica nelle uova cleidoiche di altri animali come gli Anfibi quando, esaurite le scorte vitelline, si passa dalle condizioni embrionali a quelle larvali, caratterizzate queste ultime da particolari atteggiamenti metabolici (Cotronei, 1922, 1930, 1932).

Un problema che attirò la nostra attenzione durante lo studio della embriologia chimica di *Artemia salina* fu la comparazione delle attività enzimatiche di individui diploidi e poliploidi e alcuni tentativi effettuati in questo senso, e non portati allora avanti per mancanza di materiale, servirono a mostrare come questo tema di ricerca potesse dare interessanti risultati (Urbani e De Cesaris Coromaldi, 1953).

È noto che l'*Artemia salina* è una specie collettiva comprendente differenti biotipi diploidi e poliploidi, anfigonici e partenogenetici (Artom, 1906, 1920, 1931 – Barigozzi, 1942) ed avendo avuto a disposizione una certa

(*) Lavoro eseguito presso l'Istituto di Zoologia ed anatomia comparata dell'Università di Camerino. La dott.ssa De Cesaris Coromaldi ha fruito di una borsa di studio del C.N.R.

(**) Nella seduta del 1° giugno 1959.

quantità di uova durature, abbiamo effettuato una accurata ed estesa analisi di vari enzimi su naupli appena schiusi di *A. salina* diploide anfigonica della California e su naupli appena schiusi di *A. salina* tetraploide (e altamente eteroploide) anfigonica del Grande Lago Salato, Utah [1]. In questa Nota vengono esposti i risultati ottenuti dallo studio delle dipeptidasi e delle lipasi mentre quanto si è potuto vedere a proposito di altri enzimi e composti chimici viene rimandato ad una ulteriore pubblicazione.

Gli embrioni incistati diploidi e tetraploidi (acquistati presso commercianti di pesci tropicali) sono stati posti a schiudere in acqua di fonte, contenente il 30 per mille di sale grezzo da cucina, alla temperatura costante di 25° C: in queste condizioni i naupli diploidi cominciano a nuotare dopo circa 48 ore mentre i tetraploidi dopo solo 24 ore: questi ultimi presentano perciò una velocità di sviluppo che è quasi doppia di quella dei diploidi. Allo stadio di nauplio non vi è tra i 2 *n* e i 4 *n* una accentuata differenza di mole somatica: tenuto conto della forte variabilità individuale riscontrata, i naupli appartenenti alla popolazione tetraploide–eteroploide sono, nella media, un po' più grandi di quelli appartenenti alla popolazione diploide; ciò trova conferma nei dosaggi di azoto totale da noi effettuati (fig. 2 della Tav. I e Tabella II).

I naupli nuotanti sono stati raccolti con una pipetta affilata di vetro e lavati più volte in acqua bidistillata: questa operazione, notevolmente laboriosa, viene semplificata usando un piccolo filtro di vetro poroso « Schott G3 » che trattiene gli animali e consente il passaggio dell'acqua con una modesta depressione che si può esercitare, aspirando con la bocca, nella beuta da vuoto che sostiene il filtro. I naupli quindi sono stati contati su vetrini da orologio nel numero stabilito da prove preliminari di attività enzimatica e quindi aspirati insieme all'acqua distillata in una pipetta a costrizione del volume di 100 µl. Il volume di acqua contenente i naupli (gli animali resistono per breve tempo in ottime condizioni nell'acqua distillata) è trasferito in un piccolo omogenizzatore di vetro e gli animali omogenati in maniera perfetta il più rapidamente possibile: l'omogenato totale dei naupli diploidi e tetraploidi è stato impiegato per le determinazioni di attività enzimatica e di azoto totale.

A) *Dipeptidasi.* – Si è adottato il metodo titrimetrico di Linderstrøm–Lang e Holter usato in tutti i nostri lavori. 7 µl di omogenato, ottenuto da 50 o 75 naupli in 100 µl, sono stati uniti a 7 µl di *d–l* alanilglicina (Roche) 0,2 M a pH 7,4. Dopo 1 ora di incubazione a 39° C la reazione enzimatica è stata bloccata con 27,7 µl di acido cloridrico alcoolico 0,06 N, quindi sono stati aggiunti 133,6 µl di rosso naftile in acetone ed infine si sono titolati gli aminogruppi liberati dalla attività dipeptidasica (per tutti i dettagli del metodo e per la apparecchiatura si rinvia a De Cesaris Coromaldi e Urbani Mistruzzi, 1959).

(1) Ringraziamo vivamente il prof. Claudio Barigozzi per le cortesi ed utili informazioni sul materiale da noi usato.

Tabella I.

Attività dipeptidasica (DP) *e lipasica* (LP) *espressa in* µl HCl 0,06 N *di naupli diploidi* (2 *n*) *e tetraploidi* (4 *n*) *di* Artemia salina. *I numeri contrassegnati con* * *indicano che lo stesso omogenato è servito per determinare* DP *e* LP. DP *sempre un'ora di incubazione a* 39° C; LP *due, quattro e sette ore. (Medie in corsivo).*

DP		LP	
2 *n*	4 *n*	2 *n*	4 *n*
		2 ore	
1,3	3,4	1,0	1,4
1,3	4,2	0,8	0,6
1,6	4,0	1,2	1,6
1,8	4,4	1,6	1,0
1,8	4,4	2,0	2,0
1,8	4,0	1,6	2,2
1,8	4,4	2,2	2,2
1,6	4,0	1,2	1,2
1,8	4,0	0,8	2,6
1,8	4,0	0,8	2,2
1,8	3,8		
1,6	4,0	MEDIA	
2,0	4,4	*1,3*	*1,7*
2,2 *	5,4 *		
2,0 *	5,8 *	4 ore	
1,8 *	5,8 *	3,5	4,2
2,2 *	5,6 *	3,4	4,0
1,8 *	5,8 *	3,2	4,1
2,2 *	6,0 *	1,8	3,4
1,6 *	7,0 *	MEDIA	
1,6 *	5,4 *	*3,0*	*3,9*
2,2 *	5,4 *		
2,8 *	5,2 *	7 ore	
2,8 *	5,6 *	4,8	6,0
MEDIA		5,0	6,8
1,9	*4,8*	5,0	6,8
		7,8	7,0
		7,2	6,2
		7,2	7,0
		8,0	7,2
		5,4	5,4
		7,4	7,0
		7,6	7,0
		5,0 *	6,4 *
		5,0 *	5,8 *
		5,0 *	5,8 *
		4,4 *	4,2 *
		4,4 *	3,8 *
		4,5 *	4,4 *
		3,6 *	4,2 *
		MEDIA	
		5,7	*5,9*

TABELLA II.

Tenore in azoto totale (NT) *di un omogenato corrispondente a quaranta naupli diploidi* (2 *n*) *e tetraploidi* (4 *n*) *di* Artemia salina, *espresso in gamma. È riportata anche la attività dipeptidasica* (DP) *e lipasica* (LP) *per unità di azoto ottenuta dividendo le medie della Tabella I per i gamma di azoto totale calcolati per un nauplio 2 n e 4 n* (*Medie in corsivo*).

2 *n*			4 *n*		
NT	DP/NT	LP/NT	NT	DP/NT	LP/NT
14,25	5,29	3,62	17,00	11,40	4,04
15,00		8,35	16,75		9,26
14,25		15,87	17,00		14,01
14,25		MEDIA	17,00		MEDIA
14,25		*9,28*	16,75		*9,10*
14,25			16,75		
MEDIA			MEDIA		
14,37			*16,87*		

L'attività enzimatica viene espressa in µl di HCl 0,06 N di differenza con le prove in bianco bloccate al *tempo zero*.

B) *Lipasi*. – Si è adottato il micrometodo titrimetrico di Glick con i seguenti adattamenti. 150 naupli sono stati omogenati in 100 µl e all'omogenato aggiunti 400 µl di substrato, costituito da tributirrina (Merck) emulsionata in tampone glicocolla–soda a pH 9,2. Da questa miscela sono stati prelevati immediatamente 77 µl ed addizionati con 43 µl di una soluzione acquosa di fenolo (contenente bleu di bromotimolo quale indicatore) per le prove in bianco (*tempo zero*) ed il restante posto ad incubare a 39° C. Si sono eseguite prove con 2–4 e 7 ore di incubazione, dopo di che si è titolato con HCl alcoolico 0,06 N: la attività enzimatica è espressa in µl di HCl 0,06 N di differenza con le prove in bianco (cfr. De Cesaris Coromaldi e Urbani Mistruzzi, 1959).

C) *Azoto totale*. – È stato usato il metodo di Nesslerizzazione diretta su 25 naupli interi o sull'omogenato corrispondente a 40 naupli (cfr. Urbani, 1959). Dopo mineralizzazione con 200 µl di acido solforico al 50 % sono state aggiunte tre gocce di peridrolo per due volte a intervallo di 30 minuti: quindi il mineralizzato è stato diluito con 5 ml di acqua distillata e da questo prelevato 1 ml, addizionato con 5 ml di acqua distillata e con 1 ml di reat-

tivo di Nessler. Il colore sviluppato è stato fotometrato (contro una prova in bianco contenente acqua in luogo del mineralizzato) allo Spectronic a 400 mμ e le estinzioni lette tradotte in gamma di azoto su curva di taratura costruita con quantità note di solfato di ammonio.

I risultati ottenuti con i metodi qui descritti sono riportati nelle Tabelle I e II.

Il comportamento delle dipeptidasi e delle lipasi durante lo sviluppo embrionale di *A. salina* diploide è stato illustrato da Bellini (1957) e da Bellini e Scollo Lavizzari (1958); lo studio da noi condotto consente invece la comparazione dell'attività degli stessi enzimi nei naupli diploidi e tetraploidi. L'esame della tabella I mostra chiaramente che i naupli 4 *n* posseggono una attività dipeptidasica nettamente superiore a quella dei naupli 2 *n*: tale differenza rimane anche se si riporta l'attività enzimatica ad unità di azoto sia per i diploidi che per i tetraploidi, come indicato nella Tabella II.

Al contrario delle dipeptidasi, le lipasi non presentano significative differenze di attività tra le *Artemie* diploidi e tetraploidi e questo risultato dà ancora maggiori garanzie di sicurezza, quando si tenga conto che le determinazioni della Tabella I contrassegnate con asterisco sono state eseguite sullo stesso omogenato che perciò è servito per il dosaggio contemporaneo sia delle dipeptidasi che delle lipasi: in questo caso l'omogenato di 150 animali in 100 μl usato per le lipasi è stato diluito 1/1 con acqua bidistillata per il dosaggio delle dipeptidasi e corrisponde perciò a 75 naupli in 100 μl.

I risultati esposti in questa Nota indicano che nei naupli tetraploidi la attività dipeptidasica è superiore a quella dei naupli diploidi, mentre non si rilevano differenze per quanto riguarda il tenore in lipasi. Questi fatti, oltre a costituire un dato originale di enzimologia cariologica, sono in buon accordo con quanto è noto a proposito del controllo nucleare di determinate attività metaboliche (cfr. Brachet, 1952, 1954, 1957 – Flickinger, 1957). Già Urbani (1952 *a*, 1952 *b*) ha dimostrato che nelle amebe sperimentalmente anucleate le dipeptidasi, localizzate nel citoplasma, risentono della asportazione del nucleo mostrando una netta diminuzione di attività, cosa che invece non accade per altri enzimi come le proteinasi e le amilasi. Un risultato analogo è stato ottenuto da Salvidio e Urbani (1954) con lo studio delle dipeptidasi negli eritrociti nucleati e anucleati dei Vertebrati dove la perdita del nucleo, nei globuli rossi dei Mammiferi, costituisce una « esperienza » compiuta dalla Natura. Il nostro studio conferma che questi enzimi, che indubbiamente giuocano un ruolo di prima importanza nella sintesi proteica cellulare (Linderstrøm-Lang, 1940 - Urbani, 1955), hanno una attività che dipende dal diverso corredo cromosomico: ciò soprattutto se anche in *Artemia* (come negli altri materiali) le dipeptidasi hanno localizzazione citoplasmatica.

Al contrario delle dipeptidasi, le lipasi non risentono della condizione diploide o tetraploide e mostrano nel materiale da noi studiato una eguale attività.

Dato il grande interesse che presentano questi studi sui rapporti tra genoma e attività metaboliche (cfr. Wagner e Mitchell, 1955) le nostre ricerche sono state estese ad altri enzimi quali le amilasi, proteinasi, fosfatasi e agli acidi pentosonucleici: i risultati fino ad ora ottenuti mostrano in maniera precisa che taluni enzimi hanno una attività praticamente uguale nei naupli diploidi e tetraploidi, mentre altri mostrano un atteggiamento nettamente differenziale, consentendo di concludere che i due biotipi da noi studiati sono caratterizzati anche da un diverso quadro metabolico.

Bibliografia.

Artom C., « Biol. Zentralblatt. », *26*, 1 (1906).
Artom C., « Rend. Acc. Lincei », *29*, fasc. 11 (1920).
Artom C., « Memorie R. Acc. Italia », Vol. 2, N° 1 (1931).
Barigozzi C., « Chromosoma », *2*, 251 (1942).
Bellini L., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *22*, 340 (1957).
Bellini L., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *23*, 303 (1957).
Bellini L., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *26*, 47 (1959).
Bellini L. e Scollo Lavizzari G., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *24*, 92 (1958).
Brachet J., *Le rôle des acides nucléiques dans la vie de la cellule et de l'embryon*, Actualités Biochimiques, Masson e Desoer (1952).
Brachet J., « Arch. de Biol. », *65*, 1 (1954).
Brachet J., *Biochemical Cytology*, Acad. Press Inc. (1957).
Cotronei G., « Arch. Zool. Ital. », *10*, 85 (1922).
Cotronei G., « Mon. Zool. Ital. », *41*, 8 (1930).
Cotronei G., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *15*, 236 (1932).
De Cesaris Coromaldi L. e Urbani Mistruzzi L., « Rend. Ist. Lombardo » (in stampa).
Flickinger R. A., « Biol. Bull. », *112*, 21 (1957).
Linderstrøm-Lang K. U., « Bull. Soc. Chim. Biol. », *22*, 339 (1940).
Salvidio E. e Urbani E., « Experientia », *10*, 25 (1954)
Urbani E., « Arch. Int. de Physiol. », *60*, 189 (1952).
Urbani E., « Bioch. et Biophys. Acta », *9*, 108 (1952).
Urbani E., « Experientia », *11*, 209 (1955).
Urbani E., « Atti Soc. Ital. Anat. », XVII Convegno Soc. Roma (1956).
Urbani E., « Rend. Istituto Lombardo Sc. Lett. », *B 92*, 69 (1957).
Urbani E., « Acta Embryol. Morph. Exp. », *2*, 171 (1959).
Urbani E. e De Cesaris Coromaldi L., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *24*, 144 (1953).
Urbano E., Rognone L. e Russo S., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *23*, 300 (1952).
Urbani E., Russo S. e Rognone L., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *24*, 697 (1953).
Urbani E. e Urbani Mistruzzi L., « Rend. Acc. Naz. Lincei », *25*, 126 (1953).
Wagner R. P. e Mitchell H. K., *Genetics and Metabolism*, Ed. John Wiley e Sons, Inc., New York (1955).

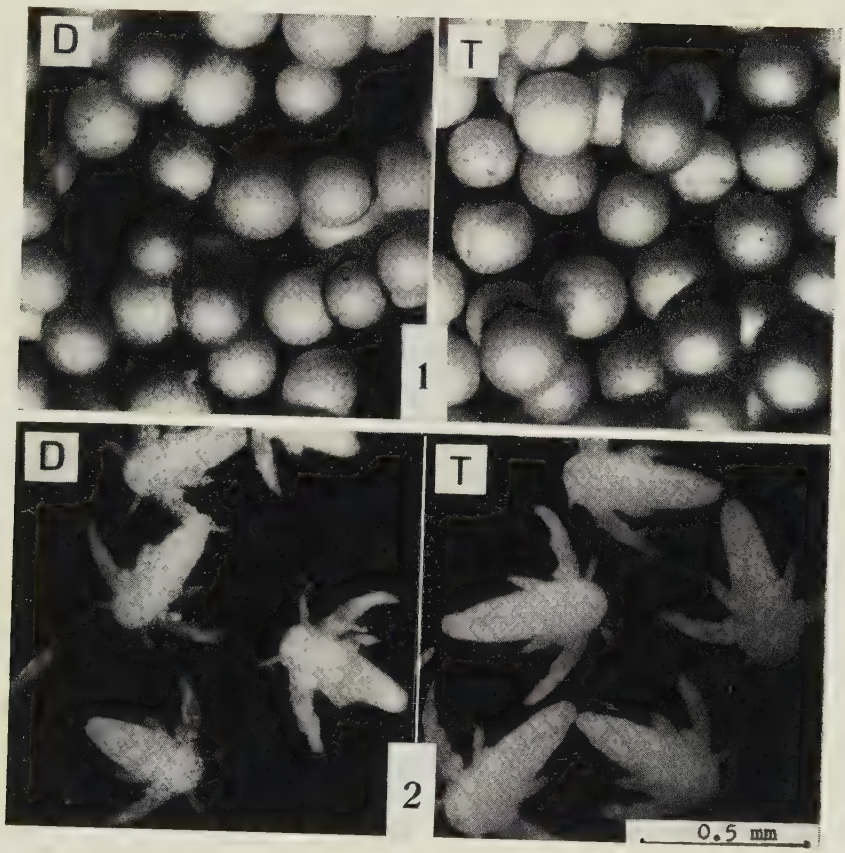


Fig. 1 – Uova durature (embrioni incistati) di *Artemia salina* diploide (D) e tetraploide (T) dopo dodici ore circa di idratazione.

Fig. 2. – Naupli di *Artemia salina* diploidi (D) e tetraploidi (T) allo stadio di sviluppo nel quale sono stati fatti i dosaggi di attività dipeptidasica e lipasica. Ingrandimento delle fotografie indicato dalla scala di 0,5 mm.

Patologia. — *Osservazioni sulle modificazioni ultrastrutturali del miocardio atriale e ventricolare di ratti trattati con citrato di potassio a dosi diverse, fino ad ottenere l'arresto cardiaco.* Nota di GIAN DOMENICO BOMPIANI(*), presentata(**) dal Socio G. BOMPIANI.

In questi ultimi anni, e con frequenza sempre crescente dopo le prime ricerche di Melrose [1, 8] e le prime esperienze sull'uomo di Effler [5], si pratica, in sede chirurgica, l'arresto chimico del cuore, servendosi di soluzioni di citrato di potassio, come complemento alla circolazione extracorporea, particolarmente nella cura delle malformazioni che hanno sede al livello dei ventricoli.

Si tratta certo di un notevole progresso della chirurgia endocardiaca, poiché dà la possibilità al chirurgo di intervenire su di un organo immobile ed esangue per un periodo di tempo sufficientemente lungo.

La pratica dell'arresto provocato non è tuttavia scevra di rischi. Diversi incidenti; dissociazione atrio–ventricolare, ritmo nodale, fibrillazione ventricolare – possono prodursi al momento della ripresa della attività cardiaca [4].

La ricerca dei mezzi più adatti ad evitare, se possibile, che tali inconvenienti accadano, ha costituito lo scopo in questi ultimi anni di numerosi studi. Scarse e frammentarie tuttavia sono le osservazioni sulle alterazioni morfologiche del miocardio in queste condizioni.

A motivo di ciò abbiamo giudicato non privo di interesse riferire i primi risultati di una ricerca che abbiamo eseguito su preparati di cuore di ratto, utilizzando la tecnica delle sezioni ultrasottili per la microscopia elettronica, allo scopo di svelare le modificazioni ultrastrutturali indotte nel tessuto miocardico dalla somministrazione di potassio.

MATERIALE E METODO.

L'esperienza è stata eseguita su 10 ratti albini del peso medio di 250 gr, suddivisi in due gruppi di cinque animali ciascuno.

A ciascuno degli animali è stata praticata, *una tantum*, una iniezione intraperitoneale di citrato di potassio (25 %) a dosi tossiche: rispettivamente di 0,2 cc nel primo gruppo e di 0,6 cc nel secondo.

Gli animali ai quali era stata somministrata una dose insufficiente a provocare l'arresto del cuore furono sacrificati a distanza di quattro ore dalla iniezione. Per quanto riguarda gli animali del secondo gruppo, la somministrazione di 0,6 cc era seguita immediatamente dalla morte. In tal caso, aperta la gabbia toracica, si constatava l'arresto dei ventricoli, che pendevano come piccoli triangoli flaccidi dagli atrii ancora pulsanti ritmicamente.

(*) Assistente volontario dell'Istituto di Clinica Medica dell'Università di Roma (Dir. L. Condorelli).

(**) Nella seduta del 1° giugno 1959.

Sono stati prelevati frammenti dal ventricolo e dall'atrio di ciascun animale. I frammenti destinati all'esame con il microscopio elettronico sono stati fissati in acido osmico 2 % (pH 7,4), disidratati in alcool etilico ed inclusi in metacrilato di butile. Le sezioni sono state ottenute con un microtomo tipo Porter-Blum (Servall Inc.) ed osservate con un microscopio R.C.A. tipo Emu 3 *b*.

Risultati.

A dosi che non provocano l'arresto immediato del cuore (0,2 cc) l'esame ultramicroscopico rivela alterazioni gravi del miocardio ventricolare, quasi nulle del miocardio atriale.

Le alterazioni osservate nel miocardio ventricolare sono rappresentate da: 1) Rigonfiamento delle formazioni che costituiscono il reticolo sarcoplasmatico (Tavv. I, II); 2) Edema intercellulare, che si rivela con una minore densità della matrice sarcoplasmatica fondamentale e con la perdita dell'ordinamento serrato delle miofibrille (Tav. III); 3) Edema pericellulare, che si manifesta sotto forma di uno scollamento delle membrane (membrana plasmatica e perimembrana) che costituiscono il sarcolemma (Tav. III) e con la presenza di larghi spazi vuoti fra gli addensamenti citoplasmatici speculari dei dischi intercalari (Tav. IV). Le miofibrille – il loro aspetto striato ed il regolare allineamento dei filamenti proteici – appaiono al contrario ben conservati, così come la fine struttura a creste dei sarcosomi.

Lesioni altrettanto gravi non si osservano a carico del miocardio atriale nelle stesse condizioni sperimentali; solo con l'osservazione a forte ingrandimento, si nota un modico rigonfiamento delle vescicole e dei tubuli del reticolo sarcoplasmatico.

Nei ratti riuniti nel secondo gruppo, ai quali si sono somministrate dosi di citrato di potassio (0,6 cc) capaci di provocare immediatamente l'arresto del cuore, si rilevano alterazioni del miocardio ventricolare corrispondenti per caratteri ed intensità a quelle sopra descritte, ma, a queste, si aggiungono gravissime alterazioni del miocardio atriale, consistenti essenzialmente in un danneggiamento dei sarcosomi, che appaiono enormemente rigonfi e svuotati di ogni struttura interna, talché sono più trasparenti al fascio elettronico (Tavv. V, VI).

A volte diversi segmenti di uno stesso sarcosoma sono interessati in diverso grado dal processo patologico ed il sarcosoma presenta in tal caso un caratteristico aspetto «a racchetta» (Tavv. VII, VIII). Ciascun sarcosoma mantiene il più spesso la sua individualità, restando apparentemente integre le membrane limitanti; in alcune sezioni tuttavia, in particolare là dove esistono raccolte di sarcosomi, questi giungono a fondersi tra loro.

Considerazioni.

Il rilievo di alterazioni notevoli del miocardio ventricolare, scarsissime dello atriale, negli animali del primo gruppo, nei quali la dose di citrato di potassio somministrata è stata insufficiente a provocare l'arresto cardiaco, dimostra una particolare sensibilità del ventricolo all'azione del farmaco. Le alterazioni osservate, infatti, sono verosimilmente determinate dall'eccesso di joni K sulla fibrocellula muscolare, per un'alterata permeabilità delle membrane cellulari, che dà luogo ad un rigonfiamento del sarcoplasma ed allo scollamento dei dischi intercalari.

È noto dalla fisiologia e dalla biochimica che gli joni K devono la loro importanza biologica nei riguardi della azione cardiaca all'ufficio insostitui-

bile che essi svolgono nel mantenere l'equilibrio jonico determinato fondamentalmente dal rapporto: Ca extracellulare/K intracellulare. Si ritiene altresì che gli joni K endocellulari siano alla base dell'insorgenza di quella differenza di potenziale al livello delle membrane con cui si ricollegano eccitabilità e conducibilità del protoplasma [3–7].

Sembra logico pertanto ammettere che l'eccesso di joni K e la conseguente variazione del rapporto fra gli elettroliti, debba interessare particolarmente le strutture che costituiscono le superfici limitanti fra territori intra– ed extra–cellulari, e debba quindi manifestarsi al livello ultramicroscopico modificando l'aspetto delle membrane cellulari e la loro permeabilità.

Le strutture contrattili, al contrario, ed i sarcosomi, non presentano sensibili modificazioni morfologiche, non essendo interessate direttamente dall'azione del potassio o venendo interessate in misura molto minore. Ciò che rende ragione della possibilità di ripresa dell'attività contrattile anche dopo un lungo periodo di asistolia.

D'altra parte, la diversa sensibilità del ventricolo e dell'atrio all'azione del potassio non sorprende, poiché è noto come alla diversa funzione emodinamica degli atri e dei ventricoli corrispondano differenti caratteristiche morfologiche, rilevabili con molta evidenza al livello ultramicroscopico nella diversità strutturale delle singole fibrocellule [2], e si accorda con i risultati dello studio elettrocardiografico comparativo sul comportamento del miocardio ventricolare ed atriale di fronte a concentrazioni scalari di potassio, risultati che indicano « l'esistenza di una soglia di reattività al potassio maggiore nell'atrio che nel ventricolo, essendo quest'ultimo sensibile a variazioni dell'equilibrio elettrolitico che lasciano completamente immutata la elettrogenesi atriale » [6].

Le gravi lesioni che si osservano nel miocardio atriale negli animali del secondo gruppo, nei quali si è provocato un arresto immediato del cuore, lesioni particolarmente evidenti a carico dei sarcosomi e che potrebbero indicarsi come « svuotamento » degli stessi, non possono, a nostro avviso, essere riferite all'azione del potassio.

Difficilmente, se così fosse, si potrebbe spiegare la mancanza di alterazioni altrettanto gravi a carico dei sarcosomi delle fibrocellule del ventricolo; e, d'altra parte, nell'atrio il grado della lesione non è proporzionale alla dose di potassio somministrata, ma le modificazioni si rivelano in tutta la loro gravità solo quando si provochi l'arresto.

Queste alterazioni sono probabilmente legate ad una condizione di ipoossiemia che si verifica nel miocardio atriale durante l'arresto meccanico del cuore, nel breve periodo di tempo che segue l'arresto dei ventricoli e durante il quale gli atri pulsano tuttavia, pur essendo venuto meno il flusso di sangue attraverso le coronarie.

L'esame dei nostri risultati consente, in conclusione, di separare due ordini di lesioni:

le prime rappresentano la diretta conseguenza dell'eccesso di joni K sulle strutture che costituiscono i limiti della cellula;

le seconde, che consideriamo il risultato di un periodo di lavoro del miocardio in condizioni di grave ipoossia, si manifestano particolarmente gravi a carico dei sarcosomi, la struttura interna dei quali viene sconvolta.

Lo « svuotamento » e la fusione dei sarcosomi costituiscono, con ogni probabilità, lesioni irreversibili ed in grado di provocare i gravi accidenti che talora si verificano alla ripresa della attività cardiaca in seguito all'arresto temporaneo del cuore provocato dal citrato di potassio.

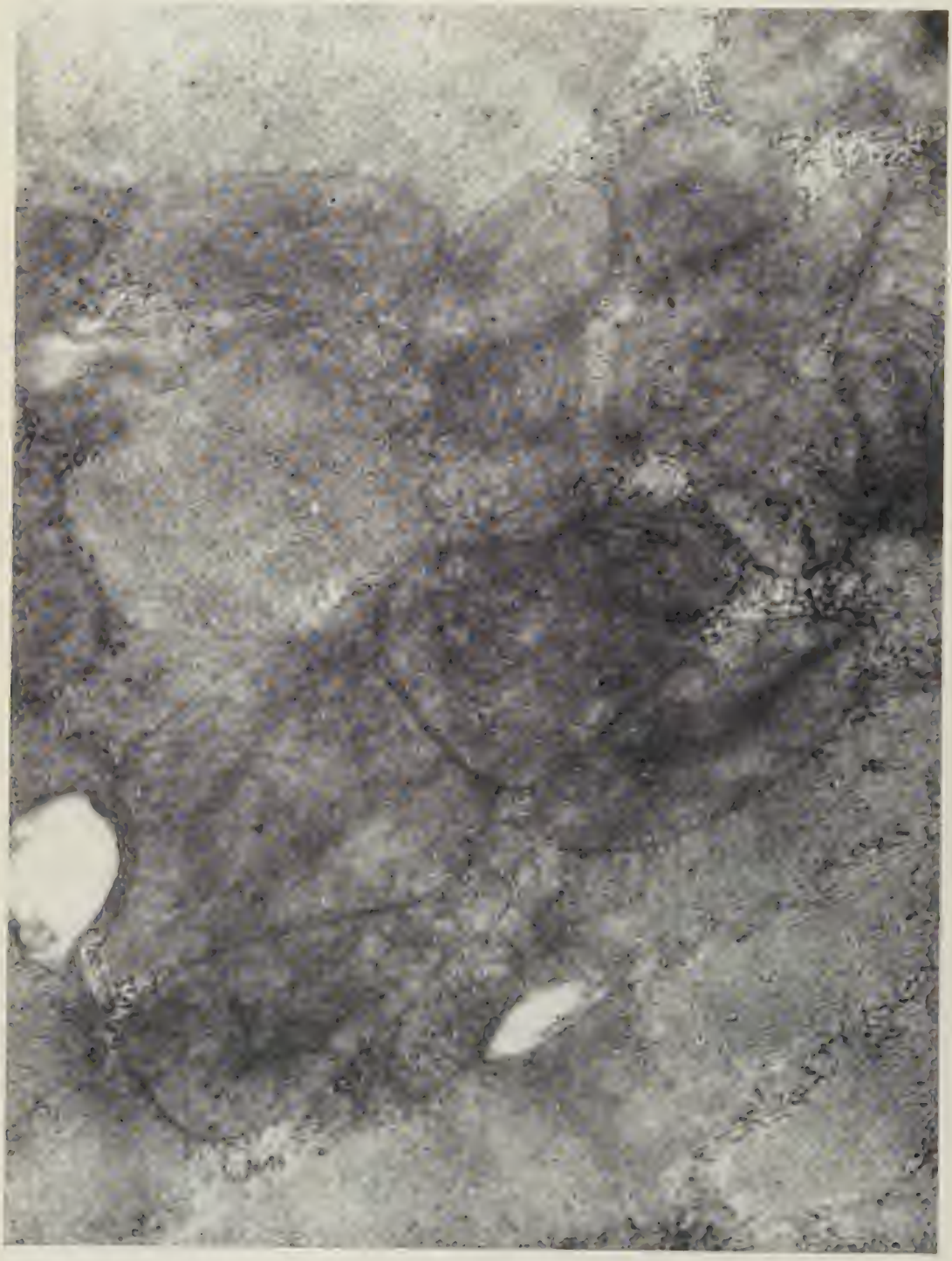
Se ulteriori, più complete ricerche dimostreranno esatta tale ipotesi, ne seguirebbe che tanto più immediata e scevra di inconvenienti dovrebbe essere la ripresa della attività contrattile, quanto più breve il tempo intercorso fra la somministrazione del farmaco e l'arresto di ogni attività meccanica del cuore.

Bibliografia.

[1] Bentall H. H., Dreyer B. e Melrose D. G., « Lancet », *2*, 555 (1957).
[2] Bompiani G. D., « Boll. Soc. It. Patol. » (in corso di stampa).
[3] Briscoe S., « Am. J. Physiol. », *126*, 623 (1954).
[4] Dubost Ch., Leufant C., Passelecq J., Lebrigand H., Blondeau Ph., Guery, Weiss M., Rouanet J., Piot C., Heim de Balsac R., « Arch. Mal. Coeur », *50*, 702 (1957).
[5] Effler D. B., Knight H. F. Jr., Gravez L. K. e Kolff W. J., « Surg. Gynec. a. Obst. », *105*, 407 (1957).
[6] Farulla A., Russo-Caia S., Sangiorgi M., « Atti XIX Congr. Soc. Ital. Card. », Palermo 1957, 340.
[7] Lenzi F. e Caniggia A., *Gli elettroliti nella funzione contrattile del miocardio e nella genesi dell'elettrocardiogramma*, Monogr. Cardiol., Recordati, 1952.
[8] Melrose D. G., Dreyer B., Bentall H. H. e Baker J.B.E., « Lancet », *2*, 21 (1955).

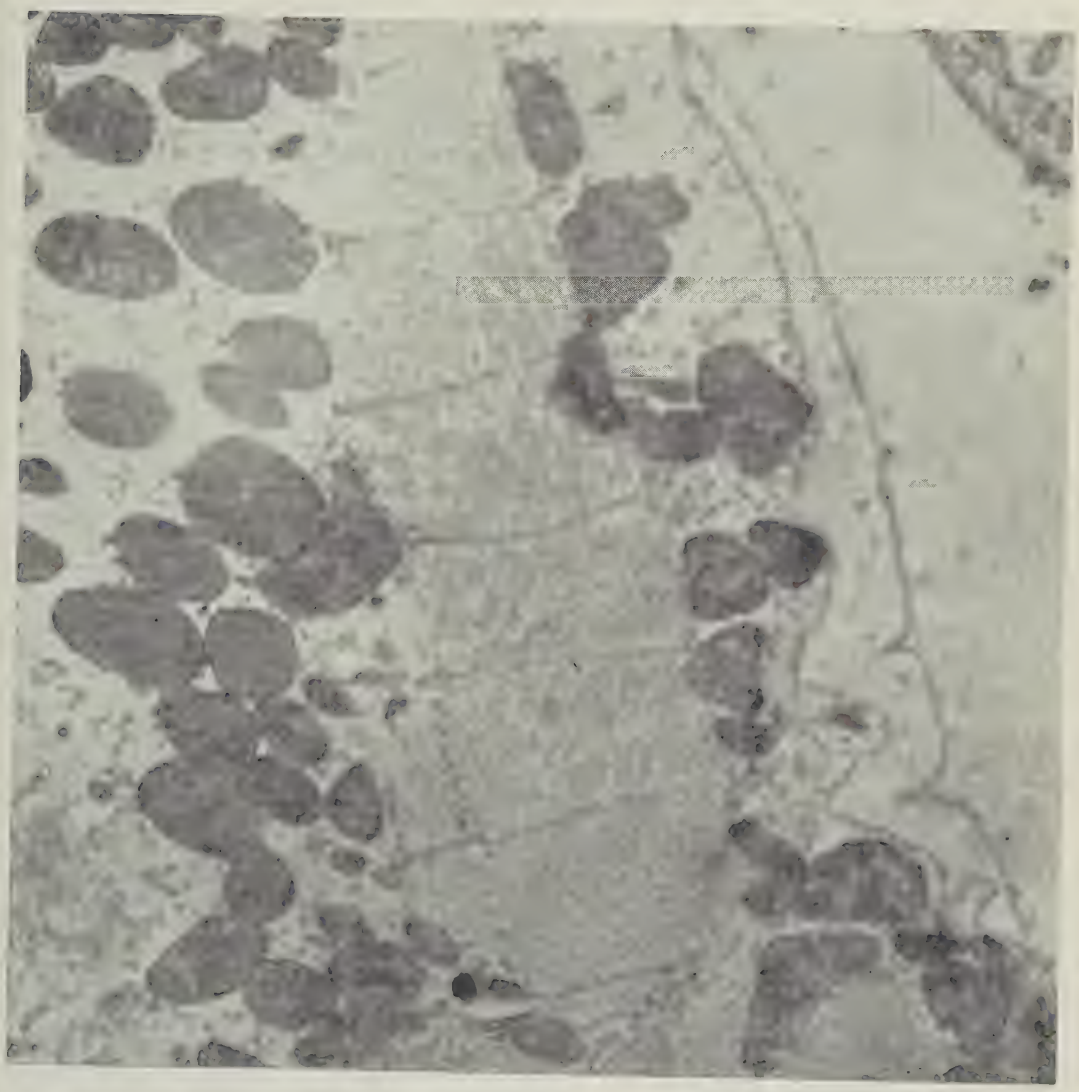
Ratto N. 3 (citrato di potassio 25 %; 0,2 cc). – Miocardio ventricolare.

Si noti il rigonfiamento delle vescicole del reticolo sarcoplasmatico, che risaltano come larghi spazi chiari fra i sarcosomi.
D = disco intercalare; *m* = miofibrille; S = sarcosomi; Z = stria Z. Ingr. 10.000 ×.



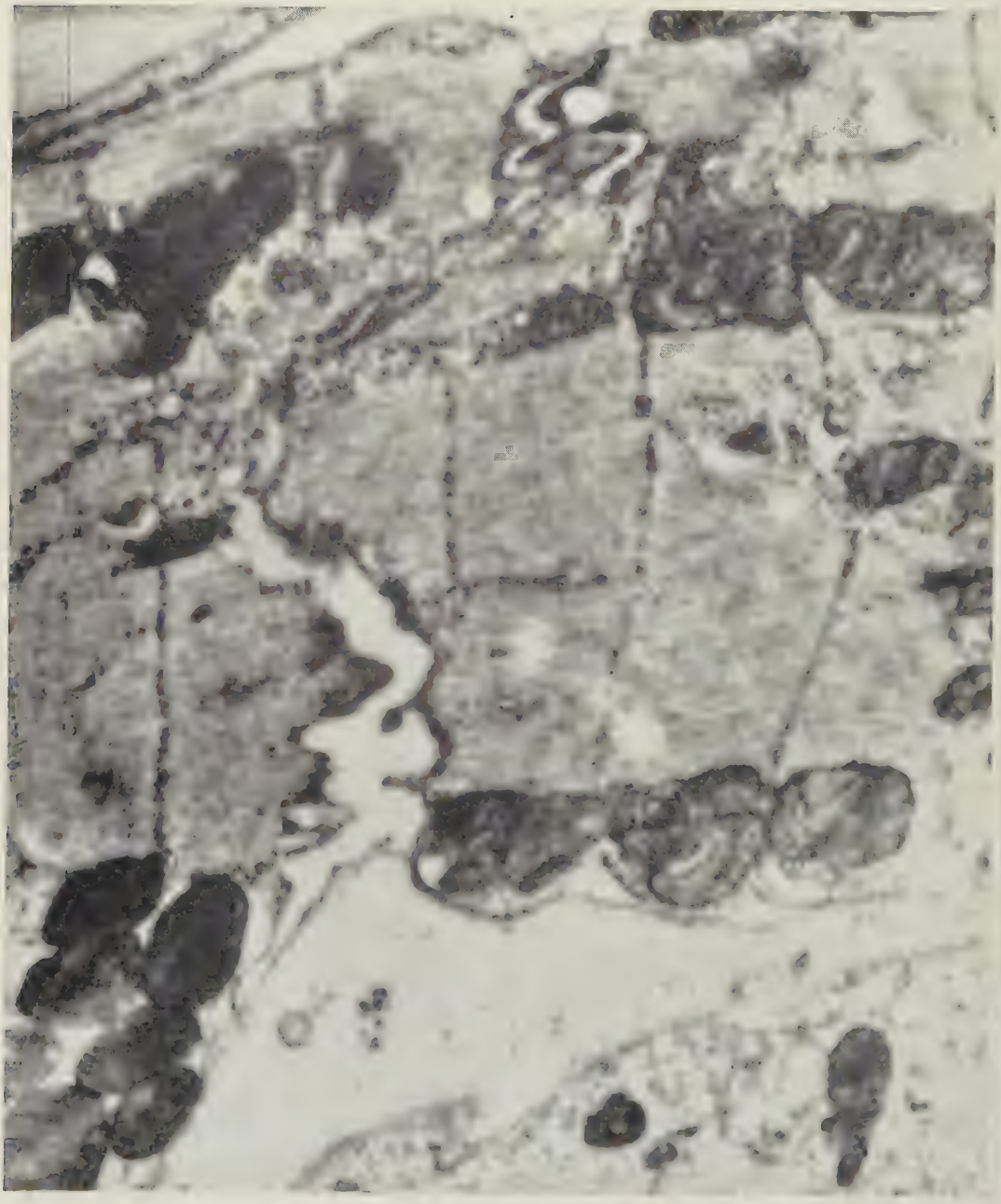
Ratto N. 2 (citrato di potassio 25 %; 0,2 cc). – Miocardio ventricolare.

Non si osservano alterazione della normale struttura del tessuto, se si eccettua l'evidente rigonfiamento del reticolo sarcoplasmatico. Ingr. 72.000 ×.



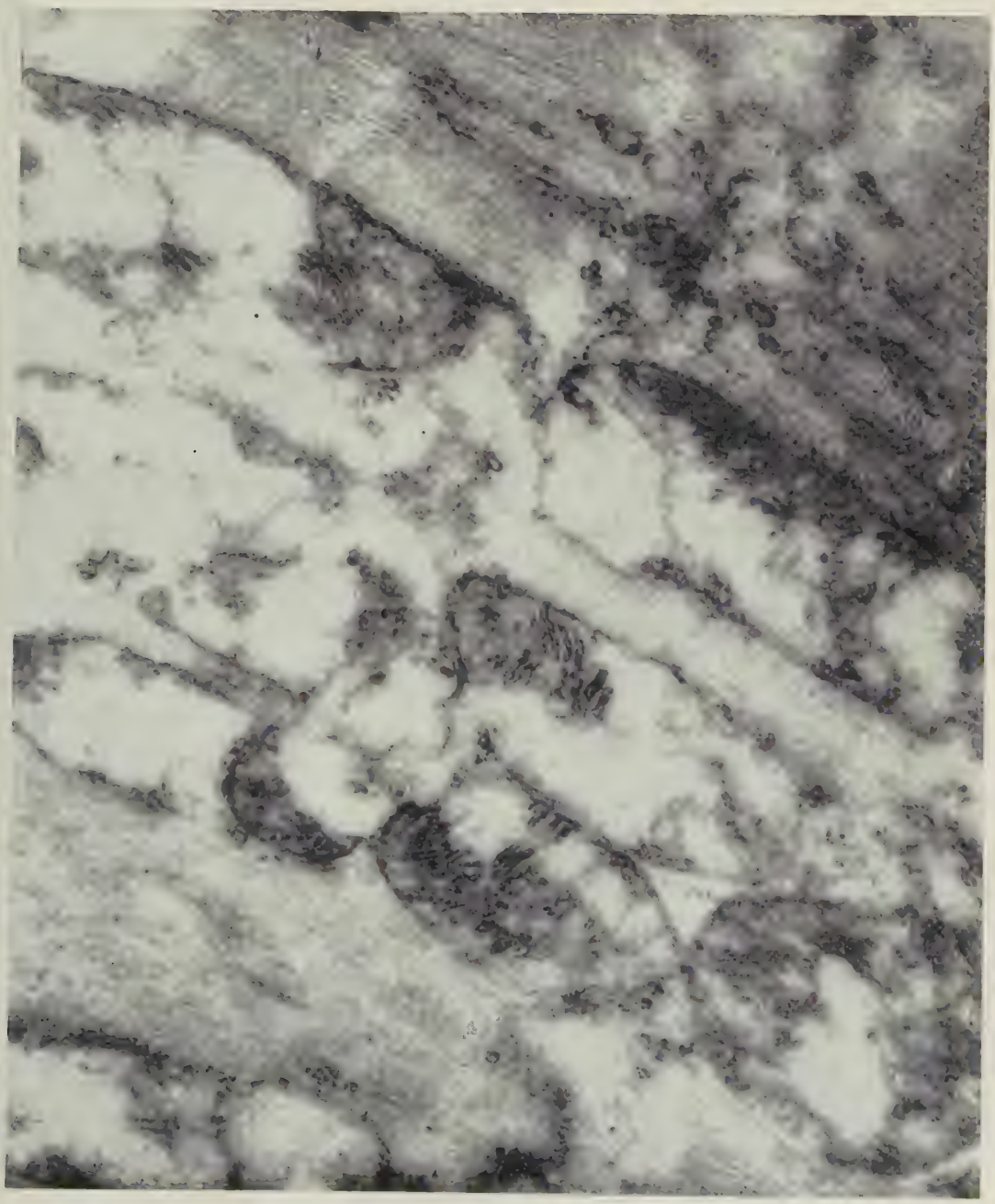
Ratto N. 2 (citrato di potassio 25 %; 0,2 cc). – Miocardio ventricolare.

La perimembrana è scollata per lungo tratto dalla membrana plasmatica. I sarcosomi, la struttura dei quali è perfettamente conservata, spiccano sullo sfondo della sostanza matrice fondamentale il cui aspetto, in conseguenza della alterata permeabilità della membrana, è anormalmente chiaro e dilavato. Ingr. 17.000 ×.



Ratto N. 6 (citrato di potassio 25 %; 0,2 cc). – Miocardio ventricolare.

Si noti l'ampiezza dello spazio lambdoideo e lo scollamento del disco intercalare. Ingr. 23.000 ×.

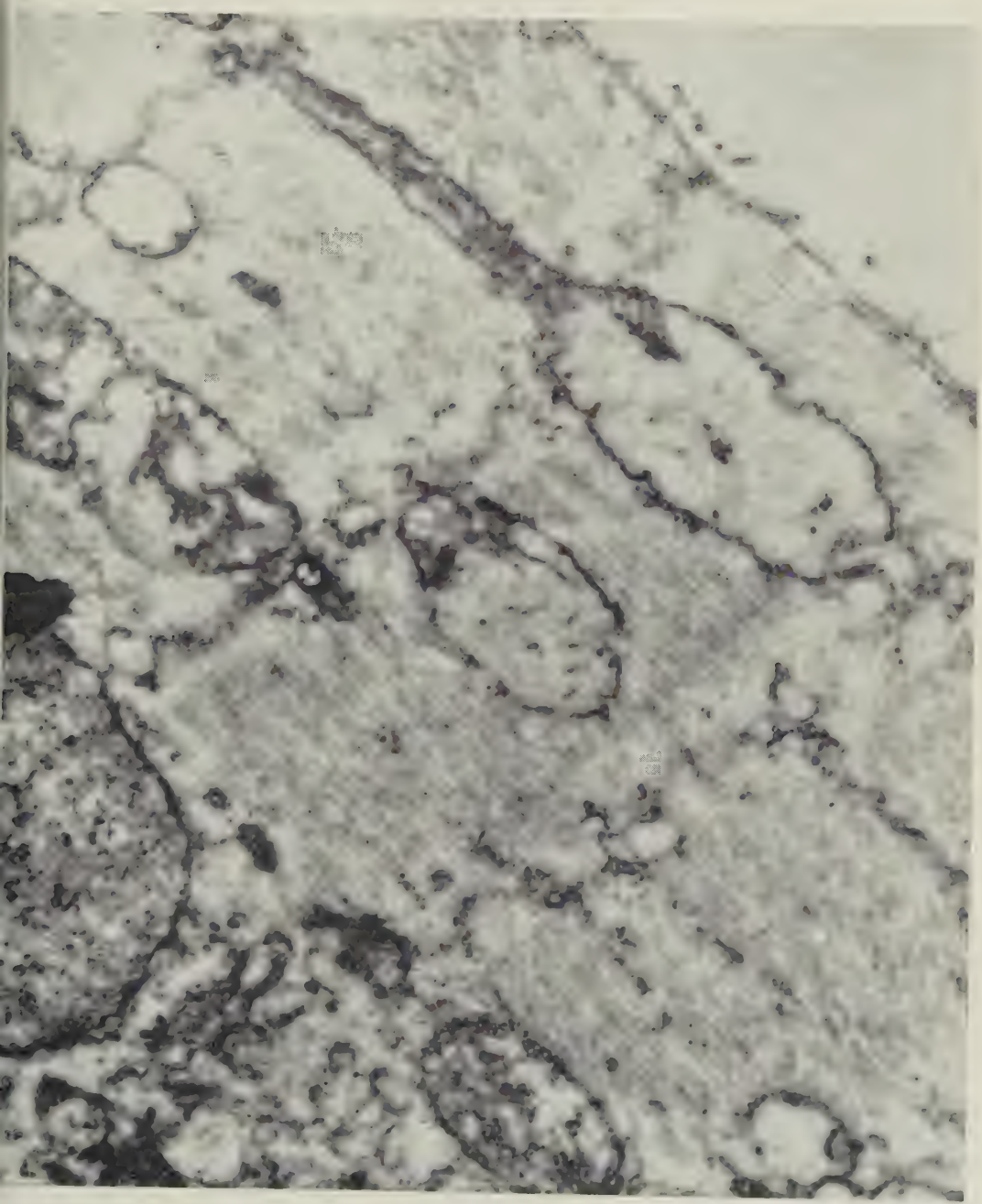


Ratto N. 8 (citrato di potassio 25 %; 0,6 cc). – Miocardio atriale.

Gravissime alterazioni a carico dei sarcosomi, con sovvertimento della struttura interna e parziale coalescenza delle membrane limitanti. Ingr. 45.000 ×.

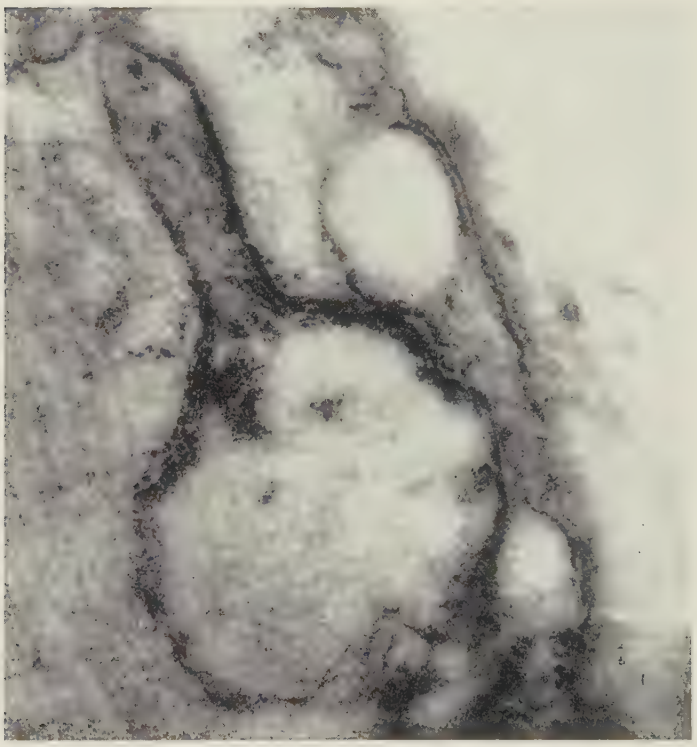
Ratto N. 9 (citrato di potassio 25 %; 0,6 cc). – Miocardio atriale.

Si osservano nella figura sarcosomi che, pur mantenendo la loro individualità, appaiono svuotati di ogni struttura. Ingr. 45.000 X.



Ratto N. 6 (citrato di potassio 25 %; 0,6 cc). – Miocardio atriale.

È evidente lo sconvolgimento della struttura interna dei sarcosomi, uno dei quali presenta il caratteristico aspetto a « racchetta » essendo interessato un solo segmento dal processo patologico. Ingr. 35.000 ×.



Ratto N. 8 (citrato di potassio 25 %; 0,6 cc). – Miocardio atriale.

Particolare di un sarcosoma che presenta un aspetto a « racchetta ». Si noti come la membrana limitante si continui ininterrotta su tutta la superficie esterna del sarcosoma, dimostrando trattarsi di due segmenti di una stessa formazione. Ingr. 50.000 ×.

Biologia. — *Sulle variazioni di densità dei neuroni di Purkinje in Uccelli a prole inetta e precoce dopo la morfogenesi cerebellare* (*). Nota di Giorgio M. Baffoni e Anna Maria D'Ancona, presentata (**) dal Corrisp. A. Stefanelli.

In precedenti Note su questi « Rendiconti » [1,2] sono stati riferiti i risultati di alcune osservazioni sulla morfogenesi e sulla istogenesi cerebellare in un Uccello a prole precoce (Pollo) ed in uno a prole inetta (Piccione); il movente della ricerca era di verificare l'andamento dei fenomeni dell'organogenesi e del differenziamento cellulare in un centro nervoso che presiede alla coordinazione motoria tra animali che alla nascita presentano attitudini diverse: infatti la motilità locomotoria nell'Uccello a prole precoce (nidofugo) è completa alla nascita, mentre in quella a prole inetta (nidofilo) non lo è, e lo diviene dopo un tempo più o meno lungo dalla schiusa dell'uovo. Negli Uccelli esaminati è risultato che la morfogenesi e l'istogenesi cerebellare iniziano in ambedue gli animali suppergiù alla stessa epoca (al 7° giorno d'incubazione), ma nell'Uccello a prole inetta i loro processi si svolgono in un tempo doppio (26–31 giorni) che in quello a prole precoce (in 14 giorni). Inoltre il cervelletto di Piccione al termine dello sviluppo (quando inizia l'attività deambulatoria) è più voluminoso [1] ed i plessi sinaptici dei neuroni della sua corteccia presentano una maggior complessità [2]. Queste differenze sono state messe in rapporto con le differenti esigenze statiche dei due animali, ma erano suscettibili anche di un'altra interpretazione, vale a dire che potevano essere ritenute effetto del più rapido e sommario svolgimento della morfogenesi cerebellare nell'Uccello a prole precoce (Pollo); pertanto si rendeva necessario l'esame della corteccia cerebellare in adulti: infatti se le differenze osservate al termine dello sviluppo fossero persistite nell'adulto, la prima supposizione sarebbe risultata confermata, se invece esse fossero scomparse, si sarebbe affermata la seconda ipotesi. Va notato che, a sviluppo ultimato del cervelletto (Pollo neonato e Piccione di 15–20 giorni dopo la nascita), l'accrescimento somatico dell'Uccello a prole precoce è molto notevole, mentre quello della specie a prole inetta è limitato; l'esame macroscopico del neurasse (e dello stesso cervelletto) tra individui delle due specie al termine della morfogenesi cerebellare ed adulti ha messo in evidenza che le differenze d'accrescimento somatico si ripercuotono, sebbene in minor grado, anche nel neurasse, specialmente nella porzione più craniale di questo.

(*) Ricerca eseguita nell'Istituto di Anatomia Comparata « G. B. Grassi », con il contributo del C.N.R.

(**) Nella seduta del 1° giugno 1959.

(1) G. M. Baffoni e G. D'Ancona, « Rend. Acc. Naz. Lincei » (ser. 8ª), *24*, 456 (1958).

(2) G. M. Baffoni e G. D'Ancona, « Rend. Acc. Naz. Lincei » (ser. 8ª), *24*, 606 (1958).

Partendo da questa constatazione, abbiamo voluto analizzare l'andamento delle modificazioni che si verificano nel cervelletto delle due specie di Uccelli durante l'accrescimento somatico. In questa Nota ci limiteremo a riferire i risultati conseguiti dall'esame sulla consistenza numerica delle cellule di Purkjnke, le quali sono i più tipici e meglio individuabili neuroni della corteccia cerebellare; ciò al fine di verificare se, come e fino a qual punto l'accrescimento della mole somatica influenzi la densità dei neuroni cerebellari nelle diverse condizioni d'accrescimento delle due specie di Uccelli.

In proposito vanno ricordate alcune osservazioni di Aug. Stefanelli [3], il quale nel Colombo ha notato la rarefazione dei neuroni di Purkinje in stadî embrionali e giovanili; l'A. ha ritenuto che tale rarefazione fosse dovuta alla trasformazione di una parte delle cellule di Purkinje in neuroni di altra natura, più precisamente in « cellule intercalate », la cui parentela con i neuroni di Purkinje era stata supposta da Estable [4]; però le deduzioni dello Stefanelli si basano sull'esame di preparati istologici e non poggiano su dati quantitativi, pertanto poteva sorgere il dubbio che la rarefazione di cellule di Purkinje fosse dovuta all'aumento in superficie della corteccia cerebellare durante l'accrescimento post–natale del cervelletto.

Nella presente Nota preciseremo i risultati emersi dall'esame di conteggi di neuroni di Purkinje in Uccelli a prole inetta ed a prole precoce durante l'accrescimento somatico, a partire dal termine della morfogenesi cerebellare in poi, ed in adulti di età diverse. In proposito uno di noi ha osservato come durante l'accrescimento post–natale di un Mammifero (Gatto) non si verifica rarefazione di neuroni di Purkinje, ma la loro densità resta costante; poiché nel periodo considerato la superficie cerebellare continua ad estendersi notevolmente, ne consegue che il numero dei neuroni di Purkinje aumenta [5]; rarefazione di cellule di Purkinje, invece, è stata verificata in animali di età avanzata [6], conforme a quanto era stato constatato in individui senescenti di Mammiferi di altre specie (nell'Uomo da Hodge [7], Ellis [8] ed Andrew [9]; in una Scimmia da Harms [10]; in Topi da Inukai [11] ed Andrew [12]; nella Cavia da Spiegel [13]).

Materiale della presente ricerca sono il Pollo (di razza Livornese bianca) ed il Piccione (di razza Grossa fattore); i Polli di 10 anni ed i Piccioni li

(3) A. Stefanelli, « Arch. Ital. Anat. Embriol. », *29*, 231 (1931).

(4) C. Estable, « Trav. Labor. Rech. Biol. Univ. Madrid », *21*, 169 (1923).

(5) G. M. Baffoni, « Rend. Acc. Naz. Lincei » (ser. 8ª), *16*, 798 (1954).

(6) G. M. Baffoni, « Rend. Acc. Naz. Lincei » (ser. 8ª), *17*, 269 (1954); « Arch. Zool. Ital. », *41*, p. 1 (1956).

(7) C. F. Hodge, « Journ. of Physiol », *17*, 129 (1894).

(8) R. S. Ellis, « Journ. Comp. Neurol. », *30*, 229; *ivi*, *32*, 1 (1920).

(9) W. Andrew, « Zeitschr. Zellforsch. mikr. Anat. », *28*, 292 (1938).

(10) J. W. Harms, « Zeitschr. f. Anat. », *71*, 319 (1924).

(11) T. Inukai, « Journ. Comp. Neurol. », *45*, 1 (1928).

(12) W. Andrew, « Zeitschr. Zellforsch. mikr. Anat. », *25*, 583 (1936).

(13) A. Spiegel, « Zool. Anz. », *79*, 173 (1928).

abbiamo avuti da allevamenti privati di Porto S. Stefano (Grosseto); gli altri Polli dal Centro avicolo provinciale di Roma. Il cervelletto degli animali, separato dal neurasse, è stato fissato in liquido di Helly o di Bouin ed incluso in celloidina–paraffina; è stata posta la massima cura nel riprodurre gli stessi tempi e le medesime condizioni ambientali nei passaggi, nell'inclusione e nell'allestimento delle sezioni seriali (di 5 μ di spessore); i preparati istologici dei pezzi fissati in Helly sono stati colorati secondo il metodo di Nissl al Bleu di toluidina (a concentrazione di 10^{-4}) in mezzo tamponato (buffer citrato–soda a pH 6), incubando a 27° C. per 3^{h}; i preparati istologici fissati in Bouin sono stati impregnati con argento colloidale secondo il metodo di Lugaro–Bodian. Per ogni stadio, il computo delle cellule di Purkinje è stato compiuto su cinque sezioni contigue della regione mediale di almeno due cervelletti, orientati sul piano sagittale, prendendo in considerazione solo quelle cellule che presentavano il nucleolo nello spessore del preparato; i conteggi sono stati eseguiti su un certo numero di sezioni al fine di ovviare ad eventuali differenze di spessore; dopo esserci assicurati che la frequenza delle cellule di Purkinje non varia nell'unità di lunghezza tra le diverse lamelle (o *folia*) cerebellari, abbiamo calcolato la densità dei neuroni di Purkinje (numero di elementi nell'unità di superficie) allo scopo di evitare di dar valore a differenze dovute ad inevitabili variazioni di orientamento tra i diversi cervelletti; poiché le cellule di Purkinje sono allineate su un piano, tra strato molecolare e granulare della corteccia cerebellare, i valori di densità sono stati ottenuti dividendo i dati dei computi assoluti medî (ottenuti dalla numerazione dei neuroni di Purkinje nelle sezioni mediali di un cervelletto) per la superficie occupata dalle cellule di Purkinje; questa è stata ricavata dal prodotto dello sviluppo lineare dello strato delle cellule di Purkinje, disegnato alla camera lucida e riportato a valori decimali (in mm.) mediante l'impiego di un curvimetro, e dello spessore delle sezioni istologiche. La fluttuazione attorno alla media dei valori assoluti non oltrepassa l'11 % dei dati ottenuti ed è evidentemente dovuta a lievi differenze in spessore tra le singole sezioni istologiche di uno stesso cervelletto; meno pronunciate sono risultate invece le oscillazioni dei valori del profilo dello strato delle cellule di Purkinje nelle diverse sezioni di uno stesso cervelletto (inferiori all'2,5 % dei valori medî): scarti minimi (al disotto dell'1 %) sono stati constatati tra le densità ottenute in cervelletti di animali allo stesso stadio; pertanto riteniamo che i valori di densità medî, riportati nella Tabella, siano immuni da errori tecnici e siano quindi idonei a precisare le variazioni numeriche dei neuroni di Purkinje nella corteccia cerebellare di animali di diversa età.

Considerando i risultati dei valori assoluti (ved. Tabella I) sembrerebbe che i neuroni della corteccia cerebellare di Pollo e di Piccione in genere diminuiscano di numero con l'età, mentre invece la superficie cerebellare aumenti con l'età nel Pollo e si riduca nel Piccione; a nostro parere i valori assoluti non rivestono un preciso significato, poiché essi possono essere influenzati dalle variazioni di orientamento dei pezzi istologici: ciò è evidente all'os-

servazione dei preparati di Piccione, in cui le sezioni mediali nei cervelletti di 8 mesi difettano dei lobuli (*folia*) I e II, in uno di 3 anni mancano i folia I, II e X ed in un'altro i lobuli I, II, III, e IV; in uno dei cervelletti di 11 anni sono assenti i folia I–IV ed in un'altro i I, II, IX *b*, IX *c* e X; inoltre in Polli di 3 anni il numero delle cellule di Purkinje e lo sviluppo della corteccia cerebellare sono maggiori che in adulti di 9 mesi, poichè un cervelletto di questi ultimi difettava del I, II e III *folium* e l'altro del I, X e di parte del IX.

Tabella I.

Età	Superficie	Cellule di Purkinje	Densità
Piccione:			
di 26 giorni	37,7 dmm²	820 ± 86	*21,7*
di 8 mesi	34,0 »	721 ± 54	*21,2*
di 3 anni	25,9 »	600 ± 37	*23,2*
di 11 anni	25,3 »	582 ± 29	*22,9*
Pollo:			
neonato	23,1 dmm²	1144 ± 76	*49,5*
di 19 giorni	29,1 »	1079 ± 67	*37,1*
di 9 mesi	32,3 »	759 ± 35	*23,6*
di 3 anni	40,4 »	1009 ± 73	*24,9*
di 10 anni	40,2 »	887 ± 42	*22,1*

Mentre i valori assoluti *in se* e *per se* non sono dimostrativi, e ne abbiamo esposte le ragioni, risultano invece significative le differenze dei valori di densità; queste hanno messo in evidenza che:

1° durante l'accrescimento somatico (dal termine della morfogenesi a 7 mesi dopo la nascita) in ambedue gli Uccelli i valori di densità diminuiscono; perciò in tale periodo il numero dei neuroni di Purkinje nell'unità di superficie (1 dmm² = 10.000 μ²) è minore; va sottolineato che la rarefazione di neuroni di Purkinje è molto più pronunciata nel Pollo che nel Piccione; questa differenza è in evidente rapporto con il maggior accrescimento in superficie della corteccia cerebellare del Pollo (ved. fig. 1); va inoltre osservato che nel Pollo si verifica una notevole rarefazione nei primi venti giorni di vita libera (circa il 50 % della rarefazione di tutto il periodo d'accrescimento) e quindi se ne deduce che la rarefazione delle cellule di Purkinje va progressivamente decrescendo con l'età. Queste osservazioni sostanziano

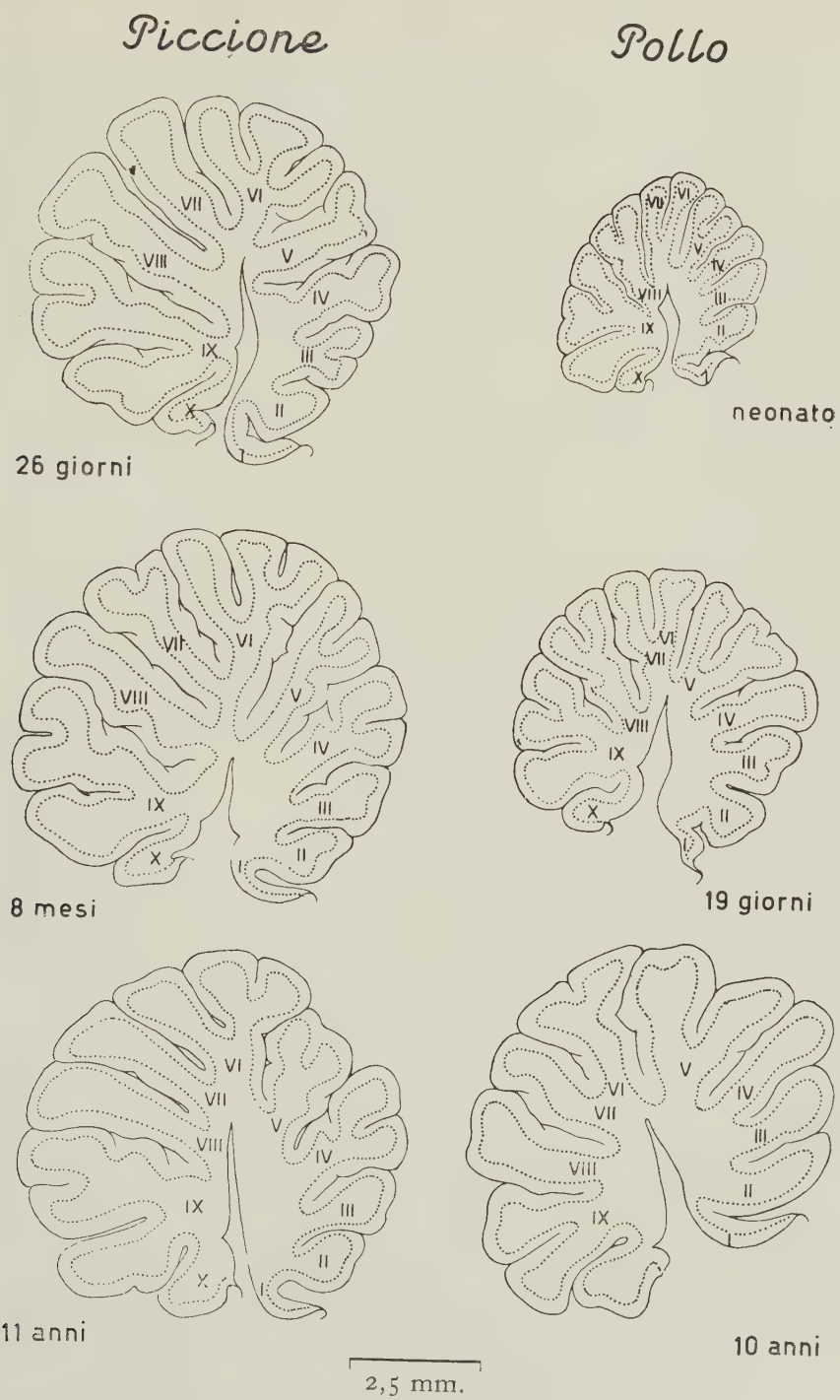


Fig. 1. – Diversi aspetti del cervelletto in un Uccello a prole inetta (Piccione) ed in uno a prole precoce (Pollo) durante l'accrescimento.

(Sezioni mediali disegnate alla camera lucida).

quelle di Aug. Stefanelli [3] estendendole al periodo d'accrescimento somatico; poiché i nostri computi comprendono tutte le cellule dello strato dei neuroni di Purkinje che superano il diametro medio di 9 μ (e quindi anche le « cellule intercalate ») essi escludono che la rarefazione dei neuroni di Purkinje sia dovuta alla trasformazione di una parte di questi in neuroni di altra natura giacenti nello stesso strato; inoltre la rarefazione presenta un differente andamento nelle due specie di Uccelli considerate e tale differenza risulta proporzionale con l'entità dell'accrescimento cerebellare; se ne deduce pertanto che la rarefazione dei neuroni di Purkinje durante l'accrescimento somatico è in rapporto con l'accrescimento in superficie della corteccia cerebellare;

2° in adulti di diversa età (tra 8–9 mesi e 3 anni), cioè tra adulti giovanili ed in piena attività sessuale, si nota un lieve aumento dei valori di densità; esso, per quanto lieve, raggiunge la significatività statistica (in Pollo $D_{iff.} = 1{,}36 \pm 0{,}29$; in Piccione $D_{iff.} = 1{,}97 \pm 0{,}32$); dato che in questo periodo l'accrescimento somatico è terminato e non si verificano variazioni di volume del cervelletto e di estensione della sua corteccia, il fatto dimostra che i neuroni di Purkinje sono aumentati di numero nell'unità di superficie cerebellare; in un prossimo lavoro documenteremo come, dal termine dello sviluppo in poi, tra le cellule di Purkinje differenziate sono presenti elementi che ripetono esattamente le modificazioni di forma e dei quadri citoplasmatici che sono stati descritti durante la normale istogenesi dei neuroni di Purkinje [2]; inoltre sarà documentato che questi aspetti sono più frequenti in età giovanile che in età avanzata; riteniamo che la frequenza delle cellule di Purkinje manifesti un aumento solo dopo il termine dell'accrescimento somatico per il fatto che essa non è più mascherata dalla rarefazione di elementi conseguente all'accrescimento della corteccia cerebellare. In proposito va ricordato che nel Gatto durante l'accrescimento somatico la densità dei neuroni di Purkinje rimane costante mentre la superficie cerebellare continua ad estendersi; la differenza tra gli Uccelli ed il Mammifero non sembra dovuta ad una diversa entità o velocità d'accrescimento della corteccia cerebellare, che sono simili, ma piuttosto ad un diverso ritmo differenziativo di nuovi neuroni di Purkinje, che risulta più elevato nel Mammifero che negli Uccelli;

3° negli adulti di età avanzata (di 10–11 anni) le cellule di Purkinje della corteccia cerebellare si rarefanno: i valori assoluti diminuiscono mentre la superficie cerebellare resta praticamente invariata e diminuiscono i valori di densità; tale rarefazione è più pronunciata nel Pollo che nel Piccione, nel quale raggiunge appena i limiti di significatività ($D_{iff.} = 0{,}3 \pm 0{,}12$); la differenza tra i due Uccelli non può esser riferita alla longevità dei due animali (che è pressappoco eguale: 12 e 13 anni rispettivamente [14]), ma più verosimilmente va attribuita a differenze ecologiche: infatti le esigenze funzionali cui presiede il cervelletto durante la senescenza restano meno variate

(14) N. Mayaud, in: P. Grassé, « Traité de Zoologie », XV, 536 (1950).

nel Piccione che nel Pollo, animale poco atto al volo ed adattato ad una condizione di vita prettamente terragnola. La rarefazione delle cellule di Purkinje in Uccelli di età più avanzata implica la degenerazione dei neuroni di Purkinje; rimandiamo al lavoro per esteso la documentazione dei quadri citologici di questa degenerazione ed ad una prossima Nota l'analisi delle frequenze dei diversi quadri citologici presentati dalle cellule di Purkinje durante il ciclo vitale degli Uccelli; accenneremo soltanto che negli individui senescenti aumentano le cellule di Purkinje basofile (ipercromofile), le quali sono state interpretate come espressione di fenomeni degenerativi dei neuroni di Purkinje di Mammiferi [6,11] e di Anfibî [15] e che sono state osservate prima del termine della morfogenesi cerebellare negli stessi Uccelli [2]; l'aumento dei fenomeni degenerativi e la rarefazione dei processi di differenziamento in rapporto con l'età spiega il meccanismo della rarefazione numerica delle cellule di Purkinje nella corteccia cerebellare degli individui senescenti di Pollo e Piccione.

Conclusioni. La densità delle cellule di Purkinje, studiata in un Uccello a prole inetta (Piccione) ed in uno a prole atta (Pollo), ha messo in evidenza che:

a) durante l'accrescimento somatico i neuroni di Purkinje si rarefanno nella corteccia cerebellare; la diminuzione delle cellule di Purkinje diversifica nei due Uccelli in stretto rapporto con il differente accrescimento della corteccia cerebellare dei due animali;

b) al termine dell'accrescimento somatico la densità dei neuroni di Purkinje aumenta; ciò attesta un'incremento numerico di queste cellule; l'aumento non si manifesta durante l'accrescimento somatico poiché è mascherato dall'aumentata estensione in superficie della corteccia cerebellare;

c) negli Uccelli di età avanzata le cellule di Purkinje subiscono una riduzione numerica, come è stato osservato in Mammiferi senescenti [6-13].

(15) G. M. Baffoni, « Riv. di Neurobiol. » (Perugia), *5*, 33 (1959).

Genetica. — *Dati sulla genetica dei gruppi gamma–globulinici con particolare riguardo alla loro distribuzione in alcune popolazioni italiane.* Nota I (*) di Matteo Adinolfi, Ida Bianco, Carolyn Giles, Bachisio Latte, Ezio Silvestroni e Marcello Siniscalco, presentata dal Corrisp. G. Montalenti (**).

Fino a non molti anni or sono l'unico esempio di polimorfismo genetico nell'Uomo, riconducibile ad uno schema mendeliano semplice, era rappresentato dai gruppi sanguigni che, da soli, individuano almeno nove loci autosomici.

Oggi il numero delle caratteristiche ereditarie per le quali la specie umana si rivela polimorfa nel senso di Ford (1940) (1) è almeno raddoppiato. Per non parlare della talassemia o microcitemia e delle varianti emoglobiniche, basterà riferirsi alle recenti acquisizioni sul polimorfismo biochimico delle proteine del plasma umano.

Il plasma umano, come è noto, presenta una miscela profondamente eterogenea di proteine di classe e specie diverse. Questa complessità è stata specialmente messa in luce dai recenti progressi dei metodi di analisi delle miscele proteiche come l'elettroforesi zonale mono e bidimensionale in gel di amido (Smithies, 1955) (2), la immunoelettroforesi (Grabar, *et al.* 1953) (3), la tecnica del « fingerprinting » (Ingram, 1956) (4) ecc.

È così che dalle sei componenti proteiche della elettroforesi classica si è giunti ora a distinguere almeno 20 classi di proteine diverse.

Tra queste si sono imposte all'attenzione del genetista le varianti aptoglobiniche (Smithies, 1955; Harris et al., 1959) (2,5), le beta–globuline o transferrine (Smithies 1957; Harris e al 1959) (6,5) e le gamma–globuline (Grubb e Laurell, 1956) (7,8) in quanto si è riusciti, per queste tre classi di proteine

(*) Ricerche eseguite con un contributo concesso dalla Rockefeller Foundation (New York) all'Istituto di Genetica dell'Università di Napoli. Gli Autori ringraziano vivamente il dott. A. E. Mourant (Lister Institute – Londra) nel cui laboratorio sono state eseguite le determinazioni dei gruppi sanguigni ed il dott. H. Harris (Dept. of Biochemistry, London Hospital Medical College, Londra) nel cui laboratorio sono state eseguite le determinazioni delle aptoglobine.

(**) Nella seduta del 1° giugno 1959.

(1) E. B. Ford, *Polymorphism and taxonomy*, in *The new systematics* (Editor: J. S. Huxley), p. 493, Clarendon Press Oxford (1940).

(2) O. Smithies, « Nature », *175*, 307 (1955).

(3) P. Grabar, C. A. Williams, « Biochim. Biophys. Acta », *10*, 93 (1953).

(4) V. M. Ingram, « Nature », *178*, 792 (1956).

(5) H. Harris, E. B. Robson, M. Siniscalco, in « Ciba Foundation Symposium on Human Biochemical Genetics », Napoli 1959 (in corso di stampa).

(6) O. Smithies, « Nature », *180*, 1482 (1957).

(7) R. Grubb, A. B. Laurell, « Acta Path. Microbiol. Scandinav. », *39*, 390 (1956).

(8) R. Grubb, in « The Ciba Foundation Symposium on Human Biochemical Genetics », Napoli, 1959 (in corso di stampa).

del plasma umano, a riconoscere l'esistenza di una variabilità discontinua intra-specie riconducibile ad un meccanismo mendeliano semplice.

In questa sede si riferirà sul polimorfismo delle gamma–globuline (*Gm*) specialmente per quanto riguarda la distribuzione dei tipi *Gm* in Italia e quegli aspetti di genetica formale di questo nuovo carattere monofattoriale dell'uomo a tutt'oggi non ancora o non sufficientemente studiati.

Contrariamente a quello che accade per le altre varianti proteiche del plasma umano, il polimorfismo delle gamma–globuline è dimostrabile per ora solo con metodo indiretto.

È noto che alcuni sieri di individui affetti da artrite reumatoide sono capaci di agglutinare emazie Rh positive sensibilizzate con anticorpi Rh incompleti (Grubb, 1956) [9]. Gli autori svedesi Grubb e Laurell (1956) [7] mentre erano intenti ad indagare la natura di questo fenomeno si accorsero che il siero di circa il 60 % di individui di ambo i sessi in Europa settentrionale inibiva tale reazione. Essi riuscirono a stabilire che il « fattore inibente » faceva parte delle gamma–globuline e che rappresentava una caratteristica ereditaria trasmissibile secondo un meccanismo monofattoriale.

Quest'ipotesi è stata in seguito confermata da numerosi altri Autori (Moullec et al., 1956; Linnet–Jepsen, 1958, Lawler, 1958; Harboe e Lundevall, 1959) [10,11,12,13] e pertanto si può affermare con sufficiente attendibilità che la presenza del fattore inibente o della « sostanza *Gm* » – come più semplicemente si usa chiamarlo – è controllata da un gene autosomico Gm^a dominante sul suo allelomorfo *Gm* in modo che:

sieri di individui dal genotipo Gm^a/Gm^a	sono inibitori
sieri di individui dal genotipo Gm^a/Gm	
sieri di individui dal genotipo *Gm*/*Gm*	non sono inibitori

Il fenotipo degli individui che posseggono il fattore inibente viene indicato con il simbolo *Gm* (*a* +); e rispettivamente quello degli individui che non lo posseggono con il simbolo *Gm* (*a* —).

Recentemente Harboe (1959) [14] in Norvegia ha trovato un siero di paziente affetto da artrite reumatoide, capace di reagire con sieri di individui *Gm* (*a* —) e con i *Gm* (*a* +) eterozigoti. Se tale osservazione venisse confermata bisognerebbe concludere che in effetti esistono due tipi di sostanze *Gm* entrambe presenti nell'eterozigote e ciascuna da considerarsi come il prodotto specifico dei due allelomorfi.

Per concludere questa premessa bibliografica riferiremo che Harboe e Lundevall (1959) [13] hanno pubblicato dati che lasciano prevedere l'esistenza

(9) R. Grubb, « Acta Path. Microbiolog. Scandinav. », *39*, 195 (1956).

(10) J. Moullec, R. Kherumian, E. Sutton, P. Espagnon, « Revue Hémat. », *11*, 512 (1956).

(11) P. Linnet–Jepsen, « Acta Hematol. », *20*, 903 (1958).

(12) S. D. Lawler, « Brit. Med. J. », *1*, 1538 (1958),

(13) M. Harboe, J. Lundevall, « Acta Path. Microbiol. Scandinav. », *45*, 357 (1959)

(14) M. Harboe, « Nature », *183*, 1468 (1959).

di un terzo allelomorfo al locus *Gm*, mentre Oudin (1956 *a*–1956 *b*) [15,16] Dray e Young (1958) [17] e Dubiski et al. (1959) [18] hanno dimostrato per mezzo di una reazione di precipitazione, che un polimorfismo gamma-globulinico è presente anche nei conigli.

Altro dato fondamentale è quello di Moullec et al. (1956) [19], – confermato poi da Brönnestam e Nilsson (1957) [19] e Linnet–Jepsen (1958) [11] – che i neonati alla nascita hanno sempre il fenotipo *Gm* della madre, verso il secondo mese sono tutti *Gm* (*a* —), e solo verso la fine del 7°–8° mese sviluppano il fenotipo *Gm* definitivo.

L'influenza di alterazioni patologiche come la ipo ed iper gamma–globulinemia non è stata sufficientemente chiarita, per quanto sembrerebbe che la prima determini la scomparsa della attività inibente in individui geneticamente *Gm* positivi mentre la seconda non ne determina necessariamente la comparsa in individui geneticamente *Gm* negativi (Grubb e Laurell, 1956; Vaugham e Good, 1958; Moullec et al., 1958; Grubb, 1959) [7,20,21,8].

Tenendo presente infine le circostanze che hanno reso possibile la individuazione della sostanza *Gm* nel siero umano, vien fatto spontaneo di chiedersi quali siano i rapporti tra fenotipo *Gm* ed artrite reumatoide.

I dati di Grubb (1957) [22] e Podliachouck et al. (1958) [23] sembrano deporre per una completa indipendenza in quanto la frequenza di individui *Gm* (*a* +) tra i pazienti affetti da artrite reumatoide è praticamente la stessa che tra i normali.

È però significativo il fatto (vedi Tabella I) che finora i soli due collettivi che presentano quasi il 100 % di *Gm* (*a* +) sono gruppi di Africani ed Esquimesi cioè individui appartenenti a popolazioni presso le quali l'artrite reumatoide è praticamente sconosciuta (Grubb, 1959) [8].

Nella stessa Tabella I si osserva che la frequenza dei *Gm* (*a* +) è sorprendentemente omogenea in tutte le popolazioni europee e nord–europee finora esaminate cioè intorno al 60 % con unica eccezione per l'Italia che sembra presentare la più bassa frequenza di *Gm* (*a* +) finora osservata (Lawler, 1958) [12], [24].

(15) J. Oudin, «C. R. Acad. Sci.», *242*, 2489 (1956 *a*).

(16) J. Oudin, «C. R. Acad. Sci.», *242*, 2606 (1956 *b*).

(17) S. Dray, G. O. Young, «J. Immunol.», *81*, 142 (1958).

(18) S. Dubiski, Z. Dubziak, S. Skalba, «J. Immunol.», *2*, 84 (1959).

(19) R. Brönnestam, S. B. Nilsson, «Vox. Sang.», *2*, 316 (1957).

(20) J. H. Vaugham, R. A. Good, «Arthritis and Rheumatism», *1*, 99 (1958).

(21) J. Moullec, J.M. Fine, C. Henry, Dati presentati al «7° Congr. Int.le della Trasfusione del Sangue», Roma (1958).

(22) R. Grubb, «Vox Sang.», *2*, 305 (1957).

(23) L. Podliachouck, F. Jaqueline, A. Eyquem, «Ann. Inst. Pasteur», *94*, 590 (1958).

(24) Si tratta di materiale raccolto nel 1957 da Silvestroni e Bianco in Berra (Ferrara) durante una campagna di ricerche sulla microcitemia e in cui i gruppi *Gm* sono stati determinati dalla dott.ssa S. D. Lawler del Galton Laboratory di Londra.

Tabella I.

Distribuzione dei gruppi Gm in alcune popolazioni umane.

Località	Autori	n°	*Gm* (*a*+) %	Frequenze geniche		E. S. ±
				Gm^a	*Gm*	
Francia. . . .	Moullec et al., 1956 Podliachouck et al., 1958	600	55,6	0,33	0,67	0,014
Danimarca . .	Linnet-Jepsen et al., 1958	1084	55,6	0,33	0,67	0,018
Inghilterra . .	Lawler, 1958	133	61,0	0,38	0,62	0,040
Italia	Lawler, 1958	125	40,2	0,22	0,78	0,050
Norvegia . .	Harboe e Lundevall, 1959	320	60,6	0,38	0,62	0,024
Svezia	Grubb e Laurell, 1956	360	59,7	0,37	0,63	0,020
Africani A.O.F.	Moullec et al., 1958	300	100,–	1,00	—	0,029
Esquimesi . .	Grubb e Laurell, 1956	74	94,6	0,72	0,18	0,056

Poiché il materiale su cui si basano queste osservazioni proviene da un piccolo villaggio della provincia di Ferrara noto peraltro per presentare una elevata incidenza di talassemia o microcitemia, abbiamo ritenuto opportuno di raccogliere altri dati sia dalla stessa sia da altre regioni italiane.

I dati della presente ricerca, in buona parte costituiti da famiglie del villaggio di Cologna (Ferrara), in cui sono state determinate la microcitemia, se presente, le aptoglobine, i gruppi sanguigni, hanno inoltre reso possibile la ricerca di eventuali associazioni (*linkages*) del locus *Gm* con la maggior parte degli altri loci autosomici finora noti.

Dati sperimentali.

La tecnica usata per la determinazione dei gruppi *Gm* in questa ricerca è quella di agglutinazione–inibizione secondo la metodica originale descritta da Grubb (Grubb e Laurell, 1956) [7].

Sono state usate emazie di individui CD*e*/*c*DE sensibilizzate con siero anti-Rh incompleto diluito 1/200 (il titolo agglutinante di tale siero con la tecnica di Coombs era di circa 1/1000). La determinazione veniva eseguita con due sieri di individui affetti da artrite reumatoide (gentilmente inviatici dal dott. A. E. Mourant e dal dott. R. Grubb) entrambi usati al titolo di 1 : 30. Il potere inibente dei sieri in esame veniva saggiato alle diluizioni di 1 : 4, 1 : 8, 1 : 16, 1 : 32 in presenza degli opportuni controlli.

La Tabella II riporta i dati sulla distribuzione dei fenotipi *Gm* in gruppi di individui non parenti tra loro e prelevati da quattro diverse aree della popolazione italiana.

TABELLA II.

Distribuzioni dei gruppi Gm in alcune località italiane.

Località	n° casi	*Gm* (*a*+)	*Gm* (*a* —)	Stima delle frequenze geniche		
				Gm^a	*Gm*	E. S.
Cologna (Prov. Ferrara)	185	70 (0,378)	115 (0,622)	0,21	0,79	± 0,023
Atena (Prov. Salerno)	73	34 (0,465)	39 (0,535)	0,27	0,73	± 0,040
Galtelli (Prov. Nuoro)	102	32 (0,314)	70 (0,686)	0,17	0,83	± 0,028
Napoli	84	34 (0,405)	50 (0,595)	0,23	0,77	± 0,035
TOTALI . . .	444	170 (0,383)	274 (0,617)			

Eterogeneità nella frequenza dei gruppi *Gm* nei vari centri $\left\{ \begin{array}{l} \chi^2 = 4{,}25 \\ g.l. = 3 \\ P > 0{,}20 \end{array} \right.$

TABELLA III.

Sommario dei dati familiari (Cologna, Prov. Ferrara)

Tipo d'incrocio	n° Famiglie		Figli	
	osservato	atteso	*Gm* (*a* +)	*Gm* (*a* —)
Gm (*a* +) × *Gm* (*a* +)	8	12,0	16	4
Gm (*a* +) × *Gm* (*a* —)	48	39,9	65	71
Gm (*a* —) × *Gm* (*a* —)	29	21,1	—	73
TOTALI . . .	85		81	148

Stima delle frequenze geniche tra i genitori $\left\{ \begin{array}{l} Gm = 0{,}79 \\ Gm^a = 0{,}21 \end{array} \right.$ ± 0,024

χ^2 per l'equilibrio secondo Hardy–Weinberg nella generazione parentale $\left\{ \begin{array}{l} \chi^2 = 3{,}48 \\ g.l. = 1 \\ P < 0{,}10 \\ \quad > 0{,}05 \end{array} \right.$

Per quanto queste osservazioni siano ancora troppo limitate per consentire una generalizzazione, è da notare tuttavia che la bassa incidenza degli individui *Gm* (*a* +) sembra essere una caratteristica comune a tutte le regioni studiate siano esse zone talassemiche (Prov. di Ferrara e di Nuoro) sia non talassemiche (Prov. di Napoli e Salerno). La più bassa incidenza è quella riscontrata in Sardegna, mentre la più elevata è in provincia di Salerno; comunque sembra opportuno concludere per il momento che la incidenza dei *Gm* (*a* +) nelle popolazioni studiate è circa del 38 %, come si ricava cioè dal totale generale, e che le fluttuazioni intorno a questo valore, osservate nelle singole località, sono casuali.

Tabella IV.

Analisi delle segregazioni familiari.

(*i*) Incrocio *Gm* (*a* +) × *Gm* (*a* —) n° figli per famiglia	n° famiglie con almeno un recessivo	n° figli recessivi			
		osservato	atteso	varianza	
1	1	1	1,00	0,00	
2	14	21	18,66	3,11	
3	13	22	22,28	6,37	$\chi^2 = 0,23$
4	3	8	8,53	2,35	$g.l. = 1$
5	4	12	10,32	4,33	$P < 0,70$
7	1	1	3,53	1,67	$> 0,50$
9	1	6	4,51	2,21	
Totali	37	71	68,83	20,04	
(*ii*) Incrocio *Gm* (*a* +) × *Gm* (*a* +)					
2	1	1	1,14	0,12	$\chi^2 = 0,01$
3	1	2	1,30	0,26	$g.l. = 1$
4	1	1	1,46	0,42	$P > 0,90$
Totali	3	4	3,90	0,80	

Un sommario generale dei dati familiari raccolti nella provincia di Ferrara è riportato nella Tabella III.

Da questa tabella si può notare: 1) che la popolazione parentale è da considerarsi in equilibrio rispetto alle stime di frequenze geniche ottenute

dalla stessa (χ^2 per la deviazione dell'equilibrio = 3,48, per 1 grado di libertà $P < 10\,\%$, $> 5\,\%$); 2) che su 29 famiglie del tipo *Gm* (*a* —) × *Gm* (*a* —) con un totale di 73 figli non sono state osservate eccezioni nella segregazione attesa del 100 % di figli *Gm* (*a* —).

TABELLA V.

Numero atteso delle famiglie segreganti (*per* $Gm^a = 0{,}21$, $Gm = 0{,}79$).

(*i*) Incrocio *Gm* (*a* +) × *Gm* (*a* —) n° figli per famiglia	n° famiglie esaminate (n_c)	n° famiglie segreganti			
		osservato (m_c)	atteso	varianza	
1	5	1	2,20	1,23	
2	18	14	11,88	4,04	$\chi^2 = 0{,}96$
3	16	13	12,32	2,83	$g.l. = 1$
4	3	3	2,49	0,42	$P > 0{,}30$
5	4	4	3,41	0,51	
7	1	1	0,87	0,003	
9	1	1	0,88	0,002	
TOTALI . . .	48	37	34,05	9,04	
(*ii*) Incrocio *Gm* (*a* +) × *Gm* (*a* +)	(N_c)	(M_c)			
1	1	—	0,19	0,15	
2	3	1	1,02	0,67	$\chi^2 = 0{,}004$
3	3	1	1,34	0,74	
4	1	1	0,53	0,25	
TOTALI . . .	8	3	3,08	1,71	

L'analisi delle segregazioni familiari è stata poi eseguita in modo completo servendosi del metodo proposto da C.A.B. Smith (1956) [25] ed i risultati riportati nelle Tabelle IV, V, VI, sono in ottimo accordo con l'ipotesi monofattoriale di Grubb e Laurell.

Lo stesso materiale familiare studiato come si è detto anche per i gruppi sanguigni, la talassemia e le aptoglobine, è stato utilizzato per la ricerca di eventuali associazioni (*linkages*) del locus *Gm* con questi altri loci autosomici.

(25) C. A. B. SMITH, «Ann. Hum. Genet., Lond.», *20*, 257 (1956).

Dopo aver controllato che nessuna associazione fenotipica si presentava nel materiale in oggetto tra il fenotipo *Gm* e i caratteri sopra menzionati, sono state selezionate le sole famiglie informative a genotipo dei genitori « certo » per la ricerca del linkage propriamente detto. Il metodo adoperato per questo scopo è quello delle statistiche -u di Fisher (1935 *a*, *b*)[26,27] secondo le modificazioni suggerite da C.A.B. Smith (1953)[28].

Tabella VI.

Riepilogo dell'analisi genetica.

	Tipo di incrocio	χ^2	g. l.
N° figli recessivi dato m_c	1) *Gm* (*a* +) × *Gm* (*a* —)	0,23	1
N° figli recessivi dato M_c	2) *Gm* (*a* +) × *Gm* (*a* +)	0,01	1
m_c dato n_c	1) *Gm* (*a* +) × *Gm* (*a* —)	0,96	1
M_c dato N_c	2) *Gm* (*a* +) × *Gm* (*a* +)	0,01	1
		1,21	4

m_c: numero di famiglie segreganti tra gli incroci di tipo (1) con un dato numero di figli
M_c: numero di famiglie segreganti tra gli incroci di tipo (2) con un dato numero di figli — $P > 0{,}80$
n_c: numero totale di famiglie del tipo (1) con un dato numero di figli
N_c: numero totale di famiglie del tipo (2) con un dato numero di figli

I risultati sono riportati nella Tabella VII dove si leggono i punteggi $\Sigma(\lambda)$ delle misure dirette della deviazione dall'indipendenza e le rispettive varianze $\Sigma(\nu)$. Com'è noto valori di $\Sigma(\lambda)$ negativi sono contro l'ipotesi di linkage, valori positivi vanno considerati degni di nota quando superano almeno di 2 volte la radice quadrata della loro varianza. È chiaro dunque che nessuno dei computi eseguiti depone effettivamente in favore dell'ipotesi di linkage, sebbene il confronto *sistema Gm–gruppo sanguigno P*, richieda ulteriore considerazione per essere il rapporto: $\Sigma(\lambda)/\sqrt{\Sigma(\nu)} = \sim 2$.

In realtà il livello di significatività che si richiede nella ricerca di linkages per la specie umana deve essere molto più elevato per le note difficoltà che riguardano sia i limiti della sperimentazione genetica dell'uomo, sia l'efficienza dei metodi statistici proposti a tale scopo (vedi Siniscalco 1954)[29].

(26) R. A. Fisher, « Ann. Eugen. », *6* 187 (1935 *a*).
(27) R. A. Fisher, « Ann. Eugen », *6*, 339 (1935 *b*).
(28) C. A. B. Smith, « J. R. Statist. Sc. », *B 15*, 153 (1953).
(29) M. Siniscalco, « Atti 1° Convegno A.G.I. », Suppl. a « La Ric. Sci. », *25*, 13 (1954).

TABELLA VII.

Risultati dei confronti per la ricerca di associazioni (linkages) tra gruppi Gm ed altri loci autosomici.

Carattere a confronto		n° famiglie informative (*)	$\Sigma(\lambda)$	$\Sigma(\nu)$
Aptoglobine		16	— 3.055	63.00
Talassemia o microcitemia		10	— 5.778	20.000
Gruppo sanguigno:				
Sistema	ABO	11	— 7.000	28.75
»	MNS	12	— 1.556	69,28
»	P	10	+ 5 110	7,12
»	Rh	10	— 4.333	37,15
»	Lutheran	—	—	—
»	Kell	5	+ 0.333	10,11
»	Duffy	11	+ 7.778	46,37

(*) Solo famiglie a genotipo dei genitori « certo ».

Quanto sin qui riportato ci permette di concludere che:

1) la distribuzione dei gruppi *Gm* in Italia appare singolarmente diversa da quella trovata in altri paesi d'Europa e nord–Europa: v'è una relativa scarsezza di individui *Gm* (*a* +) che sembra accentuata in aree di popolazione dov'è frequente la microcitemia (Provincia di Ferrara e Provincia di Nuoro);

2) il materiale familiare raccolto è in buon accordo con la ipotesi monofattoriale di Grubb e Laurell e dimostra che i vari tipi d'incrocio possibili si presentano nella generazione parentale con frequenze compatibili con quelle attese per l'equilibrio genico secondo Hardy–Weinberg;

3) non si sono riscontrate prove in favore di eventuali associazioni (*linkages*) del locus *Gm* con i loci dei gruppi sanguigni, della microcitemia e delle aptoglobine sebbene il confronto sistema *Gm–gruppo P* richieda ulteriore considerazione.

COMUNICAZIONI VARIE

Il Presidente comunica che dal 4 al 9 giugno p. v. avrà luogo, a Trieste, la 47ª Riunione della Società Italiana per il Progresso delle Scienze e informa i Colleghi di aver designato, quali rappresentanti della Classe, i Soci Bonino e Cambi e di avere dato comunicazione della suddetta Riunione alla Classe di Scienze Morali, nell'eventualità che anch'essa voglia scegliere dei suoi rappresentanti.

Il prof. Giordani, a conferma di quanto già comunicato nelle sedute di Classe del febbraio e del maggio c. a., annunzia nuovamente che il Premio Nazionale per le Comunicazioni «Cristoforo Colombo» 1959 è riservato, quest'anno, alle telecomunicazioni e sarà solennemente conferito nella ricorrenza del *Colombus Day* (12 ottobre) durante le celebrazioni che la Città di Genova indice ogni anno in tale occasione. Le segnalazioni motivate delle persone e degli enti che siano ritenuti meritevoli del citato Premio, in considerazione del lavoro scientifico e tecnico svolto nell'ultimo quadriennio, non sono legate alla nazionalità dell'istituzione proponente e debbono pervenire entro il 30 giugno 1959 alla Presidenza del Consiglio Nazionale delle Ricerche per essere sottoposte alla Commissione giudicatrice. Rinnova ai Soci la viva preghiera di voler far pervenire tempestivamente le loro proposte e comunica che, a tal fine, farà inviare una circolare a tutti i membri della Classe.

Il prof. Giordani comunica quindi che, in seguito alla cortese rinuncia dei biologi e in particolare del Collega Cotronei, al quale rinnova i più vivi ringraziamenti, la Sezione Matematica ha proposto per il prossimo Premio Susca il seguente tema: «Criteri d'esistenza di soluzioni periodiche di equazioni differenziali non lineari».

Il tema proposto dalla Sezione Matematica è approvato all'unanimità.

Il Presidente dà poi notizia che il Consiglio Nazionale delle Ricerche ha bandito i seguenti concorsi a borse di studio:

a) 72 borse di studio presso Istituti o Laboratori nazionali così ripartite:

1°	per la matematica	borse n. 2
2°	per la fisica	» » 8
3°	per la chimica	» » 13
4°	per l'ingegneria e l'architettura	» » 9
5°	per la biologia	» » 14
6°	per la medicina	» » 8
7°	per l'agricoltura e la zootecnica	» » 10
8°	per la geografia, la geologia e la mineralogia	» » 7
9°	per la talasssografia	» » 1

b) 38 borse di studio presso Istituti o Laboratori esteri così ripartite:

1° per la matematica	borse	n.	2
2° per la fisica	»	»	4
3° per la chimica	»	»	7
4° per l'ingegneria e l'architettura	»	»	2
5° per la biologia	»	»	8
6° per la medicina	»	»	6
7° per l'agricoltura e la zootecnia	»	»	5
8° per la geografia, la geologia, la mineralogia e la talassografia	»	»	4

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente comunica che, a causa dell'anticipata convocazione della Accademia, il Collega Nobile non ha potuto tenere in questa tornata la commemorazione del Socio Armellini, che dovrà essere rinviata al prossimo novembre. Per conseguenza, le commemorazioni dei Soci Pentimalli e Lombardi, a cura rispettivamente dei Colleghi Califano e Graffi, dovranno essere, a loro volta, rinviate alle sedute del dicembre 1959 e del gennaio 1960.

Ricorda poi come sia ancora sospesa la commemorazione del Socio De Lorenzo il quale, come tutti sanno, oltre ad essere stato un illustre geologo, dedicò la sua attività anche a molti campi delle scienze morali. Sarebbe quindi opportuno rendere omaggio alla memoria dell'illustre Collega con una commemorazione a Classi riunite.

Si devono poi designare gli oratori per le commemorazioni dei Soci Caccioppoli e Brusotti.

Il Presidente riterrebbe opportuno rinviare la prima al nuovo anno accademico, in attesa che sia eletto nella Categoria il successore del compianto Collega, mentre, per la seconda, sarebbe d'avviso di designare il Socio Chisini.

La proposta del Presidente è accolta all'unanimità.

TEMI DI DISCUSSIONE

Il Presidente, dopo aver ricordato che quest'anno si sono svolte in Accademia due importanti discussioni scientifiche, dedicate rispettivamente agli studi etiopici e alla evoluzione e genetica, invita la Classe a proporre i temi di discussione per il nuovo anno accademico.

Il Socio Caglioti prospetta l'opportunità di un tema attinente agli alti polimeri.

Il Socio Chiarugi richiama l'attenzione dei Colleghi sul fatto che, nelle sedute del giugno 1958, i Soci Ghigi e Grandi proposero una discussione sulla protezione della natura e degli equilibri biologici contro l'uso indiscri-

minato degli insetticidi. Poiché i due citati Colleghi sono oggi assenti, il Socio Chiarugi crederebbe opportuno che la Presidenza li interpellasse nella eventualità che essi volessero presentare concrete proposte all'inizio del nuovo anno accademico.

Il Presidente accoglie senz'altro la richiesta del Collega Chiarugi.

Il Socio Dore desidera far presente che, nella seduta a Classi riunite del 1958 con l'intervento degli « Amici », il Collega Calò propose, quale tema di discussione, il seguente: « Sul problema riguardante le progressive necessità di competenze e di attività scientifiche e tecniche in relazione all'organizzazione scolastica ». Per lo studio di tale proposta fu nominata una Commissione composta dagli stessi Soci Dore e Calò e dai Colleghi Ghigi e Mingazzini.

Il Socio Dore conclude osservando che se la discussione avesse luogo, l'Accademia potrebbe dire una autorevole parola su un problema indubbiamente di grande importanza.

Il Presidente risponde che questo problema è già sorto in sede OECE e ha un carattere assai complesso e delicato, ma assicura che, comunque, la Presidenza sarà sempre lieta di esaminare eventuali proposte per una discussione sull'argomento che potranno essere presentate dalla Commissione.

Il Socio Caglioti rinnova la sua proposta circa l'opportunità di trattare un tema relativo alle macromolecole.

Il Socio Califano osserva che un ottimo tema sarebbe quello della fisiologia dell'uomo nello spazio, materia nella quale è particolarmente competente il Collega Margaria.

Il Presidente, riassumendo la discussione, comunica che inviterà i Colleghi Ghigi e Grandi a presentare concrete proposte sul tema riguardante la protezione della natura e invita il Socio Caglioti a prendere contatti con il Collega Natta per l'organizzazione di una discussione sugli alti polimeri.

CONGRESSI

Il Presidente dà notizia che, dal 26 al 29 agosto e dal 30 agosto al 6 settembre c. a., avranno luogo a Monaco di Baviera la XX Conferenza e il XVII Congresso dell'Unione Internazionale di Chimica Pura e Applicata, mentre, dal 15 al 25 agosto 1960, si svolgerà a Melbourne, Camberra e Sydney un Simposio Internazionale sul tema: « La chimica dei prodotti naturali ».

Il Socio Quilico comunica che avrebbe intenzione di partecipare a questa ultima manifestazione e il Presidente lo ringrazia dichiarando che sarà ben lieto di affidargli, a suo tempo, la rappresentanza dell'Accademia.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio Tonzig offre all'Accademia il volume VI dei « Lavori dell'Istituto Botanico dell'Università di Milano » e lo illustra brevemente.

Il Socio G. B. Dal Piaz comunica che sono usciti i due volumi contenenti gli Atti del Convegno sui giacimenti gassiferi dell'Europa Occidentale, svoltosi a Milano, per iniziativa dell'Accademia e dell'Ente Nazionale Idrocarburi, nell'ottobre del 1957. Detti volumi saranno presentati in una prossima seduta dal Socio Gortani, che del citato Convegno è stato Presidente nonché fervido animatore ed organizzatore.

Il Presidente presenta quattro album di fotografie, raccolte dal Socio Trotter nei suoi viaggi e generosamente donate alla Biblioteca dell'Accademia.

Il Segretario Accademico illustra le altre pubblicazioni pervenute in omaggio.

PRESENTAZIONE DI NOTE E MEMORIE

Presentano Note per la pubblicazione nei Rendiconti i Soci: Quilico, Stefanelli, G. Bompiani, Cotronei, G. Levi, Caglioti, Perucca, Penta, Bianchi e Montalenti.

Il Presidente esprime al Socio Anziano Giuseppe Levi i suoi più affettuosi rallegramenti per l'appassionata collaborazione che egli dà costantemente ai lavori della Classe e si felicita con il Collega Montalenti, insignito dall'Accademia del Premio Nazionale del Presidente della Repubblica per la Botanica e la Zoologia.

Viene letto l'elenco delle Note inviate alla Cancelleria.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 1° giugno 1959

ANDREIAN Cazacu Cabiria. — Vedi: STOILOW S.

CALDEROLI Guido e CALDEROLI Innocente. — *Deviazione del Biotipo di Pende nei senza tonsille.* Relazione al primo Congresso dell'Accademia Italiana di Medicina Omeopatica (Roma, 27–30 settembre 1957). Bergamo, Scuole Professionali « T. O. M. », 1959. Pp. 96, in–16°.

CALDEROLI Innocente. — Vedi: CALDEROLI Guido e CALDEROLI Innocente.

COLLARI Salvatore. — *Le colonie climatiche. L'assistenza climatica all'infanzia nel quadro della moderna medicina preventiva.* Roma, Istituto di Medicina Sociale, 1959. Pp. 175, in–8°, con tavv. (Collana di Studi sui Problemi Medico Sociali, XLV).

COMPTON Robert. — *Significance of amphibole paragenesis in the Bidwell Bar region, California.* Estr. da « The American Mineralogist », vol. XLIII, 1958, sept.–oct.

CONVEGNO (VII) ANNUALE [DELL'ASSOCIAZIONE GEOFISICA ITALIANA]. ROMA, 7–9 NOVEMBRE 1957. — *Atti.* Roma, Associazione Geofisica Italiana, s. d. Pp. 125, in–8°, con figg.

Énergetika Kazahstana. Pod Obščej redakciej akademika AN Kaz SSR Š. Č. Čokina. Alma–Ata, Izdatel'stvo Akademii Nauk Kazahskoj SSR, 1958. Pp. 224, in–8°, con tavv.

HAEFELY W. — *Morphologische Veränderungen an der Qurgestreiften Muskelfaser durch Ultraschall.* Estr. da « Acta Anatomica », vol. XXIX, 1957.

ISTITUTO BOTANICO DELL'UNIVERSITÀ DI MILANO. — *Lavori.* [Direttore] dr. prof. Sergio Tonzig. Vol. VI (1957–1958). [contiene i fasc. 146–168]. Milano, s.n.t. Paginaz. varia.

KASPEROVIČ A. S. — Vedi: VOLOŠIN I. F., KASPEROVIĆ A. S. i SASKOV A. G.

Poliomielite (La) e i suoi riflessi medico–sociali. Roma, Istituto di Medicina Sociale. 1958. Pp. 45, in 8° (Argomenti di Medicina Sociale, 9).

ROOSENS L. et WIZINGER R. — *Contribution à la connaissance des colorants pyrylocyanines.* I: *Pyrylohémicyanines et colorants polyméthiniques phénil – et furylpyryliques.* Estr. da « Bulletin des Sociétés Chimiques Belges », 1957, n. 66.

SANDBERG Clarence H. — Vedi: THOMPSON George A. and SANDBERG Clarence H.

ŠAŠKOV A. G. — Vedi: VOLOŠIN J. F., KASPEROVIĆ A. S. i ŠASKOV A. G.

SIMPOSIO INTERNAZIONALE SULLA FISICA DELLE NUBI E RELATIVE APPLICAZIONI ALL'AGRICOLTURA. — *Atti.* Asti, Scuola Tip. S. Giuseppe, 1958. Pp. 143, in–8° (Centro per lo sviluppo della difesa antigrandine della Provincia di Asti presso la Camera di Commercio, Industria e Agricoltura).

STOILOW S. — *Teoria funcțiilor de o variabilă complexa.* Vol. II: *Funcții armonice, suprafețe riemanniene.* In colaborare cu Cabiria Andreian Cazacu. București, Editura Academiei Republicii Populare Romîne, 1958. Pp. 378, in–8°, con figg.

SYMPOSIUM (PREMIER) SUR LA SPÉCIFICITÉ PARASITAIRE DES PARASITES VERTÉBRÉS. — [*Actes*]. Neuchâtel, Impr. Paul Attinger S. A., 1957. Pp. 324, in–8°, con figg. (Institut de Zoologie, Université de Neuchâtel).

TESAURO G. — Vedi: WORLD CONGRESS (SECOND) ON FERTILITY AND STERILITY.

THOMPSON George A. and SANDBERG Clarence H. — *Structural significance of gravity surveys in the Virginia city–Mount Rosa area, Nevada and California.* Estr. da « Bulletin of the Geological Society of America », vol. LXIX, 1958.

TONZIG Sergio. — Vedi: ISTITUTO BOTANICO DELL'UNIVERSITÀ DI MILANO.

Vascular plants of the Pacific Northwest. Part. 4: *Ericaceae through Campanulaceae.* Seattle, University of Washington Press, 1959. Pp. 510, in–4°, con figg.

Vološin I. F., Kasperovič A. S. i Šaškov A. G. — *Poluprovodnikovyo termosoprativlonija*. Minsk, Izdatel'stvo Akademii Nauk BSSR, 1959. Pp. 197, in-8°, con figg.

Wizinger R. — Vedi: Roosen L. et Wizinger R.

World congress (second) on fertility and sterility. — *Proceedings*. Edited by G. Tesauro. Vol. I. e II. Naples, Institute of Chimical Obstetrics and Gynecology, University of Naples, 1957-1958. Voll. 2, in-8°, con figg. e tavv. (International Fertility Association).

A. Signorini e G. Cotronei.

ERRATA CORRIGE

relativa alla Nota di Livio Cambi e di Ernestina Paglia dal titolo: *Sui cianuri complessi derivati per ossidazione del* Co^{II} *pentacianuro*, pubblicata nel fasc. 3 (marzo 1959) di questo Volume.

Dobbiamo avvertire che, nella parte sperimentale, la suscettività magnetica di composti $Ni_2\{Co(CN)_{10}\}$ 14 H_2O e $Ni[Co(CN)_5 H_2O]$ 5,5 H_2O è stata riferita al Co mentre, essendo l'anione cobaltico diamagnetico, deve riferirsi a Ni. I valori nuovamente determinati e calcolati sono per i sali:

$Ni_2\{Co_2(CN)_{10}\}$ 14 H_2O $\qquad \chi_{Ni} \cdot 10^6 = 4650 \; ; \; \mu_{eff.} = 3{,}32$

$Ni[Co(CN)_5 H_2O]$ 5,5 H_2O $\qquad \chi_{Ni} \cdot 10^6 = 4230 \; ; \; \mu_{eff.} = 3{,}16$

Cioè in essi il nichel si comporta come Ni^{2+}.

Nella Nota di Antonino Clementi dal titolo: *Un nuovo tipo di epilessia sperimentale: l'epilessia stricnica bifocale senso-motoria*, pubblicata nel fasc. 3 (marzo 1959) di questo Volume, a pag. 350, terzultimo rigo, sostituire:

« centro alleato alla zona visiva » *con:* « centro alleato alla zona gustativa ».

Nella Nota di G. Natta e D. Sianesi dal titolo: *Isotassia e cristallinità di polimeri vinilici*, pubblicata nel fasc. 4 (aprile 1959) di questo Volume, a pag. 422, righe 7 e 8 dall'alto, sostituire:

« l'asse dell'elica, comprende tre unità monomeriche, come nel caso di »

con:

« l'asse dell'elica, comprende quattro unità monomeriche, a differenza di quanto si ha per il ».

INDICI DEL VOLUME

INDICE PER AUTORI

A

ADINOLFI M., BIANCO I., GILES C., LATTE B., SILVESTRONI E. e SINISCALCO M., Dati sulla genetica dei gruppi gamma-globulinici con particolare riguardo alla loro distribuzione in alcune popolazioni italiane. Nota I, *818*.

AGNOLI G. C. e COTTI E., Azione curatizzante della stricnina sulla trasmissione dell'eccitamento dal tessuto nodale al miocardio comune, *567*.

AGOSTINELLI C., Sulle equazioni dell'equilibrio adiabatico magnetodinamico di una massa fluida gassosa uniformemente rotante e gravitante, *665*.

ALBERTI G. e CONTE A., Effetto del trattamento a varie temperature, dopo assorbimento, sul potere selettivo del fosfato di zirconio impiegato quale scambiatore inorganico, *782*.

ALIETTI A., Osservazioni sulla mirabilite di Figno (Scandiano, Reggio E.), e sul solfato di sodio decaidrato, *689*.

ALIVERTI G., DEMICHELIS F. e LOVERA G., Spettrometria gamma di radionuclidi artificiali raccolti per filtrazione dell'aria al suolo, *772*.

ALLEGRA G., vedi CORRADINI P.

— vedi NATTA G.

ANDREATTA C., Nuove osservazioni sulla serie basale della zona meridionale del sistema vulcanico atesino, *172*.

ANTONINI E., vedi ROSSI-FANELLI A.

APARO E., Sulla risoluzione numerica delle equazioni integrali di Volterra di seconda specie, *183*.

ARENA M., Caratteristiche ecologiche degli organi vegetativi giovanili di *Abies nebrodensis* (Lojac.) Mattei, desunte dalla loro struttura, *252*.

AZZONE G. F., vedi CARAFOLI E.

B

BAFFONI G. M., L'andamento dell'attività mitotica nel prosencefalo e nel mesencefalo durante lo sviluppo di un Anfibio anuro, *598*.

— e D'ANCONA A. M., Sulle variazioni di densità dei neuroni di Purkinje in Uccelli a prole inetta e precoce dopo la morfogenesi cerebellare, *811*.

BALLARIO M. C., Ricerca sulla relazione fra area apparente ed area vera delle facole solari in radiazione di calcio, *379*.

BELLINI L., Studio delle fenilfosfatasi nello sviluppo di *Artemia salina* Leach, *47*.

BERGER (VON) G. P., vedi FADIGA E.

BETTINALI C., Sulla termoluminescenza del fluoruro di calcio precipitato, *777*.

BIANCO I., vedi ADINOLFI M.

BIOCCA E., vedi PAGGI L.

BOAGA G., Sul calcolo delle quote ortometriche normali e convenzionali, *9*.

— Su talune questioni relative alla funzione di Roche sulla distribuzione della densità nello interno della Terra, *123*.

— Sulla determinazione della densità media del Geoide per mezzo di gravità osservate a latitudini diverse, *316*.

BOMPIANI G. D., Sulla presenza di granuli caratteristici nelle cellule del tessuto specifico di conduzione a livello del tronco comune del fascio di His nel ratto, *91*.

— Osservazioni sulle modificazioni ultrastrutturali del miocardio atriale e ventricolare di ratti trattati con citrato di potassio a dosi diverse, fino ad ottenere l'arresto cardiaco, *807*.

BONA CARUTTI M., vedi FADIGA E.

BONINO G. B., CHIORBOLI P. e FABBRI G., Spettri Raman ed ultrarossi di cianuri complessi a simmetria D_{4h}. (Nichelocianuri e palladiocianuri di sodio e potassio), *137*.

BUSCAINO G. A., vedi CORSI A.

C

Cagliotti V. e Furlani C., Sulla costante di forza di stretching del legame boro–idrogeno nello ione tetraedrico BH_4^-, *147*.

— Scrocco M. e Furlani C., Osservazioni di spettroscopia I. R. sullo ione ammonio in alcuni suoi fluoruri e cloruri complessi, *625*.

Calapso M. T., Sulle congruenze paraboliche, *757*.

Caloi P., Sui tempi di tragitto delle onde sismiche nell'interno della Terra, con particolare riguardo al mantello terrestre, *130*.

Cambi L. e Paglia E., Sui cianuri complessi derivati per ossidazione del Co^{II}–pentacianuro, *320*.

— — Cianurazione di metalli con acido cianidrico e ossigeno: mercurio. Nota II, *428*.

Carafoli E., Muscatello U. e Azzone G. F., Azione dell'albumina sulle attività biochimiche dei mitocondri isolati, *721*.

Carfagna M., vedi Chieffi G.

Caputo A., vedi Rossi–Fanelli A.

Cesca S., vedi Natta G.

Cherubino S., Sul concetto di Economia astratta, *654*.

Chiara L., Limiti superiori della variazione dell'eccentricità nei sistemi binari di massa decrescente. Nota II, *506*.

Chieffi G. e Carfagna M., Variazioni del contenuto della fosfatasi alcalina nell'intestino di *Rana esculenta* durante la metamorfosi, *94*.

Chiorboli P., vedi Bonino G. B.

Chiusoli G. P., Sulla reattività dei derivati allilici con nichelcarbonile, *790*.

Clauser E., Condizioni di integrabilità e moto di particelle nell'ultima teoria unitaria einsteiniana, *498*.

Clementi A., Un nuovo tipo di epilessia sperimentale: l'epilessia stricnica bifocale senso–motoria, *345*.

Collotti C. e Vicari G., Coltivazione *in vitro* di cellule umane di origine tumorale (ceppo K. B.) in sospensioni fluide, *715*.

Colombo G., Differente sensibilità ai raggi X in rapporto agli stadi di sviluppo di embrioni di *Locusta migratoria migratoriodes* (R. e F), *583*.

— Sulla determinazione analitica delle soluzioni periodiche dei sistemi non–lineari autonomi, *662*.

Colonna M., Arilazione dell'N–ossido di piridina con i sali di diazonio, *39*.

— Diazometano ed azoici N–eterociclici coniugati simmetrici, *248*.

Colonnetti G., Verifica sperimentale di presunti rapporti tra deformazioni elastiche e deformazioni plastiche. Nota IV, *6*.

— Caratteristiche geometriche dei cicli di isteresi elastica. Nota V, *111*.

— Sui rapporti di forma e di posizione tra curve di rilassamento e cicli di isteresi. Nota VI, *415*.

— Sui rapporti di forma e di posizione tra curve di rilassamento e cicli di isteresi. Nota VII, *613*.

Conte A., vedi Alberti G.

Conti R., Equazioni differenziali ordinarie con condizioni lineari generali, *636*.

Corradini P. e Allegra G., Applicazione dei metodi di sovrapposizione allo studio strutturale del cromotricarbonilbenzolo, *511*.

— vedi Natta G.

Corsi A. e Buscaino G. A., Osservazioni sulla mioalbumina, *705*.

Cotti E., vedi Agnoli G. C.

— vedi Pompeiano O.

Crepax P. e Infantellina F., Caratteri dell'attività deambulatoria nella Cavia decerebrata a diversi livelli, *400*.

— — Effetti della formazione reticolare mesencefalica, pontina e bulbare sull'attività deambulatoria della Cavia decerebrata, *555*.

— e Volta A., Modificazioni dell'attività elettrica corticocerebrale provocate dal cortisone nel Gatto con nevrasse integro ovvero operato di transrecisione del tronco dell'encefalo a diversi livelli, *560*.

— — Effetti che il cortisone esercita sulla attività convulsiva degli aggregati neuronici corticocerebrali indipendentemente dalle strutture sottocorticali, *700*.

D

D'Ancona A. M., vedi Baffoni G. M.

De Cesaris Coromaldi L. e Urbani E., Dipeptidasi e lipasi in *Artemia salina* (Leach) diploide e tetraploide, *801*.

Demichelis F., Spettroscopia α a scintillazione, *221*.

— vedi Aliverti G.

Di Modica G., Rossi P. F. e Rivero A. M., Su componenti flavonoidi isolati da *Taxus baccata* L., *785*.

F

Fabbri G., Spettri ultrarossi di soluzioni acquose di acido cloridrico, *671*.
— vedi Bonino G. B.
Fabbri E., vedi Grünanger P.
Fadiga E., von Berger G. P. e Bona Carutti M., Effetti del trattamento cloralosico locale sui potenziali corticocerebellari spontanei e su quelli provocati dall'attivazione della via ottica primaria, *288*.
— — e Pupilli G. C., Effetti della stimolazione della via ottica primaria sull'attività elettrica del *brachium pontis* e del *brachium conjunctivum* di Gatto, *21*.
— — — Intorno agli effetti della stimolazione del N. ottico sull'attività elettrica corticocerebellare del Gatto in narcosi barbiturica, *629*.
— — — Effetti della interruzione bilaterale cronica del *brachium pontis* ovvero del *brachium conjunctivum* sulla reazione corticocerebellare destata nel Gatto da impulsi di origine visiva, *738*.
Fenoglio M. e Rigault G., Studi geologico-petrografici sulla formazione dioritica di Cogne-Valsavaranche (Valle d'Aosta). Nota preliminare, *335*.
Ferrari C., Sul flusso transonico con onda d'urto attaccata ($M_\infty < 1$): caso del moto stazionario. Nota I, *114*.
— Sul flusso transonico con onda d'urto attaccata ($M_\infty < 1$); caso del moto stazionario. – II. Singolarità nel piano odografico, *313*.
Ferroni E., Un nuovo metodo per la determinazione della temperatura di transizione del 2° ordine di alti polimeri, *774*.
— e Gabrielli G., Soluzioni solide Benzolo-Tiofene e attività capillare delle loro soluzioni esaniche in funzione della temperatura, *231*.
Fichera G., Misure tensoriali e omologia su una varietà differenziabile, *466*.
Fiorentini A. e Gualtierotti T., Fattori limitanti della frequenza di attività elettrica nel sistema nervoso centrale, *695*.
Fraccaro M., La morfologia di colonie cellulari originate da cellule isolate del rene fetale umano, *90*.
Franceschetti B., Osservazioni sulla tettonica della regione del Monte Oserot (fianco sinistro della Valle Stura di Demonte fra Pontebernardo e Bersezio, Alpi Marittime), *533*.
Freud G., Sui procedimenti lineari d'approssimazione, *641*.
Furlani C., vedi Caglioti V.

G

Gabrielli G., vedi Ferroni E.
Gaetani S., vedi Stefanelli A.
Gallitelli L. e Gualtierotti T., Variabilità di alcuni caratteri funzionali elementari del sistema nervoso centrale rilevati nell'uomo, *83*.
Gaudiano G., Ricca A. e Quilico A., Sul comportamento chimico dei diisossazoli, *164*.
— vedi Ricca A.
Gerola F. M., Ricerche sull'infrastruttura di alcune Schizoficee di acque termali, *546*.
Giacomello G., Riccieri F. M. e Stein M. L., Preparazione di sostanze ad azione farmacologica polivalente, *424*.
Giannini U., vedi Natta G.
Giles C., vedi Adinolfi M.
Godina G., vedi Levi G.
Graiff F., Soluzione tensoriale generale delle equazioni indefinite di equilibrio per una membrana, *189*.
— Sul legame tra condizioni di congruenza ed equazioni indefinite nella meccanica dei continui, *763*.
Grandi G., Alleloparassitismo. Una forma reversibile di parassitismo protelico, *30*.
Graziadei P., Contributo alla conoscenza della innervazione della muscolatura di *Sepia officinalis*, *552*.
Grünanger P. e Fabbri E., Acido fulminico e diacetilene, *235*.
— e Vita Finzi P., Sulla reazione tra benzonitrilossido e acidi α,β-insaturi, *386*.
Gualtierotti T., Variazioni di eccitabilità delle fibre motorie di un nervo misto indotte dai corrispondenti motoneuroni spinali, *578*.
— e Passerini D., Determinazione della soglia delle risposte rotatorie cerebellari dal flocculo-nodulo del gatto curarizzato, *79*.
Gualtierotti T., vedi Fiorentini A.
— vedi Gallitelli L.
— vedi Pinna G.

H

Haimovici A., Sopra alcuni spazi a connessione affine globalmente equivalenti allo spazio affine, *363*.

Honsell E., Sull'esistenza di un gradiente citofisiologico nelle colonie di *Oscillatoria irrigua* Kütz., messo in evidenza dall'accumulo protoplasmatico *in vivo* del fluorocromo uranina, *74*.

I

Infantellina F., vedi Crepax P.

Inghilleri G., Triangolazione aerea analitica con dati ausiliari, *210*.

L

Latte B., vedi Adinolfi M.

Leonardi P., Alpi meridionali e Prepirenei catalani. – I. Sintesi tettonica delle Alpi meridionali e dei Prepirenei catalani (versante spagnolo), *523*.

— Alpi meridionali e Prepirenei catalani. – II. Osservazioni comparative sulla tettonica e sull'orogenesi delle due regioni, *679*.

Levi G. e Godina G., La struttura fibrillare dei neuroni viventi, *743*.

Lovera G., vedi Aliverti G.

M

Maisano F., Sulle k–calotte contenute in una quadrica rigata di $S_{3,q}$, *35*.

Marin G. e Sabbadin A., Sviluppo e differenziamento delle gonadi in *Lacerta sicula campestris* (Betta), *59*.

Marrè E. e Servettaz O., Sul meccanismo di adattamento a condizioni osmotiche estreme in *Dunaliella salina*. – II. Rapporto fra concentrazioni del mezzo esterno e composizione del succo cellulare, *272*.

— vedi Tognoli L.

Martinelli E., Varietà a struttura quaternionale generalizzata, *353*.

Mazzanti G., vedi Natta G.

Mineo M., Superficie con sistema geografico ortogonale isotermo o isotermo–coniugato, *368*.

Minganti A., Lo sviluppo di andromerogoni ibridi *Ascidia malaca* (♀) × *Phallusia mamillata* ♂, *99*.

Monesi V., Nuovi particolari sulle connessioni nervose dei nuclei marginali maggiori del midollo spinale degli Uccelli, *87*.

Montanaro Gallitelli E., Nuovi reperti e riesame paleontologico–stratigrafico delle arenarie «stampiane» dello Scandianese (Appennino settentrionale modenese–reggiano). Nota preliminare, *392*.

Mugnoli A., vedi Vaciago A.

Muscatello U., vedi Carafoli E.

N

Natta G., Corradini P. e Allegra G., Struttura cristallina della forma γ del tricloruro di titanio, *155*.

— e Pasquon I., Studio dei processi di inversione di configurazione sterica nella polimerizzazione stereospecifica del propilene, *617*.

— e Sianesi D., Isotassia e cristallinità di polimeri vinilici, *418*.

— Mazzanti G., Corradini P., Giannini U. e Cesca S., Un nuovo complesso metallorganico cristallizzabile contenente titanio e alluminio e sue proprietà catalitiche nella polimerizzazione delle olefine, *150*.

— Peraldo M. e Corradini P., Modificazione mesomorfa smettica del polipropilene isotattico, *14*.

Nocchi M., Sulla presenza del Cretaceo e dell'Eocene nella serie degli «scisti policromi» affiorante nella parte meridionale dei Monti del Chianti, *43*.

Nocilla S., Sull'esistenza di punti con accelerazione infinita sul contorno di profili alari con curvatura finita in corrente transonica, *197*.

O

Olivero S. e Penta F., Sulle misure di temperatura nel traforo del Monte Bianco, *731*.

P

Paggi L. e Biocca E., Su un trematode parassita della volpe in Italia: *Lyperosomum vulpis* n. sp., *266*.

Paglia E., Reazioni dei Co^{III}–pentacianuri: sali derivati, *794*.

— vedi Cambi L.

Pasquon I., vedi Natta G.

Passerini D., vedi Gualtierotti T.
Pegoraro L., vedi Tonzig S.
— vedi Trezzi F.
Penta F., vedi Olivero S.
Peraldo M., vedi Natta G.
Pic G., Sopra un Teorema di P. Hall, *451*
Pinna G. e Gualtierotti T., Variazioni nella glicemia del coniglio in traumi diretti o indiretti sul sistema nervoso centrale, *574*.
Piontelli R., Elettrodo di riferimento per misure in bagni a base di floruri fusi, *18*.
— Poli G. e Rivolta B., Comportamento elettrodico di monocristalli di piombo, *321*.
— — — Comportamento elettrodico di monocristalli di stagno, *431*.
Poli G., vedi Piontelli R.
Pompeiano O. e Cotti E., Dimostrazione dell'esistenza di proiezioni localizzate cerebello-deitersiane, *284*.
Pupilli G. C., vedi Fadiga E.

Q

Quilico A., vedi Gaudiano G.

R

Rayner C. B., Le Concept d'un Mouvement Rigide, *478*.
Ricca A. e Gaudiano G., Sintesi del 3,5'-diisossazolo, *240*.
— vedi Gaudiano G.
Riccieri F. M., vedi Giacomello G.
Rigault G., vedi Fenoglio M.
Rivero A. M., vedi Di Modica G.
Rivolta B., vedi Piontelli R.
Rodriquez G., Sui quasicorpi distributivi finiti, *458*.
Romiti A., Sugli effetti dell'isteresi elastica nelle vibrazioni degli alberi rotanti, *372*.
Rossi P. F., vedi Di Modica G.
Rossi M., vedi Urbani E.
Rossi-Fanelli A., Commemorazione del Socio Gaetano Quagliariello, *298*.
— Antonini E. e Caputo A., Ricerche sulle relazioni tra proprietà molecolari e funzionali della emoglobina, *179*.
Russo-Caia S., Attività dipeptidasica nello sviluppo embrionale del fegato del pollo, *404*.
— Attività lipasica nello sviluppo embrionale del fegato del pollo, *709*.

S

Sabbadin A., Autofecondazione nelle colonie di *Botryllus schlosseri* (Pallas), *294*.
— Primi risultati dell'analisi genetica della pigmentazione di *Botryllus schlosseri* (Ascidiacea), *592*.
Sabbadin A., vedi Marin G.
Salvetti O., Costanti di forza dello ione complesso $[Pd(CN)_4]^=$, *225*.
— Osservazioni sulla configurazione elettronica dello ione complesso $[Pd(CN)_4]^=$ *383*.
Scaramella Petri P., Rapporti tra lenticelle e radici avventizie in *Nerium oleander* L., *542*.
Sconzo P., Sul calcolo automatico della soluzione del problema fondamentale della navigazione astronomica, *207*.
Scrocco M., vedi Caglioti V.
Servettaz O., vedi Marrè E.
Severi F., Nuove relazioni fra il genere aritmetico d'una ipersuperficie generale A tracciata sopra una varietà algebrica e i generi aritmetici delle varietà caratteristiche di A, *3*.
Sianesi D., vedi Natta G.
Silvestroni E., vedi Adinolfi M.
Singer I., Remarque sur un théorème d'approximation de H. Yamabe, *33*.
Siniscalco M., vedi Adinolfi M.
Stagni A., vedi Vannini E.
Stefani R., II° Contributo alla conoscenza della cariologia negli Insetti Embiotteri: Il corredo cromosomico nelle specie dell'Europa meridionale, *396*.
Stefanelli A. e Zacchei A. M., Sull'orientamento delle fibre nervose in coltura *in vitro* di cellule nervose spinali disgregate di embrione di pollo, *447*.
— — Orientamento delle fibre nervose di cellule spinali embrionali isolate in coltura e rapporti neuro muscolari (in *Gallus* e *Coturnix*), *753*.
— — Gaetani S. e Verani P., Lo sviluppo di elementi scheletrici di arti embrionali di pollo sottoposti ad azioni antimitotiche in coltura *in vitro*, *748*.
Stein M. L., vedi Giacomello G.

T

Tallini G., Caratterizzazione grafica di certe superficie cubiche di $S_{3,q}$. Nota I, *484*.

TALLINI G., Caratterizzazione grafica di certe superficie cubiche di $S_{3,9}$. Nota II, *644*.
TOGNOLI L. e MARRÈ E., Ricerche sulla fisiologia dell'acido ascorbico. – XXIV. La capacità dell'acido ascorbico di inibire la crescita è legata alla sua ossidazione ad acido deidroascorbico, *278*.
TONZIG S., TREZZI F., PEGORARO L. e VACCARI E., Ricerche sulla fisiologia della crescita della radice. – III. Azione dell'acido indolacetico sulla crescita, la respirazione e il valore dei rapporti ascorbico/deidroascorbico, glutatione ridotto/glutatione ossidato e deidroascorbico/indolacetico, *435*.
TREZZI F., PEGORARO L. e VACCARI E., Ricerche sulla fisiologia della crescita della radice. – II. Caratteristiche della radice di pisello, *63*.
— vedi TONZIG S.

U

URBANI E. e ROSSI M., Osservazioni sulle dipeptidasi nello sviluppo embrionale (post-diapausa) del *Bombyx mori*, *54*.
— vedi DE CESARIS COROMALDI L.

V

VACCARI E., vedi TONZIG S.
— vedi TREZZI F.
VACIAGO A. e MUGNOLI A., Struttura cristallina e isomorfismo di alcuni Co^{III}–esacianuri di cationi bivalenti, *517*.
VANNINI E. e STAGNI A., Nuove indagini sull'origine ed il differenziamento delle cellule germinali nel Polichete ermafrodita *Spirorbis pagenstecheri*, *259*.
VENINI C., Moto di dipoli elettrici nell'ultima teoria unitaria einsteiniana, *490*.
VERANI P., vedi STEFANELLI A.
VICARI G., vedi COLLOTTI C.
VITA FINZI P., vedi GRÜNANGER P.
VOLTA A., vedi CREPAX P.

W

WILLMORE T. J., Generalized Torsional Derivation, *649*.

Z

ZACCHEI A. M., vedi STEFANELLI A.

INDICE PER MATERIE

A

Algebra. — Sopra un Teorema di P. Hall, PIC G., *451*.

— Sui quasicorpi distributivi finiti, RODRIQUEZ G., *458*.

Analisi funzionale. — Remarque sur un théorème d'approximation de H. Yamabe, SINGER I., *33*.

Analisi matematica. — Equazioni differenziali ordinarie con condizioni lineari generali, CONTI R., *631*.

— Sui procedimenti lineari d'approssimazione, FREUD G., *641*.

Anatomia. — La morfologia di colonie cellulari originate da cellule isolate del rene fetale umano, FRACCARO M., *90*.

— Nuovi particolari sulle connessioni nervose dei nuclei marginali maggiori del midollo spinale degli Uccelli, MONESI V., *87*.

Astronomia. — Ricerca sulla relazione fra area apparente ed area vera delle facole solari in radiazione di calcio, BALLARIO M. C., *379*.

— Sul calcolo automatico della soluzione del problema fondamentale della navigazione astronomica, SCONZO P., *207*.

B

Biochimica. — Osservazioni sulla mioalbumina, CORSI A. e BUSCAINO G. A., *705*.

— Ricerche sulle relazioni tra proprietà molecolari e funzionali della emoglobina, ROSSI FANELLI A., ANTONINI E. e CAPUTO A., *179*.

Biologia. — L'andamento dell'attività mitotica nel prosencefalo e nel mesencefalo durante lo sviluppo di un Anfibio anuro, BAFFONI G. M., *598*.

— Sulle variazioni di densità dei neuroni di Purkinje in Uccelli a prole inetta e precoce dopo la morfogenesi cerebellare, BAFFONI G. M. e D'ANCONA A. M., *811*.

— Azione dell'albumina sulle attività biochimiche dei mitocondri isolati, CARAFOLI E., MUSCATELLO U. e AZZONE G. F., *721*.

Biologia. — Variazioni del contenuto della fosfatasi alcalina nell'intestino di *Rana esculenta* durante la metamorfosi, CHIEFFI G. e CARFAGNA M., *94*.

— Coltivazione *in vitro* di cellule umane di origine tumorale (ceppo K. B.) in sospensioni fluide, COLLOTTI C. e VICARI G., *715*.

— Alleloparassitismo. Una forma reversibile di parassitismo protelico, GRANDI G., *30*.

— La struttura fibrillare dei neuroni viventi LEVI G. e GODINA G., *743*.

— Lo sviluppo di andromerogoni ibridi *Ascidia malaca* (♀) × *Phallusia mamillata* ♂, MINGANTI A., *99*.

— Attività dipeptidasica nello sviluppo embrionale del fegato del pollo, RUSSO-CAIA S., *404*.

— Attività lipasica nello sviluppo embrionale del fegato del pollo, RUSSO CAIA S., *709*.

— Autofecondazione nelle colonie di *Botryllus schlosseri* (Pallas), SABBADIN A., *294*.

— Primi risultati dell'analisi genetica della pigmentazione di *Botryllus schlosseri* (Ascidiacea), SABBADIN A., *592*.

— Sull'orientamento delle fibre nervose in coltura *in vitro* di cellule nervose spinali disgregate di embrione di pollo, STEFANELLI A. e ZACCHEI A. M., *447*.

— Orientamento delle fibre nervose di cellule spinali embrionali isolate in coltura e rapporti neuro muscolari (in *Gallus* e *Coturnix*), STEFANELLI A e ZACCHEI A. M., *753*.

— Lo sviluppo di elementi scheletrici di arti embrionali di pollo sottoposti ad azioni antimitotiche in coltura « in vitro », STEFANELLI A., ZACCHEI A. M., GAETANI S. e VERANI P., *748*.

Botanica. — Caratteristiche ecologiche degli organi vegetativi giovanili di *Abies nebrodensis* (Lojac.) Mattei, desunte dalla loro struttura, ARENA M., *252*.

Botanica. — Rapporti tra lenticelle e radici avventizie in *Nerium oléander* L., SCARAMELLA PETRI P., *542*.

C

Calcolo numerico. — Sulla risoluzione numerica delle equazioni integrali di Volterra di seconda specie, APARO E., *183*.

Chimica. — Effetto del trattamento a varie temperature, dopo assorbimento, sul potere selettivo del fosfato di zirconio impiegato quale scambiatore inorganico, ALBERTI G. e CONTE A., *782*.

— Sulla termoluminescenza del fluoruro di calcio precipitato, BETTINALI C., *777*.

— Spettri Raman ed ultrarossi di cianuri complessi a simmetria D_{4h}. (Nichelocianuri e palladiocianuri di sodio e potassio), BONINO G. B., CHIORBOLI P. e FABBRI G., *137*.

— Sulla costante di forza di stretching del legame boro–idrogeno nello ione tetraedrico BH_4^-, CAGLIOTI V. e FURLANI C., *147*.

— Osservazioni di spettroscopia I. R. sullo ione ammonio in alcuni suoi fluoruri e cloruri complessi, CAGLIOTI V., SCROCCO M. e FURLANI C., *625*.

— Spettri ultrarossi di soluzioni acquose di acido cloridrico, FABBRI G., *671*.

— Un nuovo metodo per la determinazione della temperatura di transizione del 2° ordine di alti polimeri, FERRONI E., *774*.

— Soluzioni solide Benzolo–Tiofene e attività capillare delle loro soluzioni esaniche in funzione della temperatura, FERRONI E. e GABRIELLI G., *231*.

— Preparazione di sostanze ad azione farmacologica polivalente, GIACOMELLO G., RICCIERI F. M. e STEIN M. L., *424*.

— Struttura cristallina della forma γ del tricloruro di titanio, NATTA G., CORRADINI P. e ALLEGRA G., *155*.

— Studio dei processi di inversione di configurazione sterica nella polimerizzazione stereospecifica del propilene, NATTA G. e PASQUON I., *617*.

— Isotassia e cristallinità di polimeri vinilici, NATTA G. e SIANESI D., *418*.

— Un nuovo complesso metallorganico cristallizzabile contenente titanio e alluminio e sue proprietà catalitiche nella polimerizzazione delle olefine, NATTA G., MAZZANTI G., CORRADINI P., GIANNINI U. e CESCA S., *150*.

Chimica. — Modificazione mesomorfa smettica del polipropilene isotattico, NATTA G., PERALDO M. e CORRADINI P., *14*.

Chimica fisica. — Applicazione dei metodi di sovrapposizione allo studio strutturale del cromotricarbonilbenzolo, CORRADINI P. e ALLEGRA G., *511*.

— Costanti di forza dello ione complesso $[Pd(CN)_4]^-$, SALVETTI O., *225*.

— Osservazioni sulla configurazione elettronica dello ione complesso $[Pd(CN)_4]^=$, SALVETTI O., *383*.

Chimica inorganica. — Sui cianuri complessi derivati per ossidazione del Co^{II}–pentacianuro, CAMBI L. e PAGLIA E., *326*.

— Cianurazione di metalli con acido cianidrico e ossigeno: mercurio. Nota II, CAMBI L. e PAGLIA E., *428*.

— Reazioni dei Co^{III}–pentacianuri: sali derivati, PAGLIA E., *794*.

— Struttura cristallina e isomorfismo di alcuni Co^{III}–esacianuri di cationi bivalenti, VACIAGO A. e MUGNOLI A., *517*.

Chimica organica. — Sulla reattività dei derivati allilici con nichelcarbonile, CHIUSOLI G. P., *790*.

— Arilazione dell'N–ossido di piridina con i sali di diazonio, COLONNA M., *39*.

— Diazometano ed azoici N–eterociclici coniugati simmetrici, COLONNA M., *248*.

— Su componenti flavonoidi isolati da *Taxus baccata* L., DI MODICA G., ROSSI P. F. e RIVERO A. M., *785*.

— Sul comportamento chimico dei diisossazoli, GAUDIANO G., RICCA A. e QUILICO A., *164*.

— Acido fulminico e diacetilene, GRÜNANGER P. e FABBRI E., *235*.

— Sulla reazione tra benzonitrilossido e acidi α,β–insaturi, GRÜNANGER P. e VITA FINZI P., *386*.

— Sintesi del 3,5′–diisossazolo, RICCA A. e GAUDIANO G., *240*.

Citologia. — II° Contributo alla conoscenza della cariologia negli Insetti Embiotteri: Il corredo cromosomico nelle specie dell'Europa meridionale, STEFANI R., *396*.

Citologia vegetale. — Ricerche sull'infrastruttura di alcune Schizoficee di acque termali, GEROLA F. M., *546*.

Commemorazioni. — Commemorazione del Socio Gaetano Quagliariello, ROSSI-FANELLI A., *298*.

Comunicazioni varie, *106, 307, 411, 604, 726, 827*.

Congressi, *108, 309, 411, 604, 727, 829*.

Cosmogonia. — Limiti superiori della variazione dell'eccentricità nei sistemi binari di massa decrescente. Nota II, CHIARA L., *506*.

E

Economia matematica. — Sul concetto di Economia astratta, CHERUBINO S., *654*.

Elettrochimica. — Elettrodo di riferimento per misure in bagni a base di floruri fusi, PIONTELLI R., *18*.

— Comportamento elettrodico di monocristalli di piombo, PIONTELLI R., POLI G. e RIVOLTA B., *321*.

— Comportamento elettrodico di monocristalli di stagno, PIONTELLI R., POLI G. e RIVOLTA B., *431*.

Embriologia. — Sviluppo e differenziamento delle gonadi in *Lacerta sicula campestris* (Betta), MARIN G. e SABBADIN A., *59*.

Errata corrige, *832*.

F

Fisica. — Spettrometria gamma di radionuclidi artificiali raccolti per filtrazione dell'aria al suolo, ALIVERTI G., DEMICHELIS F. e LOVERA G., *772*.

— Spettroscopia α a scintillazione, DEMICHELIS F., *221*.

Fisiologia. — Azione curarizzante della stricnina sulla trasmissione dell'eccitamento dal tessuto nodale al miocardio comune, AGNOLI G. C. e COTTI E., *567*.

— Un nuovo tipo di epilessia sperimentale: l'epilessia stricnica bifocale senso-motoria, CLEMENTI A., *345*.

— Caratteri dell'attività deambulatoria nella Cavia decerebrata a diversi livelli, CREPAX P. e INFANTELLINA F., *400*.

— Effetti della formazione reticolare mesencefalica, pontina e bulbare sull'attività deambulatoria della Cavia decerebrata, CREPAX P. e INFANTELLINA F., *555*.

— Modificazioni dell'attività elettrica corticocerebrale provocate dal cortisone nel Gatto con nevrasse integro ovvero operato di transrecisione del tronco dell'encefalo a diversi livelli, CREPAX P. e VOLTA A., *560*.

Fisiologia. — Effetti che il cortisone esercita sull'attività convulsiva degli aggregati neuronici corticocerebrali indipendentemente dalle strutture sottocorticali, CREPAX P. e VOLTA A., *700*.

— Effetti del trattamento cloralosico locale sui potenziali corticocerebellari spontanei e su quelli provocati dall'attivazione della via ottica primaria, FADIGA E., VON BERGER G. P. e BONA CARUTTI M., *288*.

— Effetti della stimolazione della via ottica primaria sull'attività elettrica del *brachium pontis* e del *brachium conjunctivum* di Gatto, FADIGA E., VON BERGER G. P. e PUPILLI G. C., *21*.

— Intorno agli effetti della stimolazione del N. ottico sull'attività elettrica corticocerebellare del Gatto in narcosi barbiturica, FADIGA E., VON BERGER G. P. e PUPILLI G. C., *629*.

— Effetti della interruzione bilaterale cronica del *brachium pontis* ovvero del *brachium conjunctivum* sulla reazione corticocerebellare destata nel Gatto da impulsi di origine visiva, FADIGA E., VON BERGER G. P. e PUPILLI G. C., *738*.

— Fattori limitanti della frequenza di attività elettrica nel sistema nervoso centrale, FIORENTINI A. e GUALTIEROTTI T., *695*.

— Variabilità di alcuni caratteri funzionali elementari del sistema nervoso centrale rilevati nell'uomo, GALLITELLI L. e GUALTIEROTTI T., *83*.

— Variazioni di eccitabilità delle fibre motorie di un nervo misto indotte dai corrispondenti motoneuroni spinali, GUALTIEROTTI T., *578*.

— Determinazione della soglia delle risposte rotatorie cerebellari dal flocculo-nodulo del gatto curarizzato, GUALTIEROTTI T. e PASSERINI D., *79*.

— Variazioni nella glicemia del coniglio in traumi diretti o indiretti sul sistema nervoso centrale, PINNA G. e GUALTIEROTTI T., *574*.

— Dimostrazione dell'esistenza di proiezioni localizzate cerebello-deitersiane, POMPEIANO O. e COTTI E., *284*.

Fisiologia vegetale. — Sull'esistenza di un gradiente citofisiologico nelle colonie di *Oscillatoria irrigua* Kütz., messo in evi-

denza dall'accumulo protoplasmatico *in vivo* del fluorocromo uranina, HONSELL E., *74*.

Fisiologia vegetale. — Sul meccanismo di adattamento a condizioni osmotiche estreme in *Dunaliella salina*. – II. Rapporto fra concentrazioni del mezzo esterno e composizione del succo cellulare, MARRÈ E. e SERVETTAZ O., *272*.

— Ricerche sulla fisiologia dell'acido ascorbico. – XXIV. La capacità dell'acido ascorbico di inibire la crescita è legata alla sua ossidazione ad acido deidroascorbico, TOGNOLI L. e MARRÈ E., *278*.

— Ricerche sulla fisiologia della crescita della radice. – III. Azione dell'acido indolacetico sulla crescita, la respirazione e il valore dei rapporti ascorbico/deidroascorbico, glutatione ridotto/glutatione ossidato e deidroascorbico indolacetico, TONZIG S., TREZZI F., PEGORARO L. e VACCARI E., *435*.

— Ricerche sulla fisiologia della crescita della radice. – II. Caratteristiche della radice di pisello, TREZZI F., PEGORARO L. e VACCARI E., *63*.

G

Gasdinamica. — Sul flusso transonico con onda d'urto attaccata ($M_\infty < 1$): caso del moto stazionario. Nota I, FERRARI C., *114*.

— Sull'esistenza di punti con accelerazione infinita sul contorno di profili alari con curvatura finita in corrente transonica, NOCILLA S., *197*.

Gasdinamica transonica. — Sul flusso transonico con onda d'urto attaccata ($M_\infty < 1$); caso del moto stazionario. – II. Singolarità nel piano odografico, FERRARI C., *313*.

Genetica. — Dati sulla genetica dei gruppi gamma-globulinici con particolare riguardo alla loro distribuzione in alcune popolazioni italiane. Nota I, ADINOLFI M., BIANCO I., GILES C., LATTE B., SILVESTRONI E. e SINISCALCO M., *818*.

Geodesia. — Sul calcolo delle quote ortometriche normali e convenzionali, BOAGA G., *9*.

— Triangolazione aerea analitica con dati ausiliari, INGHILLERI G., *210*.

Geofisica. — Su talune questioni relative alla funzione di Roche sulla distribuzione della densità nell'interno della Terra, BOAGA G., *123*.

Geofisica. — Sulla determinazione della densità media del Geoide per mezzo di gravità osservate a latitudini diverse, BOAGA G., *316*.

— Sui tempi di tragitto delle onde sismiche nell'interno della Terra, con particolare riguardo al mantello terrestre, CALOI P., *130*.

Geologia. — Nuove osservazioni sulla serie basale della zona meridionale del sistema vulcanico atesino, ANDREATTA C., *172*.

— Osservazioni sulla tettonica della regione del Monte Oserot (fianco sinistro della Valle Stura di Demonte fra Pontebernardo e Bersezio, Alpi Marittime), FRANCESCHETTI B., *533*.

— Alpi meridionali e Prepirenei catalani. – I. Sintesi tettonica delle Alpi meridionali e dei Prepirenei catalani (versante spagnolo), LEONARDI P., *523*.

— Alpi meridionali e Prepirenei catalani. – II. Osservazioni comparative sulla tettonica e sull'orogenesi delle due regioni, LEONARDI P., *679*.

— Nuovi reperti e riesame paleontologico-stratigrafico delle arenarie « stampiane » dello Scandianese (Appennino settentrionale modenese-reggiano). Nota preliminare, MONTANARO GALLITELLI E., *392*.

— Sulla presenza del Cretaceo e dell'Eocene nella serie degli « scisti policromi » affiorante nella parte meridionale dei Monti del Chianti, NOCCHI M., *43*.

— Sulle misure di temperatura nel traforo del Monte Bianco, OLIVERO S. e PENTA F., *731*.

Geometria. — Sulle congruenze paraboliche, CALAPSO M. T., *757*.

— Sopra alcuni spazi a connessione affine globalmente equivalenti allo spazio affine, HAIMOVICI A., *363*.

— Sulle k-calotte contenute in una quadrica rigata di $S_{3,q}$, MAISANO F., *35*.

— Caratterizzazione grafica di certe superficie cubiche di $S_{3,q}$. Nota I, TALLINI G., *484*.

— Caratterizzazione grafica di certe superficie cubiche di $S_{3,q}$. Nota II, TALLINI G., *644*.

Geometria algebrica. — Nuove relazioni fra il genere aritmetico d'una ipersuperficie generale A tracciata sopra una varietà

algebrica e i generi aritmetici delle varietà caratteristiche di A, SEVERI F., *3*.

Geometria differenziale. — Superficie con sistema geografico ortogonale isotermo o isotermo-coniugato, MINEO M., *368*.

— Generalized Torsional Derivation, WILLMORE T. J., *649*.

M

Magnetofluidodinamica. — Sulle equazioni dell'equilibrio adiabatico magnetodinamico di una massa fluida gassosa uniformemente rotante e gravitante, AGOSTINELLI C., *665*.

Matematica. — Misure tensoriali e omologia su una varietà differenziabile, FICHERA G., *466*.

— Varietà a struttura quaternionale generalizzata, MARTINELLI E., *353*.

Meccanica. — Condizioni di integrabilità e moto di particelle nell'ultima teoria unitaria einsteiniana, CLAUSER E., *498*.

— Sulla determinazione analitica delle soluzioni periodiche dei sistemi non-lineari autonomi, COLOMBO G., *662*.

— Verifica sperimentale di presunti rapporti tra deformazioni elastiche e deformazioni plastiche. Nota IV, COLONNETTI G., *6*.

— Caratteristiche geometriche dei cicli di isteresi elastica. Nota V, COLONNETTI G., *111*.

— Sui rapporti di forma e di posizione tra curve di rilassamento e cicli di isteresi. Nota VI, COLONNETTI G., *415*.

— Sui rapporti di forma e di posizione tra curve di rilassamento e cicli di isteresi. Nota VII, COLONNETTI G., *613*.

— Soluzione tensoriale generale delle equazioni indefinite di equilibrio per una membrana, GRAIFF F., *189*.

— Sul legame tra condizioni di congruenza ed equazioni indefinite nella meccanica dei continui, GRAIFF F., *763*.

— Sugli effetti dell'isteresi elastica nelle vibrazioni degli alberi rotanti, ROMITI A., *372*.

— Moto di dipoli elettrici nell'ultima teoria unitaria einsteiniana, VENINI C., *490*.

Mineralogia. — Osservazioni sulla mirabilite di Figno (Scandiano, Reggio E.), e sul solfato di sodio decaidrato, ALIETTI A., *689*.

O

Opere pervenute in dono all'Accademia, *109, 310, 611, 729, 831*.

P

Patologia. — Sulla presenza di granuli caratteristici nelle cellule del tessuto specifico di conduzione a livello del tronco comune del fascio di His nel ratto, BOMPIANI G. D., *91*.

— Osservazioni sulle modificazioni ultrastrutturali del miocardio atriale e ventricolare di ratti trattati con citrato di potassio a dosi diverse, fino ad ottenere l'arresto cardiaco, BOMPIANI G. D., *807*.

Personale accademico, *105, 307, 411, 606, 726, 828*.

Petrografia. — Studi geologico-petrografici sulla formazione dioritica di Cogne-Valsavaranche (Valle d'Aosta). Nota preliminare, FENOGLIO M. e RIGAULT G., *335*.

Plichi suggellati, *727*.

Premi in corso di assegnazione presso l'Accademia Nazionale dei Lincei, *607*.

Presentazione di libri, *108, 308, 413, 605, 728, 829*.

Presentazione di Note e Memorie, *105, 308, 413, 606, 727, 830*.

R

Radiobiologia. — Differente sensibilità ai raggi X in rapporto agli stadi di sviluppo di embrioni di *Locusta migratoria migratoriodes* (R. e F.), COLOMBO G., *583*.

Relatività. — Le Concept d'un Mouvement Rigide, RAYNER C. B., *478*.

Relazioni di Commissioni, *308, 414*.

T

Temi di discussione, *828*.

Z

Zoologia. — Studio delle fenilfosfatasi nello sviluppo di *Artemia salina* Leach, BELLINI L., *47*.

— Dipeptidasi e lipasi in *Artemia salina* (Leach) diploide e tetraploide, DE CESARIS COROMALDI L. e URBANI E., *801*.

Zoologia. — Contributo alla conoscenza della innervazione della muscolatura di *Sepia officinalis*, GRAZIADEI P., *552*.

— Su un trematode parassita della volpe in Italia: *Lyperosomum vulpis* n. sp., PAGGI L. e BIOCCA E., *266*.

— Osservazioni sulle dipeptidasi nello sviluppo embrionale (post–diapausa) del *Bombyx mori*, URBANI E. e ROSSI M., *54*.

— Nuove indagini sull'origine ed il differenziamento delle cellule germinali nel Polichete ermafrodita *Spirorbis pagenstecheri*, VANNINI E. e STAGNI A., *259*.

INDICI DEI FASCICOLI

FASCICOLO 1.

GENNAIO 1959.

NOTE DI SOCI

SEVERI F., Nuove relazioni fra il genere aritmetico d'una ipersuperficie generale A tracciata sopra una varietà algebrica e i generi aritmetici delle varietà caratteristiche di A . . . . . Pag. 3
COLONNETTI G., Verifica sperimentale di presunti rapporti tra deformazioni elastiche e deformazioni plastiche. Nota IV . . . . . » 6
BOAGA G., Sul calcolo delle quote ortometriche normali e convenzionali . . . » 9
NATTA G., PERALDO M. e CORRADINI P., Modificazione mesomorfa smettica del polipropilene isotattico (pres. dal Socio *G. Natta*) . . . . . » 14
PIONTELLI R., Elettrodo di riferimento per misure in bagni a base di floruri fusi » 18
FADIGA E., VON BERGER G. P. e PUPILLI G. C., Effetti della stimolazione della via ottica primaria sull'attività elettrica del *brachium pontis* e del *brachium conjunctivum* di Gatto (pres. dal Socio *G. C. Pupilli*) . . . . . » 21
GRANDI G., Alleloparassitismo. Una forma reversibile di parassitismo protelico. » 30

NOTE PRESENTATE DA SOCI

SINGER I., Remarque sur un théorème d'approximation de H. Yamabe (pres. dal Socio *M. Picone*) . . . . . » 33
MAISANO F., Sulle k-calotte contenute in una quadrica rigata di $S_{3,q}$ (pres. dal Socio B. *Segre*) . . . . . » 35
COLONNA M., Arilazione dell'N-ossido di piridina con i sali di diazonio (pres. dal Socio *A. Quilico*). . . . . » 39
NOCCHI M., Sulla presenza del Cretaceo e dell'Eocene nella serie degli « scisti policromi » affiorante nella parte meridionale dei Monti del Chianti (pres. dal Socio *G. Merla*) . . . . . » 43
BELLINI L., Studio delle fenilfosfatasi nello sviluppo di *Artemia salina* Leach (pres. dal Socio *G. Cotronei*) . . . . . » 47
URBANI E. e ROSSI M., Osservazioni sulle dipeptidasi nello sviluppo embrionale (post-diapausa) del *Bombyx mori* (pres. dal Socio *G. Cotronei*) . . » 54
MARIN G. e SABBADIN A., Sviluppo e differenziamento delle gonadi in *Lacerta sicula campestri* (Betta) (pres. dal Corrisp. *U. D'Ancona*) . . . . . » 59
TREZZI F,. PEGORARO L. e VACCARI E., Ricerche sulla fisiologia della crescita della radice. – II. Caratteristiche della radice di pisello (pres. dal Socio *S. Tonzig*) . . . . . » 63
HONSELL E., Sull'esistenza di un gradiente citofisiologico nelle colonie di *Oscillatoria irrigua* Kütz., messo in evidenza dall'accumulo protoplasmatico *in vivo* del fluorocromo uranina (pres. dal Corrisp. *R. Savelli*) . . . . » 74

GUALTIEROTTI T. e PASSERINI D., Determinazione della soglia delle risposte rotatorie cerebellari dal flocculo–nodulo del gatto curarizzato (pres. dal Socio *R. Margaria*) . . . . . Pag. 79
GALLITELLI L. e GUALTIEROTTI T., Variabilità di alcuni caratteri funzionali elementari del sistema nervoso centrale rilevati nell'uomo (pres. dal Socio *R. Margaria*) . . . . . » 83
MONESI V., Nuovi particolari sulle connessioni nervose dei nuclei marginali maggiori del midollo spinale degli Uccelli (pres. dal Socio *A. Pensa*). » 87
FRACCARO M., La morfologia di colonie cellulari originate da cellule isolate del rene fetale umano (pres. dal Socio *A. Pensa*) . . . . . » 90
BOMPIANI G. D., Sulla presenza di granuli caratteristici nelle cellule del tessuto specifico di conduzione a livello del tronco comune del fascio di His nel ratto (pres. dal Socio *G. Bompiani*). . . . . » 91
CHIEFFI G. e CARFAGNA M., Variazioni del contenuto della fosfatasi alcalina nell'intestino di *Rana esculenta* durante la metamorfosi (pres. dal Corrisp. *G. Montalenti*) . . . . . » 94
MINGANTI A., Lo sviluppo di andromerogoni ibridi *Ascidia malaca* (♀) × *Phallusia mamillata* ♂ (pres. dal Socio *G. Cotronei*) . . . . . » 99

Personale accademico . . . . . » 105
Presentazione di Note e Memorie . . . . . » 105
Comunicazioni varie . . . . . » 106
Congressi . . . . . » 108
Presentazione di libri . . . . . » 108
Opere pervenute in dono all'Accademia presentate nella seduta del 10 gennaio 1959 . . . . . » 109

FASCICOLO 2.

FEBBRAIO 1959.

NOTE DI SOCI

COLONNETTI G., Caratteristiche geometriche dei cicli di isteresi elastica. Nota V Pag. 111
FERRARI C., Sul flusso transonico con onda d'urto attaccata ($M_\infty < 1$): caso del moto stazionario. Nota I . . . . . » 114
BOAGA G., Su talune questioni relative alla funzione di Roche sulla distribuzione della densità nello interno della Terra . . . . . » 123
CALOI P., Sui tempi di tragitto delle onde sismiche nell'interno della Terra, con particolare riguardo al mantello terrestre . . . . . » 130
BONINO G. B., CHIORBOLI P. e FABBRI G., Spettri Raman ed ultrarossi di cianuri complessi a simmetria D_{4h}. (Nichelocianuri e palladiocianuri di sodio e potassio) (pres. dal Socio *G. B. Bonino*) . . . . . » 137
CAGLIOTI V. e FURLANI C., Sulla costante di forza di stretching del legame boro–idrogeno nello ione tetraedrico BH_4^- (pres. dal Socio *V. Caglioti*) . . . . » 147
NATTA G., MAZZANTI G., CORRADINI P., GIANNINI U. e CESCA S., Un nuovo complesso metallorganico cristallizzabile contenente titanio e alluminio e sue proprietà catalitiche nella polimerizzazione delle olefine (pres. dal Socio *G. Natta*) . . . . . » 150
NATTA G., CORRADINI P. e ALLEGRA G., Struttura cristallina della forma γ del tricloruro di titanio . . . . . » 155

GAUDIANO G., RICCA A. e QUILICO A., Sul comportamento chimico dei diisossazoli (pres. dal Socio *A. Quilico*) . . . . . Pag. 164
ANDREATTA C., Nuove osservazioni sulla serie basale della zona meridionale del sistema vulcanico atesino . . . . . » 172
ROSSI FANELLI A., ANTONINI E. e CAPUTO A., Ricerche sulle relazioni tra proprietà molecolari e funzionali della emoglobina (pres. dal Corrisp. *A. Rossi Fanelli*) . . . . . » 179

NOTE PRESENTATE DA SOCI

APARO E., Sulla risoluzione numerica delle equazioni integrali di Volterra di seconda specie (pres. dal Socio *M. Picone*) . . . . . » 183
GRAIFF F., Soluzione tensoriale generale delle equazioni indefinite di equilibrio per una membrana (pres. dal Socio *B. Finzi*) . . . . . » 189
NOCILLA S., Sull'esistenza di punti con accelerazione infinita sul contorno di profili alari con curvatura finita in corrente transonica (pres. dal Corrisp. *C. Ferrari*) . . . . . » 197
SCONZO P., Sul calcolo automatico della soluzione del problema fondamentale della navigazione astronomica (pres. dal Socio *M. Picone*) . . . . . » 207
INGHILLERI G., Triangolazione aerea analitica con dati ausiliari (pres. dal Corrisp. *L. Solaini*) . . . . . » 210
DEMICHELIS F., Spettroscopia α a scintillazione (pres. dal Socio *E. Perucca*) . 221
SALVETTI O., Costanti di forza dello ione complesso $[Pd(CN)_4]^-$ (pres. dal Socio *G. B. Bonino*) . . . . . » 225
FERRONI E. e GABRIELLI G., Soluzioni solide Benzolo–Tiofene e attività capillare delle loro soluzioni esaniche in funzione della temperatura (pres. dal Socio *G. Natta*) . . . . . » 231
GRÜNANGER P. e FABBRI E., Acido fulminico e diacetilene (pres. dal Socio *A. Quilico*) . . . . . » 235
RICCA A. e GAUDIANO G., Sintesi del 3,5'–diisossazolo (pres. dal Socio *A. Quilico*) . . . . . » 240
COLONNA M., Diazometano ed azoici N–eterociclici coniugati simmetrici (pres. dal Socio *A. Quilico*) . . . . . » 248
ARENA M., Caratteristiche ecologiche degli organi vegetativi giovanili di *Abies nebrodensis* (Lojac.) Mattei, desunte dalla loro struttura (pres. dal Socio *A. Chiarugi*) . . . . . » 252
VANNINI E. e STAGNI A., Nuove indagini sull'origine ed il differenziamento delle cellule germinali nel Polichete ermafrodita *Spirorbis pagenstecheri* (pres. dal Corrisp. *U. D'Ancona*) . . . . . » 259
PAGGI L. e BIOCCA E., Su un trematode parassita della volpe in Italia: *Lyperosomum vulpis* n. sp. (pres. dal Socio *V. Puntoni*) . . . . . » 266
MARRÈ E. e SERVETTAZ O., Sul meccanismo di adattamento a condizioni osmotiche estreme in *Dunaliella salina*. – II. Rapporto fra concentrazioni del mezzo esterno e composizione del succo cellulare (pres. dal Socio *S. Tonzig*) . . . . . » 272
TOGNOLI L. e MARRÈ E., Ricerche sulla fisiologia dell'acido ascorbico. – XXIV. La capacità dell'acido ascorbico di inibire la crescita è legata alla sua ossidazione ad acido deidroascorbico (pres. dal Socio *S. Tonzig*) . . . . . » 278
POMPEIANO O. e COTTI E., Dimostrazione dell'esistenza di proiezioni localizzate cerebello–deitersiane (pres. dal Socio *G. C. Pupilli*) . . . . . » 284
FADIGA E., VON BERGER G. P. e BONA CARUTTI M., Effetti del trattamento cloralosico locale sui potenziali corticocerebellari spontanei e su quelli provocati dall'attivazione della via ottica primaria (pres. dal Socio *G. C. Pupilli*) . . . . . » 288

SABBADIN A., Autofecondazione nelle colonie di *Botryllus schlosseri* (Pallas) (pres. dal Corrisp. *U. D'Ancona*) . . . . . Pag. 294

COMMEMORAZIONI

ROSSI-FANELLI A., Commemorazione del Socio Gaetano Quagliariello . . . . » 298

Personale accademico . . . . . » 307
Comunicazioni varie . . . . . » 307
Presentazione di Note e Memorie . . . . . » 308
Relazioni di Commissioni . . . . . » 308
Presentazione di libri . . . . . » 308
Congressi . . . . . » 309
Opere pervenute in dono all'Accademia presentate nella seduta del 14 febbraio 1959 . . . . . » 310

FASCICOLO 3.

MARZO 1959.

NOTE DI SOCI

FERRARI C., Sul flusso transonico con onda d'urto attaccata ($M_\infty < 1$); caso del moto stazionario. – II. Singolarità nel piano odografico . . . . . Pag. 313
BOAGA G., Sulla determinazione della densità media del Geoide per mezzo di gravità osservate a latitudini diverse . . . . . » 316
PIONTELLI R., POLI G. e RIVOLTA B., Comportamento elettrodico di monocristalli di piombo (pres. dal Corrisp. *R. Piontelli*) . . . . . » 321
CAMBI L. e PAGLIA E., Sui cianuri complessi derivati per ossidazione del Co^{II}-pentacianuro (pres. dal Socio *L. Cambi*) . . . . . » 326
FENOGLIO M. e RIGAULT G., Studi geologico-petrografici sulla formazione dioritica di Cogne-Valsavaranche (Valle d'Aosta). Nota preliminare (pres. dal Corrisp. *M. Fenoglio*) . . . . . » 335
CLEMENTI A., Un nuovo tipo di epilessia sperimentale: L'epilessia stricnica bifocale senso-motoria . . . . . » 345

NOTE PRESENTATE DA SOCI

MARTINELLI E., Varietà a struttura quaternionale generalizzata (pres. dal Socio *F. Severi*) . . . . . » 353
HAIMOVICI A., Sopra alcuni spazi a connessione affine globalmente equivalenti allo spazio affine (pres. dal Socio *B. Segre*) . . . . . » 363
MINEO M., Superficie con sistema geografico ortogonale isotermo o isotermo-coniugato (pres. dal Socio *B. Segre*) . . . . . » 368
ROMITI A., Sugli effetti dell'isteresi elastica nelle vibrazioni degli alberi rotanti (pres. dal Corrisp. *C. Ferrari*) . . . . . » 372
BALLARIO M. C., Ricerca sulla relazione fra area apparente ed area vera delle facole solari in radiazione di calcio (pres. dal Corrisp. *G. Righini*) . . . » 379
SALVETTI O., Osservazioni sulla configurazione elettronica dello ione complesso $[Pd(CN)_4]^=$ (pres. dal Socio *G. B. Bonino*) . . . . . » 383

GRÜNANGER P. e VITA FINZI P., Sulla reazione tra benzonitrilossido e acidi α,β-insaturi (pres. dal Socio *A. Quilico*) . . . . . Pag. 386
MONTANARO GALLITELLI E., Nuovi reperti e riesame paleontologico-stratigrafico delle arenarie «stampiane» dello Scandianese (Appennino settentrionale modenese-reggiano). Nota preliminare (pres. dal Socio *G. B. Dal Piaz*) . . » 392
STEFANI R., II° Contributo alla conoscenza della cariologia negli Insetti Embiotteri: Il corredo cromosomico nelle specie dell'Europa meridionale (pres. dal Socio *G. Cotronei*) . . . . . » 396
CREPAX P. e INFANTELLINA F., Caratteri dell'attività deambulatoria nella Cavia decerebrata a diversi livelli (pres. dal Socio *G. C. Pupilli*) . . . . » 400
RUSSO-CAIA S., Attività dipeptidasica nello sviluppo embrionale del fegato del pollo (pres. dal Corrisp. *A. Stefanelli*) . . . . . » 404

Personale accademico . . . . . » 411
Comunicazioni varie . . . . . » 411
Congressi . . . . . » 411
Presentazione di libri . . . . . » 413
Presentazione di Note e Memorie . . . . . » 413
Relazioni di Commissioni . . . . . » 414

FASCICOLO 4.

APRILE 1959.

NOTE DI SOCI

COLONNETTI G., Sui rapporti di forma e di posizione tra curve di rilassamento e cicli di isteresi. Nota VI . . . . . Pag. 415
NATTA G. e SIANESI D., Isotassia e cristallinità di polimeri vinilici (pres. dal Socio *G. Natta*) . . . . . » 418
GIACOMELLO G., RICCIERI F. M. e STEIN M. L., Preparazione di sostanze ad azione farmacologica polivalente (pres. dal Corrisp. *G. Giacomello*) . . . » 424
CAMBI L. e PAGLIA E., Cianurazione di metalli con acido cianidrico e ossigeno: mercurio. Nota II (pres. dal Socio *L. Cambi*) . . . . . » 428
PIONTELLI R., POLI G. e RIVOLTA B., Comportamento elettrodico di monocristalli di stagno (pres. dal Corrisp. *R. Piontelli*) . . . . . » 431
TONZIG S., TREZZI F., PEGORARO L. e VACCARI E., Ricerche sulla fisiologia della crescita della radice. – III. Azione dell'acido indolacetico sulla crescita, la respirazione e il valore dei rapporti ascorbico/deidroascorbico, glutatione ridotto/glutatione ossidato e deidroascorbico/indolacetico (pres. dal Socio *S. Tonzig*) . . . . . » 435
STEFANELLI A. e ZACCHEI A.M., Sull'orientamento delle fibre nervose in coltura *in vitro* di cellule nervose spinali disgregate di embrione di pollo (pres. dal Corrisp. *A. Stefanelli*) . . . . . » 447

NOTE PRESENTATE DA SOCI

PIC G., Sopra un Teorema di P. Hall (pres. dal Socio *B. Segre*) . . . . . » 451
RODRIQUEZ G., Sui quasicorpi distributivi finiti (pres. dal Socio *B. Segre*) . . . » 458
FICHERA G., Misure tensoriali e omologia su una varietà differenziabile (pres. dal Socio *B. Segre*) . . . . . » 466
RAYNER C. B., Le Concept d'un Mouvement Rigide (pres. dal Socio *E. Bompiani*) » 478

TALLINI G., Caratterizzazione grafica di certe superficie cubiche di $S_{3,q}$. Nota I (pres. dal Socio *B. Segre*) . . . . . Pag. 484
VENINI C., Moto di dipoli elettrici nell'ultima teoria unitaria einsteniana (pres. dal Socio *B. Finzi*) . . . . . » 490
CLAUSER E., Condizioni di integrabilità e moto di particelle nell'ultima teoria unitaria einsteiniana (pres. dal Socio *B. Finzi*) . . . . . » 498
CHIARA L., Limiti superiori della variazione dell'eccentricità nei sistemi binari di massa decrescente. Nota II (pres. dal Socio *C. Mineo*) . . . . . » 506
CORRADINI P. e ALLEGRA G., Applicazione dei metodi di sovrapposizione allo studio strutturale del cromotricarbonilbenzolo (pres. dal Socio *G. Natta*) » 511
VACIAGO A. e MUGNOLI A., Struttura cristallina e isomorfismo di alcuni Co^{III}–esacianuri di cationi bivalenti (pres. dal Socio *L. Cambi*) . . . . . » 517
LEONARDI P., Alpi meridionali e Prepirenei catalani. – I. Sintesi tettonica delle Alpi meridionali e dei Prepirenei catalani (versante spagnolo) (pres. dal Socio *Gb. Dal Piaz*) . . . . . » 523
FRANCESCHETTI B., Osservazioni sulla tettonica della regione del Monte Oserot (fianco sinistro della Valle Stura di Demonte fra Pontebernardo e Bersezio, Alpi Marittime) (pres. dal Socio *Gb. Dal Piaz*) . . . . . » 533
SCARAMELLA PETRI P., Rapporti tra lenticelle e radici avventizie in *Nerium oleander* L. (pres. dal Corrisp. *R. Savelli*) . . . . . » 542
GEROLA F.M., Ricerche sull'infrastruttura di alcune Schizoficee di acque termali (pres. dal Socio *S. Tonzig*) . . . . . » 546
GRAZIADEI P., Contributo alla conoscenza della innervazione della muscolatura di *Sepia officinalis* (pres. dal Socio *A. Pensa*) . . . . . » 552
CREPAX P. e INFANTELLINA F., Effetti della formazione reticolare mesencefalica, pontina e bulbare sull'attività deambulatoria della Cavia decerebrata (pres. dal Socio *G. C. Pupilli*) . . . . . » 555
CREPAX P. e VOLTA A., Modificazioni dell'attività elettrica corticocerebrale provocate dal cortisone nel Gatto con nevrasse integro ovvero operato di transrecisione del tronco dell'encefalo a diversi livelli (pres. da. Socio *G. C. Pupilli*) . . . . . » 560
AGNOLI G.C. e COTTI E., Azione curarizzante della stricnina sulla trasmissione dell'eccitamento dal tessuto nodale al miocardio comune (pres. dal Socio *G. C. Pupilli*) . . . . . » 567
PINNA G. e GUALTIEROTTI T., Variazioni nella glicemia del coniglio in traumi diretti o indiretti sul sistema nervoso centrale (pres. dal Socio *R. Margaria*) » 574
GUALTIEROTTI T., Variazioni di eccitabilità delle fibre motorie di un nervo misto indotte dai corrispondenti motoneuroni spinali (pres. dal Socio *R. Margaria*) » 578
COLOMBO G., Differente sensibilità ai raggi X in rapporto agli stadi di sviluppo di embrioni di *Locusta migratoria migratoriodes* (R. e F.) (pres. dal Corrisp. *U. D'Ancona*) . . . . . » 583
SABBADIN A., Primi risultati dell'analisi genetica della pigmentazione di *Botryllus schlosseri* (Ascidiacea) (pres. dal Corrisp. *U. D'Ancona*) . . . . . » 592
BAFFONI G.M., L'andamento dell'attività mitotica nel prosencefalo e nel mesencefalo durante lo sviluppo di un Anfibio anuro (pres. dal Corrisp. *A. Stefanelli*) . . . . . » 598

Comunicazioni varie . . . . . » 604
Congressi . . . . . » 604
Presentazione di libri . . . . . » 605
Presentazione di Note e Memorie . . . . . » 606
Personale accademico . . . . . » 606
Premi in corso di assegnazione presso l'Accademia Nazionale dei Lincei . . . » 607
Opere pervenute in dono all'Accademia presentate nella seduta dell'11 aprile 1959 » 611

FASCICOLO 5.

MAGGIO 1959.

NOTE DI SOCI

COLONNETTI G., Sui rapporti di forma e di posizione tra curve di rilassamento e cicli di isteresi. Nota VII . . . . . Pag. 613
NATTA G. e PASQUON I., Studio dei processi di inversione di configurazione sterica nella polimerizzazione stereospecifica del propilene (pres. dal Socio *G. Natta*) . . . . . » 617
CAGLIOTI V., SCROCCO M. e FURLANI C., Osservazioni di spettroscopia I.R. sullo ione ammonio in alcuni suoi fluoruri e cloruri complessi (pres. dal Socio *V. Caglioti*) . . . . . » 625
FADIGA E., VON BERGER G. P. e PUPILLI G. C., Intorno agli effetti della stimolazione del N. ottico sull'attività elettrica corticocerebellare del Gatto in narcosi barbiturica (pres. dal Socio *G. C. Pupilli*) . . . . . » 629

NOTE PRESENTATE DA SOCI

CONTI R., Equazioni differenziali ordinarie con condizioni lineari generali (pres. dal Socio *G. Sansone*) . . . . . » 636
FREUD G., Sui procedimenti lineari d'approssimazione (pres. dal Socio *B. Segre*) » 641
TALLINI G., Caratterizzazione grafica di certe superficie cubiche di $S_{3,q}$. Nota II (pres. dal Socio *B. Segre*) . . . . . » 644
WILLMORE T. J., Generalized Torsional Derivation (pres. dal Socio *E. Bompiani*) » 649
CHERUBINO S., Sul concetto di Economia astratta (pres. dal Socio. *B. Segre*) . » 654
COLOMBO G., Sulla determinazione analitica delle soluzioni periodiche dei sistemi non-lineari autonomi (pres. dal Socio *G. Sansone*) . . . . . » 662
AGOSTINELLI C., Sulle equazioni dell'equilibrio adiabatico magnetodinamico di una massa fluida gassosa uniformemente rotante e gravitante (pres. dal Socio *A. Signorini*) . . . . . » 665
FABBRI G., Spettri ultrarossi di soluzioni acquose di acido cloridrico (pres. dal Socio *G. B. Bonino*) . . . . . » 671
LEONARDI P., Alpi meridionali e Prepirenei catalani. – II. Osservazioni comparative sulla tettonica e sull'orogenesi delle due regioni (pres. dal Socio *Gb. Dal Piaz*) . . . . . » 679
ALIETTI A., Osservazioni sulla mirabilite di Figno (Scandiano, Reggio E.), e sul solfato di sodio decaidrato (pres. dal Corrisp. *P. Gallitelli*) . . . . . » 689
FIORENTINI A. e GUALTIEROTTI T., Fattori limitanti della frequenza di attività elettrica nel sistema nervoso centrale (pres. dal Socio *R. Margaria*) . . . » 695
CREPAX P. e VOLTA A., Effetti che il cortisone esercita sull'attività convulsiva degli aggregati neuronici corticocerebrali indipendentemente dalle strutture sottocorticali (pres. dal Socio *G. C. Pupilli*) . . . . . » 700
CORSI A. e BUSCAINO G. A., Osservazioni sulla mioalbumina (pres. dal Corrisp. *M. Aloisi*) . . . . . » 705
RUSSO-CAIA S., Attività lipasica nello sviluppo embrionale del fegato del pollo (pres. dal Corrisp. *A. Stefanelli*) . . . . . » 709
COLLOTTI C. e VICARI G., Coltivazione *in vitro* di cellule umane di origine tumorale (ceppo K. B.) in sospensioni fluide (pres. dal Corrisp. *D. Marotta*) . » 715

Carafoli E., Muscatello U. e Azzone G. F., Azione dell'albumina sulle attività biochimiche dei mitocondri isolati (pres. dal Corrisp. *M. Aloisi*) . . Pag. 721

Personale accademico . . . . . » 726
Comunicazioni varie . . . . . » 726
Plichi suggellati . . . . . » 727
Congressi . . . . . » 727
Presentazione di Note e Memorie . . . . . » 727
Presentazione di libri . . . . . » 728
Opere pervenute in dono all'Accademia presentate nella seduta del 9 maggio 1959 » 729

FASCICOLO 6.

Giugno 1959.

NOTE DI SOCI

Olivero S. e Penta F., Sulle misure di temperatura nel traforo del Monte Bianco (pres. dal Corrisp. *F. Penta*) . . . . . Pag. 731

Fadiga E., von Berger G. P. e Pupilli G. C., Effetti della interruzione bilaterale cronica del *brachium pontis* ovvero del *brachium conjunctivum* sulla reazione corticocerebellare destata nel Gatto da impulsi di origine visiva (pres. dal Socio *G. C. Pupilli*) . . . . . » 738

Levi G. e Godina G., La struttura fibrillare dei neuroni viventi (pres. dal Socio *G. Levi*) . . . . . » 743

Stefanelli A., Zacchei A. M., Gaetani S. e Verani P., Lo sviluppo di elementi scheletrici di arti embrionali di pollo sottoposti ad azioni antimitotiche in coltura *in vitro* (pres. dal Corrisp. *A. Stefanelli*) . . . . . » 748

Stefanelli A. e Zacchei A. M., Orientamento delle fibre nervose di cellule spinali embrionali isolate in coltura e rapporti neuro muscolari (in *Gallus* e *Coturnix*) (pres. dal Corrisp. *A. Stefanelli*) . . . . . » 753

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Calapso M. T., Sulle congruenze paraboliche (pres. dal Socio *B. Segre*) . . . » 757

Graiff F., Sul legame tra condizioni di congruenza ed equazioni indefinite nella meccanica dei continui (pres. dal Socio *B. Finzi*) . . . . . » 763

Aliverti G., Demichelis F. e Lovera G., Spettrometria gamma di radionuclidi artificiali raccolti per filtrazione dell'aria al suolo (pres. dal Socio *E. Perucca*) . . . . . » 772

Ferroni E., Un nuovo metodo per la determinazione della temperatura di transizione del 2° ordine di alti polimeri (pres. dal Socio *G. Natta*) . . . » 774

Bettinali C., Sulla termoluminescenza del fluoruro di calcio precipitato (pres. dal Socio *V. Caglioti*) . . . . . » 777

Alberti G. e Conte A., Effetto del trattamento a varie temperature, dopo assorbimento, sul potere selettivo del fosfato di zirconio impiegato quale scambiatore inorganico (pres. dal Socio *V. Caglioti*) . . . . . » 782

Di Modica G., Rossi P. F. e Rivero A. M., Su componenti flavonoidi isolati da *Taxus baccata* L. (pres. dal Socio *A. Quilico*) . . . . . » 785

Chiusoli G. P., Sulla reattività dei derivati allilici con nichelcarbonile (pres. dal Socio *A. Quilico*) . . . . . » 790

PAGLIA E., Reazioni dei Co^{III}-pentacianuri: sali derivati (pres. dal Socio *L. Cambi*) . . . . . Pag. 794

DE CESARIS COROMALDI L. e URBANI E., Dipeptidasi e lipasi in *Artemia salina* (Leach) diploide e tetraploide (pres. dal Socio *G. Cotronei*) . . . . . » 801

BOMPIANI G. D., Osservazioni sulle modificazioni ultrastrutturali del miocardio atriale e ventricolare di ratti trattati con citrato di potassio a dosi diverse, fino ad ottenere l'arresto cardiaco (pres. dal Socio *G. Bompiani*) . . . . » 807

BAFFONI G. M. e D'ANCONA A. M., Sulle variazioni di densità dei neuroni di Purkinje in Uccelli a prole inetta e precoce dopo la morfogenesi cerebellare (pres. dal Corrisp. *A. Stefanelli*) . . . . . » 811

ADINOLFI M., BIANCO I., GILES C., LATTE B., SILVESTRONI E. e SINISCALCO M., Dati sulla genetica dei gruppi gamma-globulinici con particolare riguardo alla loro distribuzione in alcune popolazioni italiane. Nota I (pres. dal Corrisp. *G. Montalenti*) . . . . . » 818

Comunicazioni varie . . . . . » 827
Personale accademico . . . . . » 828
Temi di discussione . . . . . » 828
Congressi . . . . . » 829
Presentazione di libri . . . . . » 829
Presentazione di Note e Memorie . . . . . » 830
Opere pervenute in dono all'Accademia presentate nella seduta del 1 giugno 1959 » 831
Errata corrige . . . . . » 832
Indice per Autori . . . . . » 835
Indice per materie . . . . . » 841
Indici dei fascicoli . . . . . » 847